

噪声对动态局域的影响^{*}

王晓波¹⁾ 姜 哲²⁾ 董有尔¹⁾ 肖连团¹⁾

1) 山西大学物理工程学院, 太原 030006)

2) 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

(2007 年 1 月 16 日收到, 2007 年 5 月 30 日收到修改稿)

研究了噪声对动态局域的影响. 发现当局域条件变得严格时, 局域化的抗噪声能力并没有改变, 这意味着在真实环境下, 可以在较长的量子点链中取得满意的局域效果. 因为长时间平均占据概率峰值的高度与局域化的抗噪声能力有密切的关系, 所以可以得到一种在真实环境中改善局域效果的方法.

关键词: 动态局域, 噪声, 平均占据

PACC: 7215R, 7320D, 6322

1. 引言

由 Grossmann 等^[1]首先发现的动态局域是一种重要的现象, 它提供了一种有效的动态控制量子态的方法. 因此, 这一现象引起了人们的极大兴趣, 最近对这一现象的研究主要集中于双电子模型. 许多工作指出, 在合适的参数下动态局域可以在双量子系统^[2-5]中发生. 其他类型的量子器件中的局域效果也已经被广泛研究, 如正方形量子点^[6,7]和量子点链^[8-11]. 近期, Creffield 等^[9]研究了半导体纳米器件中的光子辅助隧穿现象, Kohler 等^[12]研究了使用时间相关外场控制纳米尺度结构输运性质, 这些都是动态局域的有力应用.

在实验中研究动态局域的主要方法是测量与外部电极相连的量子点链中的电流^[13]. 当交流驱动场满足特定值时, 电流会显著地减小, 这就意味着动态局域的发生. 另一种有趣的方法就是通过量子点点触法来直接测量量子点的电量^[14]. 与理论研究相比, 实验研究是比较困难的, 因为动态局域对驱动电场非常敏感, 很小的噪声就可以破坏动态局域^[15].

使用长时间平均占据概率(LAOP)方法研究噪声对动态局域的影响^[7,8,16]对实验者会有一定的帮助. 在文献[8]中, 发现动态局域的条件随着量子点链的增长而变得严格. 因为在较长的量子点链中必须更仔细地调节电场, 这就意味着动态局域更有可

能被噪声破坏, 因此在真实环境中实现动态局域就变得更困难. 然而, 研究发现系统的抗噪声能力几乎没有随量子点链的增长而发生变化, 表明在量子点链中实现动态局域并不困难.

2. LAOP 方法

首先介绍所使用的 LAOP 方法^[14,17]. 考虑一个在周期场作用下的量子系统. 因为哈密顿量 $H(t)$ 具有时间周期性, 故可以用 Floquet 理论来对系统的演化进行描述. 哈密顿量 H 的准能波函数可以写成

$$|\phi_a(t)\rangle = \exp(-i\epsilon_a t)|u_a(t)\rangle,$$

其中

$$|u_a(t)\rangle = |u_a(t+T)\rangle.$$

这里 ϵ_a 是准能, T 是外场的周期, $|u_a(t)\rangle$ 满足能量本征方程(取 $\hbar = 1$), 可写出系统的哈密顿方程

$$\left(H(t) - i\frac{\partial}{\partial t}\right)|u_a(t)\rangle = \epsilon_a|u_a(t)\rangle. \quad (1)$$

对方程(1)进行数值积分, 得

$$i\frac{\partial}{\partial t}U(t,0) = H(t)U(t,0). \quad (2)$$

通过对角化

$$U(T,0) = S \exp(-iD)S^+,$$

得到准能 ϵ 和初始 Floquet 态 $|u(0)\rangle$ ^[18]. 设 $|\phi_m\rangle$ 是系统的一组 M 维实空间基矢, 并设其中一个基矢为系统的初始态 $|\Psi(0)\rangle$, 则系统的时间演化可以用 Floquet 态写成

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60378004)资助的课题.

$$\begin{aligned} & |\Psi(t)\rangle \\ &= \sum_{\alpha=1}^M \exp(-i\varepsilon_{\alpha}t) |u_{\alpha}(t) - u_{\alpha}(0)\rangle |\Psi(0)\rangle. \quad (3) \end{aligned}$$

利用(3)式,可以得到

$$U(t, 0) = \sum_{\alpha=1}^M \exp(-i\varepsilon_{\alpha}t) |u_{\alpha}(t) - u_{\alpha}(0)\rangle. \quad (4)$$

通过计算 $U(t, 0)$ 的中间结果,可以得到任意时刻 $t \in [0, T]$ 的 $u_{\alpha}(t)$.

