

# 初始啁啾对双曲正割光脉冲线性传输特性的影响 \*

郑宏军<sup>1</sup> † 刘山亮<sup>2</sup>) 黎 昕<sup>2</sup>) 徐静平<sup>1</sup>)

1) 华中科技大学电子科学与技术系 武汉 430074)

2) 聊城大学光通信研究所 聊城 252059)

(2006年7月17日收到 2006年12月22日收到修改稿)

采用分步傅里叶方法数值研究了初始线性啁啾和非线性啁啾双曲正割光脉冲在单模光纤反常色散区的线性传输特性,并与啁啾高斯脉冲的线性传输特性作了比较。给出了双曲正割光脉冲频谱宽度和时间带宽积随初始线性啁啾变化的表达式。结果表明,双曲正割脉冲在线性啁啾  $|C| > 0.1$  时随传输距离的增加逐渐演化成近高斯型,在  $0 \leq |C| \leq 0.1$  时最后将演化为近双曲正割脉冲。 $|C|$  越小,脉冲时域波形越趋近双曲正割曲线。负啁啾对脉冲时域展宽的影响比正啁啾要大得多。当  $|C| \geq 0.5$  时,初始啁啾对双曲正割光脉冲展宽的影响比对高斯脉冲的影响更大。非线性啁啾双曲正割光脉冲在线性传输过程中会出现时域波形分裂现象,比具有相同啁啾的高斯脉冲时域波形分裂严重。

关键词:频率啁啾,双曲正割光脉冲,线性传输,时域波形分裂

PACC:4281D, 4225B

## 1. 引言

激光脉冲通常具有较大的频率啁啾,频率啁啾的变化对脉冲特性的影响较大<sup>[1-14]</sup>。自从在非线性传输中发现光纤孤子以来<sup>[15]</sup>,关于双曲正割脉冲的研究受到了广泛关注,但是研究工作大多限于非线性传输中<sup>[1,10-18]</sup>。双曲正割脉冲在光纤中线性传输特性的变化规律很难用解析方法给出,使人们对其线性传输规律的认识受到很大限制。我们采用分步傅里叶方法研究了线性啁啾和非线性啁啾双曲正割脉冲在单模光纤反常色散区线性传输特性随初始频率啁啾和传输距离的变化规律,并与啁啾高斯脉冲的线性传输特性作了比较,给出了双曲正割脉冲的频谱宽度及其时间带宽积随频率啁啾变化的表达式,提供了判断脉冲时域波形的一种有效方法。

## 2. 线性啁啾双曲正割脉冲特性参量

线性啁啾双曲正割光脉冲的归一化包络电场可表示为

$$u(0, \tau) = \operatorname{sech}(\tau) \exp(-0.5iC\tau^2), \quad (1)$$

式中  $\tau$  为归一化时间。由(1)式可得脉冲时域半峰全宽(FWHM)为  $\Delta\tau = 2\ln(1 + \sqrt{2}) \approx 1.7627$ , 比归一化线性啁啾高斯脉冲

$$u(0, \tau) = \exp(-0.5(1 + iC)\tau^2) \quad (2)$$

的时域 FWHM  $2\sqrt{\ln 2} \approx 1.6651$  稍大。

(1)式给出的线性啁啾双曲正割脉冲的频率啁啾为

$$\delta\omega = -\frac{\partial\phi}{\partial\tau} = C\tau, \quad (3)$$

式中  $\phi = -0.5C\tau^2$  为脉冲相位。由(3)式可知,瞬时频率从脉冲前沿到后沿随时间线性变化,称为线性频率啁啾, $C$  是线性频率啁啾参量。当  $C > 0$  时,称为上啁啾或正啁啾;当  $C < 0$  时,称为下啁啾或负啁啾。

(1)式给出的线性啁啾双曲正割脉冲的频谱为

$$\begin{aligned} u(0, \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} u(0, \tau) \exp(i\omega\tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech}(\tau) \exp(-0.5iC\tau^2) \\ &\quad \times \exp(i\omega\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (4)$$

当  $C = 0$  时,对(4)式积分可得无啁啾双曲正割脉冲的频谱

\* 山东省教育厅科研基金重点项目(批准号 J05C09)和聊城大学科研基金资助的课题。

† E-mail: zhj@lcu.edu.cn

$$u(0, \omega) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sech}\left(\frac{\pi\omega}{2}\right). \quad (5)$$

