

# 用可移动电流丝方法重建 HL-2A 等离子体边界的研究\*

游天雪<sup>1)†</sup> 袁保山<sup>1)</sup> 李芳著<sup>1)</sup>

1) 核工业西南物理研究院, 成都 610041)

2) 西南交通大学, 成都 610031)

(2005 年 12 月 6 日收到, 2006 年 10 月 31 日收到修改稿)

根据 Shafranov 电流密度矩理论, 给出了用可移动电流丝方法重建 HL-2A 装置等离子体边界的具体计算方法, 研究了用可移动电流丝方法(VCF 法)重建边界的可行性. VCF 法与固定电流丝方法(FCF 法)和有限电流元法(FCE 法)相比, 最大的优点就是用 1—3 个可移动电流丝就可以准确地重建位置和小半径快速变化的等离子体位形, 这正好弥补了 FCF 法的不足. 将可移动电流丝方法和 FCF 法相结合, 可以实现全程等离子体放电的边界实时显示和等离子体的位形控制.

关键词: 可移动电流丝方法, 边界识别

PACC: 5255, 5265

## 1. 引言

在以前的工作中, 我们采用固定电流丝方法(FCF 法)<sup>[1,2]</sup>和有限电流元法(FCE 法)<sup>[2,3]</sup>重建了 HL-2A 装置的等离子体边界, 在等离子体电流的慢上升段和平顶段能够快速和准确地计算出等离子体边界, 而在快上升段重建边界的误差偏大. 其主要原因在于快上升段的等离子体位置不在真空室的中部, 而是偏向某一侧. 为了克服这两种方法的不足, 本文根据 Shafranov 电流密度矩理论, 给出了用可移动电流丝方法(VCF 法)重建 HL-2A 装置等离子体边界的具体计算方法, 研究了用这种方法重建边界的可行性. 结果表明, 仅需很少几个可移动电流丝就可以准确地重建快上升段的等离子体位形, 正好弥补了 FCF 法的不足.

## 2. 可移动电流丝模型与计算方法

这里研究的可移动电流丝方法<sup>[4]</sup>仍然利用了等离子体周围布置的磁探针和磁通环测量的数据, 根据 Shafranov 电流密度矩理论, 用不仅电流大小可变

而且位置也是可变的一些电流丝来确定等离子体边界. 在该方法中, 求解电流的方法同 FCF 法一样<sup>[1]</sup>.

电流丝坐标的求解运用了等离子体电流密度矩方程<sup>[5]</sup>

$$Y_m = \int_S \chi_m j_\varphi d\sigma = \frac{1}{\mu_0} \oint_L (\chi_m B_\tau + \xi_m B_n) dl, \quad (1)$$

其中  $S$  为等离子体边界闭合曲面;  $j_\varphi$  为  $S$  面内任意一点等离子体的环向电流密度;  $l$  为等离子体边界闭合曲面与子午面的交线;  $B_\tau$ ,  $B_n$  分别表示闭合曲线  $L$  上任意一点磁场的切向、法向分量; 共轭函数  $\chi_m$ ,  $\xi_m$  由下式<sup>[6]</sup>确定:

$$\begin{aligned} \chi_m(r, z) &= \sum_{k=0}^{[n/2]-1} (-4)^{-k} \\ &\times \frac{(n-1)!/2}{k!(k+1)!(n-2k-2)!} r^{2k+2} z^{n-2k-2}, \\ \xi_m(r, z) &= \sum_{k=0}^{[n/2]-1} (-4)^{-k} \\ &\times \frac{(n-1)!}{(k!)^2(n-2k-1)!} r^{2k+1} z^{n-2k-1}. \end{aligned} \quad (2)$$

用  $nf$  个电流丝描述等离子体电流, 则  $S$  面内任意一点等离子体电流密度  $j_\varphi(r, z)$  满足<sup>[7]</sup>

$$j_\varphi(r, z) = \sum_{j=1}^{nf} I_j \delta(r - r_j, z - z_j). \quad (3)$$

\* 国家自然科学基金(批准号: 10175022)资助的课题.

