

高度聚焦的余弦高斯光束对瑞利粒子的辐射力分析^{*}

蒋云峰¹⁾ 陆璇辉^{1)2)†} 赵承良¹⁾

1) (浙江大学物理系, 杭州 310027)

2) (华东师范大学精密光谱科学与技术国家重点实验室, 上海 200062)

(2009 年 8 月 7 日收到; 2009 年 11 月 5 日收到修改稿)

通过数值计算, 得出了聚焦后的余弦高斯光束在瑞利粒子上产生的辐射力在整个空间的分布情况. 研究发现, 利用余弦高斯光束操控粒子是可行的, 且利用余弦高斯光束能同时对高折射率粒子和低折射率粒子进行俘获.

关键词: 余弦高斯光束, 光陷阱, 辐射力

PACC: 4260H, 4250V, 3280P

1. 引 言

二十多年前, 物理学家们利用一束高度聚焦的高斯光束实现了对透明粒子的三维俘获^[1], 这种高度聚焦的光束就是现在为人们所熟知的光镊(即单光束梯度力势阱)的最初模型. 因为利用光镊能够精确地俘获和隔离各种微观物体(如不带电的原子、分子、活的生物细胞等等), 并且很少对微粒造成损害, 所以现在这种光镊模型已经广泛应用于物理学、生物学、生物物理学等不同的学科领域. 然而, 关于如何进一步提高光束的俘获性能和俘获效率仍然是一个重要的课题. 比如, 最初的光镊模型就不适合俘获生物细胞, 因为光束中心过高的光强很有可能会杀死细胞; 普通的高斯光束^[2]不但在俘获粒子的种类上有局限, 而且在一次性俘获粒子的数量上也有限制. 目前对这些问题的解决方法主要是采用特殊的光束, 如空心高斯光束^[3]、贝塞尔光束^[4]、涡旋光束^[5]等等. 这些光束在俘获粒子的性能上都要优于普通高斯光束.

通常在傍轴近似下光的波动方程有以下两套解: 一是在柱坐标系下的拉盖尔-高斯函数, 另一种就是笛卡尔直角坐标系下的厄米-高斯函数. 除此之外, 其他形式的解也是存在的. 例如柱坐标系下的贝塞尔高斯光束^[6,7]和 1997 年 Casperson 等提出的正弦类高斯光束 (sinusoidal-Gaussian beams)^[8]. 这

种正弦类高斯光束也是傍轴近似下的光波动方程在直角坐标系下的一组解, 实际上它可以和厄米-高斯光束组合成一种新的、内容更广泛的厄米正弦类高斯光束 (Hermite-sinusoidal-Gaussian beams), 而厄米-高斯光束和这种正弦类高斯光束都可以归结为其中的特例^[9]. 余弦高斯光束又是正弦类高斯光束的一种特例.

光照在粒子上所产生的辐射力包括散射力和梯度力. 散射力来源于光在粒子界面上反射所引起的动量变化, 散射力的方向与光的传播方向相同. 梯度力来源于光穿过粒子折射时所引起的动量变化, 在光镊实验中, 梯度力的方向一般是由粒子的中心指向透镜的焦点位置. 当光轴上的纵向梯度力大于散射力时, 就能实现光束对粒子的纵向俘获; 当横向梯度力达到一定的数值时, 就能够实现光束对粒子的横向俘获. 本文首先研究经过透镜后的余弦高斯光束的光强变化, 接着分析余弦高斯光束在瑞利粒子上产生的辐射力分布情况和被俘获粒子的稳定性, 并给出相应的结果.

2. 经过透镜后的余弦高斯光束的光强分布

余弦高斯光束在入射平面上的电场分布为^[10,11]

$$E_0 = A_0 \exp\left(-\frac{x^2 - y^2}{\omega_0^2}\right) \cos\left(\frac{\alpha x}{\omega_0}\right) \cos\left(\frac{\alpha y}{\omega_0}\right), \quad (1)$$

^{*} 国家高技术研究发展计划 (批准号: 2007AA12Z130) 和国家自然科学基金 (批准号: 10974177) 资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: xhlu@zju.edu.cn

式中 ω_0 为光束的束腰半径, x 和 y 分别为光束横截面的坐标, α 为余弦高斯的一个参数, 它可以取零到无穷大之间的任意值, A_0 为与光强相关的常数. 图 1 所示为当 α 取不同值时光束在入射平面的光强分布. 从图 1 可以看到, 当 α 增大时, 光强的峰也逐渐增多; 当 α 趋于零时, 余弦高斯光束将接近于高斯光束.

