

平板边界层中湍流的发生与混沌动力学之间的联系*

李睿劼¹⁾ 李存标^{2)†}

¹⁾清华大学工程力学系, 北京 100084)

²⁾北京大学湍流与复杂系统研究国家重点实验室, 北京 100871)

(2001 年 12 月 1 日收到)

通过对平板边界层流动中的测量数据的仔细分析,证实了在平板边界层的湍流发生的过程中存在着奇怪吸引子.将这一结论与先前的转捩动力学分析结果相比较,证明了湍流的发生本身具有着混沌动力学本质,从而在平板边界层中的湍流发生与混沌之间建立了联系.

关键词:边界层,转捩,湍流的发生,混沌,奇怪吸引子

PACC:4725C,4715C,4715F

1. 引 言

在湍流发生和混沌的交叉研究领域,已经取得了很多成果,开始认为湍流发生过程是流动由层流状态到达充分发展的湍流状态的混沌过程^[1].普遍的观点是:混沌与湍流有一定的关系,但终究不是一回事. Brandstater 和 Swinney^[2]研究了 Couette-Taylor 流动中关于奇怪吸引子的问题,并得出结论:尽管流动可能是非周期的,但却是确定的,正如混沌一样. Huang 等^[3]研究了管道流动的间歇性中湍流“puffs”的发生机理,证明与初始随机扰动的性质有关,并指出以分叉和混沌的观点来研究转捩具有一定的物理意义. Porporato 等^[4]也就管流中的“猝发”现象进行了类似的研究.同样地,在湍流及湍流边界层中也有一系列的研究^[5,6].然而,这些研究的结果仍然不能充分地说明湍流发生的机理与混沌之间的直接关系,其原因有两点:一是没有很好地建立转捩动力学与混沌动力学之间的完整的细致对应关系;二是 Couette-Taylor 流动的转捩不经历 Re 数的连续变化,而是在不同的 Re 数下分别进行的实验.

首先,既然在 Couette-Taylor 流动中存在这样的结论,那么在另一类流动——平板边界层的流动中是否存在同一结论?其次,最近的一些实验^[7]对于转捩动力学机理的建立提供了详尽的证据,这在在

转捩与混沌的动力学机理之间找到联系提供了基础.

本文运用混沌动力学中的分析方法对 Klebanoff 意义下的平板边界层转捩流动^[8]进行了研究.由于这一流动本身是一个沿着流动方向 Re 数连续增加的过程,从而使分析过程避免了只在个别 Re 数的单值点上求解的片面性.文中重点计算了测量数据的二维相轨图线以及对应的关联维数的数值,得到了二维相空间中关联维数沿流向的演化曲线.

2. 转捩动力学

关于转捩动力学机理的研究已历经百余年.经历线性理论和实验,非线性理论和实验以及最近的实验上的进展,转捩动力学过程已变得越来越清楚,即使少数问题目前尚无定论,比如说接受性问题,但是从转捩的初期到 Klebanoff 意义下的湍流发生^[8]的各个动力学过程已经被证明有着清晰的确定的物理过程.这个基本过程已在过去的文章^[7]中予以讨论.转捩动力学的特征是:经过若干次的失稳并随着旋涡的产生、相互作用、破裂和重联,最后达到 Klebanoff 意义下的湍流发生.

3. 实验方法

实验是在北京大学湍流与复杂系统研究国家重

* 国家自然科学基金(批准号:19972034)资助的课题.

† 通讯联系人.

点实验室的水槽中完成的(实验装置见图1)水槽的实验段长度为6m,横截面为600mm×400mm的矩形截面.它的来流湍流度约为0.1%.在水槽的实验段竖直放置一块光滑的平板,长为1.8m,展向宽度为0.8m,厚度为15mm.平板垂直放置于水中,其实验面与水槽壁面平行,攻角为零,这样,实验段处于零压力梯度的流场中.平板的头部圆滑过渡.平板下游倾斜放置一块翼板,可以抑制下游扰动波上传.