† E-mail: wuyou@swip.ac.cn; youtx@home.swjtu.edu.cn

将(3)式代入(1)式,得到

$$\sum_{j=1}^{nf} I_j \chi_m(r_j, z_j) = Y_m. \quad (4)$$

如果在真空室四周沿闭合曲线  $L$  布置一周磁探针, 则(1)式右侧化为

$$\begin{aligned} Y_m &= \frac{1}{\mu_0} \oint_L (\chi_m B_\tau + \xi_m B_n) dl \\ &= \frac{1}{\mu_0} \sum_{i=1}^{nm} [\chi_m(r_i, z_i) B_{\tau i} \\ &\quad + \xi_m(r_i, z_i) B_{ni}] \Delta l_i. \end{aligned} \quad (5)$$

等式右边,  $r_i, z_i$  分别为第  $i$  个磁探针的坐标;  $B_{ni}, B_{\tau i}$  分别为测量到的第  $i$  个和第  $i+1$  个磁探针处磁场的法向和极向分量的平均值;  $\Delta l_i$  为第  $i$  个和第  $i+1$  个磁探针间的距离。(4)式为一个非线性代数方程组, 用 Newton-Raphson 法求解,  $nf$  个电流丝坐标的迭代公式为

$$X^{\text{new}} = X^{\text{old}} + \Delta X, \quad (6)$$

其中  $X = (r_1, \dots, r_{nf}, z_1, \dots, z_{nf})$ .

根据电流丝的初始坐标  $X_0$  和计算出的电流值, 利用迭代计算(6)式, 求得满足方程(4)的电流丝位置  $X_1$ , 重复计算电流丝的电流和坐标值, 就可以找到满足方程(4)的解.

### 3. 误差研究结果与分析

为了研究可移动电流丝方法, 我们将 HL-2A 装置真空室四周的磁探针设置成 40 个, 如图 1 所示. 引入了随机测量误差模拟装置的实际测量情况, 用可移动电流丝方法对等离子体放电的多种位形进行了重建, 并将重建结果与平衡编码的计算结果做了比较. 以下就是用这种方法对等离子体放电的边界重建的研究结果. 图 2 至图 8 给出了各种情况下的放电位置计算结果, 并且定量给出了重建边界在小半径方向上的误差.

#### 3.1. 正常放电位形的研究

通过改变可移动电流丝的个数、电流丝初始坐标、选用  $Y_2$  至  $Y_{13}$  表达式中相邻的两个电流密度矩对 HL-2A 装置正常放电的孔栏位形、双零位形和下单零位形的边界重建进行了详细地研究.

在 HL-2A 装置中, 由于正常放电的孔栏位形、

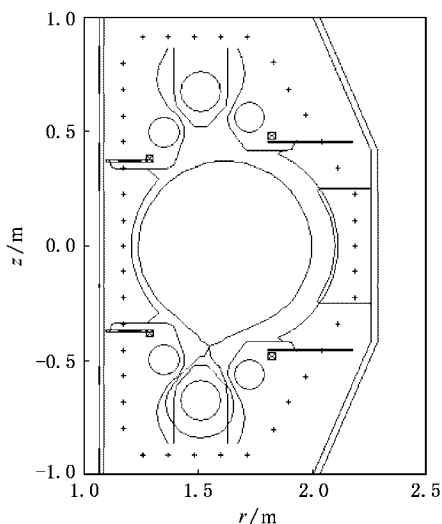


图 1 磁探针的布置 (+ 为磁探针)

双零位形和下单零位形都接近圆形, 因此重建它们表现出如下共同点:

1) 用一个可移动电流丝重建上述三种位形, 迭代次数少于 3 次; 计算出的电流丝位置以及重建的平均误差<sup>[1]</sup>与要求的迭代精度以及选用的电流矩有关, 与选择的电流丝的初始坐标无关. 当选择的电流矩为  $Y_2$  时, 重建的平均误差最小, 且电流丝的初始坐标几乎可以是真空室内的任何位置. 重建误差比 FCF 法中用一个电流丝重建同样位形的误差小.

2) 用两个可移动电流丝重建上述三种位形, 重复计算的次数、计算出的电流丝位置以及重建的平均误差不仅与要求的迭代精度、选用的电流矩表达式有关, 还与选择的电流丝的初始坐标有关. 采用相同的  $Y_m$  起始的一组电流矩表达式, 两个可移动电流丝重建边界的平均误差基本小于一个可移动电流丝重建边界的平均误差. 选择  $m$  小的  $Y_m$  时, 容易找到使  $\det A \neq 0$  且解收敛的电流丝初始坐标. 重建误差比 FCF 法中用两个电流丝重建同样位形的误差小.