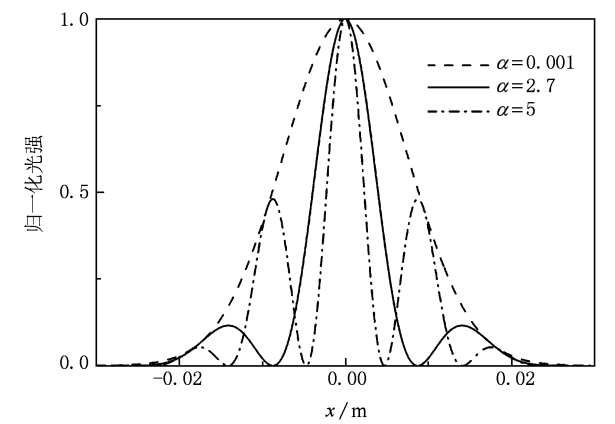


图 1 不同 α 值的余弦高斯光束的归一化光强分布

在傍轴近似下, 余弦高斯光束经过一个 $ABCD$ 光学系统后的场强表达式为^[11]

$$\begin{aligned} E(x, y) = & A_0 \frac{q_0}{Aq_0 + B} \exp \left[-\alpha^2 \omega_0^2 / \left(\frac{2Aq_0}{B} + 2 \right) \right] \\ & \times \exp \left[\frac{-q_0(x^2 + y^2)}{q_1 \omega_0^2} \right] \\ & \times \cos \left(\frac{q_0 \alpha x}{(Aq_0 + B) \omega_0} \right) \\ & \times \cos \left(\frac{q_0 \alpha y}{(Aq_0 + B) \omega_0} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

式中 q_0 和 q_1 分别为入射平面和出射平面的 q 参数, 由 q 参数公式可得

$$q_0 = \frac{i\pi\omega_0^2}{\lambda}. \quad (3)$$

q 参数通过传输矩阵的变换规律满足

$$q_1 = \frac{Aq_0 + B}{Cq_0 + D}. \quad (4)$$

入射的光功率 P 可以表示为

$$\begin{aligned} P = \int I ds = & \iint |E_0|^2 dx dy \\ = & A_0^2 \iint \exp \left(\frac{-2x^2 - 2y^2}{\omega_0^2} \right) \\ & \times \cos^2 \left(\frac{\alpha x}{\omega_0} \right) \cos^2 \left(\frac{\alpha y}{\omega_0} \right) dx dy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 4A_0^2 \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left(\frac{-2x^2}{\omega_0^2} \right) \cos^2 \left(\frac{\alpha x}{\omega_0} \right) dx \right]^2 \\ &= A_0^2 \left[\sqrt{\frac{\pi}{8}} \omega_0 \exp(-\alpha^2/2) + \sqrt{\frac{\pi}{8}} \omega_0 \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

由此可得

$$A_0 = \frac{\sqrt{8P}}{\sqrt{\pi}\omega_0 [1 + \exp(-\alpha^2/2)]}. \quad (6)$$

光束经过如图 2 所示的光学系统, 则入射平面与出射平面之间的光学矩阵可表示为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z_1/f & (-z_1/f)s + f + z_1 \\ -1/f & -s/f + 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中 s 为入射平面到透镜的距离, f 为透镜的焦距, z_1 为焦平面与出射平面间的距离. 把 (3), (4), (6), (7) 式代入 (2) 式, 就可以得到余弦高斯光束经过图 2 所示的光学系统之后的光强 $E(r, z_1)$. 在具体的计算中, 选取 $w_0 = 20 \text{ mm}$, $\lambda = 1.06 \text{ }\mu\text{m}$, $f = 5 \text{ mm}$, $s = 100 \text{ mm}$, $P = 9 \text{ W}$. 因为 α 取值不同, 入射平面和出射平面上的光强分布也会有很大不同, 下面将对 $\alpha = 0.001$ 和 $\alpha = 2.7$ 两类余弦高斯光束分别进行分析.

