

有偏压光折变晶体中的小振幅行波孤子^{*}

陈守满^{1,2)} 石顺祥¹⁾ 董洪舟¹⁾

1) 西安电子科技大学技术物理学院 西安 710071)

2) 安康师范专科学校物理系 安康 725000)

(2005 年 12 月 15 日收到 2006 年 1 月 26 日收到修改稿)

利用行波变换法,推导出有正偏压光折变晶体中小振幅光波的行波正、负孤子解,证明在有正偏压光折变晶体中存在着正、负行波孤子。研究行波正、负孤子在光折变晶体中的传播,同已报道的稳态光折变空间孤子相比,它们具有不同的特性,行波正、负孤子在晶体中都表现为亮孤子,其幅度和宽度不变,传播中沿着直线的轨迹偏转,调整系统参数可以任意控制偏转角度。

关键词: 行波孤子, 行波变换, 光折变晶体, 偏转

PACC: 4265S, 0340K

1. 引言

对非线性科学问题的研究一般用非线性方程这个数学模型进行简练准确地描述,通过找到非线性方程的准确解,并进行分析,来揭示物理现象的本质。非线性方程是很灵活的,一般很难找到准确的解析解,常采用近似求解的方法。近似求解的方法很多,如齐次平衡法^[1],Jacobi 椭圆函数法^[2],小扰动法^[3]扩展的双曲函数法^[4],变量分离法^[5]等。采用不同的边界条件和不同的近似方法,可以得到在相应条件约束下的解析解,揭示出更多的物理规律。在光折变晶体中,常用非线性方程^[6,7]

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} - \beta (1 - |u|^2)u = 0 \quad (1)$$

描述小振幅波束在有偏压光折变晶体中的演化。其中, u 是归一化光波包络; ξ, s 分别为归一化纵向和横向坐标; β 是与晶体、外加电场有关的参量: $\beta = (k_0 x_0)^2 n_e^4 \gamma_{33} E_0 / 2$, 式中 n_e 为晶体未受扰动的非常光折射率, γ_{33} 为晶体的电光系数, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 为真空中的波长, x_0 是光束的任一特征宽度, E_0 为外加电场强度。据作者所知,对于(1)式,只有文献[6]给出了用逆散射变换得到稳态双曲正割亮孤子解、双曲正切暗孤子解,其他形式的解析解还未见报道,

文献[7]利用数值方法研究了亮孤子在光折变晶体中的演化,揭示了孤波束在光折变晶体中传播时,其强度包络和宽度不变,但只能沿入射方向直线传播。本文利用行波变换法得到了(1)式的稳态行波孤子解,通过分析发现: 波束在晶体中形成稳定的亮孤子,强度和宽度不变,能够偏离原来的方向沿着直线轨迹传播,并且通过调整系统的参数可以改变波束的偏转方向和偏转角。

2. 光波耦合方程的行波解

对于(1)式,设其解为 $u = f(s, \xi) e^{i\phi(s, \xi)}$,代入(1)式并让实虚部分别为零得到

$$2f_\xi + 2g_s f_s + fg_{ss} = 0, \quad (2)$$

$$2\beta f^3 - 2\beta f - 2fg_\xi - fg_s^2 + f_{ss} = 0. \quad (3)$$

利用行波变换求解的方法对(2)(3)式进行变换处理,即令 $f(s, \xi) = f(y_1)$, $g(s, \xi) = g(y_2)$, 其中 $y_1 = s - D_1 \xi$, $y_2 = s - D_2 \xi$, D_1, D_2 是与系统有关的参数,则有

$$\frac{\partial}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial y_1} = \frac{\partial}{\partial y_2}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} = -D_1 \frac{\partial}{\partial y_1} = -D_2 \frac{\partial}{\partial y_2}. \quad (5)$$