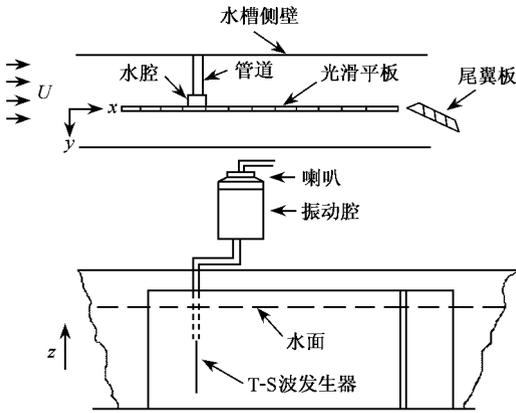


图1 实验装置简图

在距平板前缘200mm处有一矩形孔(即T-S波发生器),其长度为150mm,宽度为1mm,孔内是一个水腔,水腔的另一面封闭并导出两根强度管与一个圆筒相接,圆筒的另一侧与一个喇叭粘合,圆筒密封.由电压信号控制喇叭产生幅值为 $1.8\% U_0$ 的正弦T-S波,频率为2Hz.

实验使用热线风速仪及TSI公司生产的热膜进行测量,热膜探头的传感部分长为2mm.测量的流向范围位于距离前缘250到700mm的区域内.在流向、展向和垂直于平板的方向上逐点测量.在每一点测量的物理量包括该点处的流向平均速度,除去扰动波后的脉动速度的幅值和相位.

我们运用混沌动力学中的分析方法,用测量得到的时间序列得到了一系列的相图,并求得了在转捩的流向各位置上的二维相空间中对应的关联维数值.这些数据是严格地按照关联维数的定义求得的,因此具有相对的可靠度.

4. 实验结果

4.1. 时间序列

图2给出了对应于不同的流向位置的速度时间

序列,从下向上是平板边界层流动的方向.从这些曲线中,可以清楚地看到转捩过程中速度的周期性的演化:从最开始的正弦型的速度时间曲线,到最后看似无规则地出现了spikes的速度时间序列.这一转捩过程的动力学本质已经得到了揭示^[7,9-13].

4.2. 相 图

图3是由实验测得的速度时间序列构造的二维相图,其中 $x(t+T/4)/U$ 和 $x(t)/U$ 为变量.图3中的曲线称为相轨,它们的演化过程就对应着平板边界层流动的整个系统的状态变化的过程,即湍流发生的过程.细致地观察可以发现,沿着流动的方向,二维相轨和速度时间序列有着类似的变化规律,最开始可以清晰地看出其中的相轨是环形的图3(a)-(d),只占据相空间的一小部分面积,这种规则的状态会逐渐趋向于视觉上的混乱图3(e)(f),这时相轨在相空间中占据的面积往往有大而急剧的增加,最后,系统的状态趋向于“混沌”状态图3(g)-(j).相轨的这种演化过程还可以进一步用其关联维数来分析.

