

强流束晕-混沌的外部磁场开关控制^{*}

高 远¹⁾ 罗晓曙²⁾ 翁甲强²⁾

¹⁾ 广西工学院电子信息与控制工程系, 柳州 545006)

²⁾ 广西师范大学物理与信息工程学院, 桂林 541004)

(2003 年 12 月 29 日收到 2004 年 3 月 18 日收到修改稿)

研究了强流离子束在周期聚焦磁场通道中束晕-混沌的外部磁场开关参数控制方法. 将该方法应用在多粒子模型中, 实现了对 5 种不同初始分布质子束的束晕-混沌的有效控制, 得到了消除束晕及其再生现象的理想结果. 在强流加速器系统中, 由于外部磁场是可测和可调的物理量, 因此该控制方法有利于实验研究, 可为强流质子加速器中周期聚焦磁场的设计和实验提供参考.

关键词: 强流离子束, 周期聚焦磁场通道, 束晕-混沌, 混沌控制, 开关控制

PACC: 0545, 4265J, 2990

1. 引 言

强流离子束在国防和国民经济领域中有极其重要的应用和发展前景, 诸如产生洁净核能^[1]、产生高功率自由电子激光、生产放射性药物、促使放射性废物嬗变和促使重离子聚变等等. 然而强流离子束在加速器通道中传输时, 会产生束晕-混沌现象. 这会产生两个有害的结果: 一是引起较大的束流损失, 制约着束流功率和效率的提高; 另一个是导致散射的离子打在加速器器壁或其他结构上, 造成设备损坏和产生严重的放射性剂量超标、污染环境并危害人的身体健康. 因此, 处理强流束产生的复杂时空束晕-混沌已经成为强流离子束应用中的关键技术之一. 自 20 世纪 90 年代以来, 科学工作者在不断探索束晕-混沌形成机制的同时^[2-8], 也在不断寻求其控制的方法^[9-11]. 鉴于束晕-混沌是一种非线性极强, 对外界干扰极为敏感的时空混沌, 从混沌的控制策略出发, 基于系统内部某个变量可测的基础上, 近年方锦清等提出了非线性控制方法^[12]、延迟反馈控制方法^[13], 这些方法均取得了初步的控制效果. 本文探索在系统外部实施控制策略, 将控制器与外部的物理量(如周期性聚焦磁场)建立直接的控制联系, 以达到对束晕-混沌的有效控制. 这种控制方法

在实验工程上易于实现, 因而具有较重要的应用价值. 在混沌控制领域中, 采用开关参数实现控制混沌系统的方法已有报道^[14, 15]. 根据束晕-混沌的性质, 我们从强流束的束包络演化方程和 Kapchinskij-Vladimirskij (K-V) 分布束离子的运动方程出发, 给出了周期性聚焦通道中外部磁场的开关调整控制方程, 并提出了实施开关调整控制外部磁场的具体策略. 模拟研究结果显示: 实施开关参数控制后, 混沌变化的束包络半径被控制到目标值(束包络匹配半径), 单离子运动变得有序. 我们还将该方法应用于宏观多粒子模型中, 取离子束均方根半径 r_{rms} 作为控制反馈变量进行控制. 模拟研究结果表明: 该方法能有效实现 5 种不同初始分布离子束的束晕-混沌控制, 并获得了无束晕再生现象的理想结果.

2. 基本理论

在周期性螺旋聚焦磁场通道中, 离子束水平方向运动的无量纲包络方程为^[3, 6]

$$\frac{d^2 r_b}{ds^2} + \kappa(s)r_b - \frac{K}{r_b} - \frac{1}{r_b^3} = 0. \quad (1)$$

这里, r_b 是束流包络径向半径, $\kappa(s)$ 是对称周期性聚焦磁场强度, 其数学定义为

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10247005, 70071047, 70371068), 广西壮族自治区自然科学基金(批准号: 0135063), 广西壮族自治区“新世纪十百千人才工程”专项基金(批准号: 2002226)和广西工学院科学研究基金(批准号: 030108)资助的课题.

$$\kappa(s) = \begin{cases} \kappa_0, & nS \leq s \leq (n + \Gamma)S \quad (n \text{ 为整数}) \\ 0, & s \text{ 为其他,} \end{cases} \quad (2)$$

