

二维正方格子磁性光子晶体的带隙结构^{*}

车 明¹⁾ 周云松¹⁾† 王福合¹⁾ 顾本源²⁾

¹⁾ 首都师范大学物理系, 北京 100037)

²⁾ 中国科学院物理研究所, 北京 100080)

(2004 年 12 月 3 日收到, 2005 年 1 月 27 日收到修改稿)

采用平面波展开的方法计算了正方格子二维磁性光子晶体(MPC)的光子带隙结构. 散射子的形状分别为: 长方形, 正方形, 六角形和圆形. 通过调节磁导率, 填充率和散射子的旋转角度, 找到了 MPC 各种结构的最大的绝对带隙宽高比 ω_R . 研究发现, 随着磁导率的增加, MPC 绝对带隙中心频率 ω_g 单调减小, 绝对带隙宽度 $\Delta\omega$ 和其宽高比 ω_R 可能不同时达到最大值. 而随着填充率或者散射子旋转角的增加, 基本不改变 ω_g 的大小, 各种结构的 $\Delta\omega$ 和 ω_R 同时达到最大值.

关键词: 磁性光子晶体, 光子带隙结构

PACC: 4270, 7340, 7820

1. 引言

早期的光子晶体(PC)^[1]是由周期性电介质材料组成. 近些年, 人们发现半导体^[2], 液晶^[3,4], 磁性材料^[5-7]也可以用于制作 PC. 对于二维 PC, 当电磁波垂直于散射子柱体轴向传播时, 电磁场可以分解为 TE 模和 TM 模两种本征偏振模式的线性叠加, 两种模式都可能出现光子带隙(PBG), 其重叠部分称为绝对 PBG^[8-10]. 研究发现, 磁性光子晶体(MPC)的绝对 PBG 宽度和其宽高比(带隙宽度与带隙中心位置之比)远大于同种结构的非磁性光子晶体(NMPC)的宽高比^[11,12], 这是很有应用价值的性质.

尽管对二维 MPC 的研究已有很多工作, 但主要是在一些具体情况下的应用, 我们希望对二维 MPC 的绝对 PBG 有一个系统的规律性认识, 这正是本工作的目的.

2. 计算公式及模型

二维 MPC 中的电磁波满足如下的本征方程^[11]:
TE 模方程

$$\begin{aligned} & \sum_{G'} \epsilon^{-1}(G_0 - G') \mu^{-1}(G' - G) \\ & \times (K + G_0) \cdot (K + G') b_1(G) \\ & = \frac{\omega^2}{c^2} b_1(G_0), \end{aligned} \quad (1)$$

TM 模方程

$$\begin{aligned} & \sum_{G'} \epsilon^{-1}(G_0 - G') \mu^{-1}(G' - G) \\ & \times (K + G_0) \cdot (K + G') b_2(G) \times \frac{|K + G_0|}{|K + G|} \\ & = \frac{\omega^2}{c^2} b_2(G_0), \end{aligned} \quad (2)$$

其中 G 为倒格矢, K 为光波的波矢, ω 为频率, c 为真空中的光速. $b_\lambda(G)$ ($\lambda = 1, 2$) 是电磁波磁场 B 的傅里叶分量. 解出(1)(2)后得到

$$B = \sum_G \sum_{\lambda=1}^2 b_\lambda(G) e_\lambda e^{i(K+G) \cdot r}, \quad (3)$$

(3)式中的 N 是平面波展开法中采用的平面波个数. 根据参考文献[11], 当 $N = 1235$ 已经足够了.

计算模型如图 1 所示, 阴影部分是磁导率为 μ 的散射子, 空白部分是介电常数为 ϵ 的均匀电介质背景. 其中(a)为长方形散射子, (b)为正方形散射子, (c)为六角形散射子, (d)为圆形散射子, a 是晶

^{*} 国家重点基础研究发展计划(批准号: D01CB61040)和北京市教育委员会科技发展计划面上项目(批准号: KM200310028108)资助的课题.