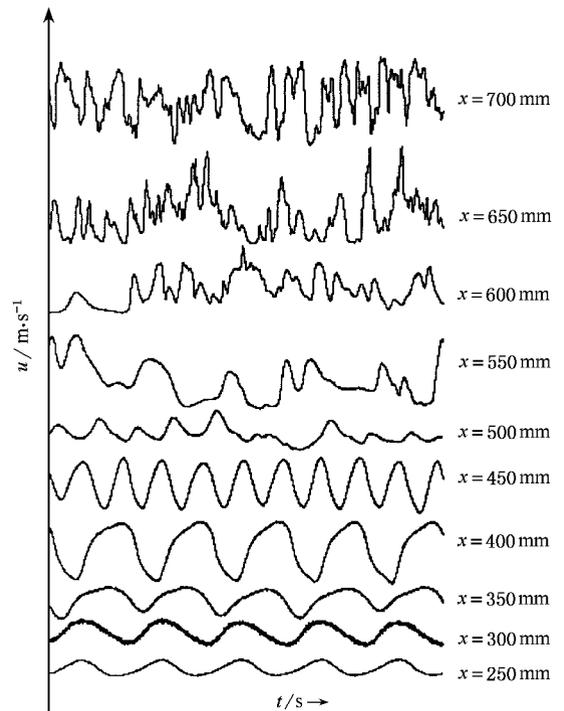
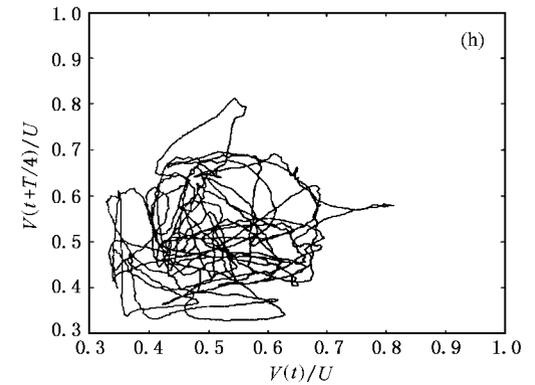
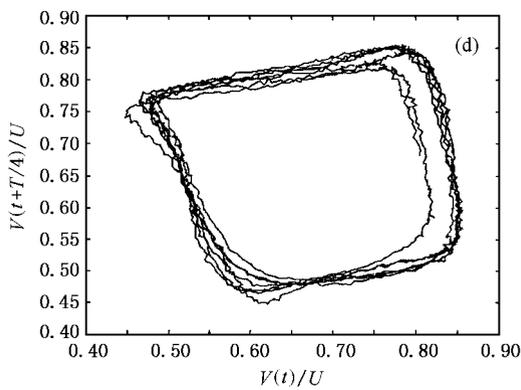
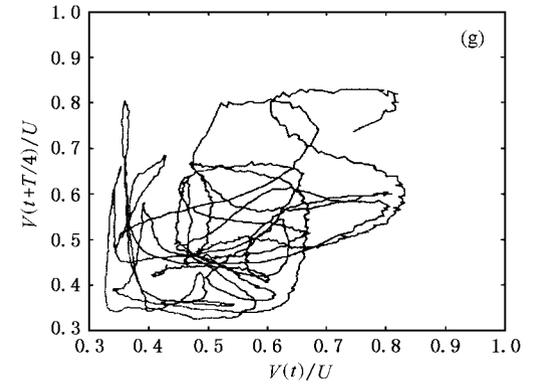
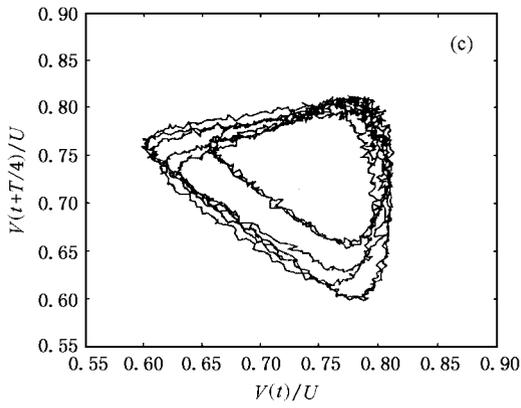
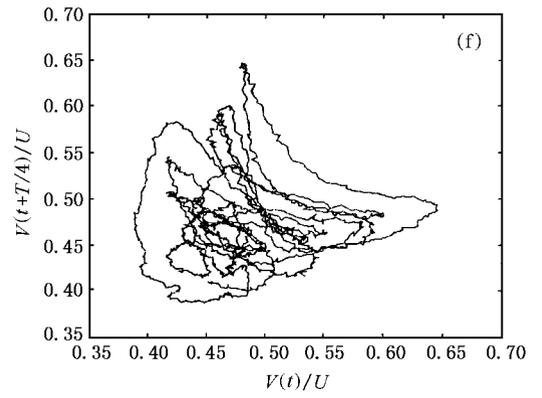
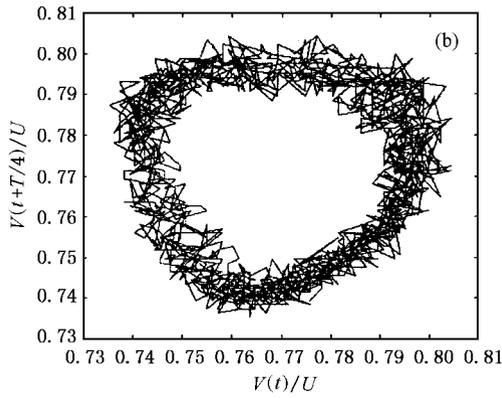
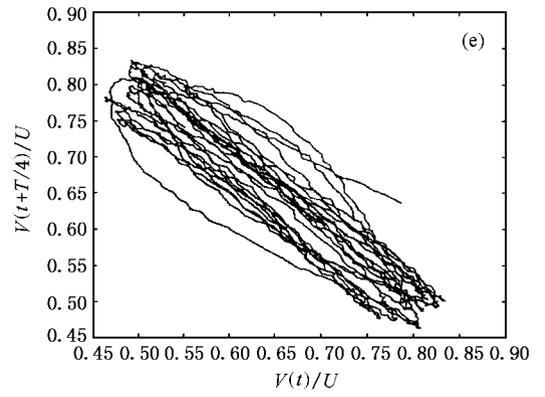
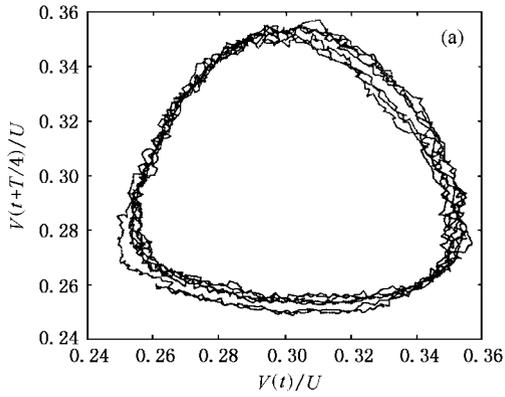


