

基于元胞传输模型的可变信息标志 选址问题研究^{*}

尚华艳¹⁾ 黄海军^{1)†} 高自友²⁾

1) 北京航空航天大学经济管理学院, 北京 100083)

2) 北京交通大学交通运输学院, 北京 100044)

(2006 年 11 月 15 日收到, 2007 年 4 月 5 日收到修改稿)

随着智能交通技术的发展, 可变信息标志(VMS)被广泛应用于动态交通管理中. 元胞传输模型(CTM)可以较好地模拟交通流激波、排队形成与消散等交通流动力学特性. 应用 CTM 对 VMS 选址问题进行了研究. 数值模拟结果表明, 合适的 VMS 位置可以减少系统内所有车辆的行驶时间. 还分析了路径选择概率变化与 VMS 位置之间的关系. 在一定范围内, 交通事故越严重, VMS 应设置在距离事故地点越远的地方.

关键词: 可变信息标志, 选址问题, 元胞传输模型, 数值模拟

PACC: 0520, 0550, 0260

1. 引言

可变信息标志(variable message signs, 简记为 VMS)作为智能交通系统(intelligent transportation systems, 简记为 ITS)的一部分, 能够向出行者提供实时的路况信息, 引导驾驶员做出合理的路径抉择, 达到缓解交通拥堵的目的. 在 VMS 的效果评价中, 仿真方法被广泛应用. 文献 [1, 2] 研究了两个节点、两条路径的简单网络, 通过引入拥挤信息反馈机制, 模拟了出行者利用 VMS 动态交通信息完成路径选择的过程, 但这些工作没有考虑信息板的位置影响. 实际观察发现, VMS 的效果不但与信息发布板的数量有关, 更与其安装位置有关.

元胞传输模型(cell transmission model, 简记为 CTM)是 Daganzo^[3]于 1994 年提出的, 可以较好地模拟一些交通流动力学特性, 如激波、排队形成、排队消散等^[4, 5]. Lo 和 Szeto^[6-8]将 CTM 进一步扩展到网络, 给出了网络中基于 CTM 的路径时间计算方法. Ziliaskopoulos^[9]利用 CTM 研究一个起讫对(单 OD 对)网络的系统最优动态配流问题. 文献 [10] 比较全面地介绍了 CTM 近 10 年来的研究进展.

本文应用 CTM 确定 VMS 的位置, 通过在不同元胞设置 VMS, 考察交通系统内所有车辆行驶时间的变化, 进而找到 VMS 的最佳位置. 分析了路径选择概率变化与 VMS 位置之间的关系. 本研究所用到的背景网络虽然简单, 但所揭示的现象具有启发意义, 建模方法可以扩展到较大规模的网络上.

2. 模型

考虑只有一个 OD 对的简单网络, 如图 1 所示. 路段 L_1 和 L_2 构成路径 R_1 , 路段 L_1 和 L_3 构成路径 R_2 . 从起始点 0 出发的车辆可以选择路径 R_1 或

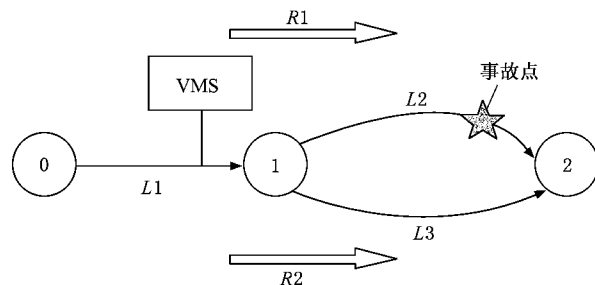


图 1 单 OD 对网络示意图

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 70521001)和国家重点基础研究发展规划(批准号: 2006CB705503)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: hjhuang@mail.nsf.gov.cn

$R2$ 到达终点 2. 假设在某个时刻, $L2$ 上发生了交通事故, 这个信息通过 $L1$ 上设置的 VMS 向出行者发布. 驾驶员获得信息后可以改变自己的路径抉择、避免在 $L2$ 上不必要的等待. 当然, 驾驶员是否继续选择 $R1$ 取决于他(她)获得事故信息的时间以及事故的延续时间.