[†] E-mail: 263zys@263.net

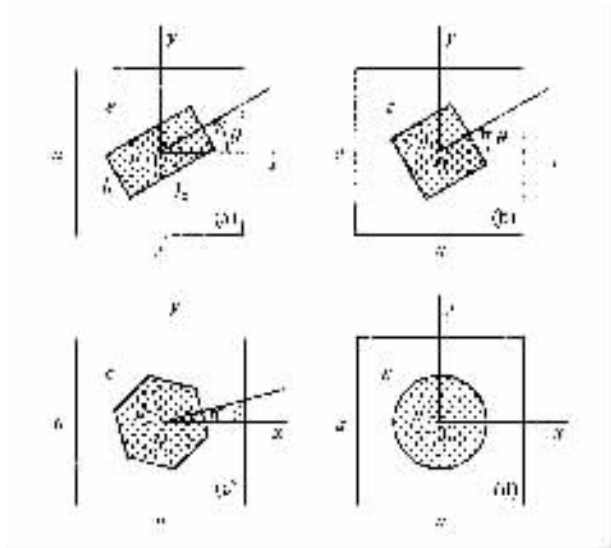


图 1 二维正方格子 MPC 示意图. 阴影部分为散射子, 外围方框为维格纳-赛茨(W-S)原胞的边界. 其中(a)为长方形散射子 (b)为正方形散射子 (c)为六角形散射子 (d)为圆形散射子

格常数, 长方形散射子的长边和短边分别为 L_b 和 L_a , θ 表示的是磁性散射子相对于水平 x 轴旋转角.

3. 计算结果及分析

3.1. 二维正方格子 MPC 的最佳参数

由于绝对 PBG 宽高比 ω_R 更能反映 PC 绝对

PBG 的本征性质, 所以本文将 MPC 各种结构的最大 ω_R 对应的参数称为最佳参数. 文献[8]在固定 $\epsilon = 12.96$ 的情况下计算了 NMPC 的绝对 PBG 结构, 通过调节填充率 f , 旋转角 θ , 得到了 NMPC 各种结构的最大绝对 PBG. 本文也在固定 $\epsilon = 12.96$ 的情况下, 将 NMPC 空气散射子中引入磁导率为 μ 的磁性材料, 重新调节 f, θ 及 μ , 得到了 MPC 各种结构的最大 ω_R , 并将各种结构对应的最佳参数列于表 1 中, 其中最后两列 $\Delta\omega'$ 与 ω'_R 对应文献[8]中的 NMPC 的结果, 注意其最佳参数没有列在表 1 中. 通过对比, 可以发现: 在同种结构中, ω_R 比 ω'_R 约大一个数量级. 原因之一是 MPC 绝对 PBG 的宽度 $\Delta\omega$ 大于 NMPC 的 $\Delta\omega'$, 但更主要的原因是 MPC 绝对 PBG 中心位置非常低. 正方形, 长方形, 六角形, 圆形散射子 NMPC 绝对 PBG 中心频率 ω_g 分别位于 0.394, 0.423, 0.484, 0.471($2\pi ca^{-1}$), 而相应 MPC 绝对 PBG 中心频率 ω_g 分别位于 0.135, 0.146, 0.140, 0.150($2\pi ca^{-1}$), 可以理解为从 NMPC 变成 MPC 的过程中, 在低频段产生了新的绝对 PBG. 其主要物理原因我们认为是引入磁性材料后加大了系统的不均匀性. 而 PBG 主要是周期性散射造成, 磁性所增强的系统的不均匀性增加了光子的散射, 这为新的绝对 PBG 的产生创造了条件. 为了了解各参数变化对绝对 PBG 的影响, 下面我们分别变化表 1 中的单个参数.

