

开口共振环型球状变形器的设计与模拟*

李芸 孙华[†]

(苏州大学物理科学与技术学院江苏省薄膜重点实验室, 苏州 215006)

(2010年10月22日收到; 2010年11月17日收到修改稿)

本文从电磁介质的变换理论出发, 提出采用开口共振环(SRR)结构的球状变形器简化方案。通过调节此微结构的几何参数, 可获得有效磁导率分布, 并实现TE入射波下的变形效果。有限元模拟计算的结果表明, 尽管此方案中的参数经历了简化与离散, 且材料本身具有不可忽略的色散及损耗, 但在工作频率下仍能实现较好的变形效果。另一方面, 通过选择合适的结构参数, 令该结构的共振点远离结构参数的分布范围, 可有效地拓宽此结构的工作频带, 改善变形器的变形效果。

关键词: 变形器, 微结构, 有限元模拟

PACS: 41.20.Jb, 81.05.Xj, 42.25.Fx

1. 引言

近年来, 随着纳米材料的相关技术与理论的迅猛发展, 研究者发现可以利用超材料(metamaterial)的设计和制备来实现具有全新功能的光子器件。与自然材料不同, 超材料通过人工设定基本结构单元形状和大小, 并调控各组分的比例和结构, 实现特殊的介电常数和磁导率^[1-6]。在超材料的设计中, 变换光学理论为寻找能够实现特定电磁波控制的材料参数提供了高效可靠的工具。该理论的基本原理是利用麦克斯韦方程在特定空间变换下的不变性找到与某个空间变换等价的电磁参数分布^[7-19], 实现对电磁波传播的有效控制, 令材料获得前所未有的电磁性质和功能。

应用坐标变换理论设计的介质被称为变换介质^[9], 其材料参数具有高度的各向异性和不均匀性, 只有利用超材料的人工微结构才可能实现。目前, 变换介质的微结构设计主要分为两类: 一类以金属共振结构为基本单元, 实现特殊的磁导率分布或介电常数分布。具有此类微结构的变换介质最早被应用于隐形斗篷(invisibility cloak)的设计与实现。根据变换理论, 隐形斗篷的电磁参数等价于一个特殊的空间变换: 把壳层包含的空腔部分压缩至壳层区域。当外界电磁波入射到这样的材料时, 入

射波将绕过壳内空腔无散射地传播。因此, 任何外部观察者都无法看到壳层本身及壳层空腔内容纳的任何物体。2006年, Schurig等采用开口共振环(SRR)结构制成二维柱状隐形壳层, 并检验了这个装置对一个紧贴壳层内边界的金属圆柱的隐形效果^[10]。他们采用频率为8.5 GHz的TE电磁波(电场方向沿着柱体的轴向)入射, 发现添加壳层后令导体圆柱的向后散射和向前散射都显著减弱, 首次从实验上验证了变换理论的有效性。随后, Cai等人提出另一种可以实现可见光频段的隐形微结构^[11]。他们设计的二维柱状壳层中, 将亚波长尺寸的金属线沿径向排列, 并镶嵌在介电基质中。通过调节金属线的纵横比可得到特定的介电常数分布。模拟计算表明这样的微结构可以对632.8 nm的TM波(磁场方向沿着柱体的轴向)实现较好的隐形效果。另一类变换介质的微结构基于电介质的阵列结构。2008年Li等人提出可在介电材料中制备出亚波长尺度的小孔, 通过调节小孔的尺寸和位置得到有效折射率的分布, 实现隐形效果^[12]。这种结构亦被称为“地平面隐形毯”(ground-plane carpet)。与模仿真空的隐形斗篷不同的是, 隐形毯通过从光学上模仿一个平坦的地面实现隐形效果: 将物体放置在隐形毯与地面之间, 隐形毯的反射令外部观察者只看到一个平坦地面。在文献[12]的理论基础上,

* 国家自然科学基金(批准号: 10874126, 10774107)资助的课题。

† 通讯联系人。E-mail: hsun@suda.edu.cn。

Liu 等^[13]和 Valentine 等^[14]分别从实验上实现了微波频段和可见光频段的二维宽频隐形毯.

