

# 非平行波导耦合理论研究 \*

梁华伟<sup>†</sup> 石顺祥 李家立

(西安电子科技大学技术物理学院, 西安 710071)

(2006 年 8 月 5 日收到 2006 年 12 月 12 日收到修改稿)

利用耦合模理论对非平行波导耦合特性进行了研究, 得到了非平行波导的普遍性耦合方程及耦合系数表达式, 进一步采用小角度近似, 给出了几种情况下的计算结果, 并与目前报道的利用其他方法计算的结果做了比较。研究表明, 不同方法得到的波导中光功率虽然在远距离处都趋于稳定不变, 但稳定功率的大小有明显的差别; 另外由新提出方法得到的近距离处光功率随着传输距离的起伏变化更为明显。由于该方法同时考虑了非平行波导中光场相位和振幅对耦合方程和耦合系数的影响, 因而所得结果能更全面地反映非平行波导的耦合特性, 对实际应用更有意义。

关键词: 非平行波导, 耦合方程, 耦合系数

PACC: 4282, 4280L

## 1. 引言

在诸如 X 型光开关、定向耦合器、干涉调制器<sup>[1]</sup>以及微机械光开关<sup>[2]</sup>等光波导器件中, 常常包含非平行光波导元件, 因此研究光在非平行光波导中的传输特性, 特别是研究非平行波导的耦合特性有重要的实用价值。

对于平行波导的耦合特性, 人们已经进行了很多研究<sup>[3-10]</sup>。而在以往研究非平行波导耦合特性的方法中, 大多使用平行波导的结果, 即假设非平行波导结构中, 在各个波导存在一一对应的耦合面, 通过将不同耦合面波导分开距离的函数代入平行波导的耦合系数和耦合方程表达式, 来计算非平行波导的耦合特性。例如, 文献[11]假定分开距离为相等角度方向上的波导耦合面与波导两内侧边交点之间的距离(图 1(a)); 文献[12]假定分开距离为两波导中线

到两波导内侧边垂线之和(图 1(b)); 文献[13]假定分开距离为 z 轴的垂面与波导两内侧边交点之间的距离(图 1(c))。

考察上述将平行波导耦合理论应用到非平行波导的处理方法, 我们认为有不完善之处。在平行波导中, 可认为任一横截面上都有一恒定的相位场, 而在非平行波导中, 横截面上相位分布是不恒定的, 它将随着传播距离发生变化。由于光场相位和振幅对光波导耦合的影响都非常大, 上述仅考虑波导分开距离的方法不能完整地描述非平行波导之间的耦合。本文基于耦合模理论, 推导出了非平行波导普遍形式的耦合方程及耦合系数表达式。该方法在求解过程中充分考虑了波导耦合的物理过程, 同时还考虑了相位和振幅对耦合方程和耦合系数的影响, 因而所得结果能更全面地反映非平行波导的耦合特性。本文还研究了几种情况下非平行波导的耦合特性, 并与其他方法的结果做了比较。

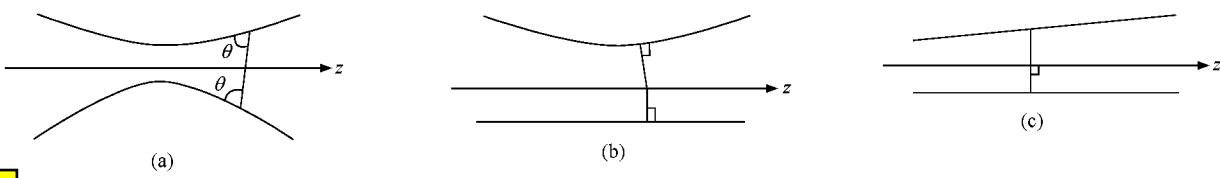


图 1 两个非平行波导耦合截面分开距离的不同定义 (a) 文献[11]中的定义 (b) 文献[12]中的定义 (c) 文献[13]中的定义

\* 国家自然科学基金(批准号 50277006)和国防预研基金(批准号 51407010105DZ0130)资助的课题。

† E-mail: xdlhuawei@sohu.com

## 2. 两个非平行波导的耦合

为了简化分析,以下推导基于二维光波导结构,但该方法也适用于三维光波导结构。两个具有相同材料和尺寸的非平行波导的结构如图 2 所示。虽然以下推导过程是在两个坐标系中进行的,但最终将耦合方程和耦合系数表达式都统一到了波导各自所在的坐标系中。