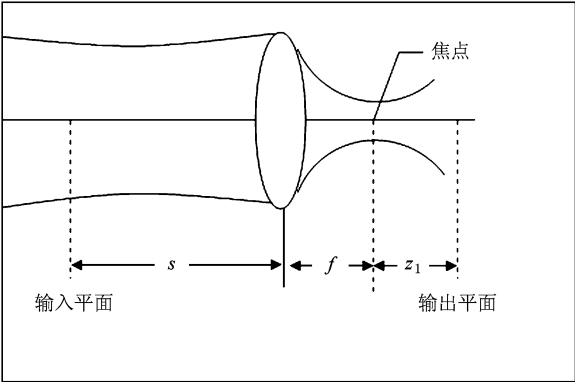


图 2 光学系统简图

图 3 所示为余弦高斯光束在距离焦平面不同位置的光强分布. 从图 3(a), (b), (c) 可以看出, $\alpha = 2.7$ 的余弦高斯光束在传播过程中将不再维持原先的轮廓, 它将在焦平面处出现一个空心区域, 并且距离焦平面约 $0.3 \text{ }\mu\text{m}$ 处, 光束将在中心以及两侧同时出现峰值. 这就意味着, 我们有可能利用余弦高斯光束在光束中心区域实现对高折射率粒子和低折射率粒子的同时俘获. 从图 3(d), (e), (f) 可以看出, $\alpha = 0.001$ 的余弦高斯光束的光强分布类似于高斯光束, 只在光束的中心存在一个峰值, 传播过程中光束的形状也基本保持不变.