3) 用三个可移动电流丝重建上述三种位形, 仍然是重复计算的次数、计算出的电流丝位置、重建的平均误差不仅与要求的迭代精度、选用的电流矩表达式有关, 而且与选择的电流丝的初始坐标有关. 采用相同的  $Y_m$  起始的一组电流矩表达式, 三个可移动电流丝重建边界的平均误差不一定小于两个、一个可移动电流丝的平均误差. 选择  $m$  小的  $Y_m$  时, 容易找到使  $\det A \neq 0$  且解收敛的电流丝初始坐标.

4) 四个以上电流丝描述等离子体电流, 用可移

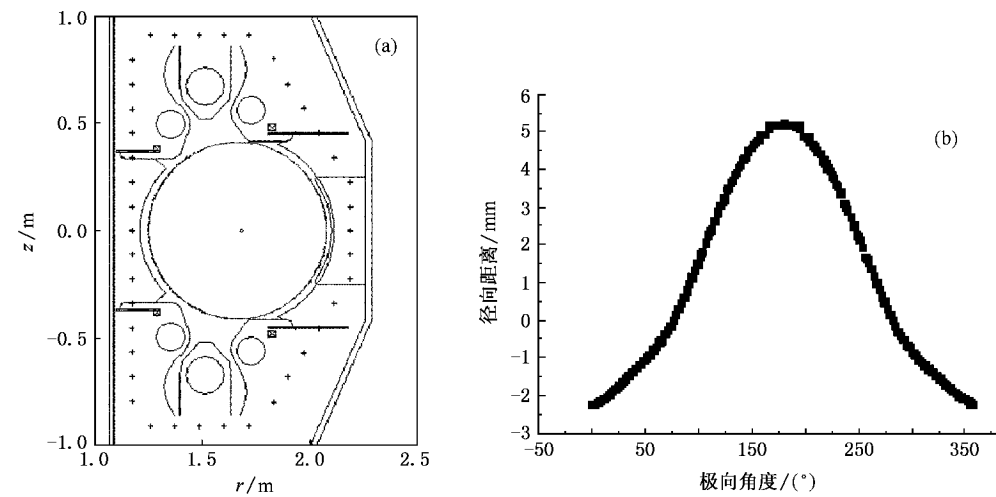


图 2 用一个可移动电流丝重建正常放电的孔栏位形(虚线为平衡边界)

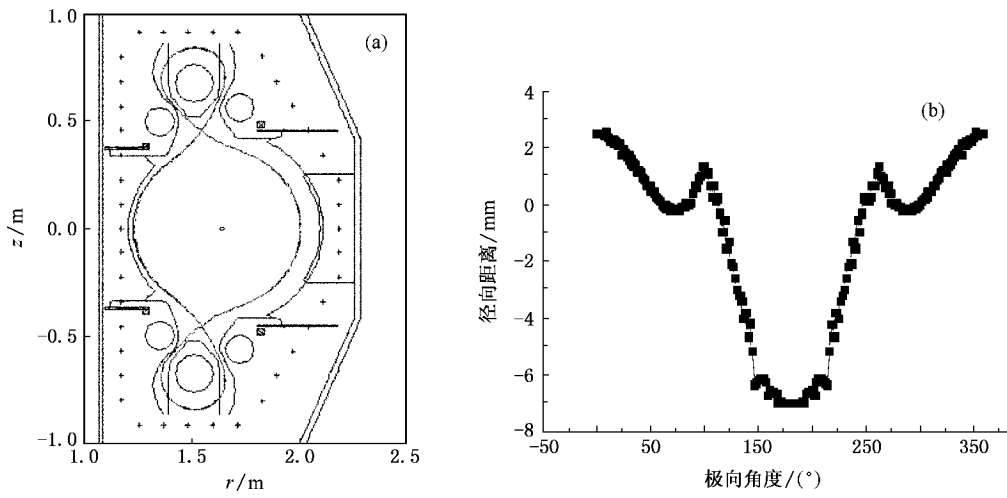


图 3 用一个可移动电流丝重建正常放电的双零位形(虚线为平衡边界)

