

# 利用 Grad-Shafranov 重构方法研究磁尾通量绳的特征参量和内部结构\*

张永存<sup>†</sup> 沈超 刘振兴

(中国科学院空间科学与应用研究中心空间天气学国家重点实验室, 北京 100190)

(2010 年 3 月 21 日收到; 2010 年 9 月 7 日收到修改稿)

2009 年 2 月 21 日 THEMIS-C 卫星在磁尾  $X = -15.7R_E$  ( $R_E$  为地球半径,  $1R_E = 6371$  km) 观测到典型的磁通量绳事件. 采用 Grad-Shafranov 重构技术研究该磁通量绳的特性、内部磁场和电流结构. 研究表明, 磁通量绳不变轴位于 GSM (geocentric solar magnetospheric coordinates) 坐标为  $(-0.3975, 0.8905, 0.2213)$  的方向, 基本位于晨昏方向; 通量绳的横截面尺度约为  $2R_E$ , 内部轴向磁通量为  $1.3 \times 10^6$  Wb. 与经验模型相比, 在对磁通量绳几何形状不做约束的情况下, 重构出磁尾  $X = -15.7R_E$  处磁通量绳横截面上的磁场、电流强度分布图像. 通量绳核心部位具有无力场位形结构, 而随着径向距离的增加, 磁场在偏离轴对称分布的区域逐渐表现为非无力位形.

**关键词:** 磁尾, 磁通量绳, Grad-Shafranov 重构, 多 X 线重联

**PACS:** 52.35.-g, 94.30.ct, 94.30.cp

## 1. 引言

磁通量绳 (magnetic flux rope) 作为磁场能量爆发性释放的产物<sup>[1]</sup>, 是地球磁层和行星际空间等离子体中一种常见并十分重要的物理现象. Slavin 等<sup>[2]</sup>利用 Geotail 卫星对近地磁通量绳做了统计研究, 给出了磁尾通量绳事件产生、运动的整体过程, 并认为这是近地多 X 线重联的结果, 类似于向阳面磁层顶的通量传输事件 (FTE)<sup>[3]</sup>, 磁通量绳在重联产生的高速流推动下向地向或尾向运动. 磁尾磁通量绳的存在不仅为多 X 线重联提供了观测支持, 最近的研究还表明近地磁尾的通量绳事件同场向电流和极区活动相关<sup>[4,5]</sup>. 因此磁尾磁通量绳的研究对于磁层物理, 尤其是对内磁层<sup>[6]</sup>的研究具有重要意义. 磁通量绳就像一个等离子体容器, 通过其内部复杂的磁场结构约束粒子的行为, 因此磁通量绳的内部磁场结构、粒子结构和电流分布是目前的研究热点. 此外, 磁通量绳的特征物理参数, 例如不变轴的方向、通量绳的尺度、内部磁通量大小等也有

待准确确定. 但是由于观测条件和研究方法的限制, 这些问题过去主要通过经验模型 (无力模型或非无力模型) 与观测数据的拟合得到半经验的解决<sup>[7,8]</sup>, 而经验模型往往通过数学函数对通量绳的结构进行约束, 这使得结果与真实情况会有一定的偏差. 随着越来越多观测卫星 (Geotail, Cluster, TC-1, THEMIS 等) 的发射, 在地球磁尾  $X > -30 R_E$  内磁通量绳经常被观测到<sup>[2,4,5,9,10]</sup>, 这为研究磁通量绳提供了很好的机会, 基于观测数据的多种研究方法已被应用于磁通量绳.