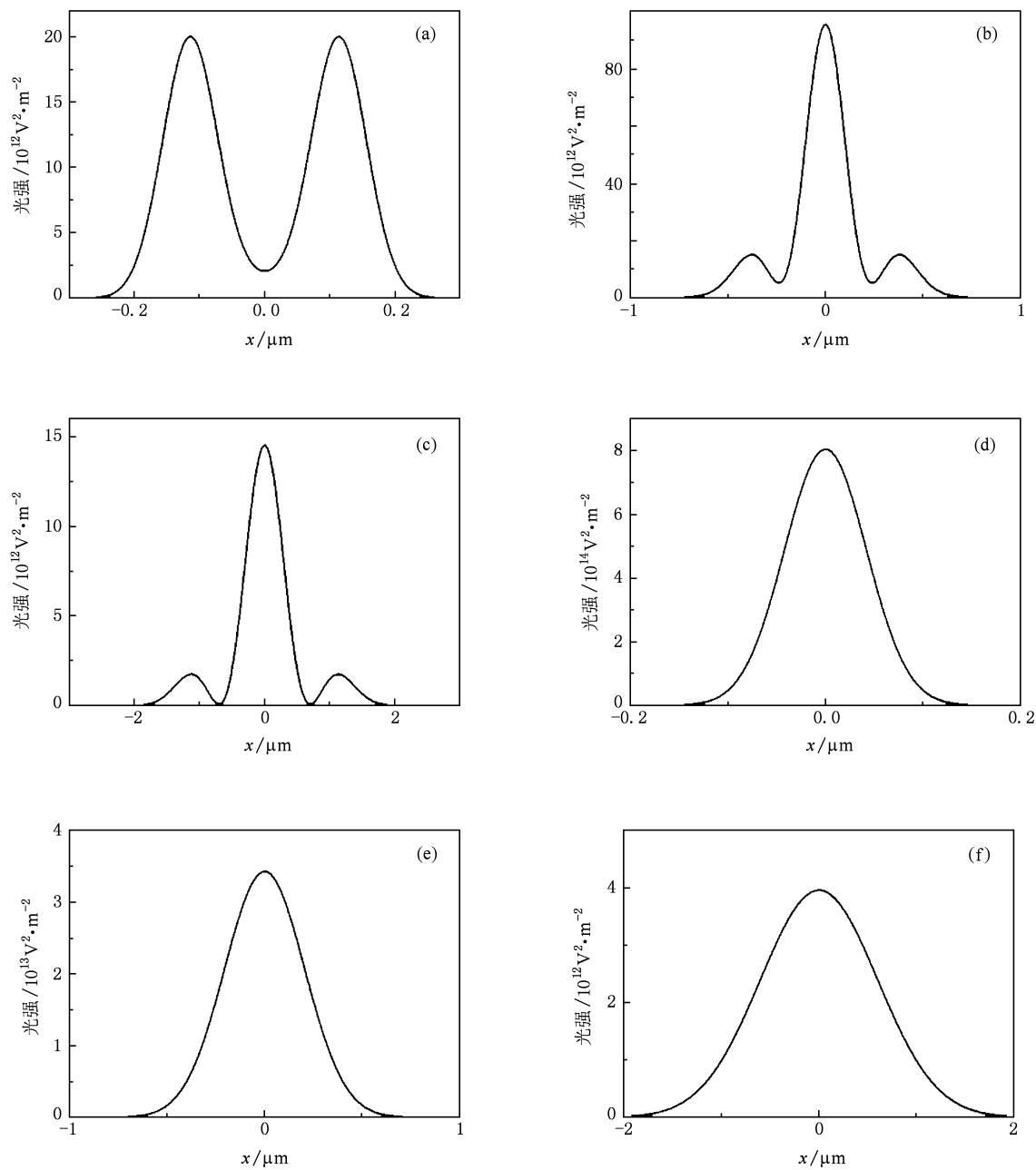


图3 余弦高斯光束在距焦平面不同位置的光强分布 (a) $\alpha=2.7, z_1=0$ 光束的光强分布; (b) $\alpha=2.7, z_1=\pm 0.1\text{ }\mu\text{m}$ 光束的光强分布; (c) $\alpha=2.7, z_1=\pm 0.3\text{ }\mu\text{m}$ 光束的光强分布; (d) $\alpha=0.001, z_1=0$ 光束的光强分布; (e) $\alpha=0.001, z_1=\pm 0.1\text{ }\mu\text{m}$ 光束的光强分布; (f) $\alpha=0.001, z_1=\pm 0.3\text{ }\mu\text{m}$ 光束的光强分布

3. 余弦高斯光束产生的辐射力分布

把要俘获的粒子看成一个球体,假定这个球体的直径远远小于光波长,即 $a\ll\lambda$,粒子处于瑞利范围内,这时就可以把粒子看成一个点偶极子.假设粒子周围介质的折射率为 n_1 ,粒子的折射率为 n_2 . 散射力可以表示为^[12,13]

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F}_{\text{scat}} = & \boldsymbol{e}_k \frac{8}{3} \pi (ka)^4 a^2 \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)^2 \\ & \times |\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, z_1)|^2 \frac{n_1^2 \varepsilon_0}{2}, \end{aligned} \tag{8}$$

式中 $\boldsymbol{e}_k$ 是沿光波传播方向的单位矢量, $m = n_2/n_1$ 为粒子与周围介质的相对折射率.从(8)式可知,散射力方向始终沿着光传播的方向,且其大小与光强成正比.这说明,如果某一位置的光强越大,则散射

力也越大,将导致该位置俘获粒子的难度增加. 梯度力的表达式为^[14]

$$\begin{aligned} F_{\text{grad}}(\boldsymbol{r}, z) = & \pi n_1^2 \varepsilon_0 a^3 \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \\ & \times \nabla |E(\boldsymbol{r}, z_1)|^2. \end{aligned} \quad (9)$$

从(9)式可知,梯度力的大小和方向与光强的梯度

值有关,而与光强本身的大小无关. 根据(8),(9)两式,可以作出聚焦后的余弦高斯光束在瑞利粒子上的辐射力分布图. 假定粒子周围介质(水)的折射率 $n_1 = 1.33$,粒子的直径 $a = 50 \text{ nm}$,高折射率粒子(玻璃微粒)的折射率 $n_2 = 1.59$,低折射率粒子(水中气泡)的折射率 $n_2 = 1.00$.

