

# 基于线性状态反馈的混沌系统全局控制\*

孙常春<sup>1)2)†</sup> 方 勃<sup>1)</sup> 黄文虎<sup>1)</sup>

1)(哈尔滨工业大学航天学院,哈尔滨 150001)

2)(沈阳建筑大学理学院,沈阳 110168)

(2010年8月20日收到;2011年1月19日收到修改稿)

针对一类混沌系统,通过分析其非线性向量场的结构特征,提出了一种全局快速控制混沌的新方法.利用线性状态反馈,分离出一个稳定的独立状态变量方程,使受控的混沌系统逐渐退化为稳定的线性系统,进而完全消除非线性抖振现象.此方法可应用到 Lorenz 系统族或具有类似结构的新混沌系统的控制中,相应设计出一种结构简单的控制器,保证闭环系统在原点全局渐近稳定.数值算例验证了所提出方法的快捷性和正确有效性.

**关键词:** 混沌系统, 线性状态反馈, 全局稳定

**PACS:** 05.45. Gg

## 1. 引 言

近年来,混沌控制已成为非线性科学中的重要研究领域之一.混沌运动具有对初值的敏感性、局部不稳定但总体有界、无序无周期长期行为不可预测的三大基本特征,由于混沌振动在大多数情况下都是有害的,如何抑制或消除混沌,引起了全球许多学者的关注.文献[1]通过构造简单的分数阶控制器来控制混沌.文献[2]基于小增益定理,设计出非线性反馈控制器来全局镇定一类新的混沌系统.目前,混沌控制的主要研究方法有:OGY 方法<sup>[3]</sup>、反馈控制<sup>[4]</sup>等方法. Lü 等<sup>[5]</sup>提出了 Lorenz 系统族的统一标准方程并研究了其动力学行为,后来,文献[6,7]分别采用输出反馈和线性反馈研究了统一混沌系统<sup>[5]</sup>的同步问题.文献[8—12]研究了超混沌系统的运动规律.文献[13,14]利用线性状态反馈方法,分别研究了混沌系统的控制和参数辨识问题.文献[15]利用 Lyapunov 方程的系统稳定性判定理论,研究了分数阶新混沌系统的控制问题.对混沌系统的其他方面研究也相应取得了丰硕的成果<sup>[16—19]</sup>.

本文针对一类混沌系统,通过分析系统中的非线性向量场,其分量均与系统的某一状态分量有

关,当此状态分量趋于原点时,非线性处于逐渐消失状态.如果对此状态分量加以控制到完全独立的稳定状态,即:此类混沌系统受控后,关于此状态分量的微分方程与其他的状态分量无关,特征值具有负实部.对给定任意初始状态,此状态分量随时间趋于原点,非线性在消失,受控的混沌系统逐渐退化为线性系统.如果受控后的线性系统是稳定的,则受控的混沌系统在平衡点(原点)全局渐近稳定.通过上述分析,本文设计出满足控制效果要求的线性状态反馈控制器,保证闭环系统在原点全局渐近稳定.无须借助 Lyapunov 函数,设计方法简单,控制快捷有效.同时指出,此设计方法能有效应用到 Lorenz 系统族、一般的 Lorenz 系统、Chen 系统和具有类似结构特征的其他新混沌系统控制中.

## 2. 问题描述

考虑受控的一类混沌系统

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad (1)$$

其中  $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in P^{n \times n}$ ,  $\mathbf{B} \in P^{n \times m}$  分别是系统的状态矩阵和控制输入矩阵,  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  是状态向量,  $\mathbf{u} \in P^{m \times 1}$  是控制器.  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x})]^T$  是非线性向量场.

$\mathbf{f}(\mathbf{x})$  具有如下结构特征:  $\exists i \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,

\* 国家自然科学基金重点项目(批准号:10632040)资助的课题.

† E-mail: changchunsun@sina.com

$f_i(\mathbf{x}) = 0$ ;  $f_j(\mathbf{x}) = x_i^{k_j} \cdot g_j(\mathbf{x})$ ,  $j \neq i$ ,  $k_j = \frac{p_j}{q_j} > 0$ ,  $q_j = 2r_j + 1$ ,  $p_j, r_j$  是自然数,  $g_j(\mathbf{x})$  是一关于  $\mathbf{x}$  的多项式. 当  $u = 0$  时, 系统(1)为混沌系统.

采用线性状态反馈:  $\mathbf{u} = \mathbf{Kx}$ ,  $\mathbf{K} \in P^{m \times n}$  是状态反馈增益阵. 系统(1)对应的闭环系统为

$$\dot{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{x} + f(\mathbf{x}), \quad (2)$$

其中  $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{BK} = [\hat{a}_{ij}] \in P^{n \times n}$ .