2.1. 元胞传输模型

Daganzo^[3]提出, 如果交通流量 q 和交通密度 ρ 满足如图 2 所示的梯形关系, 即

$$q = \min\{\rho v, q_{\max}, w(\rho_{\text{jam}} - \rho)\}$$

$(0 \leq \rho \leq \rho_{\text{jam}}),$ (1)

则 Lighthill 和 Whitham^[11]以及 Richards^[12]所提出的连续交通流模型 LWR 公式可以近似离散为如下迭代公式:

$$n_j(t+1) = n_j(t) + \gamma_j(t) - \gamma_{j+1}(t),$$

$$\gamma_j(t) = \min\{n_{j-1}(t), Y_j(t)(w/v) \times (N_j(t) - n_j(t))\}.$$
(3)

(1) 式中 v, q_{\max}, w 和 ρ_{jam} 分别是车辆的自由流速度、最大交通流量(或通行能力)、交通激波的速度和最大密度(或堵塞密度). 在离散形式的(2)(3)式中, 路段被划分为多个等距的小段(元胞), 每一个元胞的长度等于自由车流在一个时间步长内行走的距离, 下标 j 代表元胞 $j, j+1(j-1)$ 代表 j 的下游(上游)元胞, 变量 $n_j(t), \gamma_j(t), N_j(t)$ 和 $Y_j(t)$ 分别是 t 时刻元胞 j 内的车辆数、车辆实际流入率、一个元胞最多能够承载的车辆数(承载能力)和元胞所能接受的最大流入能力.(2)(3)式给出了交通流随时间演变的更新方法.

对于图 1 所示的网络, 构建 CTM 时需要考虑单元胞相接、路段会聚和发散三种情形. 首先将研究时域 $[0, T]$ 划分为 K 个时段, 每个时段的长度为 $\Delta, T = K\Delta$. 并假设 T 足够大, 能使所有车辆均驶离路网. 然后, 将路段 $L1, L2, L3$ 分别划分为 m_1, m_2 和 m_3 个元胞. 在 $L1$ 起始元胞的上游添加一个虚拟元

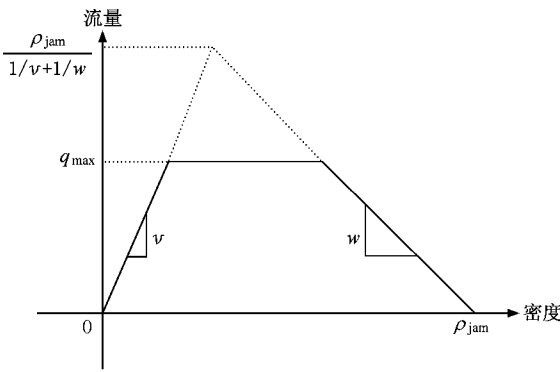


图 2 流量与密度之间的梯形关系

胞 O , 令 $N_O(t) = \infty$, 即假设 O 是一个巨大的车库, 而其车辆流入能力 $Y_O(t)$ 等于 t 时刻网络的出行需求. 在网络节点 2 处设置一个元胞 D , 假设它能够接受来自元胞 m_2 和 m_3 的所有车辆, 即 $N_D(t) = \infty$. 这样, 所构建的 CTM 包含 5 种元胞: 普通元胞, 上下游各有一个元胞与之相连; 发散元胞, 上游只与一个元胞、下游与两个元胞相连; 会聚元胞, 上游与两个元胞、下游只与一个元胞相连; 源元胞, 只有下游元胞而没有上游元胞; 终元胞, 只有上游元胞而没有下游元胞. 图 3 显示了为图 1 所示网络构建的元胞传输模型. 由于网络简单, 所构建的 CTM 不含会聚元胞.

