

光脉冲传输模拟的快速数值差分递推算法及其应用研究^{*}

张冠茂[†] 张晓萍

(兰州大学信息科学与工程学院现代通信技术研究所 , 兰州 730000)

(2006 年 8 月 17 日收到 2006 年 10 月 1 日收到修改稿)

利用零邻域的马克劳林展开对归一化非线性薛定谔方程的频域差分形式进行分析 , 得出一个能够同时考虑光学媒质的色散作用以及非线性克尔作用的时域快速数值差分递推公式 . 选取若干算例 , 将运用该公式的数值计算结果与已知的解析结果和传统分步傅里叶方法所得的计算结果做了相应的比较 . 结果表明这种快速数值差分递推公式不但拥有相当快的计算速度 , 也有很高的计算精度 , 而且在物理上符合光脉冲在光学媒质中传输时色散和非线性作用同时施加影响的客观实际 , 这说明它是研究非线性光学媒质中光脉冲传输的一种科学、合理而快速有效的数值计算方法 .

关键词 : 快速数值差分递推公式 , 零邻域马克劳林展开 , 非线性薛定谔方程 , 光脉冲传输

PACC : 4265, 4281D, 0260

1. 引言

非线性薛定谔方程 (nonlinear Schrödinger equation , NLSE) 是现代物理学研究中经常遇到的各种非线性发展方程中的一种^[1] , 它也是研究非线性色散媒质中光脉冲传播问题的一个十分重要的基本方程 . 长期以来 , 人们对于它的精确求解进行了不懈的努力^[2-5] . 但是除了极少数特定情形下可以利用逆散射变换方法 (IST)^[6] 获得它的孤子解外 , 对于输入光脉冲包络为任意形状下的方程求解 , 仍然只能依靠各种各样的数值解法 . 一般说来 , 这些方法大体上可以分为有限差分法和伪频谱法两大类 . 对于传统的有限差分法来说 , 它需要对方程中包含的时间和空间变量进行差分表示 , 并将方程转化为代数方程进行求解 , 虽然这种方法能够同时考虑色散和非线性的作用 , 但其计算精度的提高却是以计算量的极大增加为代价的^[7] , 计算速度比较慢一直是其十分不利的方面 . 对于伪频谱法 , 现在已普遍获得广泛应用的是分步傅里叶方法 (SSFM)^[7] , 由于它采用了有限快速傅里叶变换 (FFT) 算法 , 因而比大多数的

有限差分法拥有快得多的计算速度 . 此外 , 近年来也有文献分别研究了建立在小波变换算法基础上的分步小波方法 (SSWM)^[8] 和基于自适应分步傅里叶的方法 (ASSFM)^[9] 以及改进的分步傅里叶方法 (MSSFM)^[10] , 还有通过将传输过程划分为自相位调制 (SPM) 和色散各自独立起作用的两个过程段的两段分析法^[11] , 以及运用微分矩阵法求解非线性薛定谔方程的研究方法^[12, 13] , 但是以上这些方法大都有一个共同之处 , 即它们均是建立在同一光纤传输区段上色散作用和非线性作用先后分别作用时其综合效果等效于二者同时作用的基本假设的基础上 , 这和实际过程中色散作用和非线性作用是同步发生作用的情形具有实质性的区别 .

针对前述各种方法所存在的问题 , 本文利用零邻域的马克劳林 (Maclaurin) 展开对归一化非线性薛定谔方程的频域差分形式进行了分析处理 , 得出了一种在计算时能够同时考虑非线性薛定谔方程的色散项和非线性项共同作用的时域快速数值差分递推公式 . 将该公式运用于若干实际算例 , 给出了高斯形、矩形脉冲在光纤中的线性和非线性传输的波形分布及演化图 , 并将该计算结果与解析结果以及传

* 教育部“新世纪优秀人才支持计划”基金(批准号:NCET-04-0981)和兰州大学信息科学与工程学院青年科学基金(批准号: LZU-XXY-YSRF-01)资助的课题 .