Floquet 态可以表示为

$$|u_{\alpha}(t)\rangle = \sum_{m=1}^M c_{\alpha,m}(t) |\phi_m\rangle. \quad (5)$$

设 $|\Psi(0)\rangle = |\phi_{\gamma}\rangle$, 利用(3)(5)式,可以得到

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{\alpha=1}^M \sum_{m=1}^M c_{\alpha,\alpha}^*(0) c_{\alpha,m}(t) \exp(-i\varepsilon_{\alpha}t) |\phi_m\rangle. \quad (6)$$

为了研究系统的动力学特性,用 $P(t)$ 来表示态 $|\phi_{\zeta}\rangle$ 成分在态 $|\Psi(t)\rangle$ 中的占据概率.利用(6)式得到

$$\begin{aligned} P(t) &= \sum_{\alpha=1}^M |c_{\alpha,\gamma}(0)|^2 |c_{\alpha,\zeta}(t)|^2 \\ &+ 2\text{Re}\left(\sum_{\alpha=1}^{M-1} \sum_{\beta=\alpha+1}^M c_{\alpha,\gamma}(0) c_{\beta,\gamma}^*(0) c_{\alpha,\zeta}^*(t) c_{\beta,\zeta}(t)\right) \\ &\times \exp[-i(\varepsilon_{\beta} - \varepsilon_{\alpha})t]. \quad (7) \end{aligned}$$

以 $|\phi_{\gamma}\rangle$ 为初始态, $|\phi_{\zeta}\rangle$ 为终态,用 $P_{|\phi_{\gamma}\rangle, |\phi_{\zeta}\rangle}$ 来表示 $P(t)$ 的长时间平均值,可以得到系统的 LAOP 为^[14,17]:

$$\begin{aligned} P_{|\phi_{\gamma}\rangle, |\phi_{\zeta}\rangle} &= \lim_{Q \rightarrow \infty} \frac{1}{Q} \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{\alpha=1}^M |c_{\alpha,\gamma}(0)|^2 \left| c_{\alpha,\zeta}\left(\frac{qT}{Q}\right) \right|^2 \\ &+ 2\text{Re}\left(\lim_{Q \rightarrow \infty} \frac{1}{Q} \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{\alpha=1}^{M-1} \sum_{\beta=\alpha+1}^M \alpha(\varepsilon_{\beta} - \varepsilon_{\alpha})\right. \\ &\times c_{\alpha,\gamma}(0) c_{\beta,\gamma}^*(0) c_{\alpha,\zeta}^*\left(\frac{qT}{Q}\right) c_{\beta,\zeta}\left(\frac{qT}{Q}\right) \Big). \quad (8) \end{aligned}$$

利用(8)式可以通过对角化 $U(T, 0)$ 来得到 $P_{|\phi_{\gamma}\rangle, |\phi_{\zeta}\rangle}$ 的值.在实际计算中, Q 值是有限的,并且可以调整它的大小以满足需要的精度.使用计算 $U(T, 0)$ 的中间结果计算 $P_{|\phi_{\gamma}\rangle, |\phi_{\zeta}\rangle}$ 所需的计算量只比计算准能稍大,这就意味着可以像计算准能一样快速地得到 $P_{|\phi_{\gamma}\rangle, |\phi_{\zeta}\rangle}$.

由(8)式所得到的 LAOP 可以用来定量研究在理想的无噪声情况下的动态局域效果.在理想情况

下,如果 LAOP 为 1,则局域化可以被永远保持下去.相反,如果 LAOP 较小,局域化将会很快被破坏.一般而言,如果 $P_{|\phi_{\gamma}\rangle, |\phi_{\zeta}\rangle} > 0.9$,在理想条件下就可以得到很好的局域效果^[14,17].