图2 速度时间序列($y=2\text{ mm}, z=0$)



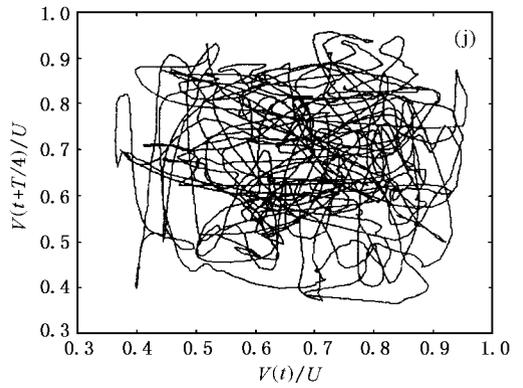
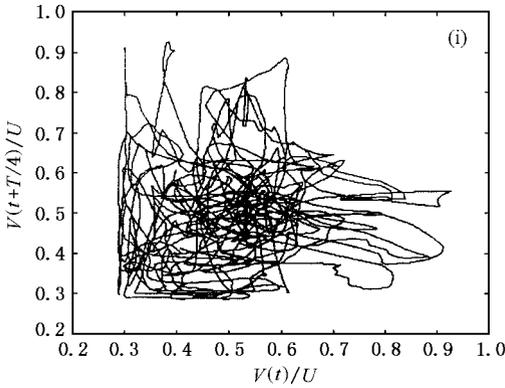