† E-mail: zhanggm@lzu.edu.cn

统分步傅里叶方法的计算结果做了比较和分析,同时对二者的运算机时做了对比分析。

2. 理论分析

2.1. 归一化快速数值差分递推公式的导出

理论研究表明^[7],在脉冲的宽度不小于5 ps时,光脉冲在具有损耗、色散和非线性作用的光学媒质中进行传输几乎不用考虑拉曼效应的作用,此时脉冲将遵从下述形式的非线性薛定谔方程:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial T^3} = i\gamma |A|^2 A \quad (1)$$

此处, A 即 $A(z, T)$, 它代表光脉冲包络的慢变振幅分布, 其初射脉冲包络为 $A(0, T)$. z 为空间传输距离, T 是以群速度 v_g 移动的延时参考系中的时间坐标, $T = t - z/v_g$. 参数 $\alpha, \beta_2, \beta_3, \gamma$ 分别代表了光纤中的损耗因子、二阶色散参数、三阶色散参数以及非线性克尔效应系数. 为了便于求出方程(1)的时域数值差分递推关系, 首先对上式进行归一化变换处理, 具体操作如下:

$$A(z, T) = \sqrt{P_0} U(z_0, \tau), \quad (2)$$

其中 $\tau = T/T_0$, $z_0 = z/L_D$, 这里的 T_0 是输入脉冲的半宽度(即在光强度峰值的 $1/e$ 处), L_D 和 L_N 分别表示色散长度和非线性长度, 即

$$\begin{aligned} L_D &= \frac{T_0^2}{|\beta_2|}, \\ L_N &= \frac{1}{\gamma P_0}, \\ N^2 &= \frac{L_D}{L_N}, \end{aligned} \quad (3a)$$

同时将二阶、三阶色散参数写为下述形式:

$$\begin{aligned} \beta_2 &= \text{sgn}(\beta_2) |\beta_2|, \\ \beta_3 &= \text{sgn}(\beta_3) |\beta_3|, \end{aligned} \quad (3b)$$

此处的 $\text{sgn}(\cdot)$ 代表符号函数, 其定义如下:

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0, \\ 0 & x = 0, \\ -1 & x < 0, \end{cases} \quad (3c)$$

于是方程(1)可改写为下述形式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial z_0} + \frac{L_D \alpha}{2} U + \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} \\ - \frac{\text{sgn}(\beta_3)}{6 T_0} \frac{|\beta_3|}{|\beta_2|} \frac{\partial^3 U}{\partial \tau^3} \\ = i N^2 |U|^2 U, \end{aligned} \quad (4)$$

与上式相对应的入射光脉冲形式可以写为

$$U(0, \tau) = \frac{1}{\sqrt{P_0}} A(0, T), \quad (5)$$

显然若能求得不同归一化距离处的 $U(z_0, \tau)$, 则对应于方程(1)的结果就可表示为

$$A(z, T) = \sqrt{P_0} U(L_D z_0, T_0 \tau). \quad (6)$$

接下来对(4)式做傅里叶正变换 $U(z_0, \tau)$

$$\longleftrightarrow \tilde{U}(z_0, \omega), \text{ 关于 } \tau \text{ 的一阶偏导数的傅里叶变换形式应该取为 } \frac{\partial U(z_0, \tau)}{\partial \tau} \longleftrightarrow -i\omega \tilde{U}(z_0, \omega)^{[14]},$$

随后可得下述结果:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial z_0} + \frac{L_D \alpha}{2} \tilde{U} - \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2} \cdot \omega^2 \cdot \tilde{U} \\ - \frac{\text{sgn}(\beta_3)}{6 T_0} \cdot \frac{|\beta_3|}{|\beta_2|} \cdot \omega^3 \cdot \tilde{U} \\ = i N^2 \mathbb{H} |U|^2 U, \end{aligned} \quad (7)$$

在空间步进值 Δz_0 取得很小时(大约在 10^{-3}), 将该式关于 z_0 的一阶微分求导运算用其差分形式代替, 并对之进行简单的组合整理, 即可得到以下基本关系:

$$\begin{aligned} \tilde{U}(z_0 + \Delta z_0, \omega) \\ \cong \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left[\frac{L_D \alpha}{2} - \text{sgn}(\beta_2) \cdot \omega^2 \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\text{sgn}(\beta_3) |\beta_3|}{3 T_0} \cdot \frac{|\beta_3|}{|\beta_2|} \cdot \omega^3 \right] \cdot \Delta z_0 \right\} \cdot \tilde{U}(z_0, \omega) \\ + \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{L_D \alpha}{2} \cdot \Delta z_0 \right) \cdot \tilde{U}(z_0, \omega) \right. \\ \left. + i 2 N^2 \cdot \Delta z_0 \mathbb{H} |U|^2 U \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

