第 55 卷 第 4 期 2006 年 4 月
1000-3290/2006/55(04)/1666-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.55,No.4,April,2006

混沌时间序列多步自适应预测方法

孟庆芳[1)] 张 强[2)] 牟文英[1)]

1)(山东大学信息科学与工程学院,济南 250100)

2)(济南市半导体元件实验所,济南 250014)

(2005 年 7 月 5 日收到;2005 年 10 月 25 日收到修改稿)

针对混沌时间序列局域自适应预测方法在多步预测中预测器系数无法调节的问题,根据混沌时间序列的短期可预测性及自适应算法的自适应跟踪混沌运动轨迹的特点,提出了混沌时间序列多步自适应预测方法.仿真结果表明,此方法的多步预测性能明显好于局域自适应预测方法的多步预测性能.

关键词:多步自适应预测方法,局域自适应预测方法,混沌时间序列

PACC:0545

1.引 言

混沌现象是自然界中广泛存在的一种不规则运动,是一种由确定的非线性动力系统生成的复杂行为.混沌信号的特性使其在信号处理、通信、控制、社会经济、生物医学等领域中有着越来越重要的应用.随着混沌理论和应用技术研究的不断深入,混沌系统的建模和混沌信号的预测已成为混沌信息处理领域中近几年来的一个重要研究热点.

目前混沌时间序列预测方法主要包括:全局预测法、局域预测法[1]、自适应预测法[2—5]和局域自适应预测法[6—8].加权一阶局域预测法是目前最常用的一种预测方法,但是该方法仅根据空间距离加权,在未来的研究中应发展更能反映数据间内在关系的加权方法.局域自适应预测法则用自适应的方法调节权值,其预测性能大大提高,但是该方法在进行多步预测时,因为真实值未知而无法调节预测器参数,所以还不能充分利用自适应算法的优势.

针对局域自适应预测方法在多步预测中无法调节预测器参数的不足,根据混沌时间序列的短期可预测性及自适应算法的自适应跟踪混沌运动轨迹的特点,本文提出了多步自适应预测方法,该方法在真实值未知的情况下在多步预测中仍能继续调节预测器参数.

2.混沌时间序列预测方法

混沌系统对初值敏感的特性使混沌系统输入的变化能迅速地反映在输出中,所以混沌模型更接近现实世界的情况,即混沌理论提供了一种更符合现实世界情况的非线性建模方法.相空间重构是用动力系统方法分析非线性时间序列的基础,也是一种非线性建模方法.假设观测到的混沌时间序列为 $\{x(t), t = 1,2,\cdots,N\}$,由延迟坐标相空间重构法可得延迟矢量和轨迹矩阵为

$$X = [X_1, X_2, \cdots, X_L] = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \cdots & x(L) \\ x(1+\tau) & x(2+\tau) & \cdots & x(L+\tau) \\ \\ x(1+(m-1)\tau) & x(2+(m-1)\tau) & \cdots & x(L+(m-1)\tau) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中,m 为嵌入维数,τ 为延迟时间,$L = N - (m-1)\tau$.

全局预测法用全部已知数据来拟合动力方程,由于动力方程难以拟合,所以该方法较少用到.

局域预测法[1]通过对最后一个延迟矢量 X_L 的邻域内的最近几个点及其 1 次迭代后的像进行线性

拟合来得到对未来值 $x(N+1)$ 的预测值. 其中，零阶局域预测法通过对延迟矢量 X_L 的邻域内的最近几个点的 1 次迭代后的像进行线性拟合来得到对未来值 $x(N+1)$ 的预测值，一阶局域预测法通过拟合出延迟矢量 X_L 的邻域内的几个最近点和其 1 次迭代后的像的线性对应关系来得到对未来值 $x(N+1)$ 的预测值. 将邻域内的最近几个点与中心点之间的空间距离作为一个拟合参数引入局域预测过程，相应地可得到加权零阶局域预测法和加权一阶局域预测法.

自适应预测法[2—5] 只需很少的训练样本就能对混沌序列做出很好的预测，所以该方法能自适应地跟踪混沌的运动轨迹. 该方法预测精度较高，适合小数据量的情况，便于实际应用. 现有的文献主要研究了该方法的一步预测性能，对于该方法的多步预测性能讨论甚少.