如图 1 所示, 当驾车者从 VMS 得到路段 $L2$ 上的事故信息后, 或者按原定计划出行, 或者在节点 1 处转换到路段 $L3$. 是否转换的决策与交通事故的严重性、事故引起的排队长度、出行者的经验等因素有关. 过程相当复杂, 很难用数学模型完备地描述. 本文假设驾车者在 VMS 发布事故信息前后, 以不同的概率选择路径 $R1$ 和 $R2$.

假定时刻 t_b , 路段 $L2$ 上第 c 元胞发生了交通事故, 该信息经过 t_d 时间延迟后在 VMS 信息板上发布. 事故的持续时间是 t_1 . 令在 $[0, t_b + t_d]$ 和 $[t_b + t_d + t_1, T]$ 期间到达 VMS 的驾车者选择路径 $R1$ 和 $R2$ 的概率分别为 P_1 和 P_2 , 而在 $[t_b + t_d, t_b + t_d + t_1]$ 期

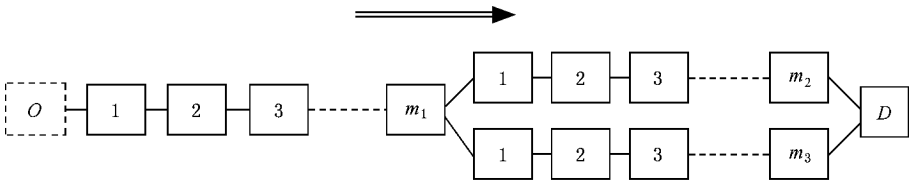


图 3 图 1 所示网络构建的元胞传输模型

间到达 VMS 的驾车者选择路径 R_1 和 R_2 的概率分别为 P'_1 和 P'_2 , 显然有关系 $P'_1 < P_1$, $P_1 + P_2 = 1$ 和 $P'_1 + P'_2 = 1$. $P'_1 < P_1$ 的程度与事故的严重程度相关.

令

$$S_{j,i}(t) = \min\{Y_{j,i}(t), n_{j-1,i}(t)\},$$

$$R_{j,i}(t) = \min\{Y_{j,i}(t), \delta(N_{j,i}(t) - n_{j,i}(t))\},$$

这里 j 表示第 j 元胞, i 表示第 i 条路段, $\delta = w/v$. 将 (3) 式应用到不同的元胞, 就会产生三种不同的关系.

(1) 对于普通元胞,

$$\gamma_{j,i}(t) = \min\{S_{j,i}(t), R_{j,i}(t)\}.$$

对于路段 L_2 若

$$t_b \leq t \leq t_b + t_1,$$

就有

$$Y_{c,2} = 0,$$

即发生事故的元胞没有进一步接收车辆的能力.

(2) 对于发散元胞, 若 VMS 安装在路段 L_1 的第 m 元胞, $\eta^m(k)$ 是时段 k 出发的车辆从元胞 O 运行到元胞 m 的实际出行时间, 则当

$$0 \leq k + \eta^m(k) \leq t_b + t_1$$

或

$$t_b + t_d + t_1 \leq k + \eta^m(k) \leq T$$

时, 路段 L_2 和 L_3 上第一个元胞的流入率分别是

$$\gamma_{1,2}(t) = P_1 \gamma_{m,1}(t),$$

$$\gamma_{1,3}(t) = P_2 \gamma_{m,1}(t),$$

当

$$t_b + t_d \leq k + \eta^m(k) \leq t_b + t_d + t_1$$

时, 有

$$\gamma_{1,2}(t) = P'_1 \gamma_{m,1}(t),$$

$$\gamma_{1,3}(t) = P'_2 \gamma_{m,1}(t).$$

(3) 对于终元胞,

$$R_D(t) \geq S_{m_2}(t) + S_{m_3}(t).$$

2.2. 计算车辆行驶时间

令 $f_r(k)$ 是 k 时段选择路径 r 离开起点的流量, $\lambda_r^O(k)$ 是到时段 k 为止选择路径 r 离开元胞 O 的累计出发量, $\lambda_r^D(t)$ 是到时段 t 为止选择路径 r 到达元胞 D 的累计量, 则