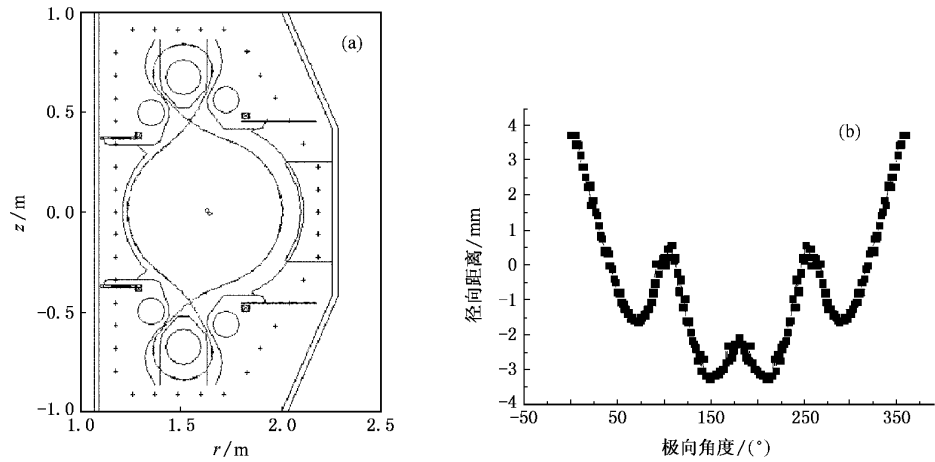


图 4 用两个可移动电流丝重建正常放电的双零位形(虚线为平衡边界)

动电流丝法重建无拉长的正常放电的位形,要找到使  $\det A \neq 0$  且解收敛的电流丝初始坐标相当困难.

用可移动电流丝法重建上述三种位形时的不同点主要表现在用三个可移动电流丝重建的情况:在重建正常放电的孔栏位形时,只要选择的电流丝初始坐标稍稍改动,重建的平均误差就可能变化很大,因此,不应采用三个电流丝来重建正常放电的孔栏位形.对于正常放电的无拉长的偏滤器位形可以用

三个电流丝来重建,但优点不明显.

以下列出用可移动电流丝法重建正常放电位形的等离子体边界和平衡编码计算间的径向误差<sup>[1]</sup>的一些研究结果(图2至图6).其中(a)图给出了重建和平衡编码计算出的等离子体边界,实线为平衡计算结果,虚线为重建计算结果(b)图给出了(a)图对应的等离子体边界径向误差随极角度的变化情况.

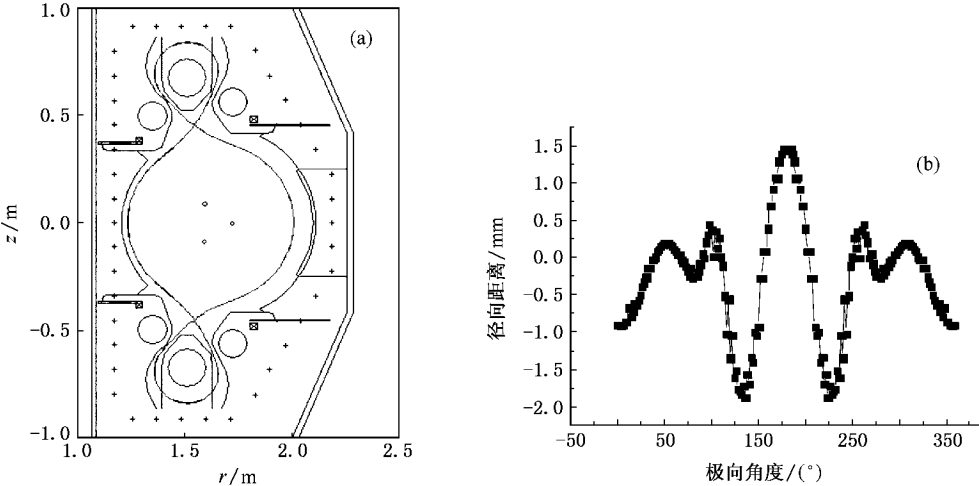


图5 用三个可移动电流丝重建正常放电的双零位形(虚线为平衡边界)