局域自适应预测法[6—8] 通过对延迟矢量 X_L 的邻域内的最近几个点的 T 次迭代后的像进行自适应拟合来得到对未来值 $x(N+T)$ 的预测值，其中 T 为预测步长. 该方法结合了局域法和自适应法的优点，预测性能大大提高. 该方法也可看作对加权零阶局域法的改进，即对中心点的邻近点不是进行线性拟合，而是进行自适应拟合. 但是，现有的文献仅使用了线性模型和线性自适应算法. 线性自适应算法虽然好于基于空间距离的加权方法，但是不太适合非线性系统. 在未来的研究中，应选用更适合混沌系统的预测模型和自适应算法，如文献[2—5] 中提到的预测模型和自适应算法.

局域自适应预测方法在单步预测时预测精度高. 但是在多步预测时，由于将来值未知，无法计算预测误差，无法调节预测器参数，所以随着预测步长的增加，预测器参数将不再适合对将来值的预测.

当 $T=1,2,3,\cdots$ 时，仅对一个将来值进行的预测称为单步预测. T 步预测将用到第 T 个将来值之前的将来值. 相应地，对多个将来值进行的预测称为多步预测.

3. 多步自适应预测方法

3.1. 基本思想

混沌系统对初值敏感，所以混沌时间序列长期不可预测. 但是混沌系统是由非线性机制决定的确定性系统，混沌系统内部存在确定性规律，所以混沌时间序列短期可预测，且预测精度高，预测误差在可预测尺度范围内变化平缓且绝对值较小，之后将急剧增大. 已有研究表明局域自适应预测法的单步预测精度高，即预测步长 T 在可预测尺度范围内取值时，局域自适应预测法预测误差的绝对值较小且相差不大.

针对局域自适应预测方法在多步预测中预测器系数无法调节的问题，根据局域自适应预测方法单步预测精度高的特点和自适应算法在多步预测中能自适应地跟踪混沌运动轨迹的特点，本文提出了混沌时间序列多步自适应预测方法. 该方法的基本思想为：首先令预测步长 $T=1$，用局域自适应预测模型对已知序列进行 1 步预测，由延迟矢量 X_L 得到对第 1 个将来值的预测值 $\hat{x}_{T=1}(N+1)$. 然后令预测步长 $T=2$，用局域自适应预测模型对已知时序进行 2 步预测，其中由延迟矢量 X_{L-1} 得到对第 1 个将来值的预测值 $\hat{x}_{T=2}(N+1)$，并由误差 $e(N+1)=\hat{x}_{T=1}(N+1)-\hat{x}_{T=2}(N+1)$ 最后一步调节预测器系数，由延迟矢量 X_L 得到对第 2 个将来值的预测值 $\hat{x}_{T=2}(N+2)$. 再令预测步长 $T=3$，用局域自适应预测模型对已知时序进行 3 步预测，其中由延迟矢量 X_{L-1} 得到对第 2 个将来值的预测值 $\hat{x}_{T=3}(N+2)$，并由误差 $e(N+2)=\hat{x}_{T=2}(N+2)-\hat{x}_{T=3}(N+2)$ 最后一步调节预测器系数，由延迟矢量 X_L 得到对第 3 个将来值的预测值 $\hat{x}_{T=3}(N+3)$. 再分别令预测步长 $T=4,5,6,\cdots$，分别得到对第 4 个、第 5 个、第 6 个…将来值的预测值，并用上一步中得到的预测值对预测器系数进行最后一次调节. 该算法的优点是根据已知样本得到对将来值的预测值并根据上一步预测值 $\hat{x}_{T=i}(N+i)$ 与下一步预测值 $\hat{x}_{T=i+1}(N+i)$ 之差最后一步自适应调节滤波器系数.

3.2. 算法描述

用局域自适应预测模型对已知序列进行单步预测时，首先需要知道延迟矢量 X_n 的邻域内的最近几个点. 根据重构轨迹，计算延迟矢量 X_n 与前面的 $n-1$ 个延迟矢量 $X_i\,(i=1,2,3,\cdots,n-1)$ 的距离

$$d(i)=\|X_i-X_n\|_2. \tag{2}$$

找出 m 个最近点的 T 次迭代后的像 $x_j^*(n+(m-1)\tau)\,(j=1,2,3,\cdots,m)$，组成重排矢量 X_n^*，

$$X_n^* = \begin{bmatrix} x_1^*(n+(m-1)\tau) \\ x_2^*(n+(m-1)\tau) \\ \vdots \\ x_m^*(n+(m-1)\tau) \end{bmatrix}. \tag{3}$$