由(5)式可得无啁啾双曲正割脉冲的频谱

$$\text{FWHM} \text{ 为 } \Delta\nu_0 = \frac{\Delta\omega_0}{2\pi} = \frac{2\ln(1+\sqrt{2})}{\pi^2} \approx 0.1786, \text{ 约为无}$$

啁啾高斯脉冲频谱 FWHM  $\sqrt{\ln 2}/\pi \approx 0.265$  的  $2/3$ . 无啁啾双曲正割脉冲的时间带宽积为

$$\Delta\tau\Delta\nu_0 = \frac{4[\ln(1+\sqrt{2})]}{\pi^2} \approx 0.3148,$$

比无啁啾高斯脉冲时间带宽积  $\frac{2\ln 2}{\pi} \approx 0.4413$  略小.

当  $C \neq 0$  时, 至今无人能够解析求解(4)式, 也就无法给出其频谱及其谱宽、时间带宽积与线性啁啾参量  $C$  的关系. 我们通过数值计算和线性拟合给出了双曲正割脉冲频谱 FWHM 与线性啁啾参量  $C$  之间的变化规律. 如图 1 所示, 图中横坐标是线性啁啾参量  $C$ , 纵坐标是归一化频谱 FWHM. 图 1 实线所示是数值计算得到的双曲正割脉冲频谱 FWHM 随啁啾参量  $C$  的变化曲线, 与

$$\Delta\nu = 0.2615 |C| + 0.1786 \quad (|C| \leq 8) \quad (6)$$

的曲线相符, 最大误差为 0.0207. 点线所示是数值计算得到的啁啾高斯脉冲频谱 FWHM 随啁啾参量  $C$  的变化曲线, 与高斯脉冲频谱 FWHM

$$\begin{aligned} \Delta\nu &= \sqrt{(1+C^2)\ln 2/\pi} \\ &= 0.265 \sqrt{1+C^2} \end{aligned}$$

符合很好, 最大误差仅为  $10^{-4}$ . 双曲正割脉冲频谱 FWHM 随啁啾参量  $|C|$  的增大而线性增加, 比高斯脉冲频谱 FWHM 变化快. 对于相同的  $|C|$  值, 当  $|C| \leq 0.47$  时, 双曲正割脉冲频谱 FWHM 小于高斯脉冲频谱 FWHM; 当  $|C| > 0.47$  时, 双曲正割脉冲频谱 FWHM 大于高斯脉冲频谱 FWHM,  $|C|$  越大, 两者差距越大.

根据时域 FWHM 和(6)式可得双曲正割脉冲时间带宽积随啁啾参量  $C$  变化的表达式

$$\Delta\tau\Delta\nu = 0.461 |C| + 0.3148 \quad (|C| \leq 8). \quad (7)$$

与高斯脉冲的时间带宽积

$$\Delta\tau\Delta\nu = \frac{2\sqrt{1+C^2}\ln 2}{\pi}$$

比较可知, 双曲正割脉冲时间带宽积随啁啾参量  $|C|$  的增大而线性增加, 比高斯脉冲的时间带宽积变化快. 对于相同的  $|C|$  值, 当  $|C| \leq 0.38$  时, 双曲

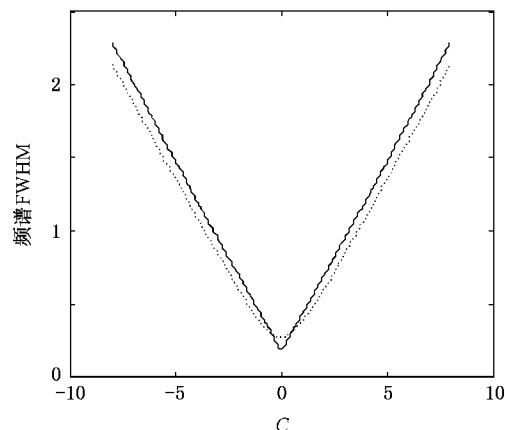


图 1 双曲正割脉冲和高斯脉冲频谱 FWHM 随线性啁啾参量  $C$  的变化 实线所示是数值计算得到的双曲正割脉冲的频谱, 点线所示是对应高斯脉冲

正割脉冲时间带宽积小于高斯脉冲的时间带宽积; 当  $|C| > 0.38$  时, 双曲正割脉冲时间带宽积大于高斯脉冲的时间带宽积.(6)和(7)式给出了判断脉冲时域波形的一种有效方法.