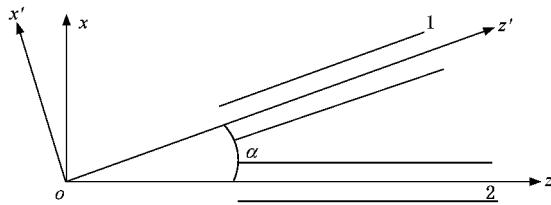


图 2 两个非平行波导结构

当两个波导相互靠得不太近时,波导结构中的电场可近似表示为

$$E = A(z')\zeta_1(x')\exp[i(\omega t - \beta z')] + B(z)\zeta_2(x)\exp[i(\omega t - \beta z)], \quad (1)$$

折射率为

$$n^2(x, z, x', z') = n_s^2 + \Delta n_1^2(x') + \Delta n_2^2(x). \quad (2)$$

这里  $n_s$  为包层折射率,  $n_1(x')$ ,  $n_2(x)$  分别为波导 1、波导 2 的折射率,  $A(z')$ ,  $B(z)$  分别为波导 1、波导 2 中模式的振幅,

$$\Delta n_1^2(x') = (n_1^2(x') - n_s^2),$$

$$\Delta n_2^2(x) = (n_2^2(x) - n_s^2).$$

根据模式理论,单个波导模式  $\zeta_1(x')$ ,  $\zeta_2(x)$ , 分别满足下列方程:

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \frac{\omega^2}{c^2}[n_s^2 + \Delta n_1^2(x')] \right\} \zeta_1(x') = \beta^2 \zeta_1(x'), \quad (3)$$

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2}[n_s^2 + \Delta n_2^2(x)] \right\} \zeta_2(x) = \beta^2 \zeta_2(x). \quad (4)$$

非平行光波导内的总光场满足如下方程:

$$\left\{ \nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2}[n_s^2 + \Delta n_1^2(x') + \Delta n_2^2(x)] \right\} E = 0. \quad (5)$$

利用方程(1)–(5)和模式振幅沿传播方向缓慢变化的假定,可得

$$-2i\beta \frac{dA}{dz'} \zeta_1(x') \exp[i(\omega t - \beta z')] - 2i\beta \frac{dB}{dz} \zeta_2(x) \exp[i(\omega t - \beta z)]$$

$$= -\frac{\omega^2}{c^2} \Delta n_1^2(x) A(z') \zeta_1(x') \exp[i(\omega t - \beta z')] - \frac{\omega^2}{c^2} \Delta n_2^2(x) B(z) \zeta_2(x) \exp[i(\omega t - \beta z)]. \quad (6)$$

利用  $\zeta_1(x') \exp[i(\omega t - \beta z')]$ ,  $\zeta_2(x) \exp[i(\omega t - \beta z)]$  的复共轭  $\zeta_1^*(x') \exp[-i(\omega t - \beta z')]$ ,  $\zeta_2^*(x) \exp[-i(\omega t - \beta z)]$  在整个空间内对方程(6)作标量积,然后分别对  $x'$ ,  $x$  积分,并利用归一化条件可得

$$\frac{dA(z')}{dz'} = -i\kappa_{12} B(z' \cos\alpha) \exp[i\beta(1 - \cos\alpha)z'] - i\kappa_{11} A(z'), \quad (7)$$

$$\frac{dB(z)}{dz} = -i\kappa_{21} B(z \cos\alpha) \exp[i\beta(1 - \cos\alpha)z] - i\kappa_{22} B(z), \quad (8)$$

式中

$$\kappa_{12} = \frac{1}{4} \omega \epsilon_0 \int \zeta_1^*(n_1^2(x') - n_0^2) \zeta_2(z) \times \exp(-i\beta x' \sin\alpha) dx', \quad (9)$$

$$\kappa_{21} = \frac{1}{4} \omega \epsilon_0 \int \zeta_2^*(n_2^2(x) - n_0^2) \zeta_1(z') \times \exp(-i\beta x \sin\alpha) dx, \quad (10)$$

$$\kappa_{11} = \frac{1}{4} \omega \epsilon_0 \int \zeta_1^*(n_1^2(x', z') - n_0^2) \zeta_1(z') dx', \quad (11)$$

$$\kappa_{22} = \frac{1}{4} \omega \epsilon_0 \int \zeta_2^*(n_2^2(x, z) - n_0^2) \zeta_2(z) dx. \quad (12)$$