以上实验与理论设计均基于二维结构, 变换介质可操纵的电磁波被局限于一个平面中. 如何在三维结构中实现变换效果尚未得到充分的研究. 最近, Ergin 等人^[15]与 Ma 和 Cui^[16]分别提出两种三维隐形毯结构, 并在实验上加以实现. 而对于模仿真空的隐形斗篷, 至今尚未有三维结构的实验结果. Zhang 等从理论上提出可通过在均匀基质中镶嵌径向单轴各向异性的超材料单位结构调节径向电磁参数的分布, 实现球状隐形斗篷^[17]. 本文中, 我们选取具有双开口环结构的单位金属圆柱构成的超材料, 计算分析了通过此类结构实现针对 TE 入射波(电场方向垂直于径向)的球状变形器的可能性. 基于变换介质的二维变形器由 Chen 等人提出^[18], 该柱状装置可将贴于其内表面的导体对外界入射波的散射改变为另一预先设计的导体散射, 令外部观察者产生看到后者的幻觉^[19]. 事实上, 隐形斗篷及隐形毯均可视为变形器的特例. 前者等价于将变形器内表面映射到点(二维结构中相当于映射到线), 后者可视为一个具有开放结构的变形器. 我们首先根据变换介质的基本原理提出三维球状变形器, 并提出可实现此方案的 SRR 微结构, 并利用商业化有限元计算软件 Comsol Multiphysics 的二维轴对称射频模块波模拟该微结构, 检验参数简化及微结构的引入对变形效果的影响. 计算结果表明, 通过选择合适的微结构几何参数, 可以改善此类装置的频响效应, 拓宽工作频带.

2. 变形器参数方案

在本节中, 我们首先回顾坐标变换理论, 并将其推广到能实现变形效果的三维变换介质及球状变形器的理论设计. 2006 年, Pendry 提出了利用坐标变换得出隐形材料磁导率 μ 和介电常数 ϵ ^[9]. 该理论表明, 当空间坐标从 (x, y, z) 变换到 $q_1(x, y, z)$, $q_2(x, y, z)$, $q_3(x, y, z)$ 时, 麦克斯韦方程在新的空间中保持形式不变. 方程中的磁导率 μ 和介电常数 ϵ 的变换关系满足

$$\begin{aligned}\hat{\epsilon}(\mathbf{q}) &= \|J(\mathbf{q})\| \hat{J}^{-1}(\mathbf{q}) \epsilon(\mathbf{r}) \tilde{J}^{-1}(\mathbf{q}), \\ \hat{\mu}(\mathbf{q}) &= \|J(\mathbf{q})\| \hat{J}^{-1}(\mathbf{q}) \mu(\mathbf{r}) \tilde{J}^{-1}(\mathbf{q}),\end{aligned}\quad (1)$$

其中 J 是空间变换的雅克比矩阵. 这意味着介电常数和磁导率参数在满足上式给出的特定非均匀分

布及各向异性时, 即可对电磁场实现相应空间变换.

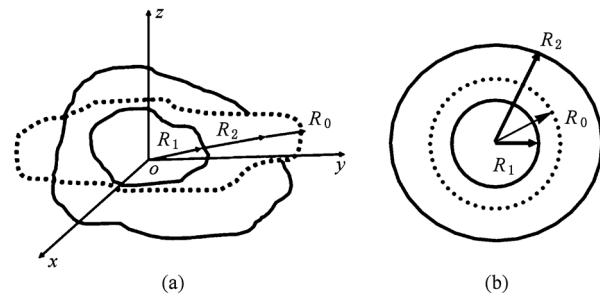


图 1 变形器的空间变换 (a) 任意变形器; (b) 球形变形器

与二维柱状变形器^[8,18]类似, 三维变形器可将附于壳层内表面的真实导体的散射场“伪装”具有其他形状的导体的散射场. 图 1(a)是一个一般三维变形器的结构图. 壳层区域内的介质可实现径向的压缩或拉伸, 令介质所在空间的线段 R_1R_2 映射到 R_0R_2 ,

$$\begin{aligned}R' - R_1 &= \frac{R_2 - R_1}{R_2 - R_0}(R - R_0), \\ \theta' &= \theta, \\ \varphi' &= \varphi,\end{aligned}\quad (2)$$

R_0 所在位置构成的表面即外部观察者看到的导体形状. 理论上, R_0 可位于壳层区域, 空腔或壳层外部, 亦可与角度有关, 即 $R_0 = R_0(\theta, \varphi)$. 当各个角度对应的 $R_0 = 0$, 则该壳层的内表面与腔内的孤立点对应, 该装置的散射场等价于一个体积无限小的导体散射场, 即散射趋于零. 此时变形器回归到理想隐形斗篷的效果.