然后根据 $x_j^*(n+(m-1)\tau)(j=1,2,3,\cdots,m)$,进行线性自适应预测,得

$$\begin{aligned} &\hat{x}_T(n+(m-1)\tau+T) \\ &= \sum_{j=1}^{m} w_j(n+(m-1)\tau)x_j^*(n+(m-1)\tau). \end{aligned} \tag{4}$$

根据最陡下降原理,可得递推公式为

$$\begin{aligned} &e(n+(m-1)\tau+T) \\ &= x(n+(m-1)\tau+T) \\ &\quad - \hat{x}_T(n+(m-1)\tau+T), \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} &w_j(n+(m-1)\tau+1) \\ &= w_j(n+(m-1)\tau) \\ &\quad + 2\mu e(n+(m-1)\tau+T) \\ &\qquad (j=1,2,3,\cdots,m), \end{aligned} \tag{6}$$

其中 μ 为控制算法收敛的系数.

混沌时间序列多步自适应预测方法的基本步骤如下:

(1) 根据(1)式重构已知 N 点序列的轨迹并令 $i=1$.

(2) 令预测步长 $T=i$.

(3) 根据(2)—(6)式,用局域自适应预测模型对已知序列进行 i 步预测,最后由延迟矢量 X_L 得到对第 i 个将来值的预测值 $\hat{x}_{T=1}(N+i)$,并把 $\hat{x}_{T=i}(N+i)$加入原始序列,即令 $x(N+i)=\hat{x}_{T=i}(N+i)$.

(4) $i=i+1$,转步骤(2).

(5) 输出对将来值的多步预测值 $\hat{x}_{T=1}(N+i)$ $(i=1,2,3,\cdots,K)$.

该算法令预测步长 T 分别取 1,2,3,…,分别得到对第 T 个将来值的预测值 $\hat{x}_T(N+T)$. 该算法根据已知样本得到对将来值的预测值并根据上一步预测值 $\hat{x}_{T=i}(N+i)$与下一步预测值 $\hat{x}_{T=i+1}(N+i)$之差自适应调节滤波器系数. 在多步预测中,虽然将来值未知,但是该算法仍能继续调节预测器系数. 并且用这种多步自适应预测算法对第 T 个将来值的预测误差与局域自适应预测法的 T 步预测误差满足线性关系.

4. 仿真结果及讨论

下面就这种多步自适应预测方法对混沌时间序列的多步预测性能进行仿真研究. 仿真数据采用 Lorenz 模型生成的混沌时间序列. Lorenz 模型为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y-x), \\ \dot{y} &= x(R-z)-y, \\ \dot{z} &= xy-bz, \end{aligned} \tag{7}$$

式中,$\sigma=16$,$R=45.92$,$b=4$. 用四阶 Runge-Kutta 算法求解获得 10800 点数据,取其后 2800 点数据作为仿真数据,然后按下式对混沌时间序列进行归一化处理:

$$x(i) = \frac{z(i)-\min(z(i))}{\max(z(i))-\min(z(i))}, \tag{8}$$

式中,$\{z(i)\}$为原始混沌时间序列,$\{x(i)\}$为归一化混沌时间序列. 在本文的数值仿真中,迭代步长 μ 一律取为 0.002,混沌时间序列的总长度为 N.

取 $\{x(i)\}$前 1800 个点作为训练样本,并用其后 800 个点训练局域自适应预测模型,对最后 1000 点归一化混沌时间序列进行单步预测. 以预测均方误差 e_{m} 和相对误差 e_{r} 作为评测标准,仿真结果如图 1 所示.

$$e_{\mathrm{m}} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}|x(k)-\hat{x}(k)|^2, \tag{9}$$

$$e_{\mathrm{r}} = \frac{\sum_{k=1}^{N}[\hat{x}(k)-x(k)]^2}{\sum_{k=1}^{N}x^2(k)}. \tag{10}$$

取原始混沌时间序列前 1800 个点作为训练样本,并用其后 800 个点训练局域自适应预测模型,用局域自适应预测法对其后 100 点进行多步预测,用多步自适应预测法对其后 200 点进行多步预测. 仿真结果如图 2 所示. 其中预测的绝对误差定义为

$$e(n) = x(n)-y(n). \tag{11}$$

在图 2 中,为了比较而列出了实际值,它们没有参与多步预测过程. 图 1、图 2 的横坐标 n 为预测步数,纵坐标 $x(n)$为实际值,$y(n)$为预测值.