### 3. 光脉冲线性传输的数学模型

皮秒光脉冲在单模光纤中线性传输满足归一化薛定谔方程<sup>[1]</sup>

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} = 0, \quad (8)$$

式中,  $u$  为归一化包络电场,  $\xi$  为归一化传输距离,  $\tau$  为归一化时间. 我们采用分步傅里叶方法按照方程(8)对双曲正割光脉冲的线性传输特性进行了数值研究, 并与高斯光脉冲线性传输特性进行了比较. 数值计算时, 分别输入双曲正割光脉冲(1)式和高斯光脉冲(2)式, 时域窗口设置为  $(-40, 40)$ , 采样点数为 256, 采样时间间隔为  $80/256 = 0.3125$ . 若无特殊说明, 文中计算都采用上述设置.

### 4. 光脉冲线性传输特性

#### 4.1. 线性啁啾双曲正割脉冲时域波形的演化

不同线性啁啾和传输距离时双曲正割脉冲的时域波形如图 2 所示. 图 2 实线所示是数值计算得到的双曲正割脉冲线性传输波形, 短划线所示是与其

具有相同时域 FWHM 的双边指数脉冲波形,点线所示是相应的高斯脉冲波形,点划线所示是相应的双曲正割脉冲波形,图中的横坐标为归一化时间  $\tau$ ,纵坐标是时域波形的归一化强度  $I$ .

数值结果表明,在啁啾参量  $C < -0.1$  或  $C \geq 1.1$  情形下,线性啁啾双曲正割脉冲在  $\xi = 1$  处演化为近高斯脉冲,在随后的传输中保持不变. 噗啾参量

$|C|$  值越大,双曲正割脉冲演化过程中波形边缘的色散波越大. 图 2(a) 和(b) 实线所示分别是双曲正割脉冲啁啾参量  $C = -1$  和  $C = 1.2$  时传输到  $\xi = 1$  的时域波形. 在  $0.7 \leq C \leq 1.1$  情形下,啁啾脉冲在  $\xi = 1$  处演化为近双曲正割脉冲,在  $\xi = 2$  处演化为近高斯脉冲,在随后的传输中保持不变. 图 2(c) 实线所示是双曲正割脉冲  $C = 1$  时传输到  $\xi = 2$  的时域波形.