需要特别指出的是(9)式中  $x'$  的变化意味着波导分开距离的变化,这样  $\zeta_2(z)$  中的  $z$  就会变化,因而导模  $\zeta_2(z)$  的幅度和相位也会变化。对于沿传播方向振幅缓慢变化的情况,本文认为(9)–(12)式中,在  $z$  小变化范围内导模幅度变化的影响可以忽略,但应充分考虑两波导分开距离的变化和导模相位变化对耦合系数的影响。而在(11)式中,由于波导分开的距离是随  $z'$  的变化而变化的,因而  $\kappa_{11}$  是  $z'$  的函数。(10)(12)式的特点与(9)(11)式相同。

对于 TE 模<sup>[14]</sup>,将模式场分布分别代入(9)–(12)式,再将所得结果代入方程(7)(8),进行整理后可得

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A}{dz'^2} &= [-psin\alpha - icos\alpha\kappa_{22}(z' \cos\alpha) \\ &+ i\beta(1 - \cos\alpha) - i\kappa_{11}] \frac{dA}{dz'} \\ &+ [cos\alpha\kappa_{11}\kappa_{22}(z' \cos\alpha) - \beta(1 - \cos\alpha)\kappa_{11} \\ &+ ip(2tan\alpha - sin\alpha)\kappa_{11}] A \\ &- cos\alpha\kappa_{12}\kappa_{21}(z' \cos\alpha) A(z' \cos^2\alpha) \\ &\times exp(i\beta z' \sin^2\alpha), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 B}{dz^2} = & [ -ps\sin\alpha - i\cos\alpha\kappa_{11}(z\cos\alpha) \\ & + i\beta(1 - \cos\alpha) - i\kappa_{22}] \frac{dB}{dz} \\ & + [\cos\alpha\kappa_{11}(z\cos\alpha)\kappa_{22} - \beta(1 - \cos\alpha)\kappa_{22} \\ & + ip(2\tan\alpha - \sin\alpha)\kappa_{22}]B \\ & - \cos\alpha\kappa_{12}(z\cos\alpha)\kappa_{21}B(z\cos^2\alpha) \\ & \times \exp(i\beta z\sin^2\alpha), \end{aligned} \quad (14)$$

式中

$$p^2 = \beta^2 - n_0^2 k^2,$$

$$k = 2\pi/\lambda.$$

需要特别指出的是,在上述整个推导过程中,所采用的近似与文献[14]中推导平行波导耦合方程的近似等价,因而结果可靠.

若波导夹角较小,则由(9)~(12)式可得

$$\begin{aligned} \kappa_{12} &= \frac{2ph^2}{\beta(t + 2/p)(h^2 + p^2)} \exp(-pz'\sin\alpha + pt) \\ &= \kappa_1 \exp(-pz'\sin\alpha), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{21} &= \frac{2ph^2}{\beta(t + 2/p)(h^2 + p^2)} \exp(-pz\sin\alpha + pt) \\ &= \kappa_1 \exp(-pz\sin\alpha), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{11} &= \frac{h^2(-1 + \exp(2pt))}{2\beta(t + 2/p)p} \exp(-2pz'\sin\alpha) \\ &= \kappa_0 \exp(-2pz'\tan\alpha), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{22} &= \frac{h^2(-1 + \exp(2pt))}{2\beta(t + 2/p)p} \exp(-2pz\sin\alpha) \\ &= \kappa_0 \exp(-2pz\tan\alpha). \end{aligned} \quad (18)$$

这里  $t$  为波导宽度,

$$h^2 = n_1^2 k^2 - \beta^2,$$

$$\kappa_1 = \frac{2ph^2}{\beta(t + 2/p)(h^2 + p^2)} \exp(pt),$$

$$\kappa_0 = \frac{h^2(-1 + \exp(2pt))}{2\beta(t + 2/p)p}.$$

对小角度情况,忽略方程(13)~(14)中  $A(z'\cos^2\alpha)$ ,  $B(z\cos^2\alpha)$  的  $\cos^2\alpha$  对耦合特性的影响,则方程(13)~(14)可变形为