对上式的前一项可以应用零邻域的马克劳林展开式的恒等性^[15], 在给定小的步进值 Δz_0 下, 忽略二阶以上的高阶项, 应有以下的近似关系成立:

$$\begin{aligned} e^{- \left[\frac{L_D \alpha}{2} - \text{sgn}(\beta_2) \cdot \omega^2 - \frac{\text{sgn}(\beta_3) |\beta_3|}{3 T_0} \cdot \frac{|\beta_3|}{|\beta_2|} \cdot \omega^3 \right] \cdot \Delta z_0} \\ \cong 1 - \left[\frac{L_D \alpha}{2} - \text{sgn}(\beta_2) \cdot \omega^2 \right. \\ \left. - \frac{\text{sgn}(\beta_3) |\beta_3|}{3 T_0} \cdot \frac{|\beta_3|}{|\beta_2|} \cdot \omega^3 \right] \cdot \Delta z_0. \end{aligned} \quad (9)$$

将上式代入(8)式后并对之进行傅里叶逆变换(IFT), 则其时域表达形式可表示如下:

$$\begin{aligned} U(z_0 + \Delta z_0, \tau) \\ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{- \left[\frac{L_D \alpha}{2} - \text{sgn}(\beta_2) \cdot \omega^2 - \frac{\text{sgn}(\beta_3) |\beta_3|}{3 T_0} \cdot \frac{|\beta_3|}{|\beta_2|} \cdot \omega^3 \right] \cdot \Delta z_0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \tilde{U}(z_0, \omega) \cdot e^{-i\omega\tau} \cdot d\omega \\
& + \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{L_D \alpha}{2} \cdot \Delta z_0 \right. \right. \\
& \left. \left. + i2N^2 \cdot \Delta z_0 |U(z_0, \tau)|^2 \right) \right. \\
& \left. \times U(z_0, \tau) \right\}, \quad (10)
\end{aligned}$$

同理在时域运用马克劳林关系处理上述方程的最后一项,可知应有以下近似关系成立:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} e^{\left[-\frac{L_D \alpha}{2} + i2N^2 |U(z_0, \tau)|^2 \right] \cdot \Delta z_0} \cdot U(z_0, \tau) \\
& \cong \frac{1}{2} \left[1 - \frac{L_D \alpha}{2} \cdot \Delta z_0 \right. \\
& \left. + i2N^2 \cdot \Delta z_0 |U(z_0, \tau)|^2 \right] \\
& \times U(z_0, \tau), \quad (11)
\end{aligned}$$

当空间坐标取为 $z_0 = k\Delta z_0$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ 时, 将(11)式代入, 则(10)式就可以形式地简记为下述递推关系:

$$\begin{aligned}
U_{k+1} &= \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{L_D \alpha}{2} \cdot \Delta z_0} \cdot [h_\beta * U_k \\
&+ e^{(i2N^2 \cdot \Delta z_0 |U_k|^2) \cdot U_k}]. \quad (12)
\end{aligned}$$

其中 h_β 的表示式为

$$\begin{aligned}
h_\beta &= h_\beta(\Delta z_0, \tau) \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\left[\operatorname{isgr}(\beta_2) \cdot \omega^2 + \frac{\operatorname{isgr}(\beta_3)}{3T_0} \left| \frac{\beta_3}{\beta_2} \right| \cdot \omega^3 \right]} \cdot \Delta z_0 \\
&\times e^{-i\omega\tau} \cdot d\omega. \quad (13)
\end{aligned}$$

上式可以理解为在 Δz_0 距离上光脉冲在色散独立作用下的系统冲激响应函数, 尤其是当其三阶色散系数 β_3 为零时, 上式的时域解析结果可以通过比较复杂的积分理论分析过程得到. 此处的第(12)式就是用来对光脉冲在非线性色散媒质中的传输进行计算的基本数值差分递推公式. 由于它可以在时域直接进行运算, 所以使用起来极为方便. 显然, 利用(12)式求得了一系列的 $U(z_0, \tau)$ 后, 即可通过(6)式得到与(1)式相对应的非线性薛定谔方程的最终结果.