3. 结果及讨论

考虑一个包含 2 个相互作用电子的量子点链,使用 Hubbard 模型,在交流电场 $E(t)$ 作用下,系统的哈密顿量可以写为^[13,14]

$$\begin{aligned} H &= W \sum_{\sigma,m} (a_{m,\sigma}^{\dagger} a_{m+1,\sigma} + a_{m+1,\sigma}^{\dagger} a_{m,\sigma}) \\ &- edE(t) \sum_{\sigma,m} m a_{m,\sigma}^{\dagger} a_{m,\sigma} + U \sum_m N_{m,\uparrow} N_{m,\downarrow}. \quad (9) \end{aligned}$$

这里 $a_{m,\sigma}^{\dagger}$ ($a_{m,\sigma}$) 表示在第 m 点上产生(湮没) 1 个自旋 σ 电子, W 用于描述最邻近点间的耦合, d 是晶格常数, U 是点内库仑相互作用, $E(t)$ 外场.

$$E(t) = E_0 + E_1 \cos(\omega t), \quad (10)$$

式中 E_0 和 E_1 分别是直流电场和交流电场的场强, ω 是交流电场的频率.

因为系统中包含 2 个电子,可以将哈密顿量在双粒子基矢空间中写成^[3-5]

$$H(t) = \begin{bmatrix} H_3 & 0 \\ 0 & H_1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中 H_3 代表三重子空间, H_1 代表单重子空间.因为哈密顿量不包含自旋反转项,所以单重子空间和三重子空间之间没有混合.如果初始态自旋在单重子空间中,系统将在时间演化中保持这一性质,因此可以将注意力只集中在这一子空间内.在单重子空间内,用 $|k, l\rangle$ 来表示双粒子基矢,它意味着一个电子在第 k 点,另一个电子在第 l 点.简约哈密顿量 H_1 可以写为

$$\begin{aligned} \langle m, n | H_1 | k, l \rangle &= 2^{\delta_{k,l}/2} W (\delta_{m,k-1} \delta_{n,l} + \delta_{m,k} \delta_{n,l+1}) \\ &- (k+l) edE(t) \delta_{m,k} \delta_{n,l} \\ &+ 2^{\delta_{k+1,l}/2} (2 - 2^{\delta_{k,l}}) W (\delta_{m,k+1} \delta_{n,l} \\ &+ \delta_{m,k} \delta_{n,l-1}) + \delta_{k,l} U \delta_{m,k} \delta_{n,l}. \quad (12) \end{aligned}$$

定义

$$\begin{aligned} \mu_0 &= edE_0/\omega, \\ \mu_1 &= edE_1/\omega. \end{aligned}$$

在参数 Q 的取值范围内,当 $Q = 10, 20, 50$ 时会得到相同的结果,所以 $Q = 10$ 已足够精确.在本文的所

有计算中 , $Q = 10$, $U/\omega = 2.3$, $W/\omega = 0.25$.

文献 [8] 发现 ,当系统从 3 个量子点增加到 5 个量子点时局域峰会变得尖锐 . 本文进一步研究 7 量子点系统的局域效果 . 设初始态为 $|4\ 4\rangle$, $\mu_0 = 0$,从图 1 可以看到 ,7 量子点系统的局域峰与 5 量子点系统的宽度基本相同 ,并且都比 3 量子点系统尖锐得多 . 所以 ,在 3 量子点系统中实现动态局域会更加容易 ,原因在于动态局域可以在较大的参数范围内实现 . 在其他两个系统中 ,必须非常精确地调节交流电场才能观察到局域现象 . 在当前的技术条件下 ,精确地调节电场并不是一件非常困难的事情 . 另一个在真实环境中不可避免的因素是噪声 ,噪声对局域的影响会更加明显并可能最终破坏局域 .