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A}{dz'^2} + & [ps\sin\alpha + i\cos\alpha\kappa_0 \exp(-2pz'\sin\alpha) \\ & - i\beta(1 - \cos\alpha) + i\kappa_0 \exp(-2pz'\tan\alpha)] \frac{dA}{dz'} \\ & + \{-\cos\alpha\kappa_0^2 \exp[-2p(\tan\alpha + \sin\alpha)z'] \\ & + \beta(1 - \cos\alpha)\kappa_0 \exp(-2pz'\tan\alpha) \\ & + \cos\alpha\kappa_0^2 \exp[-ps\sin\alpha(1 + \cos\alpha) + i\beta\sin^2\alpha]z'\} \\ & - ip(2\tan\alpha - \sin\alpha)\kappa_0 \exp(-2pz'\tan\alpha)]A \end{aligned}$$

$$= 0, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 B}{dz^2} + & [ps\sin\alpha + i\cos\alpha\kappa_0 \exp(-2pz\sin\alpha) \\ & - i\beta(1 - \cos\alpha) + i\kappa_0 \exp(-2pz\tan\alpha)] \frac{dB}{dz} \\ & + \{-\cos\alpha\kappa_0^2 \exp[-2p(\tan\alpha + \sin\alpha)z] \\ & + \beta(1 - \cos\alpha)\kappa_0 \exp(-2pz\tan\alpha) \\ & + \cos\alpha\kappa_0^2 \exp[-ps\sin\alpha(1 + \cos\alpha) + i\beta\sin^2\alpha]z] \\ & - ip(2\tan\alpha - \sin\alpha)\kappa_0 \exp(-2pz\tan\alpha)]B \\ & = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

### 3. 两个非平行波导耦合系统的解

方程(19)~(20)难以得到解析解,为了研究非平行光波导中光场传输特性,本文给出了一典型算例的数值解,并将所得结果与文献[13]中所采用方法的结果做了比较.当  $t = 3 \mu\text{m}$ ,  $n_1 = n_2 = 1.4888$ ,  $n_s = 1.4660$ ,  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ , 波导离原点距离为  $z_0$  及两波导夹角为  $\alpha$  时,采用本文提出的方法与文献[13]中的方法所得的波导2中光功率的变化规律分别如图3、图4中的曲线a、曲线b所示,其中曲线a为本文提出的方法所得到的规律,曲线b为文献[13]中的方法所得到的规律.

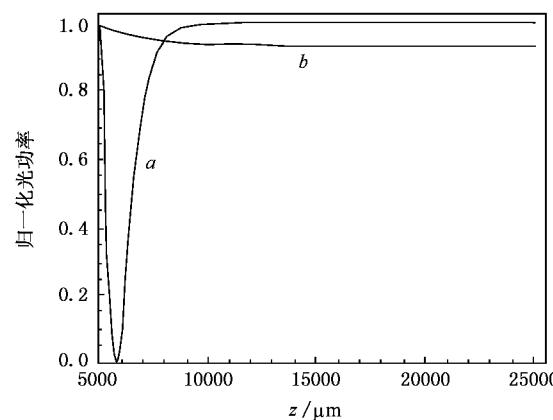


图3 当  $z_0 = 5000 \mu\text{m}$ ,  $\alpha = 0.06^\circ$ , 光从第二个波导入射时, 波导2中光功率的变化

由图3、图4可知,这两种方法得到的光场变化的最终趋势是一致的,即都趋于某一稳定值,但最终趋于稳定的光功率的大小有明显差别.另外,光场在波导中传播距离较短时,曲线a表现出因相位导致的光功率更多的起伏变化.由于本文所提出的方法充分考虑了波导耦合的物理过程,同时考虑了相位

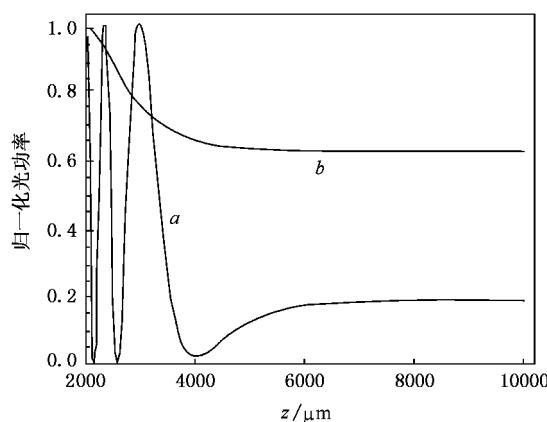


图4 当 $z_0 = 2000 \mu\text{m}$ ,  $\alpha = 0.1^\circ$ , 光从第二个波导入射时, 波导2中光功率的变化

和振幅对耦合方程和耦合系数的影响, 避免了传统方法中主观指定波导分开距离的局限, 因而可以更

全面地反映非平行波导的耦合特性.