在前述数值差分递推关系中, 其初射光脉冲的包络形式可以取为任何合适形状的函数形式, 在一般情形下可以取为下述啁啾高斯脉冲包络形式:

$$U_k|_{k=0} = U(0, \tau) = e^{-\left[\frac{(1+iC)\tau}{2} \right]^2}, \quad (14)$$

其中 C 为脉冲的啁啾系数.

对(12)式进行考察可知, 在计算当前段光脉冲

的传输当中, 由于上述公式同时考虑了色散效应和非线性效应的共同作用, 因此不必像 SSFM 那样, 需要将色散过程和非线性过程分割开来进行相继的运算处理, 所以本文的方法相对于 SSFM 而言, 更加符合光学媒质中光脉冲传播的实际情形, 因而其物理图景就更为科学合理.

2.2. 快速数值差分递推公式与解析解的关系

由前述分析结果, 可以很容易地推得完全色散作用情形下的解析结果. 譬如在纯色散条件下, 此时 $\gamma = 0$, 于是由(8)式出发结合零邻域的马克劳林展开关系可以很容易地求得下式:

$$\begin{aligned}
U_{k+1} &= h_\beta * U_k \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left[\frac{L_D \alpha}{2} - \frac{\operatorname{isgr}(\beta_2)}{2} \cdot \omega^2 - \frac{\operatorname{isgr}(\beta_3)}{6T_0} \left| \frac{\beta_3}{\beta_2} \right| \cdot \omega^3 \right]} \cdot \Delta z_0 \\
&\times e^{-i\omega\tau} \cdot d\omega * U_k, \quad (15)
\end{aligned}$$

现从 $z_0 = 0$ 处代入初始入射脉冲条件, 经过若干步卷积运算即可准确地得到

$$\begin{aligned}
U_{k+1} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left[\frac{L_D \alpha}{2} - \frac{\operatorname{isgr}(\beta_2)}{2} \cdot \omega^2 - \frac{\operatorname{isgr}(\beta_3)}{6T_0} \left| \frac{\beta_3}{\beta_2} \right| \cdot \omega^3 \right]} \cdot (k+1)\Delta z_0 \\
&\times e^{-i\omega\tau} \cdot d\omega * U_k, \quad (16)
\end{aligned}$$

这也就是说下列关系式必然恒成立:

$$\begin{aligned}
U(z_0, \tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left[\frac{L_D \alpha}{2} - \frac{\operatorname{isgr}(\beta_2)}{2} \cdot \omega^2 - \frac{\operatorname{isgr}(\beta_3)}{6T_0} \left| \frac{\beta_3}{\beta_2} \right| \cdot \omega^3 \right]} \cdot z_0 \\
&\times \tilde{U}(0, \omega) \cdot e^{-i\omega\tau} \cdot d\omega, \quad (17)
\end{aligned}$$

其中 $\tilde{U}(0, \omega)$ 是输入光脉冲包络 $U(0, \tau)$ 的傅里叶变换, 显然上式就是纯色散情形下解析解的基本表达式. 在实际的分析计算处理中(12)式和(17)式的卷积运算一般都是通过采用 FFT 来完成的, 当然也可以采用变换分解速度更快的小波变换方法, 这些都是有现成方案可以实现的.

3. 计算实例分析

为了验证本文提出的快速数值差分递推关系(12)式的有效性, 在下面的算例中拟选用和文献[8]相同的参数, 以资比较.

3.1. 仅考虑色散作用的线性传输情形

对于一个无啁啾无损耗的高斯脉冲在常规单模光纤中的传输, 基本参数对应取为: 脉冲宽度为 $T_0 = 20$ ps, 脉冲峰值功率为 $P_0 = 10$ mW, 光纤的损耗取

为 $\alpha = 0 \text{ dB/km}$, 二阶色散系数取为 $\beta_2 = -4 \text{ ps}^2/\text{km}$, 三阶色散系数取为 $\beta_3 = 0$, 传输距离分别取为 $z = 100 \text{ km}, 200 \text{ km}, 300 \text{ km}$. 在数值计算中, 空间步进值取为 $\Delta z_0 = 0.001$, 此值相当于 $\Delta z = 0.1 \text{ km}$, 另外采样点数取为 2048 点. 经 MATLAB 编程运算处理后得到的计算结果如图 1 所示, 在这里与数值计算结果相对照的解析结果则由文献 [16] 给出.