为了展示局域峰的抗噪声能力 ,在 (10) 式中加入随机项 $F(t)$,可以得到

$$E(t) = E_0 + E_1 \cos(\omega t) + F(t). \quad (13)$$

噪声 $F(t)$ 由一个随机过程定义 ,因此具有零平均值 ,其关联函数为

$$F(t)F(s) = \Lambda^2 \exp(-|t-s|/\tau_c), \quad (14)$$

式中 Λ 和 τ_c 分别是噪声的强度和衰减常数 [15,17] .

文献 [8] 发现 ,当 $\mu_0 = 0$, $\mu_1 = 14.8551$ 时 ,

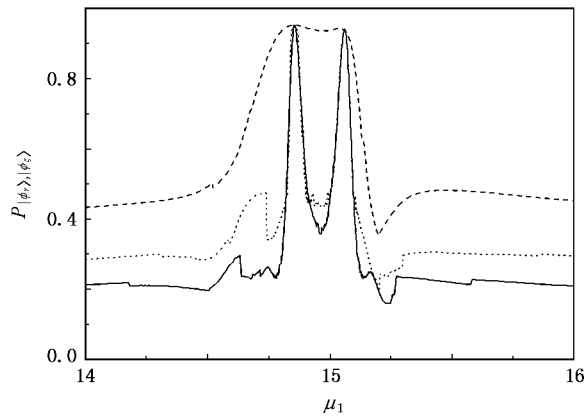


图 1 $\mu_0 = 0$ 时不同量子点系统的 LAOP (短划线为 3 量子点系统 ,点线为 5 量子点系统 ,实线为 7 量子点系统)

$P_{|2\ 2\rangle,|2\ 2\rangle} = 0.9525$ (3 量子点系统) , $P_{|3\ 3\rangle,|3\ 3\rangle} = 0.952$ (5 量子点系统) , $P_{|4\ 4\rangle,|4\ 4\rangle} = 0.951$ (7 量子点系统) . 所以 ,在没有噪声的情况下可以在这 3 个系统中获得相同的局域效果 . 设 $\tau_c/\omega = 1$,下面进一步研究噪声带来的影响 .

首先研究噪声对 3 量子点系统的影响 . 从图 2 (a) 可以看到 :当 $\Lambda/\omega = 0$ (无噪声) 时 ,在理想条件下局域化可以永远保持 . 当 $\Lambda/\omega = 0.1$ 时 ,局域被逐

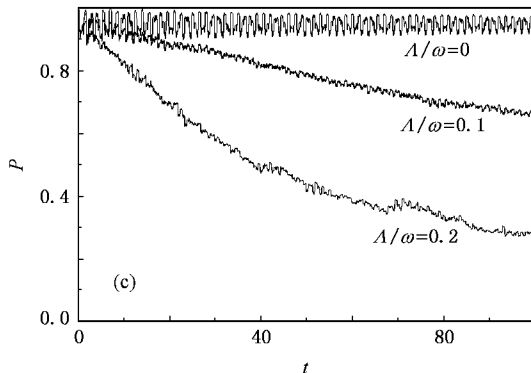
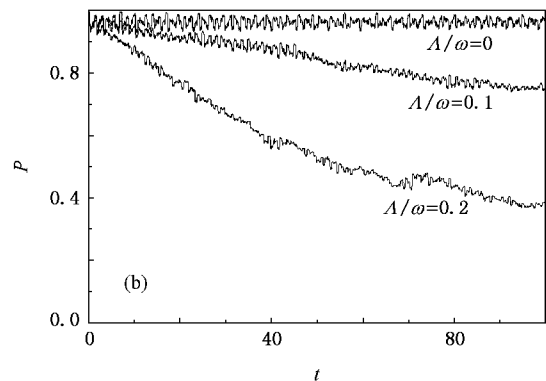
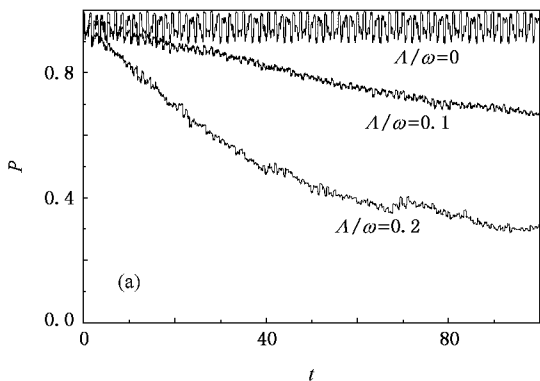