本文采用 Grad-Shafranov 方法来研究磁通量绳, 而不再依赖经验模型. Grad-Shafranov 方法已经被用来研究磁层顶<sup>[11,12]</sup>、行星际磁云<sup>[13]</sup>和 FTE<sup>[14]</sup>, 并取得了很好的结果. 这种方法不仅可以计算出磁通量绳的特征参数, 其最大的优势在于给出垂直于研究对象不变轴横截面上磁场的分布图像. 由于磁尾磁通量绳和行星际磁云、磁层顶 FTE 有着相同的观测特征, 我们同样利用 Grad-Shafranov 重构方法研究磁尾磁通量绳的特征参量和内部结构, 并在此基础上检验通量绳内磁场位形.

\* 国家自然科学基金青年科学基金 (批准号: 40804033)、国家自然科学基金 (批准号: 40974101)、国家自然科学基金重点项目 (批准号: 40731054)、国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2011CB811404) 和国家重点实验室专项基金资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: zyc@cssar.ac.cn

## 2. Grad-Shafranov 重构方法

Grad-Shafranov 重构方法基于以下 3 个前提条件: 1) 重构对象应具有准二维结构. 也就是重构对象的结构在某一方面上(不变轴  $z$ )变化必须远远小于垂直于  $z$  轴的横截平面上( $x$ - $y$  平面)的变化( $\partial/\partial z \approx 0$ ). 2) 必须存在一个参考坐标系, 通常是 de Hoffmann-Teller (HT) 坐标系<sup>[15]</sup>. 在这个坐标系中电场  $\mathbf{E} \rightarrow 0$ , 根据 Maxwell 方程  $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B}/\partial t$ , 所以  $\partial \mathbf{B}/\partial t = 0$ , 这样在 HT 坐标系看来磁通量绳内磁场具有准稳态结构( $\partial/\partial t \approx 0$ ). 3) 在这个参考坐标系中, 等离子体惯性效应可以近似忽略, 当等离子体在此坐标系中的速度远远小于 Alfvén 速度和声速时, 这一条件可以被满足.

研究对象如果满足以上 3 个前提条件, 磁场矢量在重构坐标系(由研究对象的不变轴和 HT 坐标系运动方向确定的正交坐标系  $x, y, z$ )中可表示为

$$\mathbf{B} = [\partial A/\partial y, -\partial A/\partial x, B_z(A)], \quad (1)$$

$A = A(x, y)$  为磁矢势. 在垂直于研究对象不变轴的横截面( $x$ - $y$  平面)上, 磁流体力学方程演化为势函数的 Grad-Shafranov 方程

$$\nabla_t^2 A = -\mu_0 \frac{d}{dA} P_t(A). \quad (2)$$

这里的下标  $t$  表示在横截面上的分量,  $P_t = P + B_z^2/2\mu_0$ , 其中  $P$  为等离子体热压,  $B_z^2/2\mu_0$  为轴向场的磁压,  $P$  和  $B_z$  都是磁势  $A$  的函数. 在重构坐标系的  $x$ - $y$  平面上, 以卫星在穿越研究对象的轨道上所测量的磁场和热压作为初始条件解方程(2), 得到横截面上矢势(磁场)的分布. 由方程(1)计算可得  $\mathbf{B} \cdot \nabla A = 0$ , 所以通量绳内磁力线是具有相同势函数  $A(x, y)$  的等势线. 关于重构方法的详细描述可以参见文献[11, 13].

影响重构结果最关键的因素是通量绳不变轴的确定. Hu 等<sup>[13]</sup>指出, 在重构坐标系中, 卫星在进入与退出磁通量绳的过程测量到的  $P_t$  相对于同一矢势值  $A$  应该具有相同的值. 我们将这一点作为衡量所选取不变  $z$  轴是否合理的标准.