$$\lambda_r^O(k) = \sum_{k' \leq k} n_{O,r}(k'), \quad (4)$$

$$\lambda_r^D(t) = \sum_{t' \leq t} n_{D,r}(t'), \quad (5)$$

式中 $n_{O,r}(k')$ 是时段 k' 元胞 O 内选择路径 r 的车辆数, $n_{D,r}(t')$ 是时段 t' 元胞 D 内选择路径 r 的车辆数. 时间离散化处理后, 不能保证同时离开起点 O 的流量 $f_r(k)$ 同时到达元胞 D . 因此, 需要计算流量 $f_r(k)$ 的平均出行时间, 即

$$\eta_r^{OD}(k) = \frac{1}{f_r(k)} \times \int_{\lambda_r^O(k-1)}^{\lambda_r^O(k)} (\lambda_r^{D-1}(\omega) - \lambda_r^{O-1}(\omega)) d\omega \quad (6)$$

式中 $\lambda_r^{D-1}(\omega)$ 表示 $\lambda_r^D(t)$ 的逆函数, 而 $\lambda_r^{O-1}(\omega)$ 表示 $\lambda_r^O(t)$ 的逆函数. 则所有出行者总的出行时间为

$$\begin{aligned} \eta &= \sum_{k=1}^K \sum_{r=1}^2 \int_{\lambda_r^O(k-1)}^{\lambda_r^O(k)} (\lambda_r^{D-1}(\omega) - \lambda_r^{O-1}(\omega)) d\omega \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_{r=1}^2 \eta_r^{OD}(k) f_r(k). \end{aligned} \quad (7)$$

假定路段 L_2 上的事故不影响车流在路段 L_1 上行驶的时间, 即事故造成的车辆排队不会延伸到 L_1 上, 否则 L_1 上设置 VMS 就失去了意义. 假设 k 时段离开元胞 O 的总流量 $f(k)$ 在 $k+z$ 时段前全部流入元胞 m , f^x 表示 k 时段离开元胞 O , $k+x$ 时段流入元胞 m 的流量, 即

$$\sum_{x=1}^z f^x = f(k),$$

则流量 $f(k)$ 从元胞 O 行驶到元胞 m 的实际平均出行时间如下:

$$\eta^{Om}(k) = \frac{f^1(k+1-k) + f^2(k+2-k) + \dots + f^z(k+z-k)}{f(k)} = \frac{f^1 + 2f^2 + \dots + zf^z}{f(k)}. \quad (8)$$

所要研究问题的关键在于如何确定 VMS 在路段 L_1 上的最佳位置 m , 使所有驾车者的总出行时间 η 最小.

3. 数值模拟

假定路段 L_1 , L_2 和 L_3 上的 q - ρ 关系均满足图

2所示的梯形基本图,主要参数值如下:路段的最大车辆通行能力 $q_{\max}=1\text{ s}^{-1}$;堵塞密度 $\rho_{\text{jam}}=125\text{ km}^{-1}$,自由流车速 $v=13.3\text{ m/s}$.算例中, $L1$ 是双车道, $L2$ 和 $L3$ 是单车道,元胞数量分别是150,150,150.(3)式中的参数 $w/v=\delta=1$.研究时域的长度 $T=2000\text{ s}$,被离散成 $K=2000$ 时段,所以每个时段 Δ 为1 s.简单计算可知, $L1$, $L2$ 和 $L3$ 上每个元胞车辆承载能力 N 分别为3.33,1.67和1.67,最大流入能力 Y 分别为2,1和 1 s^{-1} .设定前350 s车辆的交通需求是 2 s^{-1} ,之后变为零.事故发生前和处理完毕后路径选择概率是 $P_1=P_2=0.5$.事故发生在 $t_b=160\Delta$, $L2$ 上第57个元胞,持续时间 $t_1=300\Delta$ (即假设5 min处理完毕).信息发布滞后时间 $t_d=30\Delta$.发生事故后, $L2$ 上发生事故的元胞流入能力 $Y_{57,2}(t)$ 立即变为零,并持续 t_1 . $[t_b+t_d, t_b+t_d+t_1]$ 期间到达VMS的驾车者选择路径 $R1$ 和 $R2$ 的概率为 $P'_1=0.25$ 和 $P'_2=0.75$.