将变形器的空间变换式(2)对应的雅可比矩阵代入(1)式即得变形介质的介电常数与磁导率分布. 以球状变形器为例, 其壳层区域内的介质满足的空间变换将半径为 R_1 的球形区域各向同性地压缩或拉伸到一个半径为 R_0 的球形区域, 则由(1)式可知在 $R_1 < R < R_2$ 的区域内磁导率 μ 和介电常数 ϵ 在球坐标 (R, θ, φ) 下均为对角张量, 其对角元分别为

$$\begin{aligned}\frac{\epsilon_R}{\epsilon_0} &= \frac{\mu_R}{\mu_0} = \frac{\mu_\theta}{\mu_0} \frac{[R - R_1 + R_0/\beta]^2}{R^2}, \\ \epsilon_\theta/\epsilon_0 &= \mu_\theta/\mu_0 = \beta, \\ \epsilon_\varphi/\epsilon_0 &= \mu_\varphi/\mu_0 = \beta,\end{aligned}\quad (3)$$

式中参数 $\beta = \frac{R_2 - R_0}{R_2 - R_1}$ 已假定整个装置置放于各向同

性的均匀介质(ε_0, μ_0).

根据(3)式给出的理想参数方案中,球状变形器的介电常数张量与磁导率张量具有 $\hat{\varepsilon} = \varepsilon_R \mathbf{e}_R \mathbf{e}_R + \varepsilon_r \mathbf{e}_r \mathbf{e}_r + \varepsilon_\theta \mathbf{e}_\theta \mathbf{e}_\theta$ 及 $\hat{\mu} = \mu_R \mathbf{e}_R \mathbf{e}_R + \mu_r \mathbf{e}_r \mathbf{e}_r + \mu_\theta \mathbf{e}_\theta \mathbf{e}_\theta$ 的形式. 当外界入射波入射到此装置时,可将其分解为相对于 r 方向的 TE 模和 TM 模. 对于以金属材料为基本单位的微结构,对这两种偏振方向的入射波的变换可分别用 SRR 结构(得到有效磁导率分布)及纳米金属颗粒结构(得到有效介电常数分布)加以实现. 本文讨论对 TE 入射波的操作,此时该介质中电磁波的标势方程仅取决于参数组合 $\varepsilon_r \mu_r$ 及 μ_R / μ_r ^[17]. 据此,我们选择下列简化参数:

$$\begin{aligned}\mu_r / \mu_0 &= 1, \\ \frac{\mu_R}{\mu_0} &= \frac{[R - R_1 + R_0/\beta]^2}{R^2}, \\ \varepsilon_R / \varepsilon_0 &= \varepsilon_r / \varepsilon_0 = \beta^2.\end{aligned}\quad (4)$$

注意到上述简化方案中介电常数各向同性且均匀分布,磁导率的切向分量 μ_r 与真空磁导率一致,只有 μ_R 具有非均匀径向分布,可通过选择合适的 SRR 结构加以实现.

3. 微结构设计及模拟

这里我们选择壳的基质为各向同性且均匀的材料,其介电常数和磁导率满足

$$\varepsilon_m / \varepsilon_0 = \left(\frac{R_2 - R_0}{R_2 - R_1} \right)^2, \mu_m / \mu_0 = 1, \quad (5)$$

在此基质中沿径向值入如图 2 所示的周期结构,其中微结构的尺度远小于工作电磁波的波长,通过调节该微结构的几何参数,可获得有效的磁导率径向分量 $\mu_{\text{eff}} = \mu_R / \mu_m$ ^[20]. 设 a 为单元微结构在二维平面内排列的正方晶格常数, r 是圆柱的外半径, d 是圆柱外半径和内半径之间的间距, h 为圆柱的高.