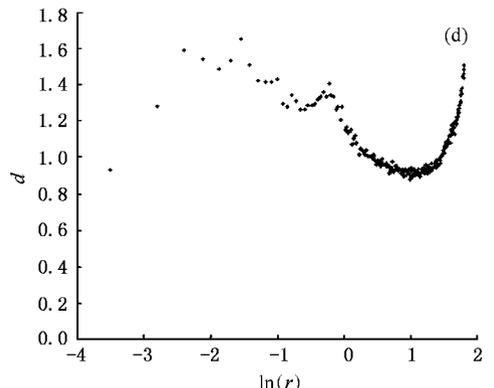
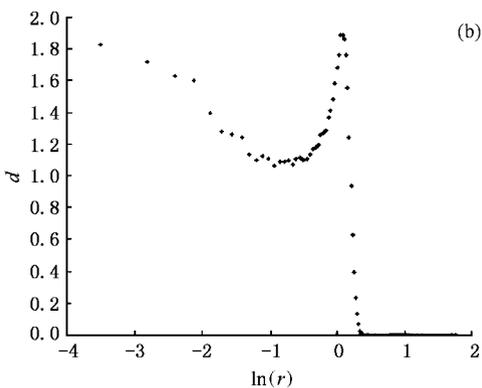
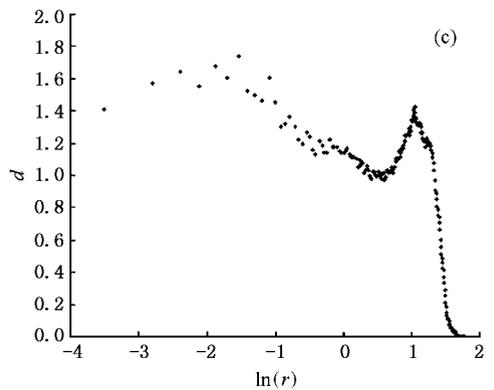
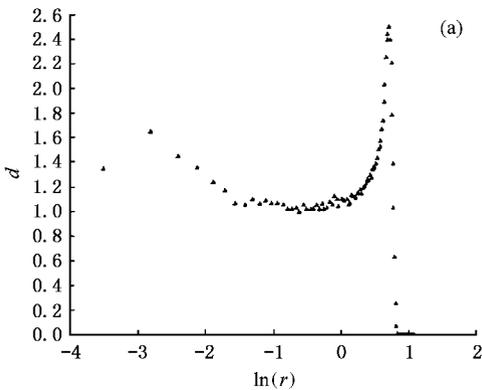
图 3(a)–(j) 由速度时间序列重构的二维相图. 由(a)–(j)依次对应为 $x = n \times 50 + 200$ (mm) (这里 $n = 1, 2, 3, \dots, 10$) 的流向位置上的相图 ($y = 2$ mm). 它们反映了平板边界层流动的性质, 其中(a)–(d)的相轨呈现较规则的环形形状, 这说明转捩的前期系统的状态是具有一定的周期性的. (e)(f)的相轨是一种过渡的状态. (g)–(j)的相轨已经接近了“混乱”的状态, 实质上是一种确定性的“混沌”状态.

4.3. 关联维数图

由对应于图 3 中的二维相图做进一步的计算, 可以求出各时间序列对应的关联维数(见图 4), 其维数值与流向位置的关系曲线(见图 5).

图 4 中, 各条维数曲线均有相应的平行于横轴的一段, 这一段所对应的数值就是测量得到的速度时间序列在二维相空间的维数. 这一方面说明了该系列位置上存在着确定的分数维度, 同时也从数学

上证实了奇怪吸引子的存在. 将这些维数的数值求出来并画于图 5 中, 可以看到沿着流动的方向, 各位置上的二维相空间中的奇怪吸引子的关联维数的增长曲线, 这条曲线在 B, C 两点之间的维数突然急剧上升的现象, 这对应着以往 $L_i^{[9]}$ 所揭示的以二次涡环等为代表的高次失稳的过程. 而在这一段的两侧, 二维相空间中的奇怪吸引子的维数变化是单调和缓慢的, 说明系统已处于线性增长或者是比较稳定的状态中了.