## 3. THEMIS 卫星观测结果

THEMIS 卫星<sup>[16]</sup>发射于 2007 年, 磁层亚暴机理研究是其主要任务. THEMIS 卫星由 5 颗完全相同的卫星 (THEMIS-A, B, C, D, E) 组成. 2009 年 2 月

21 日 THEMIS-C (THC) 运行于远地点位于磁尾的椭圆轨道上, 在 11:30 卫星位于 GSM (geocentric solar magnetospheric coordinates) 坐标 ( $-15.70, -3.652, -2.295$ )  $R_E$  处. 本文所用磁场和粒子数据由卫星上 FGM (fluxgate magnetometer)<sup>[17]</sup>, ESA (electro-static analyzer)<sup>[18]</sup> 两台仪器提供, 分辨率分别为 0.25 s 和 3 s. 图 1(a)–(h) 给出了 THC 在 11:30–11:35 的磁场和等离子体观测结果, 从上到下依次为: 离子密度、离子温度、等离子体热压、等离子体  $\beta$  值(等离子体热压与磁压的比值)、离子速度三分量和总强度. 除特别说明外, 磁场三分量和总强度、离子速度分量和磁场分量都是 GSM 坐标系中的数值. 磁场  $B_x$  分量为负值, 说明 THC 处于磁层南半球, 较高的离子温度  $T_i = 1\text{--}3$  keV 和高  $\beta$  值表明 THC 处于等离子体片中. 从磁场信号看, THC 观测到了下列磁通量绳的典型特征<sup>[19]</sup>: 11:32:24 卫星从等离子体片进入磁通量绳, 同时  $B_z$  从 3.01 nT 下降到  $-4.91$  nT, 而后上升至 14.04 nT,  $B_z$  的峰峰值为 17.05 nT, 而在此期间相应于核心场的  $B_y$  从 3.21 nT 上升到 15.75 nT; 11:32:12 卫星穿过磁通量绳回到等离子体片,  $B_y$  和  $B_z$  恢复到穿越前等离子体片的值.

为了更清楚地理解这一事件, 我们用磁场最小变换分析方法 (MVAB)<sup>[20]</sup> 构建了 LMN 坐标系,  $L$  轴 ( $-0.4277, -0.5417, 0.7235$ )、 $M$  轴 ( $0.465, -0.8182, -0.3378$ ) 和  $N$  轴 ( $0.775, 0.1919, 0.6019$ ) 分别对应磁场变化最大、中间和最小方向. 在 LMN 坐标系中, 磁场  $B_L$  和  $B_M$  更为清楚地表现出磁通量绳的特征, 如图 1(f) 所示.

这一事件中磁通量绳最大地向运动速度达到 400 km/s, 明显高于周围等离子体片流场强度. Slavin 等<sup>[2]</sup>指出, 磁尾通量绳产生后等离子体片多 X 线中的一条将会进一步重联尾瓣的磁场进而触发亚暴<sup>[21]</sup>. 尾瓣场的重联强度远远大于等离子体片内的重联强度, 通量绳在尾瓣场重联产生的高速流推动下向地向或尾向运动, 因此观测上通量绳通常与高速流相伴也就可以理解了. AE 指数(最大值为 300 nT)显示, 在这个通量绳事件前后有明显的亚暴发生. 因此, 这一事件对 Slavin 磁通量绳产生理论提供了观测支持.