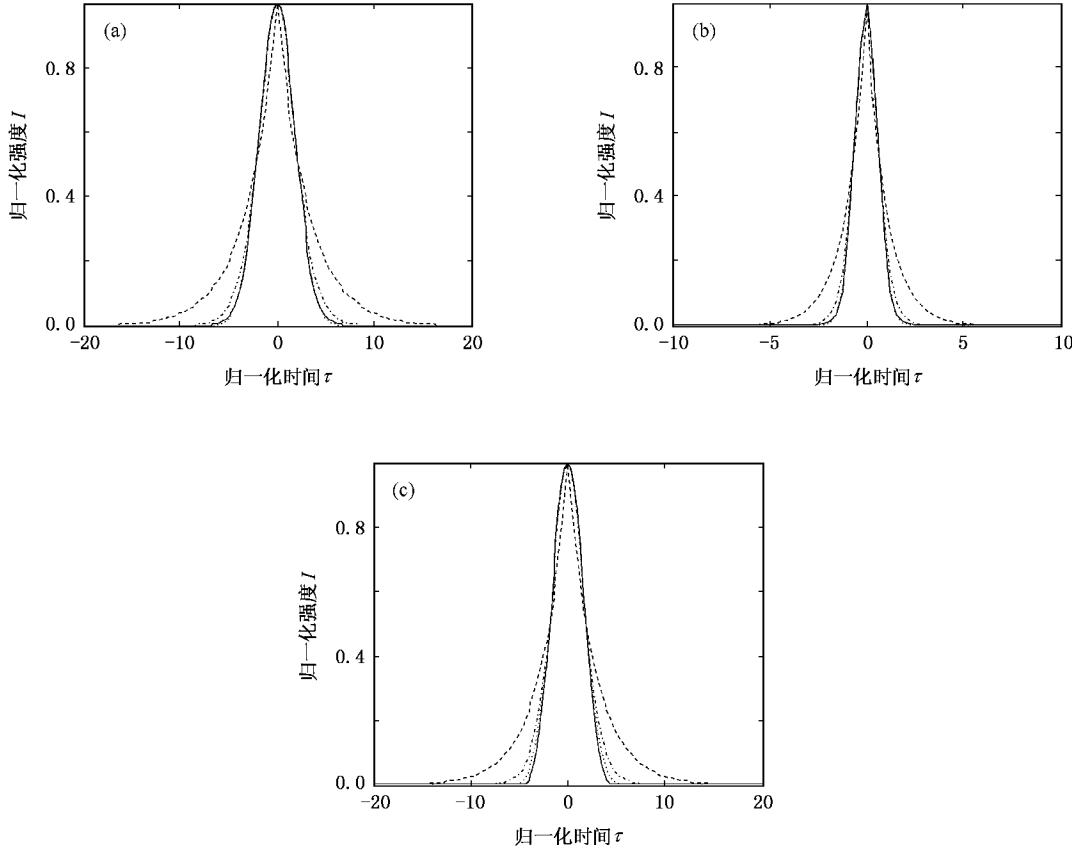


图 2 线性啁啾双曲正割脉冲线性传输的时域波形 实线是数值计算得到的双曲正割脉冲线性传输波形,短划线是与其具有相同时域 FWHM 的双边指数脉冲波形,点线是相应的高斯脉冲波形,点划线是相应的双曲正割脉冲波形.(a) $C = -1$ , $\xi = 1$ (b) $C = 1.2$ , $\xi = 1$ (c) $C = 1$ , $\xi = 2$

在  $0.4 < C < 0.7$  情形下,啁啾脉冲在  $\xi = 1$  处演化为近高斯脉冲,在  $\xi = 2$  处演化为近双曲正割脉冲,在  $\xi = 3$  处演化为近高斯脉冲,在随后的传输中保持不变. 图 3 实线所示是双曲正割脉冲在  $C = 0.5$  时分别传输到  $\xi = 1, 2$  和  $3$  处的时域波形.

在  $0.3 \leq C \leq 0.4$  情形下,啁啾脉冲在  $\xi = 1$  处演化为近高斯脉冲,在  $\xi = 3$  处演化为近双曲正割脉冲,在  $\xi = 6$  处演化为近高斯脉冲,在随后的传输中保持不变. 在  $0.1 < C < 0.3$  情形下,啁啾脉冲在  $\xi = 1$  处演化为近高斯脉冲,在  $\xi = 4$  处演化为近双曲正割

脉冲, $\xi = 15$  处演化为近高斯脉冲,在随后的传输中保持不变.

在  $0 \leq |C| \leq 0.1$  情形下,啁啾脉冲最后将演化为近双曲正割脉冲. 噗啾参量  $|C|$  越小,脉冲时域波形越趋近双曲正割曲线. 在  $C = 0$  情形下,脉冲在  $\xi = 1$  处演化为近高斯脉冲,在  $\xi = 10$  处演化为近双曲正割脉冲, $\xi = 15$  处的脉冲时域波形与双曲正割曲线完全重合,在随后的传输中保持不变. 图 4 实线所示是双曲正割脉冲在  $C = 0$  时分别传输到  $\xi = 15, 100$  处的时域波形(为了精确计算,时域窗口  $(-320, 320)$ ,采样点数 2048).