式中 S 是聚焦场的周期, Γ 为占空比, 显然磁场有关系 $\kappa(s) = \kappa(s + S)$. 图 1 是占空比 Γ 为 0.8, 磁场强度为 κ_0 的周期性聚焦磁场的结构示意图. K 是束流的导流强度系数, 它是描述束流自生场强度的一种测度. 令 $dr_b/ds = \rho$, 则 (1) 式可化为一阶形式,

$$\begin{aligned} \frac{dr_b}{ds} &= \rho \\ \frac{d\rho}{ds} &= -\kappa(s)r_b + \frac{K}{r_b} + \frac{1}{r_b^3}. \end{aligned} \quad (3)$$

当 $\frac{dr_b}{ds} = 0$, 且有 $\frac{d^2r_b}{ds^2} = 0$ 时, 束包络半径对应一个匹配半径 r_{b0} , 它是控制目标.

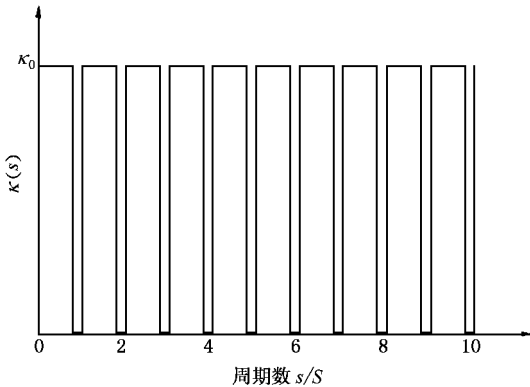


图 1 周期性聚焦磁场示意图

K-V 分布束是初始空间分布为均匀分布的圆柱型束^[6]. 当离子在周期性螺旋聚焦磁场通道中运动, 假设不考虑离子运动的角动量, 根据强流束传输的相空间动力学中的粒子-束核相互作用模型, 在考虑平滑效应情况下, 离子径向运动的无量纲方程为^[7,8]

$$\begin{aligned} \frac{d^2r}{ds^2} + \kappa(s)r - \frac{K}{r_b^2}r &= 0, \quad |r| \leq r_b, \\ \frac{d^2r}{ds^2} + \kappa(s)r - \frac{K}{r} &= 0, \quad |r| > r_b, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $|r|$ 是单离子偏离束中心的径向距离. (4) 式反映了单离子与束核的相互作用关系. 令 $dr/ds = v$, 则 (4) 式可化成一阶形式,

$$\begin{aligned} \frac{dr}{ds} &= v, \\ \frac{dv}{ds} + \kappa(s)r - \frac{K}{r_b^2}r &= 0, \quad |r| \leq r_b, \end{aligned}$$

$$\frac{dv}{ds} + \kappa(s)r - \frac{K}{r} = 0, \quad |r| > r_b. \quad (5)$$

选取下面的参数: 离子束包络非匹配因子 $M = 2.00$ (即初始条件 $(r_b(0) - r_{b0})/r_{b0} = 2.0$) 时, 周期内束粒子运动的真空相移 $\sigma = 115^\circ$ (它是平均聚焦磁场强弱的一个量度), 调谐衰减因子取 $\eta = 0.8$ (它是束导流系数大小的一种量度), 周期聚焦场的占空比 $\Gamma = 0.4$. 我们可计算得到束匹配半径 $r_{b0} = 0.789164$, 束导流系数 $K = 0.9032$, 聚焦场强度 $\kappa_0 = 10.07$. 在这些参数条件情况下, 离子束处于强流状态, 且束的演化呈混沌状态. 我们取积分步长为 0.02, 初始条件 $r_b(0) = 2.36749$, $\rho(0) = 1.0$, $r(0) = 1.4$, $v(0) = 1.0$. 采用四阶龙格-库塔法, 数值求解方程 (3) 和 (5). 数值结果表明, 其包络轨道具有正的 Lyapunov 指数 0.02. 图 2 是包络方程 (3) 演化为混沌单吸引子的相图. 图 3 是离子径向运动方程 (5) 的混沌吸引子相图. 图 4 是离子径向运动半径随时间的混沌演化图, 离子径向运动也具有正的 Lyapunov 指数 0.0146.