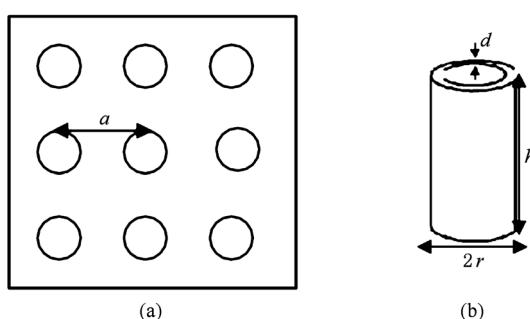


图 2 (a) 单元微结构的周期排布; (b) 单元微结构模型

当圆柱的高度 $h \gg a$, 圆柱材料单位面积的电阻 σ , 在电磁波的圆频率为 ω 时,则微结构沿 h 方向的有效磁导率^[20]

$$\mu_{\text{eff}} = 1 - \frac{\frac{\pi r^2}{a^2}}{1 + \frac{2\sigma i}{\omega r \mu_r} - \frac{3dc_0^2}{\pi^2 \omega^2 r^3}}. \quad (6)$$

SRR 微结构的工作频率通常在微波段,其损耗的大小由所选取的材料及各几何参数共同决定. 设我们要实现的隐形壳层工作频率为 $f = 10$ GHz, 其内外半径满足 $R_2 = 2R_1 = 4.5$ cm, “幻觉”中的导体球具有半径 $R_0 = 3$ cm, 整个装置处于真空环境中. 为了实现 μ_{eff} 的径向分布,将壳层区域沿径向离散为 10 层结构,每层的厚度即图 2 中单位圆柱的长度 $h = 2.25 \times 10^{-3}$ m. 每层结构中具有相同的晶格常数 $a = h/10$, 单位面积电阻 $\sigma = 1/(3.65 \times 10^7)$ (铝参数^[20])及相同的单位圆柱外半径 r , 通过调节每层的双环间距 d 可得到相应的 μ_{eff} 的径向分布. 从(6)式可以看出,增大 r 的取值可以降低损耗,但另一方面 r 的选择会影响 d 的取值范围,过小的双环间距将带来技术上的制备难度.

表 1 球状变形器微结构参数

	$r = 1.09 \times 10^{-4}$ m ($\Delta d = 6.81 \times 10^{-9}$ m)	$r = 0.9 \times 10^{-4}$ m ($\Delta d = 2.6144 \times 10^{-9}$ m)
$\mu_{\text{eff}} = 2.25$ (最内层)	$d = 2.9646 \times 10^{-7}$ m	$d = 1.4719 \times 10^{-7}$ m
$\mu_{\text{eff}} = 3.825$ (最外层)	$d = 2.3516 \times 10^{-7}$ m	$d = 1.2366 \times 10^{-7}$ m

考虑到以上因素, r 的合理取值范围在 0.1 mm 的数量级. 为了对比,我们分别取 $r = 1.09 \times 10^{-4}$ m 和 $r = 0.9 \times 10^{-4}$ m 的两种结构,对应各层的参 d 在表 1 中给出. 其中 Δd 是相邻两层的双环间距差. 为简单起见,我们设 Δd 为常数,此线性化过程令径向有效电导率分布与理想参数产生进一步的偏差. 但在下文的模拟计算中,我们将看到一般的参数偏差(包括数据的离散、 d 参数分布的线性化、损耗等因素)对变形效果的影响并不显著,除非结构参数的分布引发了磁导率的共振.

图 3 给出了对应不同 r 值的两种结构下有效磁导率 μ_{eff} 实部和虚部的径向分布. 图中横坐标是变形器壳层从 R_1 到 R_2 的径向长度. 对于 r 值较小的第二种结构,不仅引起虚部损耗的增强,同时还带来了更为显著的频响效应. 对于 $f = 11$ GHz

的入射波,第二种结构具有明显的共振现象,令装置的有效磁导率与理论设计的磁导率产生显著偏差。根据(6)式计算得到的不同频率下发生磁共振的参数值如图4所示。第二种结构对应的能令有效磁导率发生共振的参数 d 在 $f=11\text{ GHz}$ 时落入变形器壳层区域 d 的分布范围内(阴影区),因此导致图3中观察到的共振现象。对于第一种