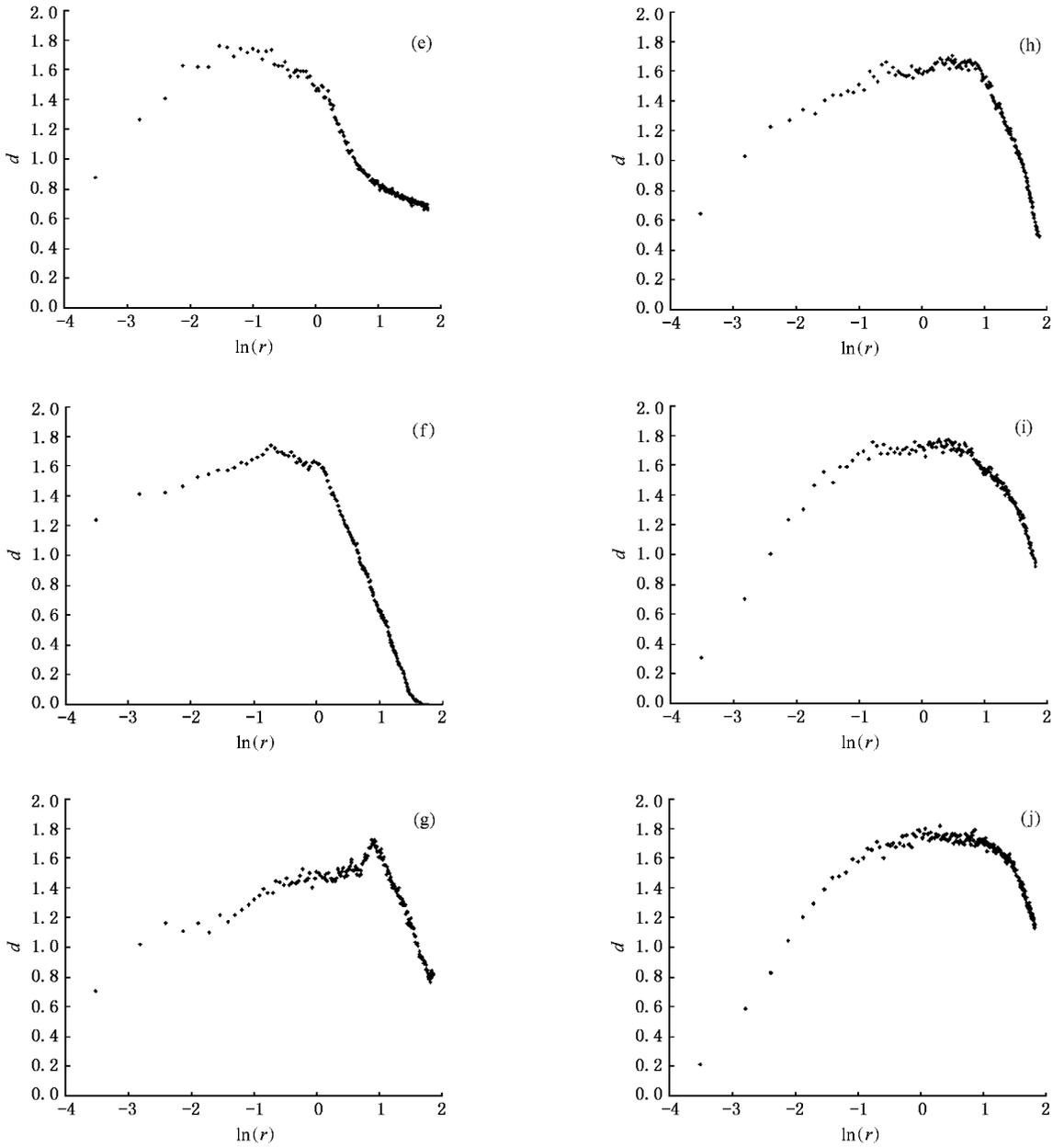


图 4(a)–(j) 显示了由图 3 对应的速度时间序列计算得到的二维相空间中的关联维数曲线。由图 4(a)–(j) 依次对应为 $x = n \times 50 + 200$ (mm) (这里 $n = 1, 2, 3, \dots, 10$) 的流向位置上的关联维数曲线。每幅图中的平行与横轴的直线部分的坐标值为该位置上的二维相空间中的关联维数值。这些确定的数值的存在是平板边界层流动的湍流发生过程中存在对应于二维相空间的奇怪吸引子的直接证明。

从以上分析可以看出,在湍流发生过程中,由于在二维相空间中确定的非整数关联维数的出现,说明在对应的相空间中存在着奇怪吸引子。进一步地,由二维相空间中奇怪吸引子的关联维数沿流向的增长规律,可以将湍流的发生过程与混沌的动力学机理联系起来。

5. 结 论

在平板边界层流动的湍流发生过程中,由各个

流向位置上的速度时间序列得到的二维相图以及相应计算得到的关联维数证明了在这一复杂的动力学系统中存在着奇怪吸引子(在二维相空间中),它有着与混沌动力学相同的性质。于是得出结论,这一过程是确定性的混沌过程。同时,关联维数是描述湍流产生过程的必要参数之一。