从而(2)(3)式变为

* 陕西省教育厅专项基金(批准号:04JK309)资助的课题。

† E-mail: chenshouman@sohu.com

$$-2D_1f_{y_1} + 2g_{y_2}f_{y_1} + fg_{y_2y_2} = 0, \quad (6)$$

$$2\beta f^3 - 2\beta f + 2D_2fg_s - fg_s^2 + f_{y_1y_1} = 0. \quad (7)$$

考虑到(4)式的关系(6)式可改写为

$$-2D_1f_s + 2g_sf_s + fg_{ss} = 0. \quad (8)$$

上式两边同乘以 f 并进行积分, 得到

$$f^2(g_s - D_1) = C. \quad (9)$$

若取 $C=0$ 可得到

$$g_s = D_1, \quad (10)$$

即

$$g = D_1(s - D_2\xi) + C_1, \quad (11)$$

C_1 为积分常数. 利用(4)式的关系把(10)式代入(7)式得到

$$2\beta f^3 - 2\beta f + 2D_1D_2f - fD_1^2 + f_{y_1y_1} = 0. \quad (12)$$

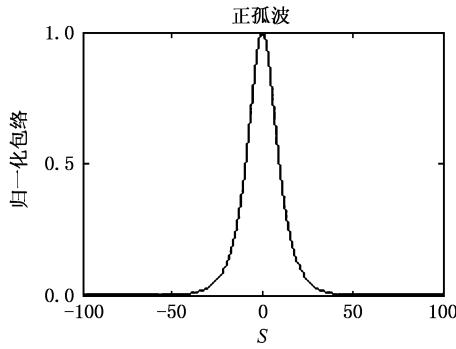
对(12)式两边同乘以 $2f_{y_1}$ 并进行积分, 得到

$$\left(\frac{\partial f}{\partial y_1}\right)^2 = -\beta f^4 + Qf^2 + C_2 = P(f), \quad (13)$$

其中 $Q = 2\beta + D_1^2 - 2D_1D_2$. 很显然, 若要(13)式成立, 必须要求 $P(f) \geq 0$, 假设 $P(f)$ 有四个实零点, 且 $f_1 \leq f_2 \leq f_3 \leq f_4$ (有相等实零点时取等号), 则

$$\left(\frac{\partial f}{\partial y_1}\right)^2 = -\beta(f - f_1)(f - f_2)(f - f_3)(f - f_4), \quad (14)$$

其中 $f_1 = -f_4 = -\sqrt{\frac{Q + \sqrt{Q^2 - 4C_2\beta}}{2\beta}}$, $f_2 = -f_3 = -\sqrt{\frac{Q - \sqrt{Q^2 - 4C_2\beta}}{2\beta}}$.



当 $C_2 = 0$, 且 $\beta > 0$ 时, $f_2 = f_3 = 0$, $f_1 = -f_4 = -\sqrt{Q/\beta}$. 此时有孤波解. 当 $0 < f < \sqrt{Q/\beta}$, 有正孤波解

$$f = \sqrt{\frac{Q}{\beta}} \operatorname{sech} \left[\sqrt{\frac{Q}{\beta}} (s - D_1 \xi) \right], \quad (15)$$

$$u = \sqrt{\frac{Q}{\beta}} \operatorname{sech} \left[\sqrt{\frac{Q}{\beta}} (s - D_1 \xi) \right] \times \exp \{iD_1(s - D_2 \xi) + C_1\}. \quad (16)$$

当 $-\sqrt{Q/\beta} < f < 0$, 有负孤波解

$$f = -\sqrt{\frac{Q}{\beta}} \operatorname{sech} \left[\sqrt{\frac{Q}{\beta}} (s - D_1 \xi) \right], \quad (17)$$

$$u = -\sqrt{\frac{Q}{\beta}} \operatorname{sech} \left[\sqrt{\frac{Q}{\beta}} (s - D_1 \xi) \right] \times \exp \{iD_1(s - D_2 \xi) + C_1\}. \quad (18)$$

3. 分析与讨论

通过对(15)(17)式分析可以看到: 光场的振幅和光束的宽度都与参量 β 、参数 D_1, D_2 有关, 因而与晶体和外加电场大小有关.

下面以 SBN :60 晶体为例, 研究行孤波在有正偏压的光折变晶体中传播. 若取系统参数为 $n_e = 2.33$, $\gamma_{33} = 237 \text{ pm/V}$, $\lambda_0 = 0.5 \mu\text{m}$, $x_0 = 40 \mu\text{m}$, 外加电压为 $E_0 = 4 \times 10^4 \text{ V/m}$, 则对应的 $\beta = 35.3$. 图 1 给出了 $D_1 = 100$, $D_2 = 50.3$ 时正、负孤波场归一化包络. 图 2 给出了正负孤波在晶体中演化偏转情况.