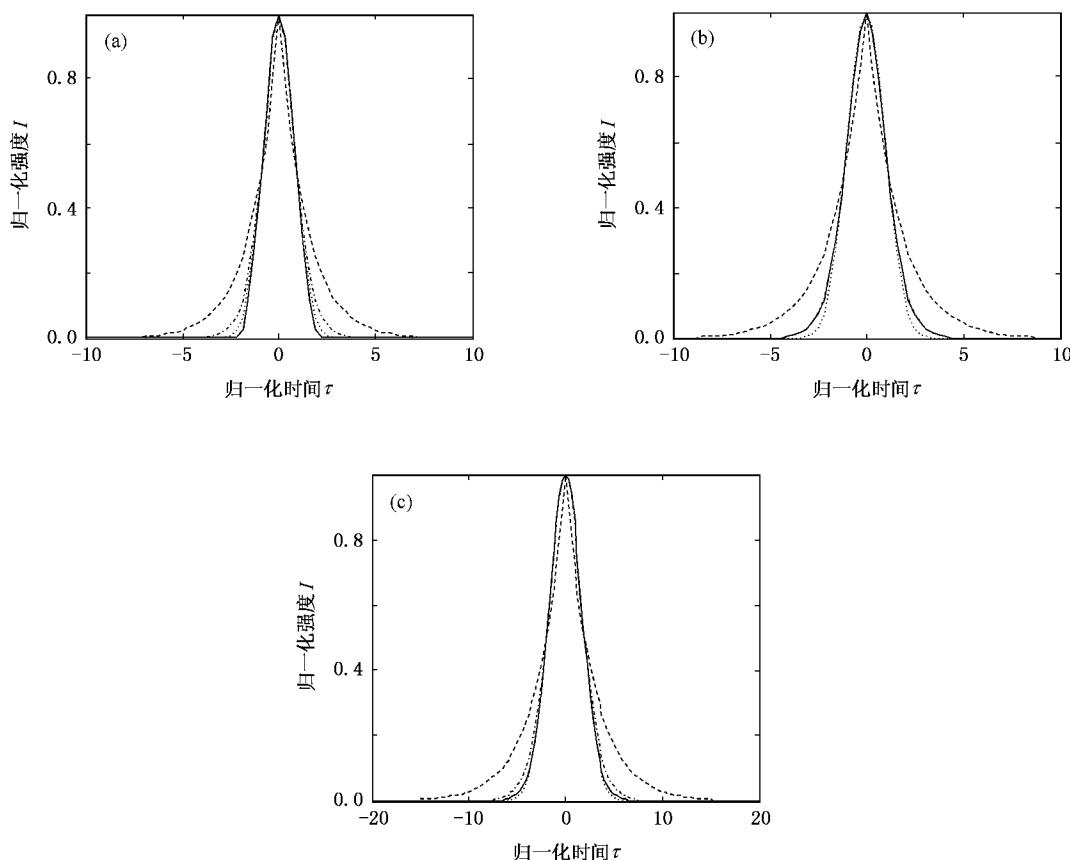


图3 当  $C = 0.5$  时线性啁啾双曲正割脉冲线性传输的时域波形 实线是数值计算得到的双曲正割脉冲线性传输波形,短划线是与其具有相同时域 FWHM 的双边指数脉冲波形,点线是相应的高斯脉冲波形,点划线是相应的双曲正割脉冲波形。  
 (a)  $\xi = 1$  (b)  $\xi = 2$  (c)  $\xi = 3$

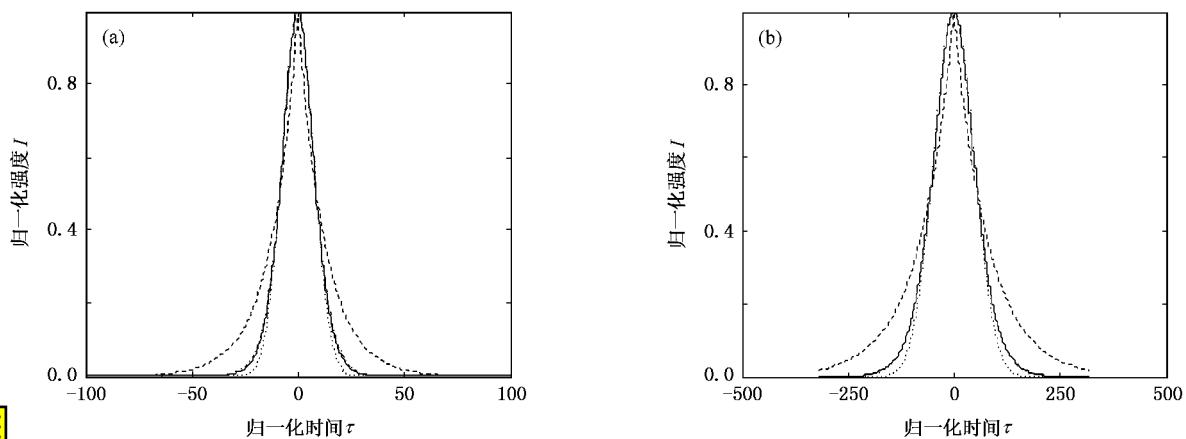


图4 无啁啾双曲正割脉冲线性传输到  $\xi = 15, 100$  处的时域波形 实线是数值计算得到的双曲正割脉冲线性传输波形,短划线是与其具有相同时域 FWHM 的双边指数脉冲波形,点线是相应的高斯脉冲波形,点划线是相应的双曲正割脉冲波形。(a)  $\xi = 15$  (b)  $\xi = 100$