6. 讨 论

我们通过奇怪吸引子的存在而证实了平板边界

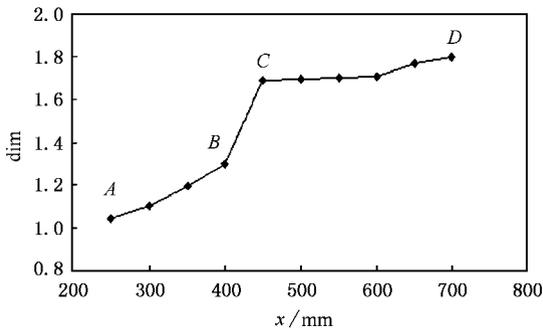


图5 是与图4中各点对应的二维相空间的关联维数相对于流向位置的变化曲线。B点对应流向 $x = 400$ mm的位置,C点对应流向 $x = 450$ mm的位置,两点之间存在着关联维数的急剧变化,这有可能对应着该位置上流动中发生的剧烈的非线性失稳过程。在A点的关联维数为1.04,在D点的维数为1.81。

层流动的湍流发生过程与混沌在性质上有着类似之处,而奇怪吸引子的(在二维相空间中)关联维数值在转捩过程中从1.04(约为1)演化到1.81(接近2)的事实则进一步地证明了两者在定量上的对应关系。这就证明了Klebanoff意义下的湍流发生过程实际上是一个完整的混沌过程。这样,有可能从另一个角度审视该流动中湍流发生的过程,即混沌动力学的角度。混沌是确定性的^[14],而流体从层流通向湍流的转捩过程又与混沌在动力学本质上有着相同的性质,那么当初始条件确定后,转捩过程本身也是确定性的。

感谢刘式达、黄永念教授的指导和帮助。

- [1] Ruelle D and Takens F 1971 *Commun. Math. Phys.* **20**(1)
- [2] Brandstater A and Swinney H L 1987 *Phys. Rev. A* **35** 2207
- [3] Huang Y N and Huang Y D 1989 *Phys. D* **37** 153
- [4] Porporato A and Ridolfi L 1997 *Appl. Sci. Research* **57** 235
- [5] Takens F 1981 *Lectures Notes in Mathematics* **898** (Springer-Verlag, Berlin)
- [6] Zhou X and Sirovich L 1992 *Phys. Fluids A* **4** 2855
- [7] Li C B and Li R 2001 *Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simul.* **6** 111
- [8] Klebanoff P S, Tidstrom K D and Sargent L M 1962 *J. Fluid Mech.*

12 1

- [9] Li C B 2000 *Phys. Rev. E* **62** 3659
- [10] Li C B and Fu S 2000 *Chin. Phys.* **9** 508
- [11] Li C B 2001 *Exps. Fluids* **30** 354
- [12] Li C B 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 182 (in Chinese) [李存标 2001 物理学报 **50** 182]
- [13] Gong A L, Li R Q and Li C B 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1068 (in Chinese) [龚安龙、李睿劼、李存标 2002 物理学报 **51** 1068]
- [14] Lorenz E N 1963 *Atmosph. Sci.* **20** 130

A link between chaos dynamics and the onset of turbulence in a transitional boundary layer^{*}

Li Rui-Qu¹⁾ Li Cun-Biao^{2)†}

¹⁾ (*Department of Engineering Mechanics , Tsinghua University , Beijing 100084 , China*)

²⁾ (*State Key Laboratory for Turbulence Research and Complex Systems , Peking University , Beijing 100871 , China*)

(Received 1 December 2001)

Abstract

A careful chaotic dynamic analysis on a transitional boundary layer shows the existence of the strange attractor in the total transitional processes. Both the instability theory and nonlinear chaotic system analysis show the processes is deterministic instead of random. Therefore , a link between the chaos and the transition in a boundary layer is established.

Keywords : boundary layer , transition , onset of turbulence , chaos , strange attractor

PACC : 4725C , 4715C , 4715F

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19972034).

[†] Author to whom correspondence should be addressed.