从图 1 可以看出,局域自适应预测模型能够有效地单步预测混沌时间序列,单步预测精度高、均方误差和相对误差都很小. 其中 1 步预测的均方误差 e_{m} 和相对误差 e_{r} 的数量级分别为 10^{-5}和 10^{-4},分别比文献[7]中的最小数量级 10^{-3}和 10^{-2}低 2 个数量级. 30 步预测的均方误差和相对误差也都很小. 90 步的预测值与真实值的偏差也不大,预测误差也较小. 而 100 步的预测值与真实值的偏差较大,预测误差也较大.

从图 2(a),(b)可以看出,局域自适应预测法对

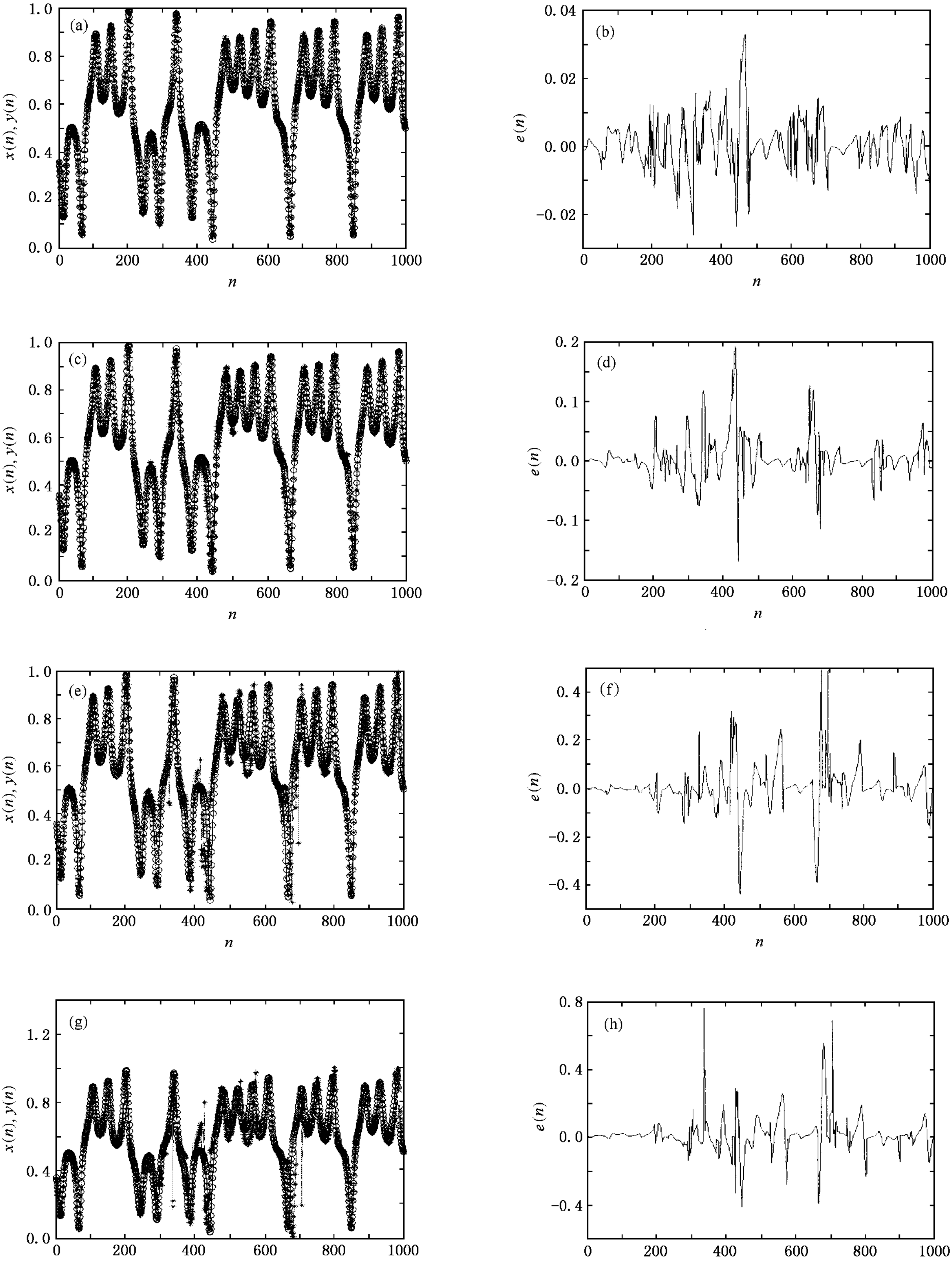

图 1　局域自适应预测模型对 Lorenz 系统 x 分量混沌序列的预测结果　(a) 1 步预测的真实值与预测值,(b) 1 步预测的绝对误差,(c) 30 步预测的真实值与预测值,(d) 30 步预测的绝对误差,(e) 90 步预测的真实值与预测值,(f) 90 步预测的绝对误差,(g) 100 步预测的真实值与预测值,(h) 100 步预测的绝对误差. 