图4给出了VMS位置不同时所有出行者的行驶时间.当VMS设置在路段 $L1$ 上第60—90元胞时,总出行时间比较低.最佳的VMS位置在第79元胞,即距起点1039.7—1053.1 m处,总出行时间达到最小, $\eta=309686\text{ s}$.对比目前国内VMS的实际安装情况,这个结果耐人寻味.国内大部分VMS的安装位置距交叉口很近,不一定能达到理想效果.尤其是当事故很严重或不能迅速处理时,VMS的安装位置不宜距离事故发生地点太近.

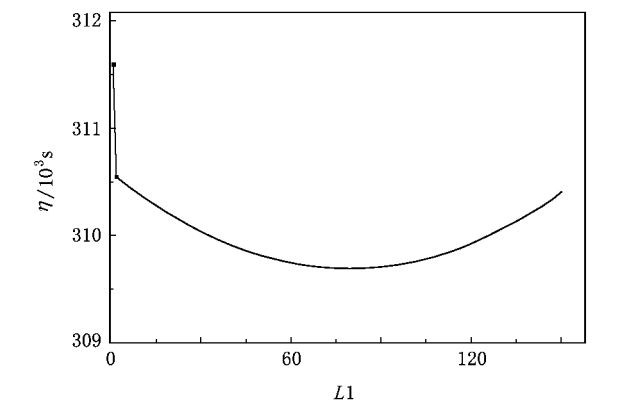


图4 VMS在路段 $L1$ 上的位置和系统的总出行时间

下面我们观察不同位置的VMS对路段 $L2$ 车流时空分布的影响.图5、图6、图7分别是 $m=79, 1, 150$ 时 $L2$ 上车流的时空演化图.从图5可以看出, $t=154\Delta$ 前没有车辆到达 $L2$,车流量为零.随后,有一半的车到达 $L2$,但由于流入能力的限制,车流量

最多为1.事故发生后,驾驶员从VMS接收到事故信息并修正自己的路径选择, $L2$ 上游车流量降低.接着,事故导致 $L2$ 的下游车流量为零,而上游车辆开始累积.事故解除后,车辆开始驶向终点,车流逐步恢复到平稳状态.