表 1 MPC 最佳参数及其对应绝对 PBG 宽度 $\Delta\omega$, 宽高比 ω_R , 其中介电常数 $\epsilon = 12.96$							
散射子	f	$\theta^{[b]}$	μ	$\Delta\omega^{[c]}$	$\omega_R(\%)$	$\Delta\omega'^{[c]}$	$\omega'_R/\%$
长方形 ^[a]	0.525	45	12.96	0.082	60.7	0.030	7.6
正方形	0.600	30	10.24	0.076	52.1	0.063	14.9
六角形	0.690	15	11.56	0.072	51.4	0.015	3.1
圆形	0.690	-	9.00	0.076	50.7	0.024	5.1

[a] $L_a/L_b = 0.84$ [b] 单位: 度 [c] 单位: ($2\pi ca^{-1}$).

3.2. 磁导率对 MPC 绝对 PBG 的影响

首先固定表 1 给出的其它最佳参数, 只是将 MPC 的磁导率 μ 从 1.00 变化到 16.00, 各种结构 MPC 的绝对 PBG 参数随 μ 的变化的计算结果如图 2 所示. (a) (b) (c) 和 (d) 分别是长方形, 正方形, 六角形及圆形散射子的计算结果. 图中圆点, 空心圆圈及方块分别对应 $\Delta\omega$, ω_g 及 ω_R . 相应的大小分别由图中箭头指向的纵轴读出. 后面所有图中的编号及线形的意义都和图 2 一致, 以后不再重复说明.

对于长方形散射子(见图 2(a)), $\Delta\omega$ 和 ω_g 曲线可以分为两个部分. 在 $\mu < 2.00$ 的区域, $\Delta\omega$ 较小, ω_g 较大, ω_R 较小, 所以绝对 PBG 结构不够理想. 在 $\mu > 2.00$ 的区域, 随着 μ 的增加, $\Delta\omega$ 逐渐增加, 同时 ω_g 逐渐减小, 即 ω_R 逐渐增大. 在 $\mu = 11.56$ 时候, $\Delta\omega$ 达到最大值, 此时 $\Delta\omega = 0.083(2\pi ca^{-1})$, $\omega_g = 0.14(2\pi ca^{-1})$, $\omega_R = 58.7\%$, 但是 ω_R 并没有达到最大值. 当 $\mu > 11.56$, $\Delta\omega$ 逐渐减小, ω_g 继续减小, ω_R 继续增大. $\mu = 12.96$ 时, ω_R 达到最大值, 此时 $\Delta\omega = 0.082(2\pi ca^{-1})$, $\omega_g = 0.135(2\pi ca^{-1})$, $\omega_R =$

60.7%. 当 $\mu > 12.96$ 以后, 随着 μ 的增加, ω_R 逐渐减小. 再看图 2(b), 正方形散射子同样是以 $\mu = 2.00$ 为分界线, 在 $\mu < 2.00$ 的时候, 绝对 PBG 结构不够理想. 在 $\mu > 2.00$ 的时候, $\Delta\omega$ 和 ω_g 的变化规律类

似于长方形散射子, 不同的是 ω_R . 当 $\mu = 10.24$, $\Delta\omega$ 和 ω_R 都达到最大值, 此时 $\Delta\omega = 0.076(2\pi ca^{-1})$, $\omega_g = 0.14(2\pi ca^{-1})$, $\omega_R = 52.1\%$.