图 2 $\mu_0 = 0$, $\mu_1 = 14.8551$ 时占据概率 P 随时间 t 的演化 (a) 3 量子点系统 , (b) 5 量子点系统 , (c) 7 量子点系统

渐破坏,如果进一步增加噪声强度,占据概率会减少得更快.从图 2(a)中可以看出噪声对局域有着明显的影响,因此这是真实环境下的一个重要因素.接着研究噪声对 5 量子点系统和 7 量子点系统的影响.从图 2 可以看到,虽然 3 量子点系统的局域峰要宽得多,但是 7 量子点系统的抗噪声能力几乎与 3 量子点系统相同,5 量子点系统的抗噪声能力甚至要强于 3 量子点系统.

从图 2 可以发现,系统的抗噪声能力与局域峰的宽度关系不大,这一点不是很容易理解.我们知道,动态局域只会局域峰的参数范围内发生,如果选择的参数偏离了局域峰系统就不可能保持局域.在局域峰峰宽很窄的情况下,微弱的噪声就会使交流电场偏离局域峰.相反,在局域峰较宽的情况下,虽然有噪声的作用,交流电场仍然可能在局域峰的范围内.因此,较宽的局域峰的抗噪声能力较强似乎是很自然的,但我们得到的结果并非如此.

文献 [18] 指出,局域化被破坏的速度由所选取

的参数与最近的一个局域峰之间的距离所决定,所选的参数离最近的局域峰越远,则局域化被破坏得越快.如果所选择的参数离局域峰非常近,虽然在无噪声的情况下局域化不能永久保持,但可以保持很长一段时间.这已大大超出了本文所研究的时间范围.所以,如果只研究一小段时间内的局域化,在邻近局域峰的区间也可以得到很好的局域效果,这意味着局域峰实际上被扩展了,扩展了的局域峰明显地抵消了原本较宽的局域峰所带来的优势.

从图 2 还可以得出另一个结论, LAOP 的数值不仅可以描述理想条件下的局域效果,也能用来描述真实条件下的局域效果,因为这 3 个系统的 LAOP 几乎完全相同,可以看到他们的抗噪声能力也几乎一样.为了理解这一点,考虑有一个包含 $|1\rangle, |2\rangle$ 两个态的双能级系统,假设在某种条件下以 $|1\rangle$ 为初始态存在一个局域峰.设局域峰的高度为 x , a_0 和 a_1 为描述局域峰峰高的参数.在没有噪声的情况下,以纯态 $|1\rangle$ 作为初始态,保持常数 a_0 ,局域化将