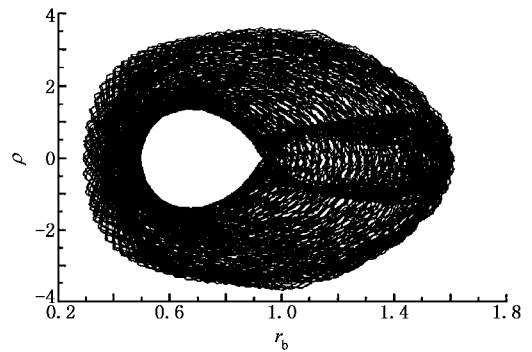


图 2 混沌单吸引子

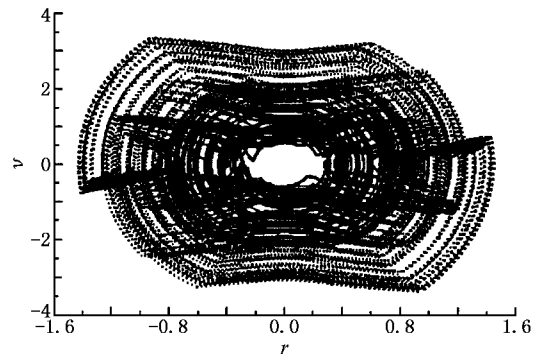


图 3 离子径向运动的混沌单吸引子

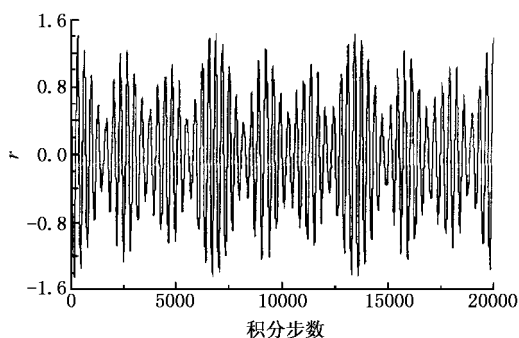


图4 离子径向运动半径的混沌演化图

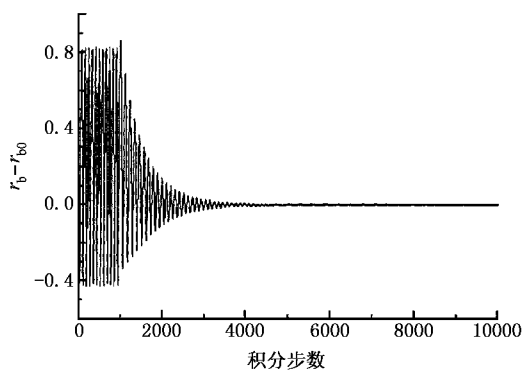


图5 包络半径与控制目标相对距离的时间演化

3. 控制方法

强流束最外层离子的径向运动半径可近似等于束包络半径,即 $|r| \approx r_b$,且离子束最外层离子的运动具有可观测性,而抑制最外层离子不逃逸出匹配包络半径范围是控制的目标.因此我们假定以束匹配半径为控制阈值,通过调节磁场强度 $\kappa(s) \rightarrow \kappa'(s)$,使得最外层的离子运动满足如下关系:

$$\begin{aligned} \kappa'(s)r_b - \frac{K}{r_{b0}^2}r_b &= \kappa(s)r_{b0} - \frac{K}{r_{b0}}, & r_b \leq r_{b0}, \\ \kappa'(s)r_b - \frac{K}{r_b} &= \kappa(s)r_{b0} - \frac{K}{r_{b0}}, & r_b > r_{b0}, \end{aligned} \quad (6)$$

则可构造开关参数控制器

$$\begin{aligned} \kappa'(s) &= \frac{1}{r_b} \left[\kappa(s)r_{b0} + \frac{K}{r_{b0}^2}(r_b - r_{b0}) \right], & r_b \leq r_{b0}, \\ \kappa'(s) &= \frac{1}{r_b} \left[\kappa(s)r_{b0} + K \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_{b0}} \right) \right], & r_b > r_{b0}. \end{aligned} \quad (7)$$

4. 受控方程的数值模拟结果

采用上述有关参数和初始条件,当包络方程(3)和离子的运动方程(5)自由演化1000个积分步数后,再加上(7)式的开关参数控制.图5是在有控制条件下,包络半径与控制目标相对距离的时间演化图.由图5可看出,包络演化不到5000个积分步数, r_b 与 r_{b0} 之间的相对距离稳定地趋近于零,这说明达到了控制目标.图6示出了离子径向运动半径在控制条件下,由混沌状态转为1P轨道.