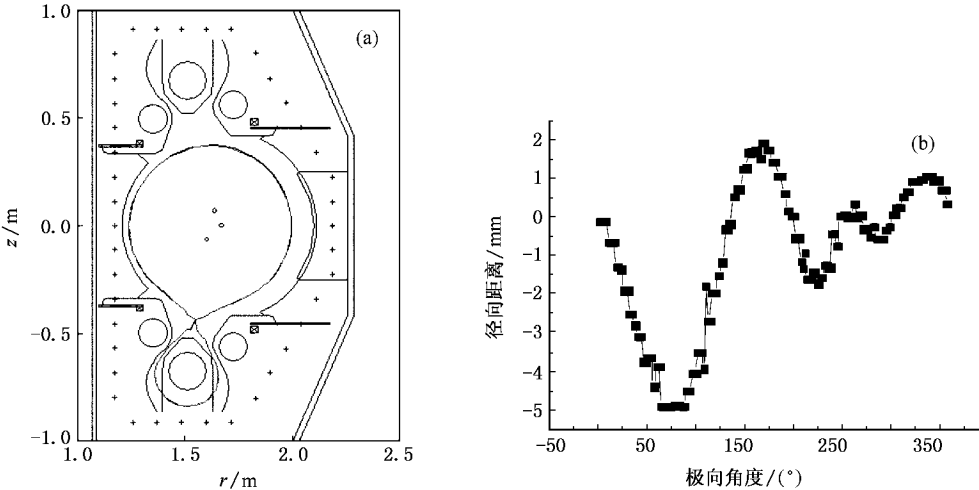


图6 用三个可移动电流丝重建正常放电的下单零位形(虚线为平衡边界)

3.2. 特殊放电位形的研究

VCF方法也能够准确重建位置偏向真空室一侧的孔栏位形和拉长比大的双零位形.图7和图8给出了计算结果,其符号含义同图2至图6.

图2和图7表明,用一个可移动电流丝可以在3次迭代计算内准确重建等离子体电流中心和位置剧烈变化的位形,这说明用一个可移动电流丝来重建放电初期的孔栏位形是合理的,这与文献7的结论是一致的.

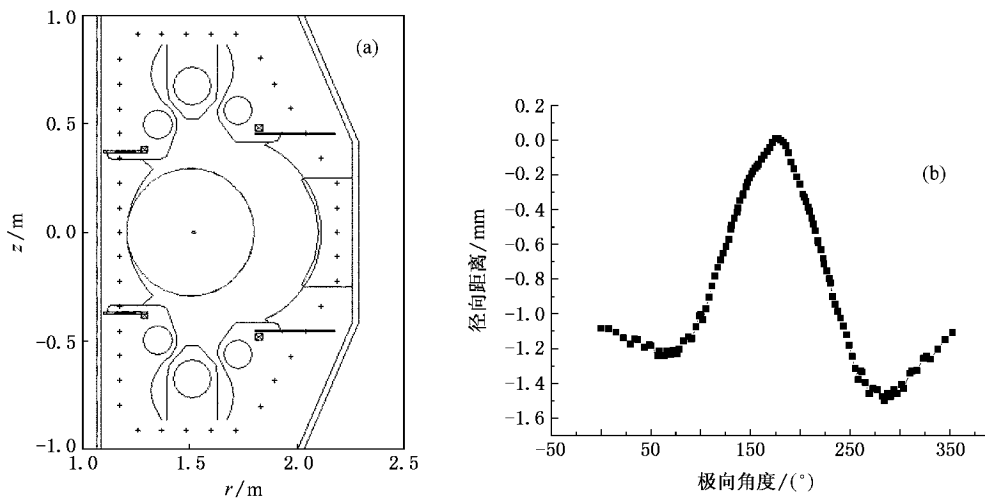


图 7 用一个电流丝重建位置偏向真空室一侧的孔栏位形(虚线为平衡边界)