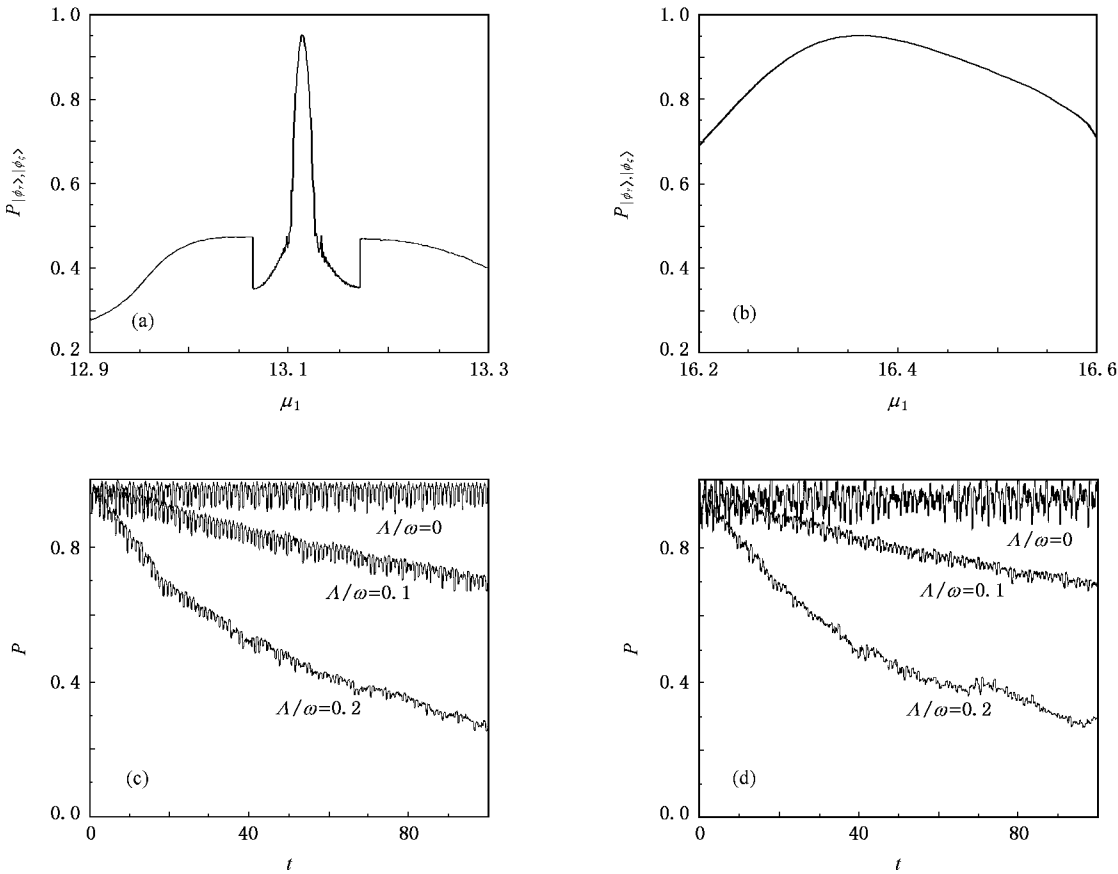


图 3 5 量子点系统和 3 量子点系统的 LAOP 及占据概率 P 随时间 t 的演化 (a) $\mu_0 = 1$ 时 5 量子点系统的 LAOP (b) $\mu_0 = 1$ 时 3 量子点系统的 LAOP (c) $\mu_1 = 13.1128$ 时 5 量子点系统占据概率 P 随时间 t 的演化 (d) $\mu_1 = 16.36$ 时 3 量子点系统占据概率 P 随时间 t 的演化

被永远保持,并且 $|1\rangle$ 的平均占据概率 P 为 x .引进噪声以后,因为存在噪声,参数 a_0 不再是常数而是随时间变化.在时刻 t ,参数变为 a_t .设 t 时刻为新的初始时间,但此时初始态是 $x|1\rangle+(1-x)|2\rangle$,而不再是纯态 $|1\rangle$.因为初始态是 $x|1\rangle+(1-x)|2\rangle$,自然局域化不能被继续保持.由此可看出, x 在这个过程中扮演了一个很重要的角色, x 越大, $x|1\rangle+(1-x)|2\rangle$ 越接近于纯态 $|1\rangle$.

出于同样的原因,在理想条件下占据概率随时间演化的最小值同样可以影响噪声的效果,在图2(b)中可以清楚地看到这一点.图2(b)中理想条件下占据概率的波动小于图2(a)和(c)5量子点系统的抗噪声能力比另外两个系统要好.

为了说明问题,下面引进直流场来研究在 $\mu_0=1$

时噪声的影响.图3(a)是5量子点系统,初始态为 $|33\rangle$ 的LAOP,可以看到一个很尖锐的局域峰.图3(b)是一个初始态为 $|22\rangle$ 的3量子点系统.与5量子点系统相比,虽然局域峰的高度基本相同,但3量子点系统的局域峰要宽得多.取 $\mu_1=13.1128,16.36$,计算了两个系统的时间演化.因为它们的局域峰高度基本相同,所以噪声的影响也几乎相同.图3(b)中宽得多的局域峰实际上对噪声效果并没有什么影响.