#### 4.2. 线性啁啾脉冲时域宽度随传输距离的变化

脉冲时域 FWHM 随归一化传输距离的变化如图 5 所示。图 5 曲线 a、曲线 b 和曲线 c 分别对应双

曲正割脉冲线性啁啾参量  $C = 0, 1$  和  $-1$  的情形,曲线 d、曲线 e 和曲线 f 分别对应高斯脉冲线性啁啾参量  $C = 0, 1$  和  $-1$  的情形。由图 5 可见,在  $C \leq 0$  时,双曲正割脉冲时域宽度随传输距离的增加而单

调展宽 随啁啾参量  $C$  的增加而减小;在  $C > 0$  时,脉冲宽度首先经历一个初始压缩阶段,然后随传输距离和啁啾参量  $C$  的增加而展宽。啁啾参量  $C$  越大,在  $\xi = 1$  附近的初始压缩越强烈,这表明初始正啁啾能诱导双曲正割脉冲压缩。

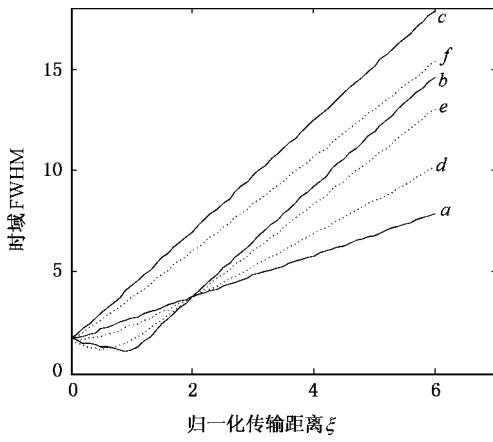


图 5 脉冲时域 FWHM 随归一化传输距离的变化 曲线 a、曲线 b 和曲线 c 分别对应双曲正割脉冲啁啾参量  $C = 0, 1$  和  $-1$  的情形 曲线 d、曲线 e 和曲线 f 分别对应高斯脉冲  $C = 0, 1$  和  $-1$  的情形

当  $|C| \geq 0.5$  时,双曲正割脉冲时域宽度随传输距离和啁啾参量  $C$  展宽速度比高斯脉冲的展宽速度要大;当  $|C| < 0.5$  时,比高斯脉冲的展宽速度要小。负啁啾对应的脉冲展宽速度比正啁啾对应的脉冲展宽速度要快。这表明双曲正割脉冲在  $|C| \geq 0.5$  时受啁啾的影响比高斯脉冲更敏感,负啁啾对脉冲展宽的影响比正啁啾大。因为脉冲压缩对应峰值的增加,所以两脉冲峰值  $|U|_{\max}$  随传输距离和啁啾参量  $C$  的变化与时域宽度的变化相反。由于线性传输时脉冲频谱不变,所以两脉冲时间带宽积随传输距离和啁啾参量  $C$  的变化与其脉冲宽度的变化类似。

#### 4.3. 非线性啁啾对脉冲时域波形的影响

我们数值研究了非线性啁啾双曲正割光脉冲在线性传输中的时域波形变化,当脉冲边缘加入非线性啁啾微扰时,观察到了双曲正割光脉冲在线性传输中的波形分裂现象。非线性啁啾对应的非线性相位是

$$\begin{aligned}\phi &= a & (\tau \leq -2.1875), \\ \phi &= b & (\tau \geq 2.1875), \\ \phi &= -C\tau^2/2 & (|\tau| < 2.1875),\end{aligned}\quad (9)$$

式中  $a$  和  $b$  都是常数,  $|\tau| = 7 \times 0.3125 = 2.1875$  对

应脉冲的边缘。这种非线性相位是从高斯光脉冲线性传输实验中导出实验波形和相位数据,然后进行数据拟合得到。进一步研究发现,在脉冲波形近似为零时,实验仪器就认为相位保持前一个数据不变,即(9)式中  $|\tau| \geq 2.1875$  对应的相位分别保持  $a$  和  $b$  不变。这并非实验的实际情况,而是  $|\tau| \geq 2.1875$  对应的脉冲波形已经近似为零,仪器就把相位处理为保持  $a$  和  $b$  不变而已。虽然这种啁啾并非实验的实际情况,然而,若双曲正割脉冲具有这种啁啾,其线性传输时会导致波形分裂。作者认为这种啁啾导致波形分裂的现象是比较有意义的,故对其进行讨论。