## 4. 计算结果

首先从 THC 数据计算得到 HT 坐标系速度为

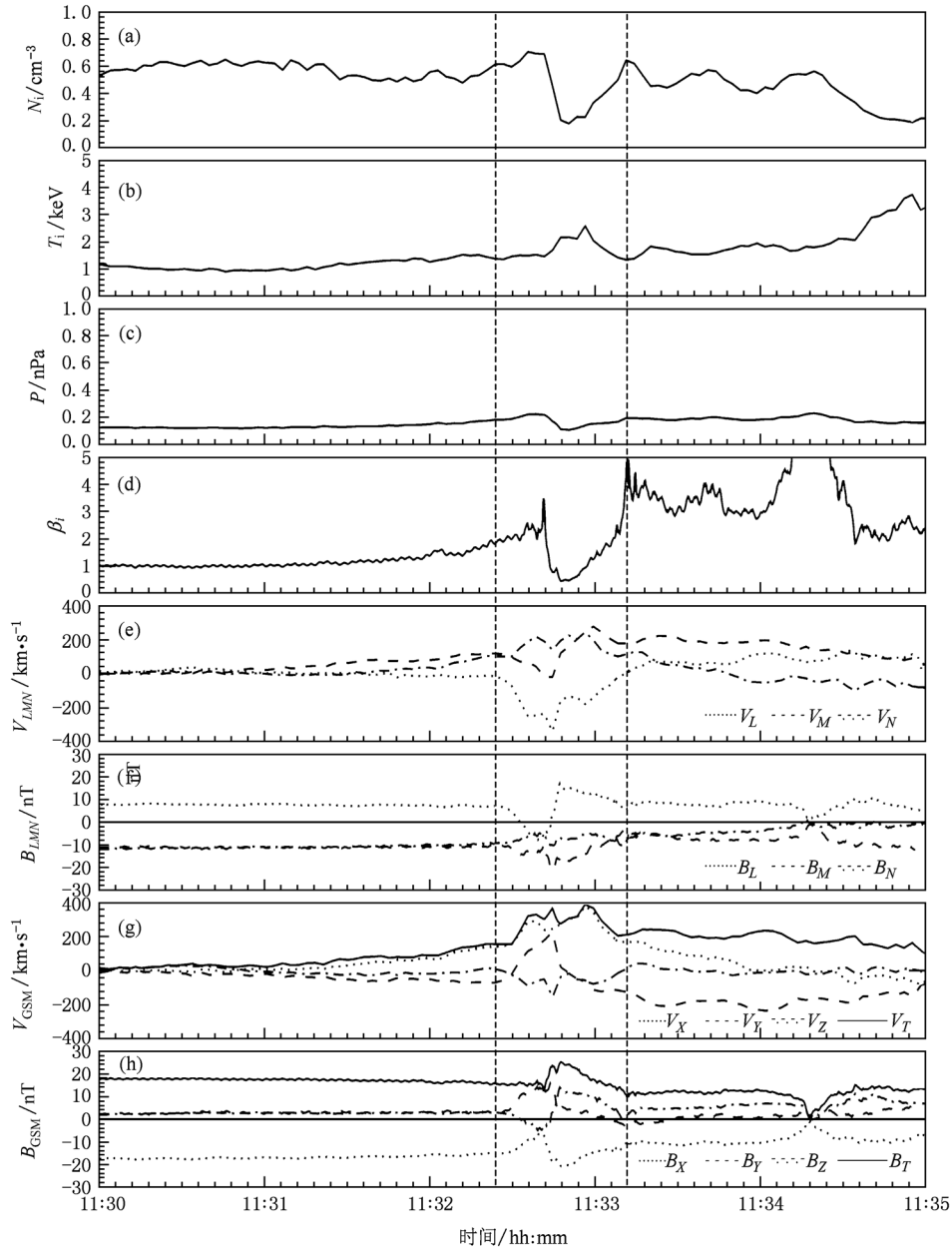


图1 THC对2009年2月21日磁通量绳事件的观测结果

$(383.67, -50.9, -77.11)$  km/s. 对流电场  $-\mathbf{V} \times \mathbf{B}$  和 HT 坐标系运动电场  $-\mathbf{V}_{\text{HT}} \times \mathbf{B}$  ( $\mathbf{V}$  是卫星在 GSM 坐标实测速度) 的关联系数为 0.9436, 如图 2 (a) 所示. 这说明我们找到了较好的 HT 坐标系, 其中的电场近似为零. 由于在通量绳内部离子密度极低, Alfvén 速度远远大于 HT 坐标系中的等离子体速度, 这一事件适合使用 Grad-Shafranov 重构方法. 图 2(b) 给出了卫星在进入磁通量绳的过程与退出磁通量绳的过程测量到的  $P_i$  随归一化矢势  $A$  的最小发散分布. 将对应这一分布的方向取为通量绳的不变轴 (重构坐标系的  $z$  轴), 其方向的单位矢量

GSM 坐标为  $(-0.3975, 0.8905, 0.2213)$ , 基本位于晨昏方向, 进而得到重构坐标系  $x$  轴方向  $(-0.9011, -0.4244, 0.0892)$ ,  $y$  轴方向  $(0.1734, -0.1639, 0.9711)$ .