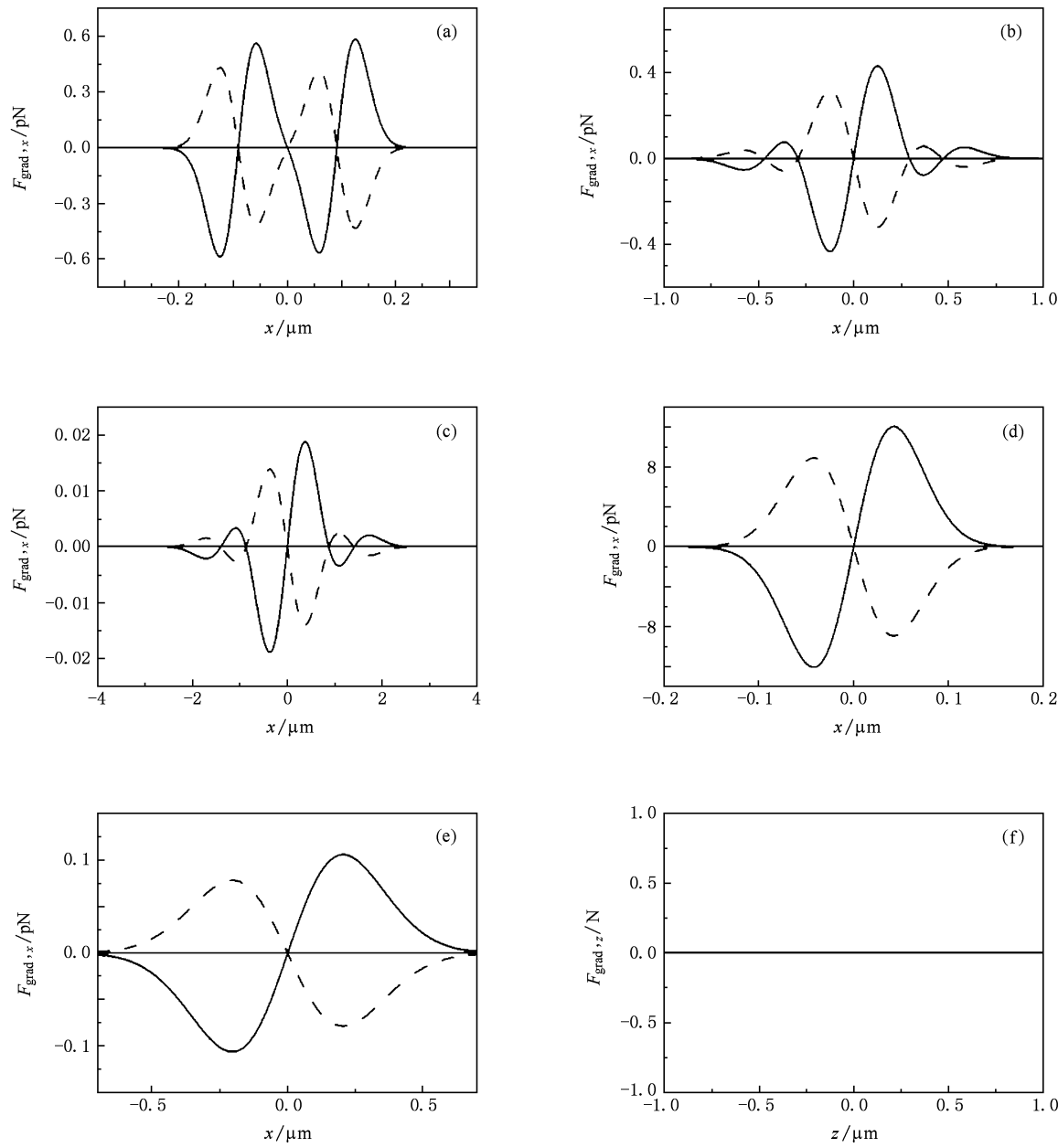


图4 余弦高斯光束在瑞利粒子上的梯度力分布 实线代表 $m < 1$ 的粒子,虚线代表 $m > 1$ 的粒子. (a) $\alpha = 2.7, z_1 = 0$ 时的横向梯度力分布; (b) $\alpha = 2.7, z_1 = \pm 0.1 \text{ }\mu\text{m}$ 时的横向梯度力分布; (c) $\alpha = 2.7, z_1 = \pm 0.3 \text{ }\mu\text{m}$ 时的横向梯度力分布; (d) $\alpha = 0.001, z_1 = 0$ 时的横向梯度力分布; (e) $\alpha = 0.001, z_1 = \pm 0.1 \text{ }\mu\text{m}$ 时的横向梯度力分布; (f) $\alpha = 2.7$ 或 $\alpha = 0.001, x = 0$ 时的纵向梯度力分布