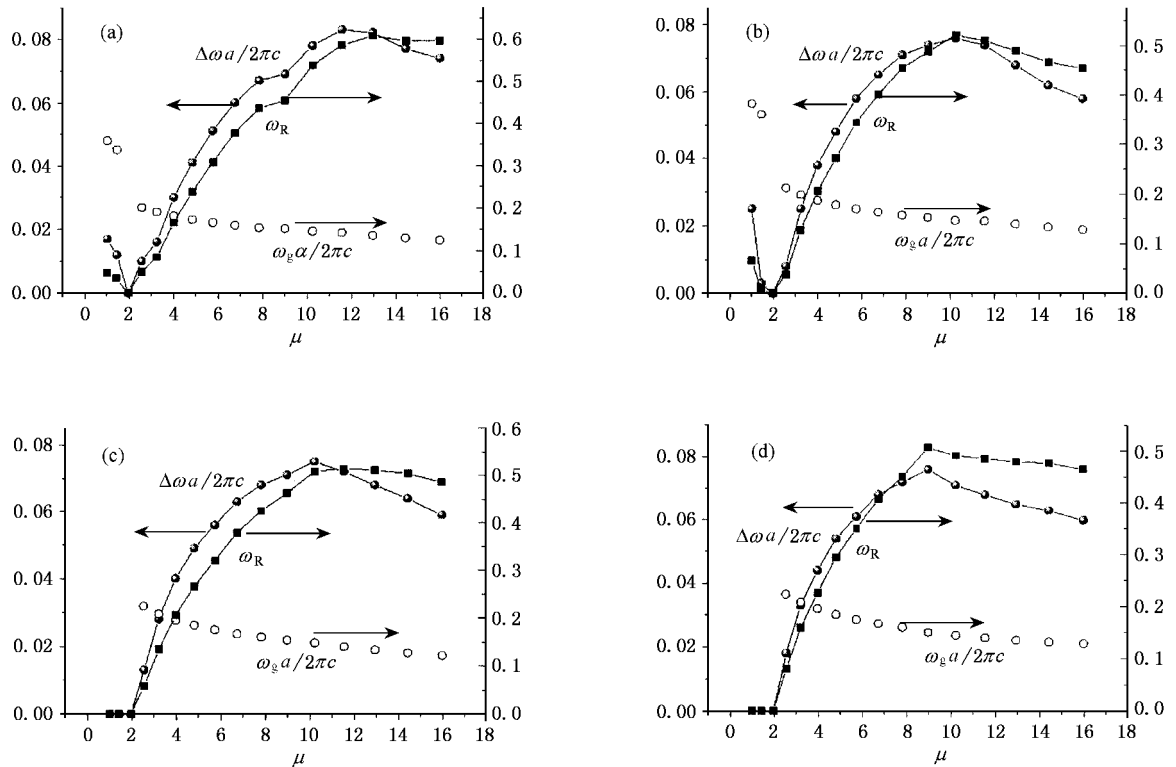


图2 正方形 MPC 的绝对 PBG 宽度 $\Delta\omega$, 绝对 PBG 中心频率 ω_g 及绝对 PBG 宽高比 ω_R 随磁导率 μ 变化图, 其它参数和表 1 相同. (a), (b) (c) 和 (d) 分别是长方形, 正方形, 六角形及圆形散射子的计算结果, 图中圆点, 空心圆圈及方块分别对应 $\Delta\omega$, ω_g 及 ω_R

而对于六角形和圆形散射子, 在 $\mu < 2.00$ 的区域并没有出现绝对 PBG, 在 $\mu > 2.00$ 的区域, 六角形散射子的 $\Delta\omega$, ω_g 和 ω_R 的变化规律(见图 2(c))类似于长方形散射子. $\mu = 10.24$ 时, 六角形散射子 $\Delta\omega$ 达到最大值 $0.075(2\pi ca^{-1})$, $\omega_g = 0.14(2\pi ca^{-1})$, 但是 $\omega_R = 50.8\%$, 并非最大值. 当 $\mu = 11.56$, ω_R 达到最大值 51.4% , 此时 $\Delta\omega = 0.072(2\pi ca^{-1})$, $\omega_g = 0.14(2\pi ca^{-1})$. 圆形散射子的变化规律(见图 2(d))类似于正方形散射子, $\mu = 9.00$ 时候, 圆形散射子 $\Delta\omega$ 和 ω_R 同时达到最大值, 相应的 $\Delta\omega = 0.076(2\pi ca^{-1})$, $\omega_g = 0.15(2\pi ca^{-1})$, $\omega_R = 50.7\%$.