由图 1 所示曲线可以看出, 基于本文方法的数值模拟计算曲线和解析结果的曲线符合得很好. 经计算其最大相对误差仅为 0.03%, 完成运算所花费的时间也仅为 10.8 s, 这说明本文所述快速数值差分递推公式能够以相当高的精度快速完成光脉冲在光学媒质中线性传输所需要的相关计算.

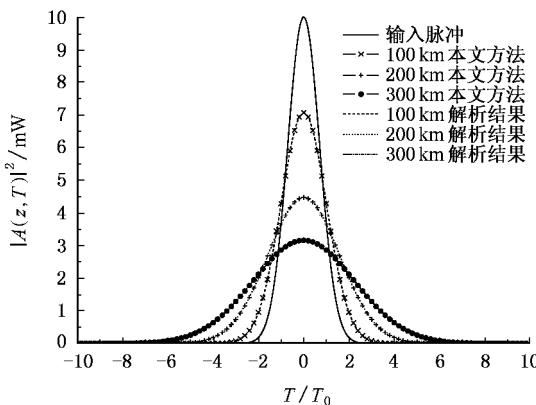


图 1 快速数值差分递推算法和解析方法得到的无啁啾高斯脉冲在无损耗常规单模光纤中分别传输 100 km, 200 km, 300 km 后的波形对比

3.2. 考虑色散与非线性效应共同作用时的情形

接下来考虑含有非线性作用的啁啾高斯光脉冲传输的情形. 取基本参数为: 脉冲宽度取为 $T_0 = 20 \text{ ps}$, 脉冲啁啾系数为 $C = 1$, 脉冲峰值功率为 $P_0 = 10 \text{ mW}$, 光纤的损耗取为 $\alpha = 0 \text{ dB/km}$, 二阶色散系数取为 $\beta_2 = -4 \text{ ps}^2/\text{km}$, 三阶色散系数仍取为 $\beta_3 = 0$, 传输距离分别取为 $z = 200 \text{ km}, 300 \text{ km}$, 非线性作用克尔系数为 $\gamma = 1 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$. 在数值计算中, 空间步进值仍取为 $\Delta z_0 = 0.001$, 此值相当于 $\Delta z = 0.1 \text{ km}$. 作为对比, 同时也给出了基于 SSFM 的计算结果, 经过简单计算后二者的相关结果对比如图 2 所示, 而计算所耗费的机时对比则如表 1 所示. 另外在上述各阶色散及非线性参数保持不变的条件下, 考虑到光

纤存在的实际损耗, 取 $\alpha = 0.2 \text{ dB/km}$, 做出了外包络为理想矩形光脉冲在单模光纤中传输 100 km 的波形演化图, 如图 3 所示.

由图 2 可见, 本文所述的快速数值差分递推方法的计算结果和 SSFM 所得结果相比, 发现二者的相对误差在 0.03% 以内. 由表 1 的数据对比分析可见, 本文所述方法的机器耗时几乎仅为传统 SSFM 耗时的一半, 尤其在采样点数为 2048 点的情形下, 前者计算耗时竟然仅为后者的三分之一, 这就说明本文的计算方法对于处理光脉冲在光学媒质中的非线性传输问题也是十分有效的. 由图 2 可知, 在对等距离处, 此处的光脉冲瞬时功率大于图 1 的结果, 这是因为非线性作用与脉冲啁啾部分地抵消了色散作用的结果. 由图 3 则可以看出, 随着传输距离的增加, 光脉冲两侧前后沿处出现振荡状结构, 并向脉冲中心扩展, 整个脉冲的幅度随着距离的增加而渐次减小. 图 2 和图 3 所示的计算结果均说明本文提出的快速数值差分递推算法是一种非常有效的快速数值处理方法.