结构, $f=11\text{ GHz}$ 时 d 的共振值落于阴影区外,但相对于其他两个频率仍十分接近阴影区,这解释了图3(a)和(b)中磁导率的实部与虚部在此频率下的迅速上升。因此,这里提出的变形器微结构中,有效参数经历了简化、离散、线性化,并具有不可忽略的色散与损耗,同时在一定的参数条件下有可能发生共振现象。

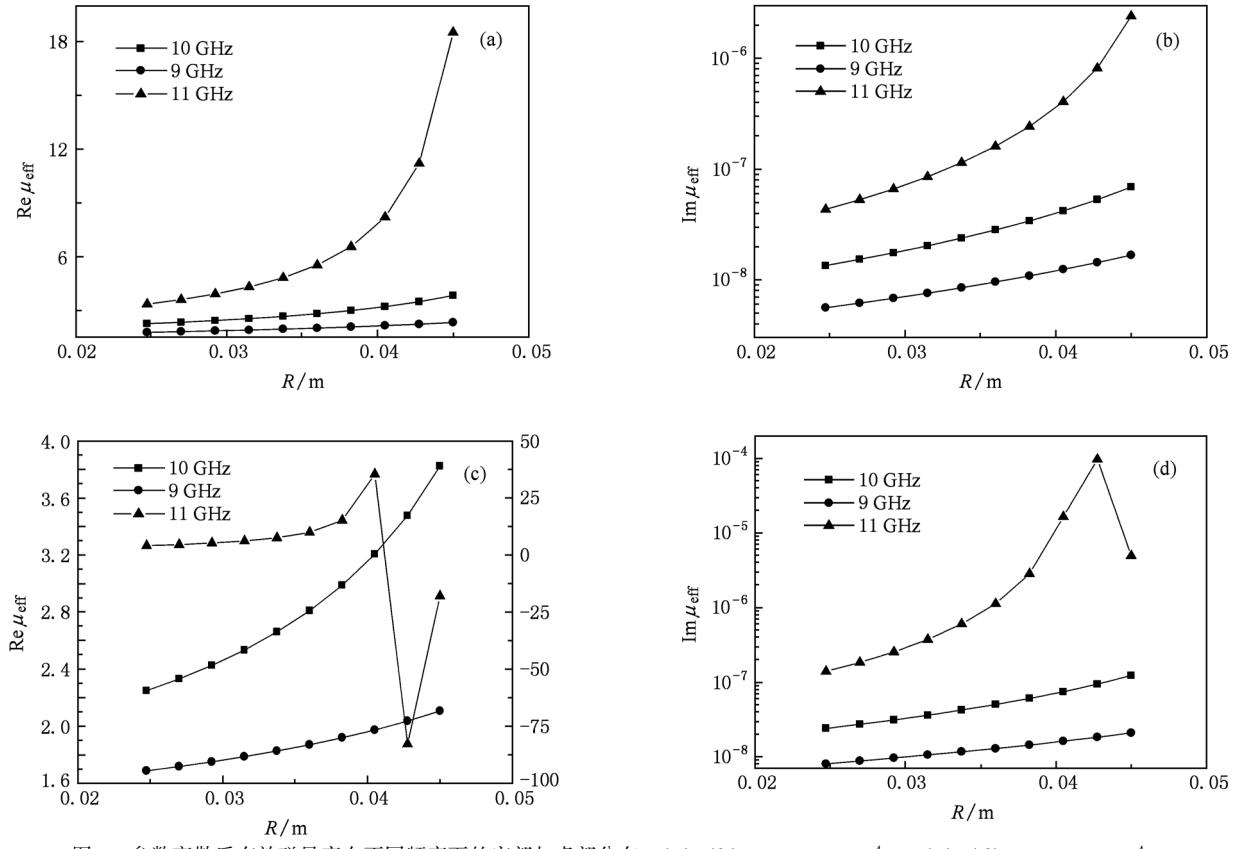


图3 参数离散后有效磁导率在不同频率下的实部与虚部分布 (a),(b) $r=1.09 \times 10^{-4} \text{ m}$; (c),(d) $r=0.9 \times 10^{-4} \text{ m}$