对比上面的结果, 可以发现四种形状的散射子都是从 $\mu > 2.00$ 开始在 $0.200-0.23(2\pi ca^{-1})$ 的位置产生一个新的绝对 PBG, 而 NMPC 的 ω_g 一般在 $0.380-0.49(2\pi ca^{-1})$ 处^[8], 可见 MPC 的第一绝对 PBG 的位置非常低. 随着 μ 的增加, ω_g 单调下降,

$\Delta\omega$ 和 ω_R 先是逐渐增大, 到达最大值后又逐渐减小, 正方形和圆形散射子是 $\Delta\omega$ 和 ω_R 同时达到最大值, 长方形和六角形散射子则不是. 另外还发现长方形散射子的 ω_R 最大, 圆形散射子的 ω_R 最小, 其物理原因主要是长方形散射子的对称性最低.

3.3. 填充率对 MPC 绝对 PBG 的影响

保持表 1 所列的其它参数不变, f 从小逐渐增大到最大允许值, 计算结果如图 3 所示. 其中 (a), (b) (c) (d) 中的 f 的最小值对应绝对 PBG 刚刚打开时的填充率, f 分别等于 $0.245, 0.320, 0.420, 0.360$. 图 3 各小图有共同的特点, 即 ω_g 基本保持在 $0.14(2\pi ca^{-1})$ 左右, 没有明显变化, 所以 ω_R 的变化规律主要由 $\Delta\omega$ 的变化决定, 最显著的特点就是 $\Delta\omega$ 和 ω_R 同时达到最大值, 这些极值分别为: 长方形散射子 $f = 0.525$ 的时候, $\Delta\omega = 0.082(2\pi ca^{-1})$, $\omega_g =$

$0.135(2\pi ca^{-1})$, $\omega_R = 60.7\%$. 正方形散射子, $f = 0.600$ 的时候, $\Delta\omega = 0.076(2\pi ca^{-1})$, $\omega_g = 0.152(2\pi ca^{-1})$, $\omega_R = 52.1\%$. 六角形散射子, $f = 0.690$ 的

时候, $\Delta\omega = 0.072(2\pi ca^{-1})$, $\omega_g = 0.140(2\pi ca^{-1})$, $\omega_R = 51.4\%$. 圆形散射子, $f = 0.690$ 的时候, $\Delta\omega = 0.076(2\pi ca^{-1})$, $\omega_g = 0.150(2\pi ca^{-1})$, $\omega_R = 50.7\%$.