1 步预测结果:$e_{\mathrm{m}} = 5.1496 \times 10^{-5}$, $e_{\mathrm{r}} = 1.3187 \times 10^{-4}$;30 步预测结果:$e_{\mathrm{m}} = 0.0012$,$e_{\mathrm{r}} = 0.0031$;90 步预测结果:$e_{\mathrm{m}} = 0.0078$,$e_{\mathrm{r}} = 0.0200$;100 步预测结果:$e_{\mathrm{m}} = 0.0104$,$e_{\mathrm{r}} = 0.0267$. —○—为实际值 $x(n)$,—×—为预测值 $y(n)$

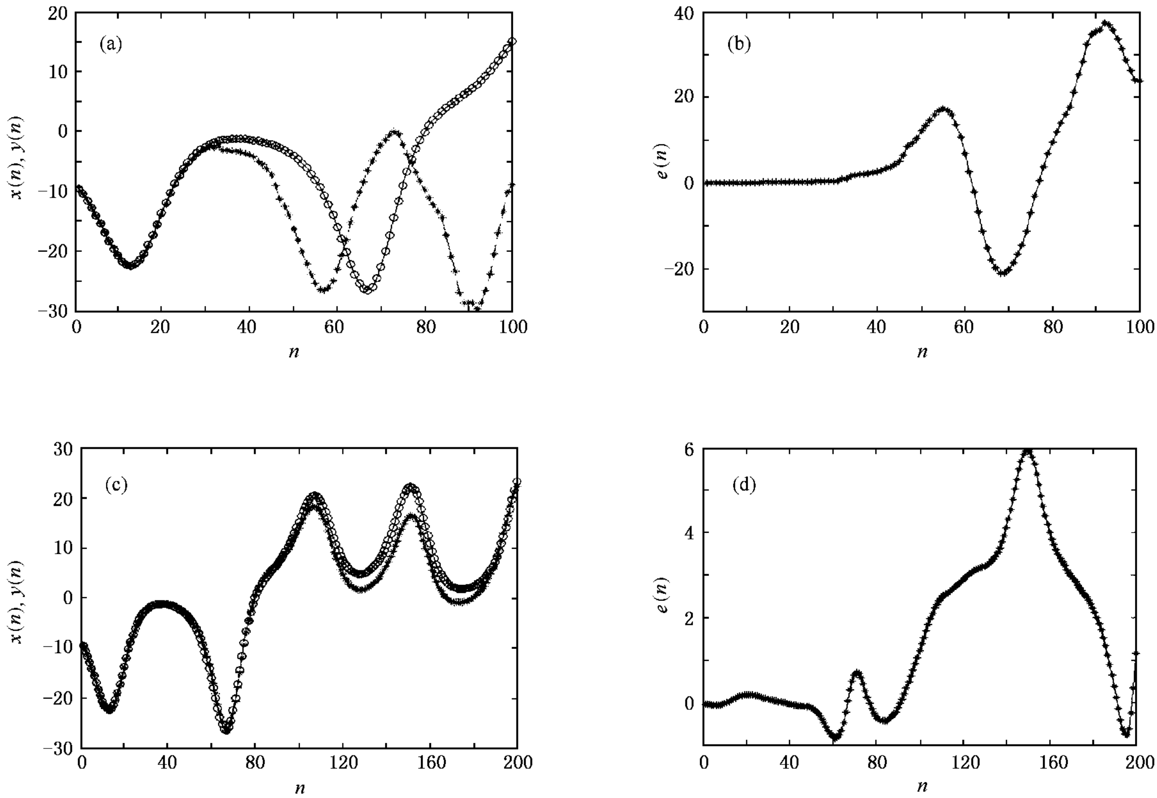

图 2 Lorenz 系统 x 分量混沌序列的多步预测结果 (a)局域自适应法的真实值与预测值,(b)局域自适应法的绝对误差,(c)多步自适应法的真实值与预测值,(d)多步自适应法的绝对误差. —○— 为实际值 $x(n)$,—*— 为预测值 $y(n)$

Lorenz 模型 x 分量生成时间序列的预测误差在 31 步之内变化非常平缓且绝对值较小.预测误差在前 31 步内的最大值为 0.4637,从第 32 步开始就急剧增大.这说明局域自适应预测法对该时间序列的预测在 31 步之内是有效的.可见由于预测器系数无法调节,局域自适应预测法在多步预测中在 31 步之后已无法自适应地跟踪混沌系统的运动轨迹.