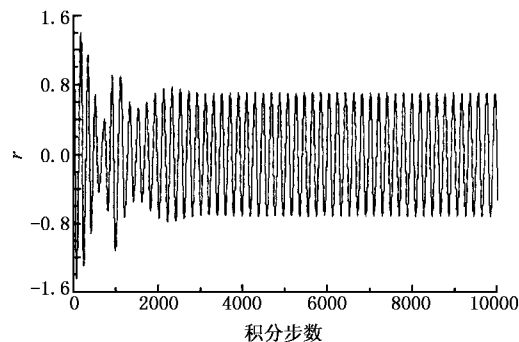


图6 离子径向运动的1P轨道

5. 控制机理分析

由于束晕-混沌是一种复杂的时空混沌,而其动力学方程的高度非线性,所以严格地解析论证上述方法可控性条件是很困难的^[16].下面我们通过Lyapunov函数法,采用与文献[17]类似的数值方法证明开关参数控制方法的可控性.

构造束包络方程的Lyapunov函数

$$E = \frac{1}{2}(r_b - r_{b0})^2. \quad (8)$$

对上述函数时间求导,可得到

$$\frac{dE}{ds} = (r_b - r_{b0}) \frac{dr_b}{ds}. \quad (9)$$

根据文献[17]的方法和结论,在较长的时间范围内,当 $\frac{dE}{ds}$ 的时间统计平均值为负,则 E 的相空间随着时间的演化会逐渐收敛,当 $s \rightarrow \infty$,有 $E \rightarrow 0$,从而能保证 $r_b - r_{b0} \rightarrow 0$.

为了描述 $\frac{dE}{ds}$ 数值符号的演化统计特性,定义 Δs 为 E 处于 $\frac{dE}{ds} > 0$ 状态的总时间与处于 $\frac{dE}{ds} < 0$ 状

态的总时间之差. $\Delta s > 0$ 表明 E 处于 $\frac{dE}{ds} > 0$ 的时间大于 E 处于 $\frac{dE}{ds} < 0$ 的时间, 控制目标不能实现. $\Delta s < 0$ 表明 E 处于 $\frac{dE}{ds} < 0$ 状态的时间大于 E 处于 $\frac{dE}{ds} > 0$ 状态的时间, 方程的包络半径 r_b 被渐近稳定到匹配半径 r_{10} , 达到控制目标. 图 7 是方程 (9) 在有无控制条件下, Δs 随积分步数的演化图. 由图 7 可

见, 无控制时 Δs 的数值方向无规则交替出现, 说明 E 不稳定; 当有控制后 Δs 较快地从正向负转变, 且最终稳定在某一负值, 这说明 E 的相空间随时间的演化逐渐收敛为零. 图 8 是 $\frac{dE}{ds}$ 在有无控制条件下, 随积分步数的演化图. 由图 8 可见, 当加控制后 $\frac{dE}{ds}$ 迅速收敛, 最终稳定在零值. 根据 (8) 式, 包络半径将稳定在束包络匹配半径 (图 5).