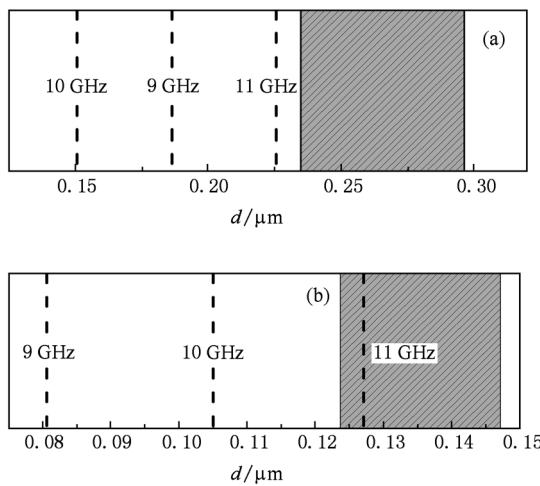


图4 两种结构中 d 参数的分布范围(阴影区)及不同频率下 d 的共振条件 (a) $r=1.09 \times 10^{-4} \text{ m}$; (b) $r=0.9 \times 10^{-4} \text{ m}$

为了检验以上各种效应对变形效果的影响,我们采用商业化有限元软件 Comsol Multiphysics 对此

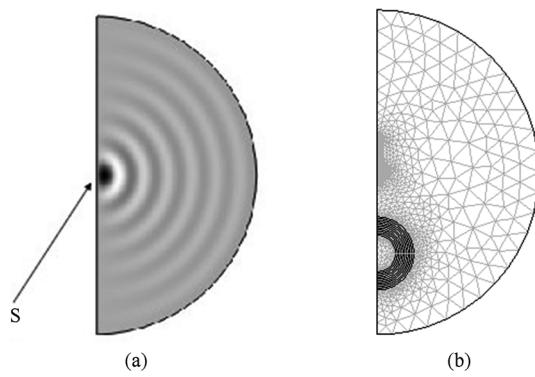


图5 (a)入射波在真空中传播时电场 φ 分量的分布,S为TE波源所在位置;(b)有限元模拟中采取的计算区域及变形器,为清晰起见,图中网格尺寸大于时间计算使采用的网络尺寸

微结构对应的有效介质在不同频率 TE 入射波下的散射进行模拟计算。三维变换介质模拟通常具有很高的计算量, 在以往的研究中极少涉及^[21]。这里我们选取一个振动的磁偶极子作为 TE 波的波源。由于体系的轴对称性, 可以利用 Comsol Multiphysics 的轴对称射频模块进行计算。计算区域为图 5(a) 所示外边界构成的半圆区域, 点划直线为沿波源振子极矩方向的体系对称轴, 壳层区域的介质参数按上节所得有效参数设置(变换到柱坐标 (r, φ, z) 下, z 轴沿对称轴方向), 因此计人了微结构带来的简化、离散、频响及损耗等效应。图 5(b) 中给出所选波源发射的电磁波(频率 $f = 10$ GHz)在真空中传播时电场 φ 分量的分布。

图 6 给出了计算得到一个半径为 $R_1 = 2.25$ cm 的导体球在被上述具有结构一($r = 1.09 \times 10^{-4}$ m)的变形器包围前后散射的变化。图中横坐标为计算区域的外边界的弧长, 纵坐标表示此边界上的平均出

射功率密度。按照理论设计, 该变形器将令此导体球对入射波的散射改变为半径为 $R_0 = 3$ cm 的导体球引发的散射。作为对比, 图中同时给出了一个半径为 $R = 3$ cm 的导体球的散射结果。可以看到, 在工作频率 $f = 10$ GHz 下, 尽管此微结构的变形器参数与理想变形器有明显偏差, 但仍能实现良好的变形效果, 变形器包围后的功率分布与半径为 R_0 的导体球的散射结果具有较高的符合度。而当入射频率红移至 $f = 9$ GHz, 变形散射结果与预设“幻觉”的偏差有所增加, 但仍然可以看到明显的相似性。相反的, 在 $f = 11$ GHz 的入射频率下, 变形散射结果已完全偏离了预设的变形效果。结合前文中对此结构中参数及有效磁导率的分析, 可知这种对变形效果的破换来源于此频率下微结构的参数设置过于接近共振点。另一结构($r = 1.09 \times 10^{-4}$ m)的计算结果与之类似, 但在 $f = 11$ GHz 下变形效果所受到的破坏更为激烈, 这是由于此结构的共振点位于此变形器的参数范围内。