当(9)式中  $a = 3, b = 2.5$  和  $C = -1$  时,双曲正割脉冲传输到  $\xi = 6$  处的时域波形如图 6 所示。数值结果表明,当  $a > b$  时,双曲正割脉冲在线性传输中出现了不对称的时域波形分裂现象,其中前峰比后峰低,如图 6 实线所示;当  $a < b$  时,出现另一种不对称的时域波形分裂现象,其中前峰比后峰高;当  $a = b$  时,出现对称的时域波形分裂现象,前峰和后峰一样高。啁啾参量  $|C|$  值越大,波形分裂和波形边缘的色散波越强。

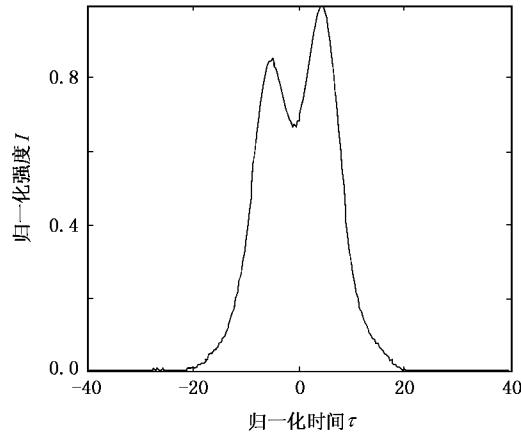


图 6 当  $a = 3, b = 2.5$  和  $C = -1$  时,非线性啁啾双曲正割脉冲线性传输到  $\xi = 6$  处的时域波形

当(9)式中  $a = 3, b = 2.5$  和  $C = -1$  时,非线性啁啾双曲正割脉冲的频谱如图 7 所示,图中横坐标是归一化频率,纵坐标是频谱强度。由图 7 可以看出,非线性啁啾改变了双曲正割脉冲的初始频谱,使初始频谱分裂为双峰结构。脉冲在光纤中线性传输时,其不同频率分量在光纤中以略微不同的速度传输,从而使两个谱峰之间的时间间隔随着传播距离的增加而增加,最终导致脉冲在时域上的分裂现象。

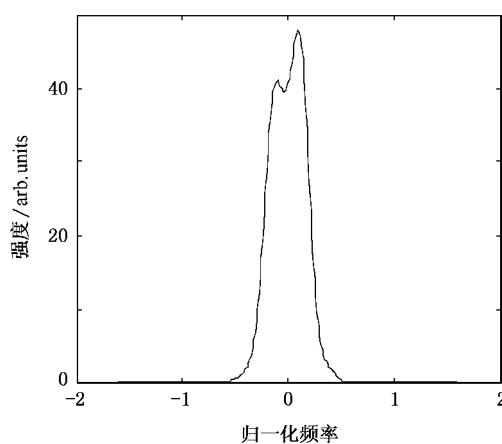


图 7 当  $a = 3, b = 2.5$  和  $C = -1$  时 , 非线性啁啾双曲正割脉冲线性传输的频谱

啁啾参数  $|C|$  越大 , 脉冲频谱变化越剧烈 , 导致时域波形的分裂就越严重 . 当  $-1.7 < C < 2.3$  时 , 在(9)式所示非线性啁啾作用下 , 高斯脉冲时域波形几乎不变 . 这是因为在  $|T| = 2.1875$  附近 , 入射高斯脉冲时域波形趋近零的速度比双曲正割脉冲更快 , 高斯脉冲频谱受非线性啁啾的影响比双曲正割脉冲小 .

由于脉冲频谱受非线性啁啾的影响随  $|C|$  的增加而增大 , 高斯脉冲时域波形在  $C \leq -1.7$  或  $C \geq 2.3$  时也出现了波形分裂 .

## 5 结 论

数值研究了初始线性啁啾和非线性啁啾双曲正割光脉冲在单模光纤反常色散区的线性传输特性 , 并与啁啾高斯脉冲的线性传输特性作了比较 . 给出了双曲正割光脉冲频谱宽度和时间带宽积随初始线性啁啾变化的表达式 . 双曲正割脉冲在线性啁啾  $|C| > 0.1$  时随传输距离的增加逐渐演化成近高斯型 , 在  $0 \leq |C| \leq 0.1$  时最后将演化为近双曲正割脉冲 .  $|C|$  越小 , 脉冲时域波形越趋近双曲正割曲线 . 负啁啾对脉冲时域展宽的影响比正啁啾要大得多 . 当  $|C| \geq 0.5$  时 , 初始啁啾对双曲正割光脉冲展宽的影响比对高斯脉冲的影响更大 . 非线性啁啾对双曲正割光脉冲时域波形的影响比线性啁啾更大 , 观察到了非线性啁啾双曲正割光脉冲在线性传输中的波形分裂现象 .