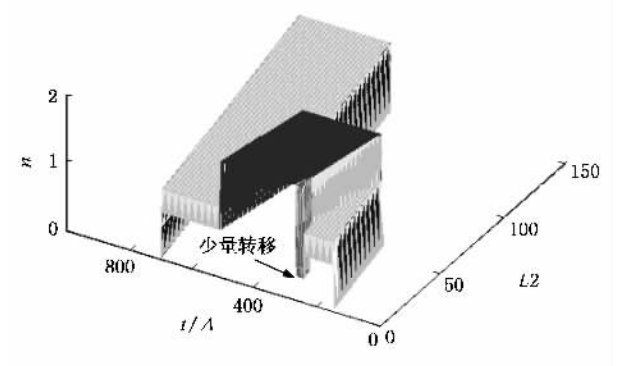


图5 $m=79$ 时,路段 $L2$ 上的车流时空演化情况

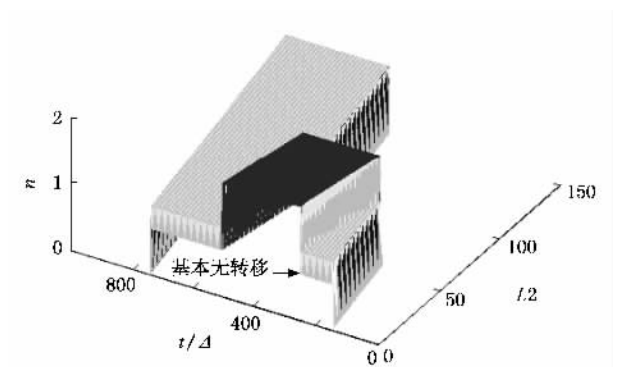


图6 $m=1$ 时,路段 $L2$ 上的车流时空演化情况

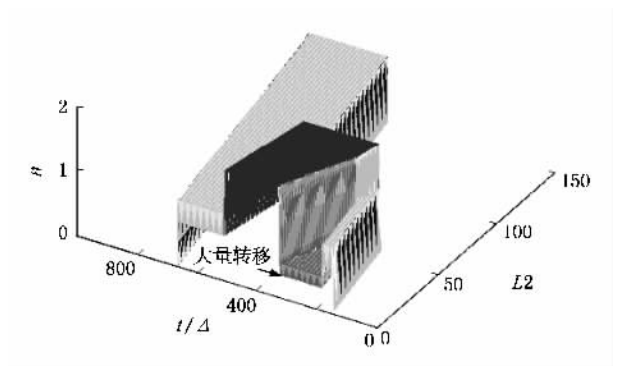


图7 $m=150$ 时,路段 $L2$ 上的车流时空演化情况

从图6可以看出,即使在事故持续期间 $[t_b, t_b+t_1]=[160\Delta, 460\Delta]$,路径转移的车流也很少.这说明VMS过于靠近起点($m=1$).从图7可以看出,当 $m=150$ 时,路径转移现象最明显,但转移量过多,导致路段 $L3$ 上非常拥挤,增大了系统总出行时间.

时段 k 出发且满足 $k+\eta^0(m)(k)<t_b+t_d=190$

的出行者,由于得不到事故信息,会按照原来的概率进行路径选择.时段 k 出发且满足 $k + \eta^{0,m}(k) > t_b + t_d + t_1 = 490$ 的出行者,由于 VMS 信息显示事故已解除,也执行原来的路径选择规则.而对于时段 k 出发且满足 $t_b + t_d \leq k + \eta^{0,m}(k) \leq t_b + t_d + t_1$ (即 $190 \leq k + \eta^{0,m}(k) \leq 490$) 的出行者,将选用新的路径选择概率,即 $P'_1 = 0.25$ 和 $P'_2 = 0.75$.对图 5、图 6、图 7 加以比较后可以发现:若 m 取值太小,使得 $k + \eta^{0,m}(k)$ 在 $[t_b + t_d, t_b + t_d + t_1]$ 内的 k 值区间太短,能够得到事故信息的出行者很少,路段 $L2$ 上出现严重拥挤,车辆排队后最终流进 D 的时间将会很晚(比较图 6 和图 5).反之,若 m 取值太大,使得 $k + \eta^{0,m}(k)$ 在 $[t_b + t_d, t_b + t_d + t_1]$ 内的 k 值区间太长,能够得到事故信息的出行者过多;从路径 $R1$ 转移到 $R2$ 的车辆导致 $L3$ 上形成排队,最终流进 D

的时间也会很晚;路段 $L2$ 上的拥挤被缓解,从 $L2$ 流进 D 的时间提前.

事故发生后,VMS 显示出行者选择 $R1$ 的概率 P'_1 可以代表事故的严重程度. P'_1 取值越小,说明事故越严重,车辆不愿意继续选择 $L2$.下面分析 P'_1 对 VMS 最佳位置的影响.令 P'_1 在 $[0.2, 0.3]$ 区间内取值,图 8 给出了 VMS 在不同位置时所对应的系统总时间.数值模拟表明, P'_1 值越小,即当发生的事故越严重时,VMS 越应该设置在距起点很近的元胞.反之, P'_1 值较大时,事故的严重程度一般,VMS 可以设置在靠近交叉口的元胞.