图 3 显示了对这一事件的重构结果, 黑色封闭曲线表示通量绳内螺旋磁力线在通量绳的横截面 ( $x$ - $y$  平面上) 的投影 ( $A$  的等势线) 分布. 封闭曲线内颜色深浅表示轴向场  $B_z$  在横截面上的分布, 位于横截面中心的加号表示此处  $B_z$  最大 (19.3 nT),  $B_z$  正方向垂直于纸面指向外,  $B_z$  由最大处向通量绳的边缘呈递减分布. 磁通量绳具有很强的核心场, 这

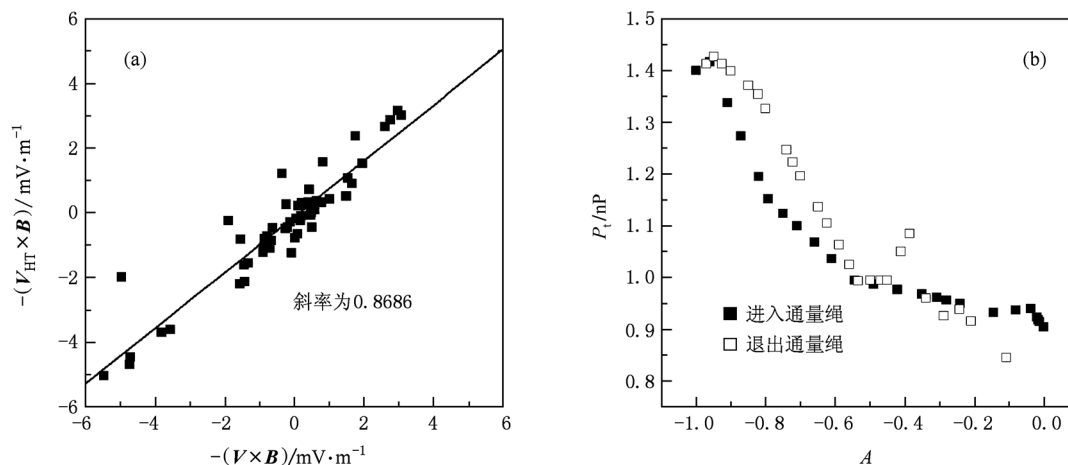


图2 HT坐标系变换结果和 $P_l$ 在THC进入通量绳和退出通量绳时随 $A$ 的变化 (a)对流电场和HT坐标系运动电场的关联关系;(b) $P_l$ 随 $A$ 的变化

说明磁通量绳由分量重联产生,反平行重联不能产生磁通量绳内部的核心场,因此不能用来解释磁通量绳的形成.北半球等离子体片位于图3的上侧,地球位于图3的左侧,结合核心场的方向可以推断这个磁通量绳符合右手定则.从图3可以看到,磁场在横截面上并不是理想模型中的轴对称分布.这可能是由于通量绳被南北两侧等离子体片磁场挤压的原因.通量绳的直径大约为 $2R_E$ ,将 $B_z$ 在通量绳的横截面上积分,得到穿越通量绳横截面的磁通量 $\Phi_z = 1.3 \times 10^6$  Wb.假设磁尾磁场平均场强为20 nT,那么在半径为 $20R_E$ 的磁尾横截面上穿过的磁通量 $\Phi = 10^9$  Wb,因此这个事件中磁通量绳向内磁层运输的物质和磁场相对于整个磁尾是十分有限的.磁通量绳自身结构以及其形成过程与磁尾多X线重联的关系具有更重要的研究意义.