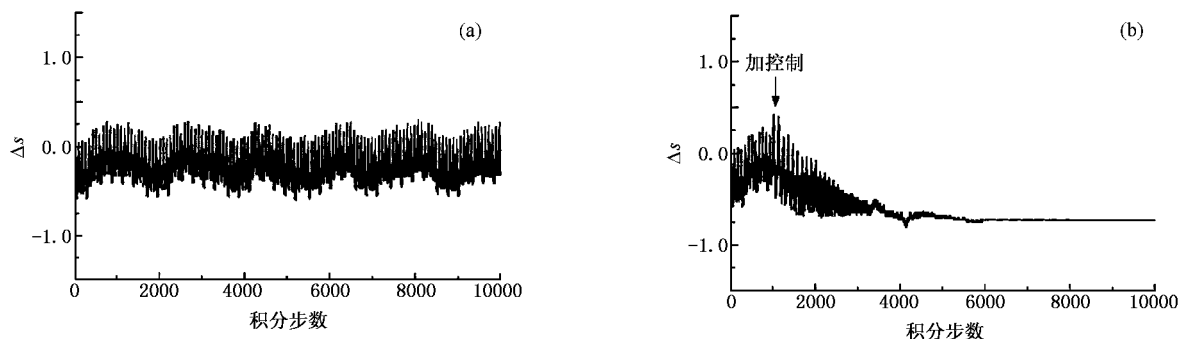


图 7 方程 (9) 在有无控制条件下, Δs 随积分步数的演化比较 (a) 无控制, (b) 有控制

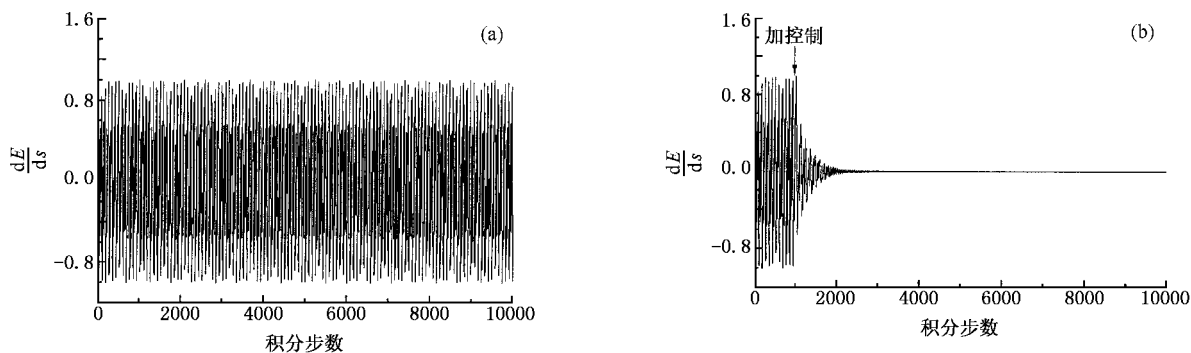


图 8 方程 (9) 在有无控制条件下, dE/ds 随积分步数的演化比较 (a) 无控制, (b) 有控制

6. 控制方法在多粒子模型中的数值模拟及分析

6.1. 模拟参数

本文的多粒子模拟系统采用 50000 个离子, 相关参数取: 周期聚焦场的占空比 $\Gamma = 0.4$, 调谐衰减因子 $\eta = 0.8$, 真空相移 $\sigma = 115^\circ$, 束匹配半径仍为 $r_{10} = 0.7891642$, 导流系数 $K = 0.9032079$, 聚焦场强度 $\kappa_0 = 10.07$, 离子束初始半径的失匹配因子 $M =$

2. 采用模拟周期性聚焦磁场通道中, 众离子运动的多粒子程序^[6,7], 演化步长为 0.01, 对 5 种初始分布不同的离子束进行 2000 个周期的连续控制模拟. 应用 (7) 式起控时, 我们选择众多离子运动的均方根半径 r_{rms} 代替束包络半径 r_b , 用统计物理量作为控制反馈变量已有报道^[12,13,18]. 整个控制过程实施每经历一周期 S , 就将均方根半径 r_{rms} 与 r_{10} 进行判断, 然后对下一周期磁场强度大小开关调整一次的控制策略.

6.2. 模拟结果及分析

采用束晕强度因子 (简称晕度, 它是位置大于

1.75 r_{10} 的离子数与束离子总数的比值) H ,单周期内离子束径向运动的平均发射度最大值 $\epsilon_{av\ max}^{[3\ 6]}$,单周期内离子的横向截面动量平方平均值 P_{av}^2 ,束的最大半径 r_{max} 等束的统计量来描述束晕-混沌的控制效果 $^{[12\ 13]}$.

表 1 为 5 种不同初始分布 $^{[3\ 19\ 20]}$ 的离子束在开关参数控制条件下,1000 个周期后取值的有无控制结果的比较.从表 1 可见,采用(7)式进行磁场强度开关控制,可以得到如下结果:

(1)控制后最大晕度 H_{max} 转变为零,这也就说明晕度 H 在控制后可全部为零,而且没有束晕的再生现象.这是对束晕进行控制的一个理想结果.

(2)离子的横向截面动量平方平均值 P_{av}^2 加控制后减少到原来的 1/2 左右,即离子在横向的能量被大大减少了. r_{max} 与 r_{10} 的比值在 1000 个周期的演

化后压缩到原来的 2/5—1/4 左右,大大地减少了离子散射半径.这表明直接通过开关调整聚焦磁场强度,可调节外部聚焦磁场作用力大小,实现有效抵消离子的径向斥力、减少离子横向的能量,从而抑制离子向外散射,破坏束晕-混沌产生的主要机制,从而达到控制效果.