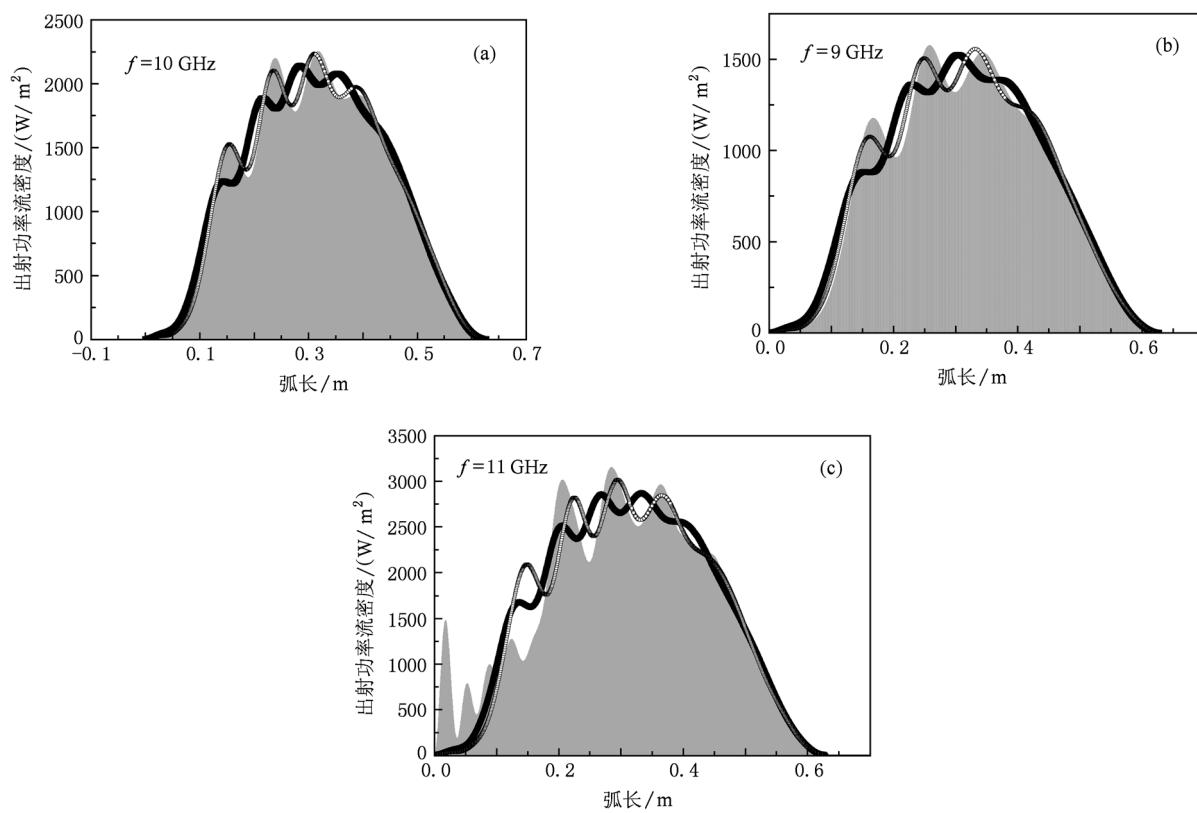


图 6 有限元模拟计算得到的出射功率密度沿计算区域外边界的分布(实线: 半径为 $R_1 = 2.25$ cm 的导体球对图 5(a) 所示入射波的散射结果; 灰色阴影: 半径为 $R_1 = 2.25$ cm 的导体球被变形器包围后得到的散射结果; 空心圆: 半径为 $R_0 = 3$ cm 的导体球的散射结果。由(a)—(c) 分别为不同频率的计算结果)

4. 结 论

我们从基于电磁介质变换理论的理想球状变形器设计出发,通过对参数的简化与离散,提出可用SRR微结构实现的简化方案,并讨论了各种实际效应对理论预期的变形效果的影响。模拟计算的结果表明,在设定的工作频率下,尽管简化后的有效