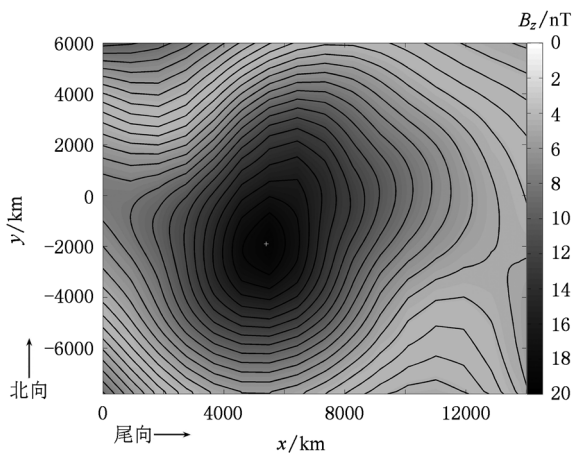


图3 2009年2月21日磁通量绳事件的磁场分布

表1 磁通量绳的特征参数

特征参数	计算结果
主轴方向	GSM 坐标 ( -0.3975, 0.8905, 0.2213 )
横截面尺度/ $R_E$	$\sim 2$
轴向场最大值/nT	19.3
横截面磁通量/Wb	$1.3 \times 10^6$

表1给出,利用Grad-Shafranov方法从THEMIS数据在没有对磁通量绳形状加任何限制的情况下计算得出的磁通量绳的特征参数.在重构出通量绳内部磁场分布的基础上,我们利用 $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ 和通量绳的准二维特性( $\partial/\partial z \approx 0$ )计算出电流分布,进而对磁通量内部的力场位形做出判断.图4(a)给出了通量绳横截面上轴向电流强度 $j_z$ 的分布.可以看到在通量绳的核心部位,轴向电流与磁场反向,轴向电流密度与磁场(图3)具有相似分布,随着径向距离的增大,电流密度逐渐减小,但是在通量绳的外边缘电流密度的分布开始偏离磁场的分布,甚至在靠近图4(a)对角线处(图中浅色区域)电流方向发生了反转.为了进一步检验电流与磁场间的方向关系,我们计算了电流强度矢量与磁场矢量间的夹角 $\theta$ 的分布,结果如图4(b)所示.从图4(b)可以看到,在通量绳内部绝大部分区域,磁场与电流间夹角在 $150^\circ$ ,磁场近似为无力位形( $\mathbf{j} \times \mathbf{B} = 0$ ).而在图4(b)的灰色区域,磁场与电流夹角在 $60^\circ$ — $130^\circ$ 之间,磁场为非无力位形,这些非无力位形区域对应图3中磁场偏离轴对称分布的区域.究其原因,磁通量绳边缘的非无力位形是由于周围等离子体与磁通量绳作用引起磁场位形变化造成的.因此,考虑到磁通量绳产生以后并不是孤立的,磁通量绳内磁场

结构位形与经验模型的描述相比有很大差异.