(3)离子束径向运动的平均发射度最大值,在加控制后都大大地减少了.在控制 1000 个周期后,最大平均发散度还不到不加控制时的一半,这说明离子束被约束得更加紧密了.

该方法通过聚焦通道磁场强度的直接调整,就可实现对 5 种不同初始分布的强流束束晕-混沌的很好控制,且控制反馈变量 r_{rms} 存在着可观测性,如对于 K-V 分布束,它近似为 $r_b/\sqrt{2}^{[21]}$.所以该方法易于在实验工程上实现.

表 1 5 种不同初始分布的离子束在开关参数控制条件下,1000 个周期后取值的有无控制结果比较

初始粒子分布形式	H_{max} 控制	r_{max}/r_{10} 控制	P_{av}^2 控制	$\epsilon_{av\ max}$ 控制
	有/无	有/无	有/无	有/无
K-V 分布	0.0000/0.136160	1.115918/4.354519	0.97550/2.97379	1.414788/3.736204
水袋分布	0.0000/0.094642	1.512864/3.849643	1.140945/2.05297	1.609341/3.692529
抛物线分布	0.0000/0.1393200	1.59273/4.340178	1.310862/2.97872	1.477084/3.771055
3-sigma 高斯分布	0.0000/0.113700	1.629564/4.119443	1.47023/2.470764	1.516582/3.749301
全高斯分布	0.00429/0.127760	2.984082/5.228751	1.40823/2.84703	1.62246/3.780921

图 9 是离子束初始分布满足 K-V 分布时,离子径向运动的最大半径在最后 40 个周期内的演化图.由图 9 可见,不加控制时 r_{max} 的变化剧烈,振荡幅度较大,加控制后最大半径的变化幅度有了明显减少,

振荡中心也有了明显的降低(只有无控制的 1/4 左右).这说明通过开关调节外部磁场强度、改变磁场作用力,有效抵消了离子间的相互斥力,从而抑制了离子向外散射.

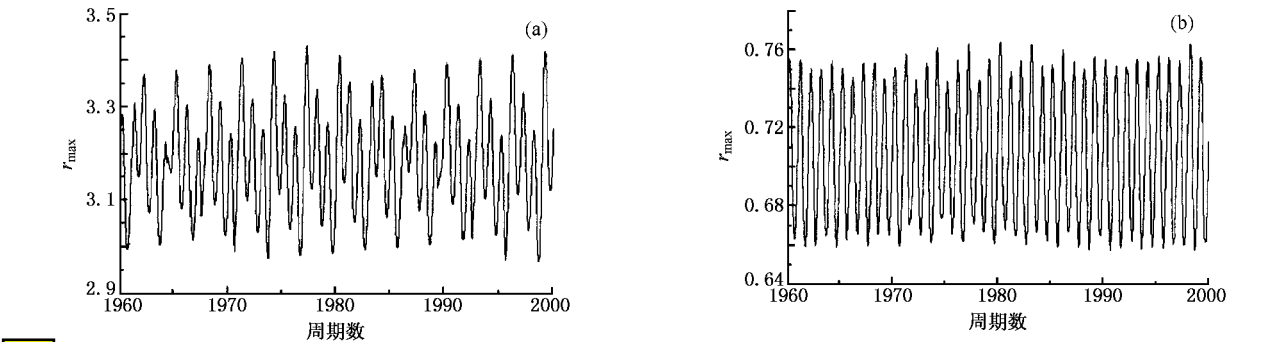


图 9 离子运动的最大半径有无开关参数控制的演化比较 (a)无控制,(b)有控制

图 10 是离子束初始分布满足 3-sigma 高斯分布时,离子运动的均方根半径在最后 40 个周期内的演化图.由图 10 可见,不加控制时离子束均方根半径

的变化无规则,加控制后振荡中心也有了明显的降低(只有无控制的 1/2 左右),且均方根半径的演化近似为 1P 周期轨道.这说明通过开关调节外部磁

场强度 ,可以大大抑制离子的混沌运动 ,并使得众离子的运动由无序向有序状态转变 .

图 11 是离子束初始分布满足 K-V 分布时 ,在有聚焦磁场参数开关调整控制条件下 ,于周期 $P = 1600$ 处束横截面上的离子分布相图 .由图 11 可见 ,

不加控制时离子的分布比较松散、很不均匀 ,束晕现象明显 ;有控制时空间分布截面被明显压缩 ,只剩原来的 $1/15$ 左右 .这说明 ,在开关参数调整控制下 ,束晕现象得到了基本消除 ,且离子分布的均匀性得到很好的改善 .