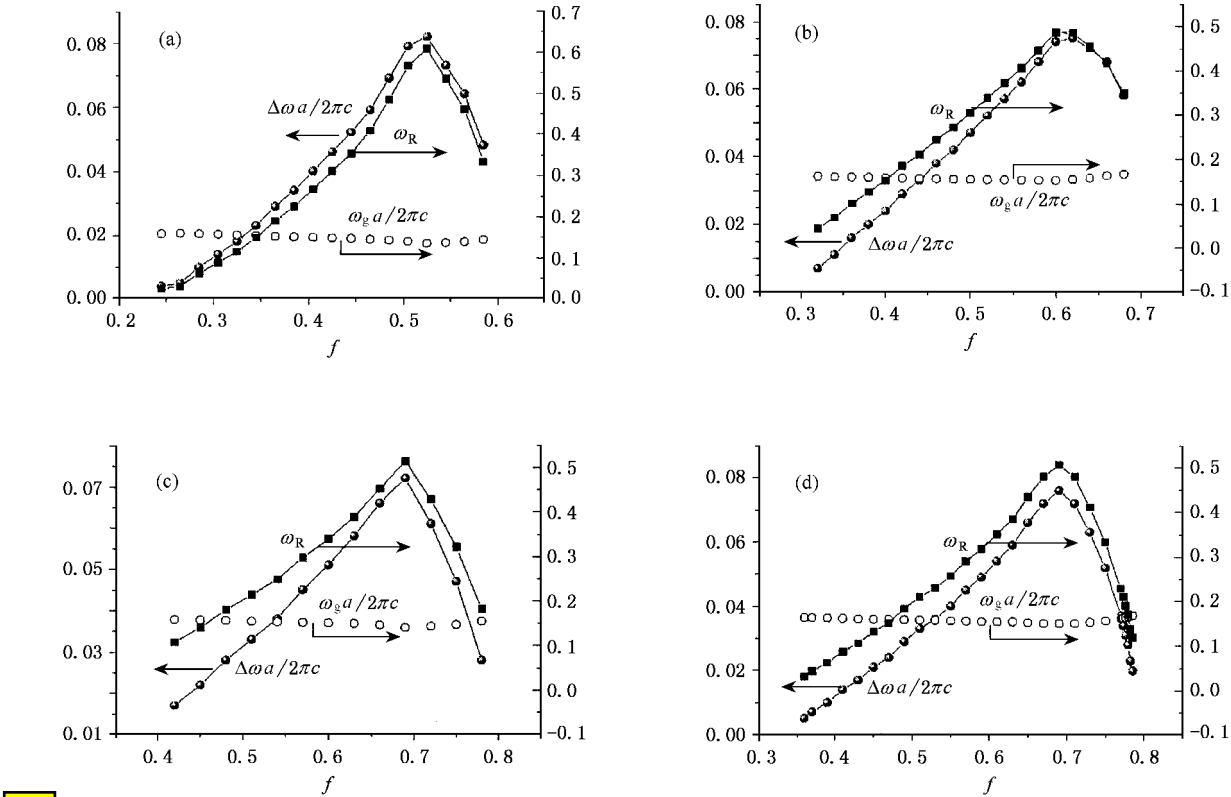


图3 正方格子 MPC 的绝对 PBG 宽度 $\Delta\omega$, 绝对 PBG 中心频率 ω_g 及绝对 PBG 宽高比 ω_R 随填充率 f 变化图, 其它参数和表 1 相同. (a) (b), (c) 和 (d) 分别是长方形, 正方形, 六角形及圆形散射子的计算结果, 图中圆点, 空心圆圈及方块分别对应 $\Delta\omega$, ω_g 及 ω_R .

比较 3.2 和 3.3 中的计算结果(比较图 2 和图 3), 可以发现共同点: 随着 μ 或者 f 的增加, $\Delta\omega$ 和 ω_R 都是先上升到最大值后再下降. 但是两者也有不同点: μ 增加时, ω_g 单调下降, 这就造成了 $\Delta\omega$ 和 ω_R 不同时达到最大值. 而 f 增大时, ω_g 基本不变, 所以 $\Delta\omega$ 和 ω_R 同时达到最大值.

3.4. 旋转角度对 MPC 绝对 PBG 的影响

仿照 3.2, 3.3 的讨论, 当 θ 单独变化时, 绝对 PBG 各参数变化如图 4 所示, 与图 3 相同, ω_g 基本保持在 $0.140(2\pi ca^{-1})$ 左右, 没有明显变化, ω_R 的变化规律主要由 $\Delta\omega$ 的变化决定, $\Delta\omega$ 和 ω_R 同时达到最大值, 分别是: 长方形散射子, $\theta = 45^\circ$ 的时候, $\Delta\omega = 0.082(2\pi ca^{-1})$, $\omega_g = 0.135(2\pi ca^{-1})$, $\omega_R = 60.7\%$. 正方形散射子, $\theta = 30^\circ$ 的时候, $\Delta\omega = 0.076(2\pi ca^{-1})$, $\omega_g = 0.152(2\pi ca^{-1})$, $\omega_R = 52.1\%$. 六角形

散射子, $\theta = 15^\circ$ 的时候, $\Delta\omega = 0.072(2\pi ca^{-1})$, $\omega_g = 0.140(2\pi ca^{-1})$, $\omega_R = 51.4\%$.