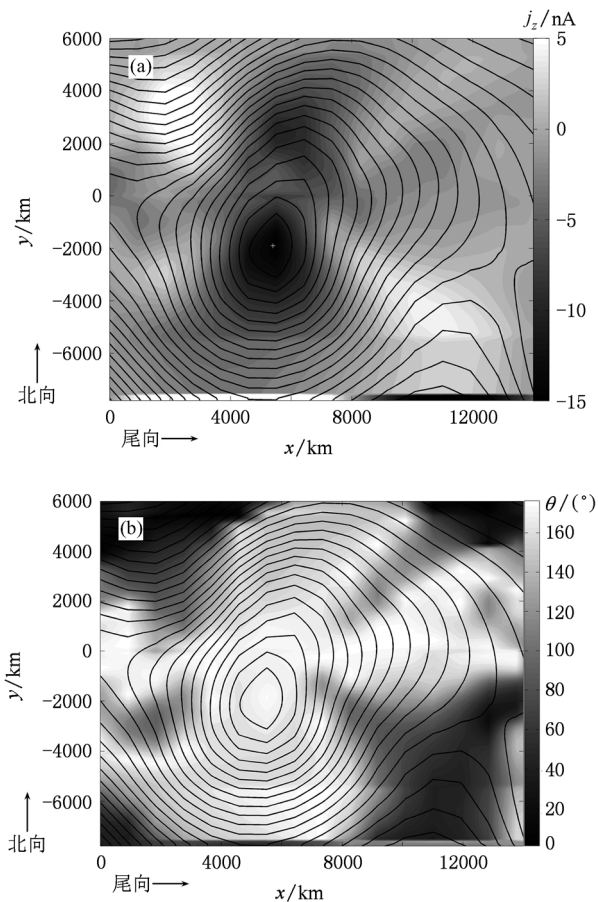


图4 2009年2月21日磁通量绳事件中轴向电流强度分布(a)和磁场与电流夹角分布(b)

## 5. 结 论

利用 Grad-Shafranov 方法从 THEMIS 数据在没有对磁通量绳形状加任何限制的情况下计算得出磁通量绳的特征参数,并且给出磁通量绳横截面上磁场和电流分布的清晰图像. 这是磁通量绳内部结构研究的新进展. 从重构结果可以看到,磁通量绳在等离子体片中向地球运动,内部磁场投影到垂直于不变轴的横截面上呈非轴对称环状分布. 磁通量绳靠近核心的区域近似为无力位形,而靠近边缘的区域不能简单地用无力位形描述. 这也为通过经验模型研究磁通量绳提供了检验;越靠近磁通量绳核心区域,无力模型的结果越可靠. 通量绳的中心有强核心场存在,说明通量绳是由分量重联产生的. 磁通量绳的出现为磁尾多 X 线重联发生提供了证据. 对应于这一事件的 AE 指数表明,通量绳在磁尾的出现伴随着亚暴的发生. 这一事件对现行的磁通量绳产生理论给出了观测支持.

感谢美国国家航空和航天管理局和 V. Angelopoulos 提供 THEMIS 卫星数据, 特别感谢 C. W. Carlson 和 J. P. McFadden 提供 ESA 数据以及 K. H. Glassmeier, U. Auster 和 W. Baumjohann 提供 FGM 数据.