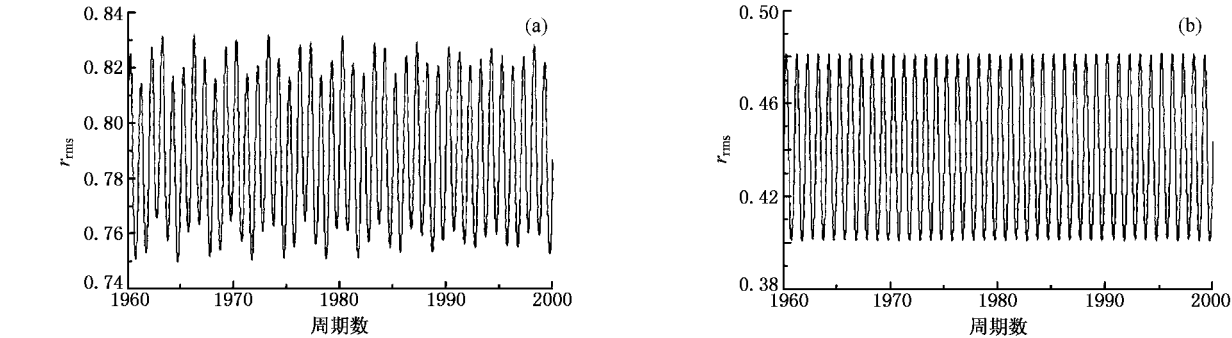


图 10 离子运动的均方根半径有无开关参数控制的演化比较 (a)无控制 ,(b)有控制

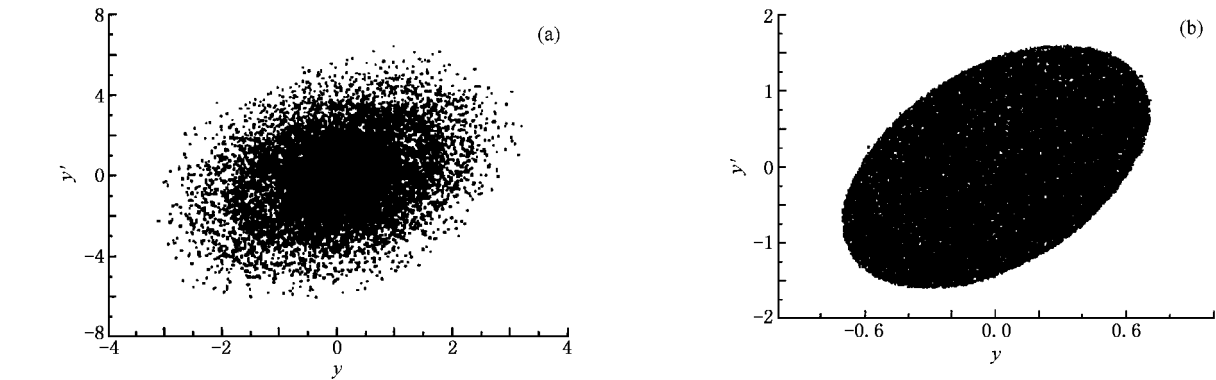


图 11 有无开关参数控制条件下 ,于 $P = 1600$ 处横截面上的离子分布相图 (a)无控制 ,(b)有控制

7. 结 语

本文在强流离子束的束包络方程和离子的运动方程基础上 ,提出了在周期性聚焦磁场通道中 ,用开关调整磁场参数实现控制束晕-混沌的方法 .我们采用 Lyapunov 函数法 [类似文献 17] ,用数值方法证明了该控制方法的有效性 .该方法能对 5 种不同初始分布离子束的束晕-混沌现象进行了有效控制 ,并使得众离子的运动由无序向有序状态转变 ,且可以

消除束晕及其再生现象 ,提高了离子束的紧密度和均匀性 ,得到了较为理想的控制效果 .该方法的主要优点在于 :反馈变量 r_{rms} 具有可观测性 ,它与外部周期性聚焦磁场之间建立直接控制联系 ,通过开关调节磁聚焦磁场强度大小 ,就可实现对强流束中束晕-混沌的控制 ,避免了控制器难以寻找和实现的困难 .所以该方法非线性控制器较为简单、易于实施 .研究结果可为实用强流离子直线加速器中周期聚焦磁场的设计和试验提供参考 .