综上所述, 绝对 PBG 宽度 $\Delta\omega$ 随着 μ , f , θ 的增加, 都有先上升到最大值后再下降的过程. 但是 f 和 θ 这两个几何参数的变化基本不改变 ω_g , 而 μ 这个物理参数的增大会单调降低 ω_g , 这就造成了 $\Delta\omega$ 和 ω_R 可能不同时达到最大值, 但无论如何 ω_R 的最大值都是存在的.

4. 结 论

采用平面波展开的方法计算了正方格子二维 MPC 的绝对 PBG 结构. 结果表明: 长方形散射子的 ω_R 最大, 圆形散射子 ω_R 最小. 从 NMPC 变化到 MPC 的过程中, 从 $\mu > 2.00$ 开始在低频段产生了新的绝对 PBG, 其绝对 PBG 宽高比远大于同种结构的

NMPC 的绝对 PBG 宽高比. 随着物理参量 μ 的增加, 各种结构的 ω_g 都单调减小 $\Delta\omega$ 和 ω_R 先是增加

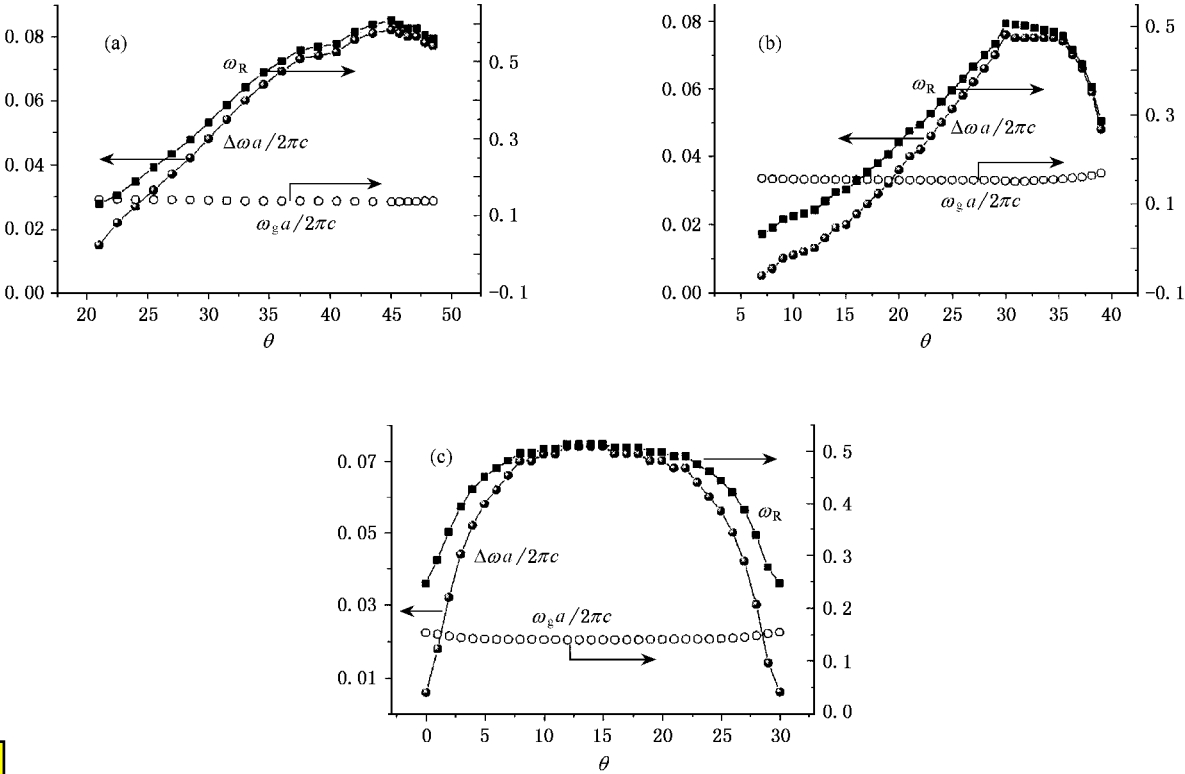


图 4 正方格子 MPC 的绝对 PBG 宽度 $\Delta\omega$ 绝对 PBG 中心频率 ω_g 及绝对 PBG 宽高比 ω_R 随旋转角 θ 变化图 其它参数和表 1 相同.(a)(b) 和(c)分别是长方形,正方形及六角形散射子的计算结果,图中圆点,空心圆圈及方块分别对应 $\Delta\omega$, ω_g 及 ω_R

到最大值后再减小 $\Delta\omega$ 和 ω_R 可能不同时达到最大值. 而几何参量 f, θ 变大时, 基本不改变各种结构的 ω_g $\Delta\omega$ 和 ω_R 同样先增加到最大值后再减小, 但 $\Delta\omega$ 和 ω_R 同时达到最大值.

[1] Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059
[2] McGurn A R and Maradudin A A 1993 *Phys. Rev. B* **48** 17576
[3] Busch K, John S 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 967
[4] Leonard S W, Mondia J P, van Driel H M *et al* 2000 *Phys. Rev. B* **61** R2389
[5] Sigalas M M, Soukoulis C M, Biswas R and Ho K M 1997 *Phys. Rev. B* **56** 959
[6] Kee C S, Kim J E and Park H Y 2000 *Phys. Rev. B* **61** 15523
[7] Figotin A and Vitebsky I 2001 *Phys. Rev. E* **63** 066609
[8] Wang R Z, Wang X H, Gu B Y and Yang G Z 2001 *J. Appl. Phys.* **90** 4307
[9] Zhou Y S, Gu B Y and Wang F H 2003 *J. Phys. Condensed Matter* **15** 4109
[10] Zhang H T, Gong M L, Wang D S, Li W and Zhao D Z 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2060 (in Chinese)[张海涛、巩马理、王东生、李伟、赵答尊 2004 物理学报 **53** 2060]
[11] Zhou Y S, Gu B Y and Wang F H 2004 *Eur. Phys. J. B* **37** 293