- [ 1 ] Agrawal G P 1995 *Nonlinear Fiber Optics* ( New York : Academic Press ) pp51—214
- [ 2 ] Bakshi B , Andrekson P A 2000 *Electron. Lett.* **36** 325
- [ 3 ] Rao M , Sun X H , Zhang M D 2003 *Chin. Phys.* **12** 502
- [ 4 ] Pan L Z , Lü B D 2004 *Chin. Phys.* **13** 637
- [ 5 ] Wang J , Wang Z L 2004 *Chin. Phys.* **13** 877
- [ 6 ] Liu S L , Zheng H J 2006 *Chin. J. Lasers* **33** 199 ( in Chinese )  
[ 刘山亮、郑宏军 2006 中国激光 **33** 199 ]
- [ 7 ] Zheng H J , Liu S L 2006 *Chin. Phys.* **15** 1831
- [ 8 ] Liu W H , Wang Y S , Liu H J et al 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1815  
( in Chinese ) [ 刘卫华、王屹山、刘红军等 2006 物理学报 **55** 1815 ]
- [ 9 ] Liu J , Chen X W , Liu J S et al 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1821 ( in Chinese ) [ 刘军、陈晓伟、刘建胜等 2006 物理学报 **55** 1821 ]
- [ 10 ] Ganapathy R , Kuriakose V C , Porsezian K 2001 *Opt. Commun.* **194** 299
- [ 11 ] Klaus M , Shaw J K 2001 *Opt. Commun.* **197** 491
- [ 12 ] Vinoj M N , Kuriakose V C , Orseian K P 2001 *Chaos Solitons Frac.* **12** 2569
- [ 13 ] Desaix M , Helczynski L , Anderson D et al 2002 *Phys. Rev. E* **65** 056602
- [ 14 ] Li Z H , Li L , Tian H P et al 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 263901
- [ 15 ] Hasegawa A , Tappert F 1973 *Appl. Phys. Lett.* **23** 142
- [ 16 ] Desem C , Chu P L 1986 *Opt. Lett.* **11** 248
- [ 17 ] Zhang X G , Lin N , Zhang T et al 2001 *Acta Photon. Sin.* **30** 813  
( in Chinese ) [ 张晓光、林宁、张涛等 2001 光子学报 **30** 813 ]
- [ 18 ] Kaczmarek T , Kaczmarek T 2001 *Sci. Proc. RIGA Techn. Univ.* **43** 5



# Effect of initial frequency chirp on the linear propagation characteristics of the hyperbolic secant optical pulse<sup>\*</sup>

Zheng Hong-Jun<sup>1</sup><sup>✉†</sup> Liu Shan-Liang<sup>2)</sup> Li Xin<sup>2)</sup> Xu Jing-Ping<sup>1)</sup>

1) Department of Electronic Science and Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

2) Institute of Optical Communication, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China

(Received 17 July 2006; revised manuscript received 22 December 2006)

## Abstract

The linear propagation characteristics of the hyperbolic secant optical pulse with initial linear and nonlinear frequency chirps are numerically studied in the anomalous-dispersion regime of a single mode fiber by use of the split-step Fourier method. It is found that the linear chirped hyperbolic secant pulse gradually evolves into near Gaussian pulse for  $|C| > 0.1$ , and evolves into near hyperbolic secant pulse for  $0 \leq |C| \leq 0.1$ . The smaller  $|C|$  is, the more the waveform approaches to hyperbolic secant curve. The effect of the negative linear chirp on the pulse broadening is greater than that of the positive chirp. The effect of the initial linear chirp on broadening of hyperbolic secant pulse is greater than that of Gaussian pulse for  $|C| \geq 0.5$ . The temporal waveform splitting of the hyperbolic secant pulse with nonlinear chirp is more obvious than that of Gaussian pulse during linear propagation. Furthermore, the expression of the time-bandwidth product of the pulse with the linear chirp is given.

**Keywords**: frequency chirp, hyperbolic secant optical pulse, linear propagation, temporal waveform splitting

**PACC**: 4281D, 4225B

\* Project supported by the Key Program of the Scientific Research Foundation of the Education Bureau of Shandong Province, China (Grant No. J05C09) and the Scientific Research Foundation of Liaocheng University, China.

† E-mail: zhj@lcu.edu.cn