## 4. 结 论

利用耦合模理论, 推导出了非平行波导普遍形式的耦合方程及耦合系数表达式. 进而采用小角度近似, 给出几种情况下的计算结果, 并与其他方法的计算结果做了比较. 研究表明, 不同方法得到的波导中光功率虽然在远距离处都趋于稳定不变, 但稳定功率的大小有明显的差别. 本文方法指出, 近距离处的光功率随着传输距离的起伏变化更明显. 由于本文采用的方法在求解过程中充分考虑了波导耦合的物理过程, 同时还考虑了相位和振幅对耦合方程和耦合系数的影响, 因而比传统方法能更全面地反映非平行波导的耦合特性.

- 
- [1] Jia Y B , Kang S W , Zhuang W R 1996 *Acta Photon. Sin.* **25** 541 (in Chinese) [ 贾玉斌、康寿万、庄宛如 1996 光子学报 **25** 541 ]
  - [2] Jia Y B , Chen L H , Li Y Z 2001 *Chin. J. Semicond.* **22** 541
  - [3] Meng Y Z , Tan W H , Huang Z M 2003 *Acta Opt. Sin.* **23** 964 (in Chinese) [ 孟义朝、谭维翰、黄肇明 2003 光学学报 **23** 964 ]
  - [4] Guo Q Z , Tan W H , Meng Y C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 3092 (in Chinese) [ 郭奇志、谭维翰、孟义朝 2003 物理学报 **52** 3092 ]
  - [5] Yu Z Y , Zhang X G , Liu X M 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 904 (in Chinese) [ 俞重远、张晓光、刘秀敏 2001 物理学报 **50** 904 ]
  - [6] Wang E F , Li H F , Li H et al 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5339 (in Chinese) [ 王峨峰、李宏福、李 浩等 2005 物理学报 **54** 5339 ]
  - [7] Li Z B , Yao R X 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2062 (in Chinese) [ 李志斌、姚若侠 2001 物理学报 **50** 2062 ]
  - [8] Xiao J B , Ma C F , Zhang M D et al 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 254 (in Chinese) [ 肖金标、马长峰、张明德等 2006 物理学报 **55** 254 ]
  - [9] Jia Y , Ma B X , Yao Q K et al 2002 *Chin. Phys.* **11** 58
  - [10] Luo X Q , Zhu S Q , Gao W J 2001 *Chin. Phys.* **10** 1011
  - [11] Matsuhara M , Watanabe W 1975 *J. Opt. Soc. Am.* **65** 163
  - [12] Trinh T , Mittra R 1981 *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **29** 875
  - [13] Jia Y B 2005 *Acta Opt. Sin.* **25** 1161 (in Chinese) [ 贾玉斌 2005 光学学报 **25** 1161 ]
  - [14] Yariv A , Yeh P 1991 *Optical Waves in Crystals* (Beijing Science Press) (in Chinese) [ 亚里夫 A、叶 P 1991 晶体中的光波(中译本) (北京 科学出版社) ]



# Theoretical study on coupling between nonparallel waveguides<sup>\*</sup>

Liang Hua-Wei<sup>†</sup> Shi Shun-Xiang Li Jia-Li

(School of Technical Physics, Xidian University, Xi'an 710071, China)

(Received 5 August 2006; revised manuscript received 12 December 2006)

## Abstract

Coupling between nonparallel waveguides is studied by coupling mode theory, and the coupling equations and coupling coefficients are obtained. Using small angle approximation, results under several conditions are obtained, which are then compared with that of another method. Although both methods indicate that the optical power approaches to a stable value at positions far from the input yet the values of optical power obtained by them are quite different. To be specific, near the input, optical power changes more violently with propagation distance for the method used by us. Since the effects of both optical amplitude and phase on the coupling equations and coupling coefficients are considered fully in the present method, our results are more comprehensive in describing the coupling of nonparallel waveguides and should be more meaningful for practical applications.

**Keywords** : nonparallel waveguides, coupling equation, coupling coefficient

**PACC** : 4282, 4280L

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60277006) and the Advanced Research Foundation for National Defence of China (Grant No. 51407010105DZ0130).

† E-mail: xdlhuawei@sohu.com