- [1] Waidmann G, Kuang G L 1996 *Chin. Phys.* **5** 58
- [2] Slavin J A, Lepping R P, Gjerloev J, Fairfield D H, Hesse M, Owen C J, Moldwin M B, Nagai T, Ieda A, Mukai T 2003 *J. Geophys. Res.* **108** 1015
- [3] Lee L C 1995 *Geophysics Monograph Series* ( Vol. 90 ) (Washington American Geophysical Union) p139
- [4] Zong Q G, Fu S Y, Baker D N, Goldstein M L, Song P, Slavin J A, Fritz T A, Cao J B, Amm O, Frey H, Korth A, Daly P W, Reme H, Pedersen A 2007 *J. Geophys. Res.* **112** A07203
- [5] Snekvik K, Haaland S, Østgaard N, Hasegawa H, Nakamura R, Takada T, Juusola L, Amm O, Pitout F, Rème H, Klecker B, Lucek E 2007 *Ann. Geophys.* **25** 1405
- [6] Liu Z X, Shen C, Wang X Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 7346 (in Chinese) [刘振兴、沈超、王馨悦 2007 物理学报 **56** 7346]
- [7] Lundquist S 1950 *Ark. Fys.* **2** 361
- [8] Kivelson M G, Khurana K K 1995 *J. Geophys. Res.* **100** 23637
- [9] Shen C, Li X, Dunlop M, Shi Q Q, Liu Z X, Lucek E, Chen Z Q 2007 *J. Geophys. Res.* **112** 6211
- [10] Zhang Y C, Liu Z X, Shen C, Duan S P, He Z H, Carr C M, Rème H 2007 *Chin. Sci. Bull.* **52** 1843 (in Chinese) [张永存、刘振兴、沈超、段素平、何兆海、Carr C M, Rème H 2007 科学通报 **52** 1843]
- [11] Hau L N, Sonnerup B U Ö 1999 *J. Geophys. Res.* **104** 6899
- [12] Hasegawa H, Sonnerup B U Ö, Dunlop M W, Balogh A, Haaland S E, Klecker B, Paschmann G, Lavraud B, Dandouras I, Rème H 2004 *Ann. Geophys.* **22** 1251
- [13] Hu Q, Sonnerup B U Ö 2002 *J. Geophys. Res.* **107** 1142
- [14] Sonnerup B U Ö, Hasegawa H, Paschmann G 2004 *Geophys. Res. Lett.* **31** L11803
- [15] deHoffmann F, Teller E 1950 *Phys. Rev.* **A 80** 692
- [16] Angelopoulos V 2008 *Space Sci. Rev.* **141** 5
- [17] Auster H U, Glassmeier K H, Magnes W, Aydogar O, Baumjohann W, Constantinescu D, Fischer D, Fornacon K H, Georgescu E, Harvey P, Hillenmaier O, Kroth R, Ludlam M, Narita Y, Nakamura R, Okrafka K, Plaschke F, Richter I, Schwarzl H, Stoll B, Valavanoglou A, Wiedemann M 2008

- Space Sci. Rev.* **141** 235
- [18] McFadden J P, Carlson C W, Larson D, Ludlam M, Abiad R, Elliott B, Turin P, Marckwordt M, Angelopoulos V 2008 *Space Sci. Rev.* **141** 277
- [19] Zong Q G, Fritz T A, Spence H, Zhang H, Huang Z Y, Pu Z Y, Glassmeier K H, Korth A, Daly P W, Balogh A, Réme H 2004 *Geophys. Res. Lett.* **31** L18803
- [20] Sonnerup B U Ö, Scheible M 1998 *Analysis Methods for Multi-Spacecraft Data* (Switzerland Bern: Int. Space Sci. Inst. ) p185
- [21] Schindler K 1974 *J. Geophys. Res.* **79** 2803

## Characteristics and structure of magnetotail flux rope recovered from Grad-Shafranov method<sup>\*</sup>

Zhang Yong-Cun<sup>†</sup> Shen Chao Liu Zhen-Xing

(State Key Laboratory of Space Weather, Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(Received 21 March 2010; revised manuscript received 7 September 2010)

### Abstract

On 21 February 2009, THEMIS-C satellite observed the classical signal of magnetic flux rope at magnetotail of  $X = -15.7R_E$ . We take the method of Grad-Shafranov reconstruction to investigate the characteristics and structure of magnetotail flux rope. The results give the characteristic physics parameters such as the invariant axis direction, the cross scale length, the magnetic flux in flux rope, etc. With no constraint from model on shape of the flux rope, we reconstruct the distribution of magnetic field and electric current density in the cross section of magnetic flux rope at magnetotail. Our results show that the magnetic field in the central region of magnetic flux rope can be described as being force-free, while with the increase of radial distance, the fields display no force-free feature in the region where the magnetic fields deviate from the axial symmetric distribution.

**Keywords:** magnetotail, magnetic flux rope, Grad-Shafranov reconstruction, multiple X-line reconnection

**PACS:** 52.35. - g, 94.30. ct, 94.30. cp

<sup>\*</sup> Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40804033), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40974101), the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40731054), the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2011CB811404), and the Specialized Research Foundation for State Key Laboratories of China.

<sup>†</sup> E-mail: zyc@cssar.ac.cn