4. 结 论

本文将元胞传输模型应用于 VMS 的选址问题中.研究发现,若交通事故地点和持续时间已知,VMS 需要根据具体情况安置在使系统总出行时间最小的位置,不能简单地设置在路段上游或者下游.作为初步研究,背景网络比较简单,事故前后的路径选择概率为常数,因此最佳 VMS 位置不具备普适性.本文的价值在于揭示 VMS 位置优化的重要性和应用 CTM 研究这类问题的可行性.实际工作中还需根据交通需求的时空特征、网络的结构、事故的频发地点和持续时间、司机的路径选择习惯等因素,综合确定 VMS 的安放位置.下一步的研究是要将 P'_1 设置成时变的、路段 $L2$ 上车辆数的递减函数,使数值模拟能够反映实际的智能交通行为.此外,还可以将车流密度和速度引入模型中,使 VMS 的影响研究更加全面.

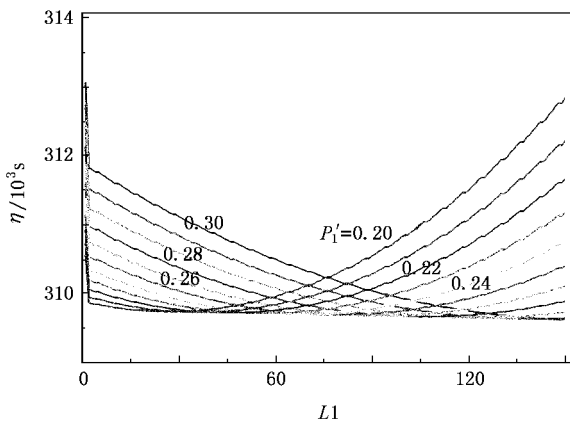


图 8 P'_1 在 $[0.2, 0.3]$ 内取不同值时系统总出行时间与 VMS 位置的关系

- [1] Wang W X, Wang B H, Zheng W C, Yin C Y, Zhou T 2005 *Phys. Rev. E* **72** 066702
- [2] Wahle J, Bazzan A L C, Klügl F, Schreckenberg M 2000 *Physica A* **287** 669
- [3] Daganzo C F 1994 *Transp. Res. B* **28** 269
- [4] Cayford R, Lin W H, Daganzo C F 1997 *Simulation Package Technical Description* (Berkeley: University of California)
- [5] Daganzo C F 1995 *Transp. Res. B* **29** 79
- [6] Lo H K, Szeto W Y 2002 *Transp. Res. B* **36** 421
- [7] Lo H K, Szeto W Y 2004 *Transp. Res. B* **38** 495
- [8] Szeto W Y, Lo H K 2004 *Transp. Res. B* **38** 593
- [9] Ziliaskopoulos A K 2000 *Transp. Sci.* **34** 37
- [10] Gao Z Y, Ren H L 2005 *Dynamic Traffic Assignment Problems in Urban Transportation Networks Models and Methods* (Beijing: Renmin Jiaotong Press) (in Chinese) [高自友、任华玲 2005 城市动态交通流分配模型与算法(北京:人民交通出版社)]
- [11] Lighthill M J, Whitham G B 1955 *Proc. Roy. Soc. A* **229** 317
- [12] Richards P I 1956 *Oper. Res.* **4** 42

Locating the variable message signs by cell transmission model^{*}

Shang Hua-Yan¹⁾ Huang Hai-Jun^{1)†} Gao Zi-You²⁾

¹⁾ *School of Economics and Management, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China*

²⁾ *School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China*

(Received 15 November 2006 ; revised manuscript received 5 April 2007)

Abstract

With the development of intelligent transportation technologies, the variable message signs (VMS) have been widely used in guiding and managing the dynamic traffic. It is known that cell transmission model (CTM) can well reproduce such traffic dynamics as shock waves and jams. This paper employs the CTM to study the location problem of VMS. Simulation results show that there exists an optimal VMS location to minimize the total travel time of the traffic system. How changes of route choice probabilities before and after a traffic accident affect the optimal VMS locations is also investigated and it is concluded that the VMS should be placed far from the accident site if the anticipated accident is very serious.

Keywords : variable message signs, location problem, cell transmission model, numerical simulation

PACC : 0520, 0550, 0260

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 70521001) and the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2006CB705503).

[†] Corresponding author. E-mail : hjhuang@mail.nsf.gov.cn