此外需要在此指出的是, 文献 [8] 中的文字参数描述的计算结果和该文中图 2 所示结果是不相一致的. 按照该文中图 2 的曲线来看, 图形绘制的应该是脉冲啁啾系数 $C = 1$ 时的结果, 而不是该文描述中所说的 $C = -1$ 时的结果. 因为当二阶色散系数和脉冲啁啾系数同符号时, 光脉冲是严格单调展宽的^[16], 即其瞬时功率值不会有图示的那么高, 对于 200 km 处的曲线, 此时其峰值大小约为 4.02, 只有二者异号时, 才会有图示的那么大(约为 6.48).

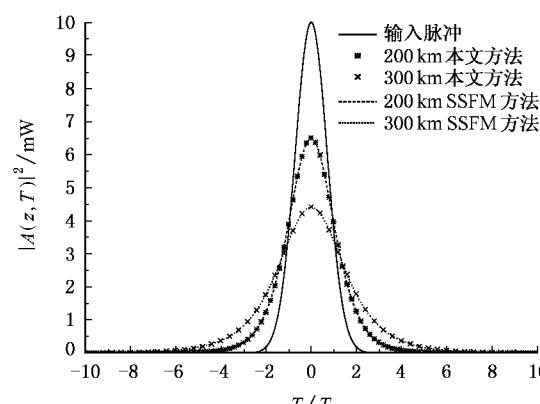


图 2 快速数值差分递推算法和 SSFM 得到的有啁啾高斯脉冲在无损耗常规单模光纤中分别非线性传输 200 km, 300 km 后的波形对比

表 1 分步傅里叶方法和时域快速数值差分递推算法在不同采样点数下耗费机时的对比

采样点数	128	512	1024	2048	4096	8192
SSFM 耗费机时/s	0.94	2.1	3.9	11.8	18.3	35.0
时域快速数值差分递推算法耗费机时/s	0.50	1.1	1.8	3.60	7.50	15.0

注:计算用参数如 3.2 节所述,传输距离选为 100 km,运行的机器环境为:APPLE 公司 IMAC 200,操作系统为 Windows XP,CPU T2400@1.83 GHz,内存 496 MB.

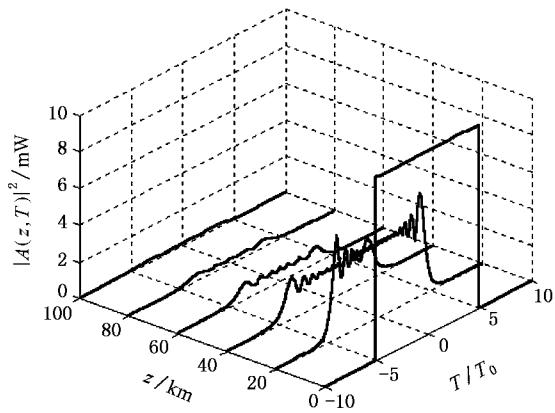


图 3 理想矩形光脉冲在有耗常规单模光纤中非线性传输 100 km 的波形演化图

4. 结 论

利用马克劳林展开对非线性薛定谔方程的频域

差分形式进行分析处理,推得了一个能够同时考虑色散作用以及非线性克尔作用的时域快速数值差分递推公式.将该公式应用于实际的算例,与已知的解析结果和 SSFM 所得的结果所做的对比表明,这种快速数值差分递推公式更加符合光脉冲在光学媒质中传输的实际情形,它无需在同一个小的光纤传输片段上将色散过程与非线性过程割裂开来分别进行处理.在计算速度上,文中所述方法明显高于常用的分步傅里叶方法,因而本文所提出的方法与传统的分步傅里叶数值分析方法相比,不但拥有不低于这些方法的计算精度和速度,而且其物理图景更为科学合理.无论从计算速度以及计算精度上看,都说明它是研究光脉冲在光学媒质中传输问题的一种科学、合理而快速有效的数值计算方法,它可以广泛地应用在与光脉冲非线性传输有关的物理学研究领域当中.