最后,使用5量子点系统来研究不同高度局域峰的局域效果,结果如图4(a)所示.从图4(a)中可以看到有两个尖锐的局域峰,且左侧的峰比右侧峰高.从图4(b)和(c)中可以清楚地看到,较高的峰抗噪声能力比较低的峰好得多.这与上述的结果完全一致.

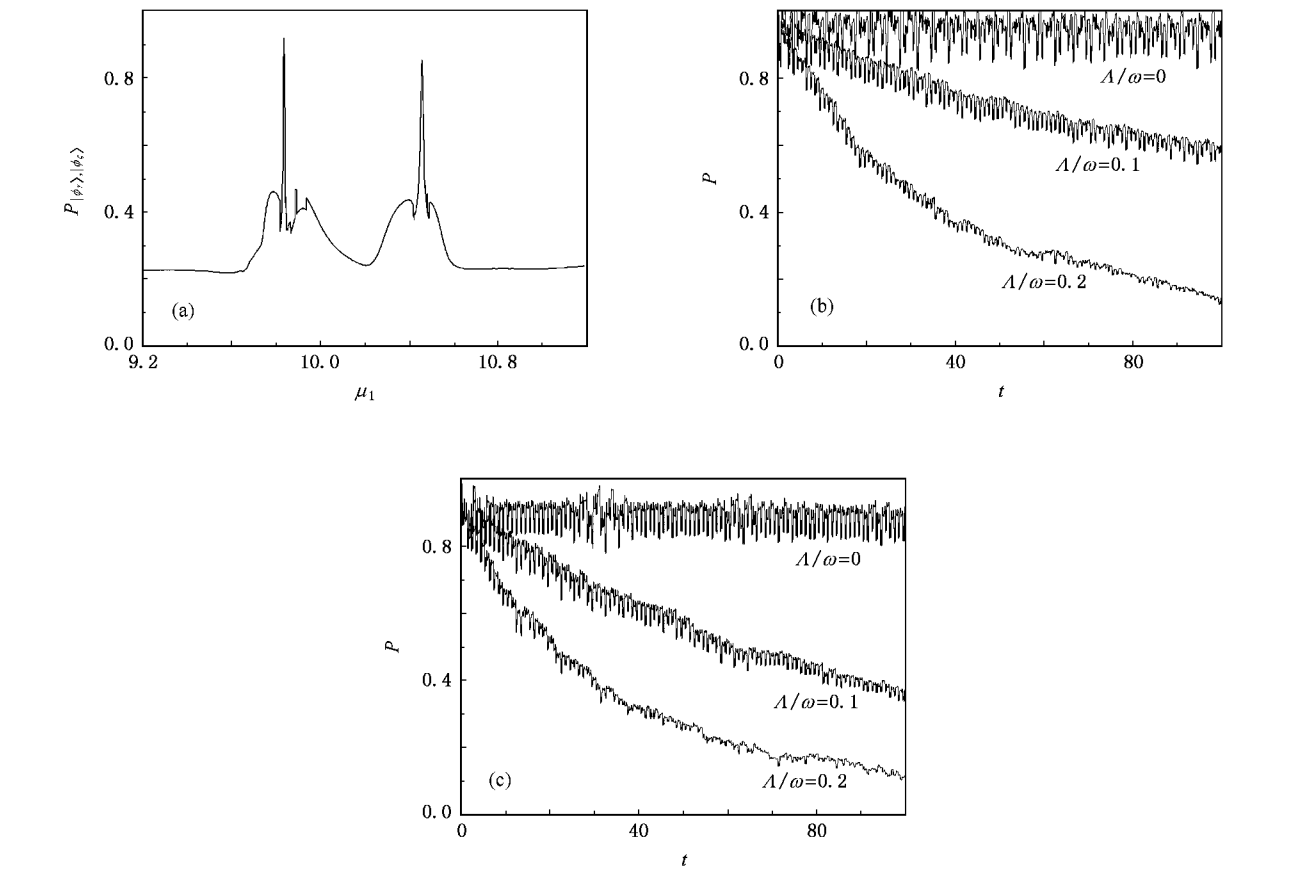


图4 5量子点系统的LAOP和占据概率 P 随时间 t 的演化 (a) $\mu_0=1$ 时5量子点系统的LAOP (b) $\mu_1=9.835$ 时占据概率 P 随时间 t 的演化 (c) $\mu_1=10.4568$ 时占据概率 P 随时间 t 的演化