[12] Che M, Gu B Y, Wang F H and Zhou Y S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2096 (in Chinese)[车明、顾本源、王福合、周云松 2005 物理学报 **54** 2096]

PBG structures of two-dimensional magnetic photonic crystals in square lattice ^{*}

Che Ming¹⁾ Zhou Yun-Song^{1)†} Wang Fu-He¹⁾ Gu Ben-Yuan²⁾

¹⁾ *Department of Physics, Capital Normal University, Beijing 100037, China*

²⁾ *Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*

(Received 3 December 2004 ; revised manuscript received 27 January 2005)

Abstract

Photonic band gap (PBG) structures of the two-dimensional magnetic photonic crystals (MPCs) are calculated by use of the plane-wave expansion method. The MPCs consist of magnetic pillars in rectangular, square, hexagonal and circular shapes, respectively embedded in dielectric medium in a square lattice. The optimal MPC samples that possess the largest gap-mid gap ratio for each type of MPC are obtained by scanning the three parameters (permeability, filling factor and rotating angle). The changes of the PBG structures are investigated when varying independently each parameter and fixing the others. Calculated results show that the frequency in the middle of the PBG hardly changes with the variation in filling factor or rotating angle, but decreases monotonically with the increase of the permeability. The PBG width increases to a top value and then decreases with the increase of each parameter.

Keywords : magnetic photonic crystals, photonic band gap

PACC : 4270, 7340, 7820

^{*} Project supported by Chinese National Key Basic Research Special Fund (Grant No. 001CB61040) and by the Foundation of Beijing Educational Commission, China (Grant No. KM200310028108).

[†] E-mail : 263zys@263.net