参数与理想方案有偏离,此结构仍可较好地实现变形效果。另一方面,SRR微结构的色散与损耗不可避免地为此类结构的工作频带的宽度带来限制。但我们的计算表明,当此结构的参数远离共振点时,其散射结果与理论预期仍有较明显的相似度。这意味着,通过适当地调节微结构参数,有可能拓宽以金属材料为基本单元的变形介质的工作频带,从而令此类变换介质微结构的功能得以改善。

-
- [1] Dolling G, Enkrich C, Wegener M, Soukoulis C M, Linden S 2006 *Science* **312** 892
 - [2] Linden S, Enkrich C, Wegener M, Zhou J F, Koschny T, soukoulis C M S 2004 *Science* **306** 1351
 - [3] Justice B J, Mock J J, Guo L H, Degiron A, Schurig D, Smith D R 2006 *Opt. Express* **14** 9794
 - [4] Pendry J B 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966
 - [5] Zhuang F, Shen J Q 2005 *Acta. Sin. Phys.* **54** 955 (in Chinese) [庄 飞、沈建其 2005 物理学报 **54** 955]
 - [6] Wang j F, Qu Sh B, Xu Zh, Zhang J Q, Ma H, Yang Y M, Gu Ch 2009 *Acta. Sin. Phys.* **58** 3224 (in Chinese) [王甲富、屈绍波、徐 卓、张介秋、马 华、杨一鸣、顾 超 2009 物理学报 **58** 3224]
 - [7] Wang X H, Qu Sh B, Xia S, Wang B K, Xu Zh, Ma H, Wang J F, Gu ch, Wu X, Lu L, Zhou H 2010 *Chin. Phys. B* **19** 064101
 - [8] Ma H, Qu S B, Xu Z, Zhang J Q, Wang J F 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1025
 - [9] Pendry J B, Schurig D, Smith D R 2006 *Science* **312** 1780
 - [10] Schurig D, Mock J J, Justice B J, Cummer S A, Pendry J B, Starr A F, Smith D R 2006 *Science* **314** 977
 - [11] Cai W, Chettiar U K, Kildishev A V, Shalaev V M 2007 *Nat. Photonics* **1** 224
 - [12] Li J, Pendry J B 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 203901
 - [13] Liu R, Ji C, Mock J J, Chin J Y, Cui T J, Smith D R 2009 *Science* **323** 366
 - [14] Valentine J, Li J, Zentgraf T, Bartal G, Zhang X 2009 *Nature. Materials* **8** 568
 - [15] Ergin T, Stenger N, Brenner P, Pendry J B, Wegener M 2010 *Science* **328** 337
 - [16] Ma H F, Cui T J 2010 *Nat. Commu.* **1** 21
 - [17] Zhang B, Wu B I, Chen H S, Kong J A 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 063902
 - [18] Chen H Y, Zhang X H, Luo X D, Ma H, Chan Ch T 2008 *New. J. Phys.* **10** 113016
 - [19] Lai Y, Ng J, Chen H Y, Han D Zh, Xiao J J, Zhang Zh Q, Chan C T 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 253902
 - [20] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, Stewart W J 1999 *Trans. Microwave. Theory. Tech.* **47** 2099
 - [21] Furlani E P, Baev A 2009 *Phys. Rev. E* **79** 026607

Design and simulation of a spherical electromagnetic reshaper with a split -ring- resonator microstructure*

Li Yun Sun Hua[†]

(Department of Physics and Jiangsu Province Key Laboratory of Thin Films, Suzhou University, Suzhou 215006, China)

(Received 22 October 2010; revised manuscript received 17 November 2010)

Abstract

Reduced permittivity and permeability profiles are proposed based on the electromagnetic transformation theory to achieve spherical reshapers with a split-ring-resonator(SRRs) microstructure. The effective radial permittivity distribution depending on the structure parameters, is obtained to implement a reshaper impinged by a TE incident wave. Finite-element simulations are carried out and the results show that a good reshaping effect can be achieved at a working frequency despite the reduced and the discretized material parameters as well as unneglectable dispersion and loss effects. And the frequency band can be broadened by choosing proper microstructures such that the resonance point is far from the distribution range of the structural factors.

Keywords: reshaper, microstructure, finite-element simulation

PACS: 41.20. Jb, 81.05. Xj, 42.25. Fx

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10874126, 10774107).

† Corresponding author. E-mail: hsun@suda.edu.cn