图4给出了当入射光束为 $\alpha = 2.7$ 或 $\alpha = 0.001$ 的余弦高斯光束,选取的粒子为高折射率或低折

射率粒子时光束在不同位置产生的梯度力分布情况,图中 $F_{\text{grad},x}$ 和 $F_{\text{grad},z}$ 分别为横向梯度力和纵向梯度力

(即沿光轴方向的梯度力). 当光束产生的梯度力能够在某位置俘获粒子时, 则在该位置必定存在一个梯度力的平衡点. 从图 4(a) 可以看出, 入射光为 $\alpha = 2.7$ 的余弦高斯光束时, $m > 1$ 的粒子在焦平面上存在两个平衡点, 对比图 3(a) 可以发现, 这两个平衡点的位置恰好对应于光强的两个峰值. 从图 4(a) 还可以看出, $m < 1$ 的粒子在焦平面中心只存在一个平衡点, 对比图 3(a) 可以发现, 这个平衡点的位置恰好对应于光束中心的光强极小值. 从图 4(b), (c) 可以看出, 在距焦平面一定距离之外, $m > 1$ 的粒子在光束中心存在一个平衡点, $m < 1$ 的粒子不存在平衡点. 从图 4(d), (e) 可以看出, 入射光束为 $\alpha = 0.001$ 的余弦高斯光束时, $m > 1$ 的粒子在光束的中心存在平衡点, $m < 1$ 的粒子不存在平衡点. 从图 4(f) 可以看出, 余弦高斯光束对瑞利粒子的纵向梯度力始终为零. 综合以上分析可知, $\alpha = 2.7$ 的余弦高斯光束能同时横向俘获高折射率粒子和低折射率粒子, $\alpha = 0.001$ 的余弦高斯光束则只能横向俘获高折射率粒子. 利用一束余弦高斯光束只能对粒子进行二维操控, 但实验上也可以利用两束相对传播的余弦高斯光束对粒子进行三维操控.

4. 俘获粒子的稳定性分析

光镊俘获粒子的稳定性一般与以下参量有关: 一是梯度力与散射力之比, 二是粒子因布朗运动而造成的扰动量, 三是粒子的重力. 因为余弦高斯光束在沿光传播方向不存在梯度力, 只能进行平面二维俘获, 所以只考虑布朗运动造成的扰动量和粒子重力的影响.

首先, 考虑布朗运动的影响. 若要稳定俘获粒子, 则要求梯度力产生的势阱足以克服粒子的动能. 利用玻尔兹曼因子 R_{thermal} , 可以将这个条件表述如下^[15]:

$$R_{\text{thermal}} = \exp\left(\frac{-U_{\text{max}}}{k_{\text{B}}T}\right) \ll 1,$$

(10)

式中 k_{B} 为玻尔兹曼常数, T 为粒子所处环境的绝对

温度, U_{max} 为势阱的最大值. U_{max} 可由下式得到^[1]:

$$U_{\text{max}} = \pi \epsilon_0 n_1^2 a^3 \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right| |E|_{\text{max}}^2.$$

(11)

假定实验室温度 $T = 300 \text{ K}$, 那么依据 (10), (11) 两式, 我们可以计算出 R_{thermal} 的具体数值. 当入射光为 $\alpha = 2.7$ 的余弦高斯光束时, 若 $n_2 = 1.00$, 粒子在焦点处的 R_{thermal} 值约为 6.5×10^{-3} ; 若 $n_2 = 1.59$, 粒子在 $z_1 = 0.1 \text{ }\mu\text{m}$ 平面处的光束中心位置的 R_{thermal} 值约为 6.0×10^{-2} . 当入射光为 $\alpha = 0.001$ 的余弦高斯光束时, $n_2 = 1.59$ 的粒子在焦平面处的 R_{thermal} 值约为 1.0×10^{-65} . 由此可知, 在焦平面及焦平面附近 R_{thermal} 都满足 (10) 式中远远小于 1 的性质. 所以在本次辐射力分布分析所假定的实验室条件下, 布朗运动所引起的扰动是可以忽略不计的.