- [1] Ding D Z 1997 *Science and Technology Review* **3** 32 (in Chinese) [丁大钊 1997 科技导报 **3** 32]
- [2] Lee S Y 1996 *Space Charge Dominated Beam and Applications of High Brightness Beam* (Woodbury , New York : AIP Press) pp10—100
- [3] Fink Y , Chen C *et al* 1997 *Phys. Rev. E* **55** 7557
- [4] Gluckstern R L 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 73
- [5] Lagniel J M 1994 *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Rev. A* **345** 46
- [6] Chen C , Davidson R C 1994 *Phys. Rev. E* **49** 5679
- [7] Okamoto H , Ikegami M 1997 *Phys. Rev. E* **55** 4694
- [8] Wang T S F 2000 *Phys. Rev. E* **61** 855
- [9] Fang J Q 2000 *Nature* **22** 63 (in Chinese) [方锦清 2000 自然杂志 **22** 63]
- [10] Fang J Q , Zhou L L , Chen G R *et al* 2001 *Progr. Nature Sci.* **11** 113 (in Chinese) [方锦清、周刘来、陈关荣等 2001 自然科学进展 **11** 113]
- [11] Fang J Q , Yu X H , Chen G R 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 2110
- [12] Fang J Q , Gao Y *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 435 (in Chinese)
- [方锦清、高 远等 2001 物理学报 **50** 435]
- [13] Zhu L W , Weng J Q *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1483 (in Chinese) [朱伦武、翁甲强等 2002 物理学报 **51** 1483]
- [14] Luo X S , Wang B H *et al* 2001 *Chin. Phys.* **10** 17
- [15] Luo X S , Wang B H , Chen G R *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 988 (in Chinese) [罗晓曙、汪秉宏、陈关荣等 2002 物理学报 **51** 988]
- [16] Fang J Q , Chen G R 2003 *Progr. Phys.* **23** 321 (in Chinese) [方锦清、陈关荣 2003 物理学进展 **23** 321]
- [17] Pei L Q , Dai X L , Li B D 1998 *Sci. Chin. E* **26** 83 (in Chinese) [裴留庆、戴心来、李宝东 1998 中国科学 E **26** 83]
- [18] Gao Y , Weng J Q *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1440 (in Chinese) [高 远、翁甲强等 2001 物理学报 **50** 1440]
- [19] Batygin Y K 1998 *Phys. Rev. E* **57** 6020
- [20] Budzko A , Senichev Y 1993 *In Proceeding of the 1993 Particle Accelerator Conference* (New York : IEEE) 3642
- [21] Chen C , Davidson R C 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 2195

Control of beam halo-chaos via exterior magnetic field switching control^{*}

Gao Yuan¹⁾ Luo Xiao-Shu²⁾ Weng Jia-Qiang²⁾

¹⁾ (Department of Electronic Information and Control Engineering , Guangxi University of Technology , Liuzhou 545006 , China)

²⁾ (College of Physics and Information Technology , Guangxi Normal University , Guilin 541004 , China)

(Received 29 December 2003 ; revised manuscript received 18 March 2004)

Abstract

In this paper , the magnetic field parametric switching method for controlling the beam-halo chaos in the period-focusing channel (PFC) is studied . The law of the parametrical switching control is presented . The simulation results demonstrated that the chaotic envelope of the ion beam can be controlled well by this method . Then the method is applied to the multi-particle model with the period-focusing magnetic field channel . The PFC simulation results show that beam halo-chaos for five different kinds of beams can be controlled well . The beam halos and its regeneration can be eliminated . This method is easy to realize in experiment . The research offers a valuable reference for the design of the PFCs in the high-current linear proton accelerators .

Keywords : high-current ion beam , periodic focusing channel , halo-chaos , chaos control , switching control

PACC : 0545 , 4265J , 2990

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation (Grant Nos. 10247005 , 70071047 , 70371068) , the Natural Science Foundation of Guangxi Zhuang Autonomous Region , China (Grant No. 0135063) , the Special Foundation of the Talent Program of Guangxi Zhuang Autonomous Region , China (Grant No. 2002226) and the Science Foundation of Guangxi University of Technology , China (Grant No. 030108) .