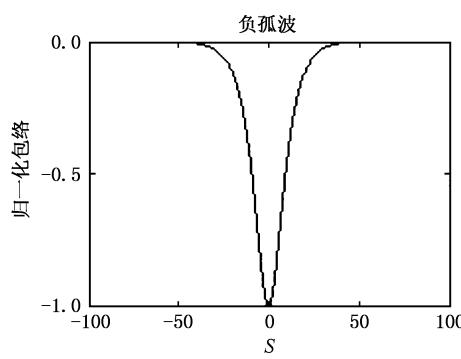


图 1 正负孤波场包络

从模拟结果看, 正、负孤波在有正偏压光折变晶体中都形成了亮孤子, 其强度包络和宽度保持不变, 当 $D_1 = 0$ 时, 波束沿原来的传播方向传播. 但当 $D_1 \neq 0$ 时, 波束的传播方向会发生偏移, 偏转轨迹是直

线, 偏转方向和偏转角均由参数 D_1 控制: 当 $D_1 > 0$ 偏向晶体光轴的正向, 当 $D_1 < 0$ 偏向晶体光轴的负向, $|D_1|$ 的绝对值越大偏转角度越大.

进一步, 由(11)式可以看出, 参数 $D_1, D_1 D_2$ 是对

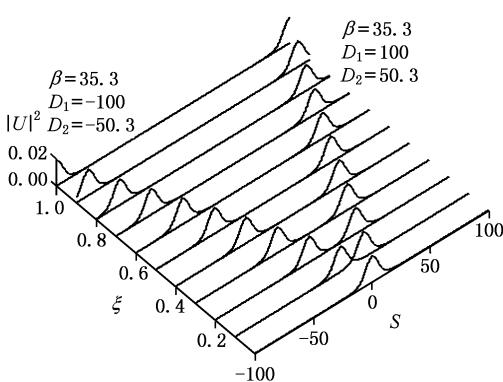


图 2 正负孤波在晶体中的演化

光场在横向和纵向传播常数的修正,它是由光折变晶体的非线性引起的.由于光折变晶体的非线性大小与

入射光强度,背景光强度以及外加电场大小和方向有关,因此对于确定的晶体材料,通过改变入射光和背景光强度,以及外加电场的大小(因为 $\beta > 0$,即外加电场必须为正),可以有效地控制孤子的偏转.

4. 结 论

本文利用行波变换法推导出小振幅光波在有正偏压的光折变晶体传播的行波解.分析结果表明:在有正偏压的光折变晶体中有行波正、负孤子存在,行波正、负孤子在晶体中表现为亮孤子,传播中波束的幅度和宽度不变,通过改变系统参数可以控制波束的偏转,这一特性可能在光开关、定向耦合器以及波束偏转控制等领域内获得应用.

- [1] Fan E G, Zhang H Q 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 353 (in Chinese)
[范恩贵、张鸿庆 1998 物理学报 **47** 353]
- [2] Liu S S, Fu Z T, Liu S D et al 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1923 (in Chinese)[刘式适、付遵涛、刘式达等 2002 物理学报 **51** 1923]
- [3] Liu S S, Fu Z T, Wang Z G et al 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1837 (in Chinese)[刘式适、付遵涛、王彰贵等 2003 物理学报 **52** 1837]
- [4] Huang D J, Zhang H Q 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2434 (in Chinese)
[黄定江、张鸿庆 2004 物理学报 **53** 2434]
- [5] Zhang J F, Xu C Z, He B G 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3652 (in Chinese)[张解放、徐昌智、何宝钢 2004 物理学报 **53** 3652]
- [6] Christodoulides D N, Carvalho M I 1995 *J. Opt. Soc. Am. B* **12** 1628
- [7] Singh S R, Christodoulides D N 1995 *Opt. Comm.* **118** 569

Small amplitude travelling wave solitons in biased photorefractive crystal^{*}

Chen Shou-Man^{1,2)†} Shi Shun-Xiang¹⁾ Dong Hong-Zhou¹⁾

1) School of Technological Physics, Xidian University, Xi'an 710071 China

2) Department of Physics, Ankang Teachers College, Ankang 725000, China

(Received 15 December 2005; revised manuscript received 26 January 2006)

Abstract

The positive and negative travelling wave solitons are predicted in photorefractive crystal biased by positive electric field in the low intensity regime. The amplitude and width of these solitons do not vary, showing the bright soliton properties, whereas the propagation properties of these solitons differ from previously observed steady-state photorefractive spatial solitons. These travelling wave solitons move on a straight line trajectory. The deflecting angle can be controlled by adjusting the parameter of the system.

Keywords: travelling wave solitons, traveling wave transform, photorefractive crystal, deflection

PACC: 4265S, 0340K

* Project supported by the Special Fund of Education Department of Shaanxi Province, China (Grant No. 04JK309).

† E-mail: chenshouman@sohu.com