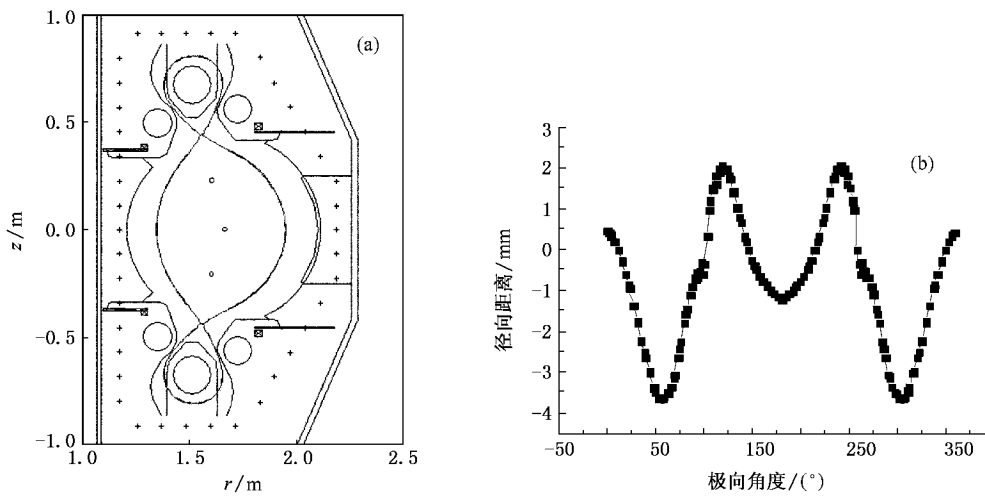


图 8 用三个可移动电流丝重建拉长比  $k = 1.47$  的双零位形(虚线为平衡边界)

当用一个可移动电流丝来重建拉长比为 1.47 的双零位形时,结果误差较大,不能采用.用四个以上电流丝可以重建拉长比  $k = 1.47$  的等离子体位形时,其误差也较大.这是由于随着电流丝的个数增加,  $\chi_m$ ,  $\xi_m$  多项式阶次也增加,从而严重地恶化了方程组(4)的条件,增加了计算时间并降低了精度,这与文献[7]的结论是一致的.用 2—3 个电流丝是合适的.

以上研究表明,用 VCF 方法可以对 HL-2A 装置的各种可能位形进行重建.此外,可移动电流丝法还能准确重建 HL-2A 装置目前不可能实现的但是更特殊的放电位形,如拉长比  $k = 1.76$  的双零位形、D 形位形、偏向一侧的小截面孔栏位形等.

### 4. VCF ,FCF 和 FCE 模型误差的比较

大量的模拟计算表明用 VCF ,FCF 和 FCE 模型都能很好地对等离子体位形进行识别,并能准确识别 X 点和靶板上打击点的位置.表 1 给出了用这三种方法与平衡编码计算 HL-2A 放电使用的下单零位形的结果比较.这三种模型各有特点:FCF ,FCE 法的计算方法简单且相近,VCF 方法较复杂些;FCF ,FCE 法不要求磁场测量点形成闭合曲线,而可移动电流丝方法却要求;FCF 法计算速度最快,FCE 法计算精度最高,可移动电流丝方法很适合识别等离子体位置和小半径剧烈变化时的位形.当电流丝的个数小于 3 时,用相同电流丝个数可移动电流丝

方法的重建精度高于 FCF 法的重建精度 ,因为 FCF 法最适合等离子体位置变化较小的情况 ;不过 ,总体上可移动电流丝方法对位形的重建精度低于 FCF 法 ,这是因为用 FCF 法重建等离子体的边界可以选

择较多电流丝 ,而用 VCF 法来重建等离子体的位形却不能选择太多的电流丝<sup>[7]</sup> . VCF 法的重建速度一般慢于 FCF 法和 FCE 法 ,这是因为用 FCF 法和 FCE 法 的重建过程不需要迭代计算 ,而用 VCF 方法计算

表 1 各种方法计算下单零位形边界的结果比较

	$a_p/\text{m}$	$R_g/\text{m}$	$Z_g/\text{m}$	$X_r/\text{m}$	$X_z/\text{m}$	$S_a/\text{mm}$	$S_{\max}/\text{mm}$	$S_{\min}/\text{mm}$
VCF	0.378	1.621	-0.002	1.554	-0.460	1.87	5.70	-2.25
FCF	0.380	1.620	-0.002	1.554	-0.460	1.39	4.76	-2.44
FCE	0.379	1.621	-0.002	1.554	-0.460	0.81	4.28	-1.79
SWEQU	0.379	1.621	-0.002	1.554	-0.460			

说明 : $a_p$  为等离子体小半径 , $R_g$  , $Z_g$  分别为等离子体几何中心的大半径和高度 , $X_r$  , $X_z$  分别为  $X$  点的水平位置和高度 , $S_a$  ,  $S_{\max}$  , $S_{\min}$  分别为平衡边界与计算边界沿着 0°—360°的平均距离 ,最大值和最小值 .