- [1] Wang M L 1990 *Nonlinear Evolution Equation and Solitons* (Lanzhou: Lanzhou University Press) 1—16 (in Chinese) [王明亮 1990 非线性发展方程和孤立子 (兰州: 兰州大学出版社) 1—16]
- [2] Armando Vannucci, Paolo Serena, Alberto Bononi 2002 *Journal of Light Technology* **20** 1102
- [3] Li B, Chen Y 2004 *Chaos, Solitons and Fractals* **21** 241
- [4] Ruan H Y, Chen Y X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 176 (in Chinese) [阮航宇、陈一新 2000 物理学报 **49** 176]
- [5] Zhang J F, Xu C Z, He B G 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3652 (in Chinese) [张解放、徐昌智、何宝钢 2004 物理学报 **53** 3652]
- [6] Zakharov V E, Shabat A B 1972 *Soviet Phys. JETP* **34** 62
- [7] Agrawal G P 2005 *Nonlinear Fiber Optics* (third edition) (Beijing: World Publishing Corporation) 50—68
- [8] Chen H P, Wang J, He G G 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2779 (in Chinese) [陈宏平、王 箭、何国光 2005 物理学报 **54** 2779]
- [9] Li S G, Xing G L, Zhou G Y, Han Y, Hou L T, Hu M L, Li Y F, Wang Q Y 2006 *Chin. Phys.* **15** 437
- [10] Rao M, Sun X H, Zhang M D 2003 *Chin. Phys.* **12** 502
- [11] Pu T, Li Y Q 2002 *Journal of Microwaves* **18** 28 (in Chinese) [蒲涛、李玉权 2002 微波学报 **18** 28]
- [12] Nielson O M 1997 *Wavelets in Scientific Computing* (Denmark: Copenhagen University)
- [13] Tian Y, Liu Y, Guo Q, Liu C Y 2000 *Journal of South China Normal University (Natural Science Edition)* **4** 13 (in Chinese) [田野、刘 勇、郭 旗、刘承宜 2000 华南师范大学学报(自然科学版) **4** 13]
- [14] Zhang X G, Yang B J, Yu Z Y 2003 *Chinese Journal of Computational Physics* **20** 267 (in Chinese) [张晓光、杨伯君、俞重远 2003 计算物理 **20** 267]
- [15] Richard Courant, Fritz John 1989 *Introduction to Calculus and Analysis* (Volume 1) (Springer Verlag New York Inc) 491
- [16] Jia D F, Yu Z H, Tan B, Hu Z Y et al translated 2002 [U.S.A.] Govind P. Agrawal *Nonlinear Fiber Optics & Applications of Nonlinear Fiber Optics* (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) 45—46 [贾东方、余震虹、谈 斌、胡智勇等译 2002 [美] Govind P. Agrawal 著 非线性光纤光学原理与应用(电子工业出版社) 45—46]

Study on the rapid numerical difference recurrence algorithm for the simulation of optical pulse propagation and its applications^{*}

Zhang Guan-Mao[†] Zhang Xiao-Ping

(Institute of Modern Communication Technology , School of Information Science and Engineering ,
Lanzhou University , Lanzhou 730000 , China)

(Received 17 August 2006 ; revised manuscript received 1 October 2006)

Abstract

Maclaurin expansion near zero domain is applied to analysis the difference form of the normalized nonlinear Schrödinger equation in frequency domain , and a rapid numerical difference recurrence formula is deduced in time domain , which considers the nonlinear Kerr effect as well as the effect of chromatic dispersion in optical medium simultaneously. Through some examples , a comparison is made between the results using the algorithm of this paper and the known analytical results , including the results of SSFM method. The calculated results show that this method has not only fairly fast calculation speed , but also very high calculation precision , and is more suitable to the actual situation of light pulse propagation affected by the dispersion and nonlinearity at the same time through optical medium. All the above results show that it is a well founded , fast and effective numerical calculation method to study light pulse propagation in optical medium.

Keywords : rapid numerical difference recurrence formula , Maclaurin expansion near zero domain , nonlinear Schrödinger equation , optical pulse propagation

PACC : 4265 , 4281D 0260

^{*} Project supported by the Program for New Century Excellent Talents in University. (Grant No. NCET-04-0981) and the Youth Scientific Research Fund of School of Information Science & Engineering of Lanzhou University(Grant No. LZU-XXXY-YSRF-01).

[†] E-mail : zhanggm@lzu.edu.cn