其次, 考虑粒子的重力影响. 假定粒子的密度在 $1 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \sim 2 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 之间, 重力的数量级在 $10^{-18} \sim 10^{-17} \text{ N}$ 之间, 从图 4 可知, 梯度力的数量级在 $10^{-14} \sim 10^{-12} \text{ N}$ 之间, 与梯度力相比, 粒子的重力效应是可以忽略的.

综合以上分析可知, 布朗运动引起的扰动以及粒子的重力效应在本次实验中都是可以忽略不计的, 即利用余弦高斯操控粒子是可行的.

5. 结 论

本文主要研究了利用 $\alpha = 2.7$ 以及 $\alpha = 0.001$ 的余弦高斯光束对瑞利粒子的辐射力分布情况. 计算表明, $\alpha = 2.7$ 的余弦高斯光束能够应用于高折射率粒子 (即粒子折射率大于周围介质的折射率) 和低折射率粒子 (即粒子折射率小于周围介质的折射率) 的俘获. $\alpha = 0.001$ 的余弦高斯光束无论在光强方面还是在俘获粒子的梯度力分布方面都接近于高斯光束. 与高斯光束不同的是, 所有余弦高斯光束在粒子上的纵向梯度力一直为零, 只能进行平面二维的俘获. 但实验也可以利用两束相对传播的余弦高斯光束, 对粒子进行三维的操控. 本文得到的结果可应用于生物学以及物理学等领域的光陷俘实验中.

[1] Ashkin A, Dziedzic J M, Bjorkholm J E, Chu S 1986 *Opt. Lett.* **11** 288

[2] Yang H, Feng G Y, Zhu Q H, Zhang D Y, Zhou S H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5506 (in Chinese) [杨浩、冯国英、朱启

- 华、张大勇、周寿恒 2008 物理学报 **57** 5506]
- [3] Zhao C L, Wang L G, Lu X H 2007 *Phys. Lett.* **363** 502
- [4] Zhao C L, Wang L G, Lu X H 2008 *Optik* **119** 477
- [5] Gahagan K T, Swartzlander G A Jr 1999 *J. Opt. Soc. Am. B* **16** 533
- [6] Gori F, Guattari G, Padovani C 1987 *Opt. Commun.* **64** 491
- [7] Hall D G 1986 *Opt. Lett.* **21** 9
- [8] Casperson L W, Hall D G, Tovar A A 1997 *J. Opt. Soc. Am. A* **14** 3341
- [9] Casperson L W, Tovar A A 1998 *J. Opt. Soc. Am. A* **15** 954
- [10] Tovar A A, Casperson L W 1998 *J. Opt. Soc. Am. A* **15** 2425
- [11] Wang X Q, Ke Z P, Lü B D 2001 *Laser Tech.* **25** 121 (in Chinese) [王喜庆、柯尊平、吕百达 2001 激光技术 **25** 121]
- [12] Savoboda K, Block S M 1994 *Annu. Rev. Biophys. Biomol. Struct.* **23** 247
- [13] Visscher K, Brakenhoff G J 1992 *Optic* **89** 174
- [14] Harada Y, Asakura T 1996 *Opt. Commun.* **124** 529
- [15] Ashkin A 1978 *Phys. Rev. Lett.* **40** 729

Radiation force of highly focused cosine-Gaussian beam on a particle in the Rayleigh scattering regime^{*}

Jiang Yun-Feng¹⁾ Lu Xuan-Hui^{1)2)†} Zhao Cheng-Liang¹⁾

1) (Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

2) (State Key Laboratory of Precision Spectroscopy, East China Normal University, Shanghai 200062, China)

(Received 7 August 2009; revised manuscript received 5 November 2009)

Abstract

The radiation force of highly focused cosine-Gaussian beam acting on a particle in the Rayleigh scattering regime is theoretically investigated in this paper. The results show that it is feasible to utilize cosine-Gaussian beam in optical trapping system. Unlike the conventional optical beams, the cosine-Gaussian beam could simultaneously trap particles whose refractive index is lower or higher than the ambient.

Keywords: cosine-Gaussian beam, optical trapping, radiation force

PACC: 4260H, 4250V, 3280P

^{*} Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2007AA12Z130) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10974177).

[†] Corresponding author. E-mail: xhlu@zju.edu.cn