需要几次或多次迭代 ,但是 ,由于用 1—3 个电流丝则方程的未知数少 ,计算时间仍然很短 ,可以用于在线处理 .球马克 Globus-M 已经做了实验验证<sup>[8]</sup> .

5. 结 论

VCF 方法具有很强的适应性和灵活性 ,对 HL-2A 所能给出的孔栏位形、双零和下单零以及一些特

殊位形 ,VCF 方法都能够准确地重建等离子体边界 . 所以就可以用 1—3 个可移动电流丝准确地重建位置和截面大小变化的等离子体边界 ,如放电开始的快上升段或者平顶过后的下降段 ,也可以用于确定 FCF 法的电流丝的最佳位置 ,提高 FCF 法的精确度 . 将这种方法和 FCF 法结合 ,可以完成对 HL-2A 的改进装置 HL-2M 整个放电过程边界的实时显示和位形的控制 ,也可以用到其他托卡马克上 .

[ 1 ] Yuan B S , Liu L , Li F Z , Mao S Y 2004 *Nuclear Fusion Plasma Phys.* **24** 81( in Chinese ) 袁保山、刘 莉、李芳著、毛苏英 2004 核聚变与等离子体物理 **24** 81 ]

[ 2 ] Yuan B S , Liu L , You T X , Li F Z , Yang Q W , Yan L W , Hong W Y 2005 *Nuclear Fusion Plasma Phys.* **25** 1( in Chinese ) 袁保山、刘 莉、游天雪、李芳著、杨青巍、严龙文、洪文玉 2005 核聚变与等离子体物理 **25** 1 ]

[ 3 ] You T X , Yuan B S , Liu L , Li F Z 2005 *Chinese Physics* **14** 560

[ 4 ] Kaminskii A O , Kilovataya T G , Kuznetsov Yu K , Yasin I V 1994 *Plasma Physics Reports* **20** 133

[ 5 ] Zakharov L E , Shafranov V D 1973 *Sov. Phys. Tech. Phys.* **18** 151

[ 6 ] Braams B J , September 1985 *IPP***5/2** 58

[ 7 ] Amoskov V M , Belyakov V A , Bender S E , Gusev K V , Kavin A A , Lamzin E A , Levin R G , Sadakov S N , Sakharov V N , Sychevskii S E , Filatov O G 2003 *Plasma Physics Reports* **29** 997

[ 8 ] Vasiliev V I , Kostsov Yu A , Lobanov K M , Makarova L P , Mineev A B , Gusev V K , Levin R G , Petrov Yu V , Sakharov N V 2006 *Nucl. Fusion* **46** S625

# Plasma boundary identification in HL-2A by means of the movable current filaments method<sup>\*</sup>

You Tian-Xue<sup>1 2†</sup> Yuan Bao-Shan<sup>1)</sup> Li Fang-Zhu<sup>1)</sup>

<sup>1</sup> *Southwestern Institute of Physics, Chengdu 610041, China*

<sup>2</sup> *Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China*

(Received 6 December 2005 ; revised manuscript received 31 October 2006)

## Abstract

Based on the Shafranov current moment theory, reconstruction of the plasma boundary in HL-2A is studied by using the movable current filament (VCF) method. Compared with the fixed current filament (FCF) method and the finite current element (FCE) method that we've used before, this method has the advantage of accurately rebuilding the fast evolving plasma boundary by using only 1—3 filaments, which offsets the drawbacks of the FCF and the FCE methods. Combining the movable current filament method with the FCF or the FCE method, the plasma boundary can be displayed in real time and the plasma shape can be controlled during the whole discharge process.

**Keywords** : movable current filament method, boundary identification

**PACC** : 5255, 5265

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No 10175022).

<sup>†</sup> E-mail : wuyou@swip.ac.cn ; youtx@home.swjtu.edu.cn