4. 结 论

本文研究了噪声对动态局域的影响.LAOP 峰

的宽度与系统的抗噪声能力关系不大.所以,虽然随着点链的增长,LAOP 局域峰变得尖锐,但是仍然可以在真实条件下得到满意的局域效果.原因在于精确地调节交流电场强度并不是一件困难的事情.局

域峰越高,系统的抗噪声能力越强.另一个与噪声相关的因素是理想条件下占据概率在时间演化过程中的最小值.因为 LAOP 的数值是十分重要的,所以应

该尽可能地找到高的局域峰,这将会改善在真实条件下的局域效果.

-
- [1] Grossmann F , Dittrich T , Jung P , Hanggi P 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 516
- [2] Liu C S , Ma B K , Wang L M 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2020 (in Chinese) [刘承师、马本堃、王立民 2003 物理学报 **52** 2020]
- [3] Creffield C E , Platero G 2002 *Phys. Rev. B* **65** 113304
- [4] Zhang P , Zhao X G 2000 *Phys. Lett. A* **271** 419
- [5] Gu J , Liang J Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5335 (in Chinese) [谷娟、梁九卿 2005 物理学报 **54** 5335]
- [6] Creffield C E , Platero G 2002 *Phys. Rev. B* **66** 235303
- [7] Jiang Z , Duan S Q , Zhao X G 2004 *Phys. Lett. A* **333** 132
- [8] Jiang Z , Duan S Q , Zhao X G 2005 *Phys. Lett. A* **337** 241
- [9] Creffield C E , Platero G 2004 *Phys. Rev. B* **69** 165312
- [10] Xu J , Shangguang W Z , Zhan S C 2005 *Chin. Phys.* **14** 2093
- [11] Lehmann J , Sebastien C , Sigmund K , Peter H 2003 *Chem. Phys. Lett.* **368** 282
- [12] Kohler S , Lehmann J , Hanggi P 2005 *Phys. Rep.* **406** 379
- [13] Zhang A Z , Duan S Q , Zhao X G , Liang J Q 2000 *Phys. Lett. A* **275** 306
- [14] Jiang Z , Duan S Q , Zhao X G 2004 *Phys. Lett. A* **330** 260
- [15] Grifoni M , Hanggi P 1998 *Phys. Rep.* **304** 229
- [16] Duan S Q , Zhang W , Zhao X G 2001 *Physica B* **299** 159
- [17] Duan S Q , Wu B Y , Wang Z G , Zhao X G 2004 *Phys. Lett. A* **321** 137
- [18] Jiang Z , Duan S Q , Zhao X G 2005 *J. Phys. : Cond. Matter* **17** 4207

The effect of noise on the dynamical localization^{*}

Wang Xiao-Bo¹⁾ Jiang Zhe²⁾ Dong You-Er¹⁾ Xiao Lian-Tuan¹⁾

¹⁾ College of Physics and Electronics Engineering , Shanxi University , Taiyuan 030006 , China)

²⁾ Institute of Applied Physics and Computational Mathematics , Beijing 100088 , China)

(Received 16 January 2007 ; revised manuscript received 30 May 2007)

Abstract

The effect of noise to the dynamical localization is discussed , and it is found that although the localization although this condition becomes strict , the resistance of the system to noise is not changed , which means we can obtain satisfactory localization effect in a long quantum dot array in practice. The height of localization peak of long-term averaged occupation probability has close relation with the resistance of the system to noise , which provides a method to improve the localization effect in practice.

Keywords : dynamical localization , noise , averaged occupation

PACC : 7215R , 7320D , 6322

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60378004).