从图 2(c),(d)可以看出,多步自适应预测法对 Lorenz 模型 x 分量生成时间序列的多步预测值在 97 步之内与真实值的偏差很小,绝对误差在 97 步之内变化平缓且绝对值较小,从第 98 步开始急剧增大.绝对误差在前 50 步内的最大值仅为 0.1796,在第 51 步至第 97 步之间在 −0.8376—0.7096 之间变化.这说明多步自适应预测法对 Lorenz 模型 x 分量生成时间序列的多步预测在 97 步之内是有效的.可见多步自适应预测法克服了在多步预测中预测器系数无法调节的不足,其多步预测性能明显好于局域自适应预测法的多步预测性能.

从图 1 还可以看出,100 步预测误差明显大于 1 步、30 步和 90 步预测误差.从图 2(c),(d)可见,多步自适应预测第 98 步之后的预测值开始偏离真实值.可见多步自适应预测第 100 步的预测误差与 100 步预测误差相关.

5.结 论

根据混沌时间序列的短期可预测性和自适应算法能自适应地跟踪混沌的运动轨迹的特点,基于局域自适应预测模型,提出了多步自适应预测算法.仿真结果表明 这种多步自适应预测算法的多步预测性能明显好于局域自适应预测算法的多步预测性能,并且该算法适合小数据量的情况.

[1] Ding T,Zhou H C 2004 *Sys*. *Engn*. *Electron*. **26** 338(in Chinese)[丁 涛、周惠成 2004 系统工程与电子技术 **26** 338]

[2] Zhang J S,Xiao X C 2000 *Acta Phys*. *Sin*. **49** 403(in Chinese)[张家树、肖先赐 2000 物理学报 **49** 403]

[3] Zhang J S，Xiao X C 2000 *Acta Phys*. *Sin*. **49** 1221（in Chinese）[张家树、肖先赐 2000 物理学报 **49** 1221]

[4] Zhang J S，Xiao X C 2000 *Acta Phys*. *Sin*. **49** 2333（in Chinese）[张家树、肖先赐 2000 物理学报 **49** 2333]

[5] Zhang J S，Xiao X C 2001 *Acta Phys*. *Sin*. **50** 1249（in Chinese）[张家树、肖先赐 2001 物理学报 **50** 1249]

[6] Gan J C，Xiao X C 2003 *Acta Phys*. *Sin*. **52** 1096（in Chinese）[甘建超、肖先赐 2003 物理学报 **52** 1096]

[7] Gan J C，Xiao X C 2003 *Acta Phys*. *Sin*. **52** 1102（in Chinese）[甘建超、肖先赐 2003 物理学报 **52** 1102]

[8] Gan J C，Xiao X C 2003 *Acta Phys*. *Sin*. **52** 2996（in Chinese）[甘建超、肖先赐 2003 物理学报 **52** 2996]

A novel multi-step adaptive prediction method for chaotic time series

Meng Qing-Fang[1)] Zhang Qiang[2)] Mu Wen-Ying[1)]

1)（*School of Information Science and Engineering*，*Shandong University*，*Jinan* 250100，*China*）

2)（*Institute of Jinan Semiconductor Elements Experimentation*，*Jinan* 250014，*China*）

（Received 5 July 2005；revised manuscript received 25 October 2005）

Abstract

Based on the short-term predictability of chaotic time series and the adaptive tracking chaotic trajectory of adaptive algorithm，a novel multi-step adaptive prediction method is proposed in this paper to resolve the problem of adjusting the filter parameters of the local adaptive prediction method during multi-step prediction. Simulation results show that this multi-step adaptive prediction method can be successfully used to make multi-step predictions，and its performance is better than that of the local adaptive prediction algorithm.

Keywords：multi-step adaptive prediction method，local adaptive prediction method，chaotic time series

PACC：0545