本文主要研究的问题是: 1) 如何设计  $\mathbf{K}$ , 来完全消除非线性抖振现象, 保证闭环系统(2)在原点全局渐近稳定? 2) 如何将所设计的方法具体应用到 Lorenz 系统族、一般的 Lorenz 系统、Chen 系统和具有类似结构特征的其他新混沌系统控制中? 3) 如何快速设计既简单又有效的控制器, 来保证闭环系统(2)在原点全局渐近稳定?

### 3. 主要结果

**定理 1** 如果  $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{BK}$  是 Hurwitz 稳定的, 且  $\dot{x}_i = \hat{a}_{ii}x_i$ , 则闭环系统(2)在平衡点  $\mathbf{x} = 0$  处全局渐近稳定.

**证** 由于  $\dot{x}_i = \hat{a}_{ii}x_i$  (独立状态变量方程),  $f_i(\mathbf{x}) = 0$ , 有

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{x} + f(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} \hat{a}_{11} & \cdots & \cdots & \cdots & \hat{a}_{1n} \\ \cdots & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \hat{a}_{ii} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ \hat{a}_{nn} & \cdots & \cdots & \cdots & \hat{a}_{nn} \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{x}) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{BK}$  是 Hurwitz 稳定的,  $\text{Re}\lambda(\hat{\mathbf{A}}) < 0$ , 其中  $\lambda(\hat{\mathbf{A}}) = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$  表示  $\hat{\mathbf{A}}$  的全部特征值. 根据(3)式, 显然  $\lambda_i = \hat{a}_{ii} < 0$ ,  $\dot{x}_i = \hat{a}_{ii}x_i$ ,  $t \rightarrow \infty$ ,  $x_i \rightarrow 0$ ,  $x_i^{k_j} \rightarrow 0$ ,  $f_j(\mathbf{x}) = x_i^{k_j} \cdot g_j(\mathbf{x}) \rightarrow 0$ ,  $f(\mathbf{x}) \rightarrow 0$ .

当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\dot{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{x} + f(\mathbf{x})$  将退化为线性系统:  $\dot{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{x}$ .  $\hat{\mathbf{A}}$  是 Hurwitz 稳定的.  $\dot{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{x}$  在平衡点  $\mathbf{x} = 0$  处全局渐近稳定. 即  $\dot{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{x} + f(\mathbf{x})$  在平衡点  $\mathbf{x} = 0$  处全局渐近稳定.

**注 1**  $\mathbf{K}$  的设计满足两个条件: 1)  $\mathbf{A} + \mathbf{BK} = \hat{\mathbf{A}}$  是 Hurwitz 稳定的; 2)  $\hat{\mathbf{A}}$  的第  $i$  行,  $\hat{a}_{ij} = 0$ ,  $j \neq i$ ;  $\hat{a}_{ii} < 0$ .

### 4. 主要应用

#### 4.1. 受控的 Lorenz 系统族<sup>[5]</sup>

(3)式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -(25\alpha + 10) & 25\alpha + 10 & 0 \\ 28 - 35\alpha & 29\alpha - 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{8 + \alpha}{3} \end{bmatrix},$$

$$\alpha \in [0, 1];$$

$$\mathbf{B} = [a \ b \ c]^T, ab \neq 0;$$

$$f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ -x_1x_3 \\ x_1x_2 \end{bmatrix}, f_1(\mathbf{x}) = 0;$$

$$f_2(\mathbf{x}) = x_1 \cdot g_2(\mathbf{x}), k_2 = 1, g_2(\mathbf{x}) = -x_3;$$

$$f_3(\mathbf{x}) = x_1 \cdot g_3(\mathbf{x}), k_3 = 1, g_3(\mathbf{x}) = x_2.$$

当  $u = 0$  时, 对任意参数  $\alpha \in [0, 1]$ , 系统(1)均为混沌系统.  $\alpha = 0$ ,  $\alpha = 0.8$ ,  $\alpha = 1$  分别对应于 Lorenz 系统、Lü 系统、Chen 系统.  $0 \leq \alpha < 0.8$  称为广义 Lorenz 系统,  $0.8 < \alpha \leq 1$  称为广义 Chen 系统.  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T$  是状态向量,  $\mathbf{B} \in P^{3 \times 1}$  是控制输入矩阵,  $\mathbf{u} \in P^{1 \times 1}$  是控制器.

**定理 2** 对  $\forall \alpha \in [0, 1]$ , 若

$$(29\alpha - 1) - b(25\alpha + 10)/a < 0, \quad (4)$$

则线性状态反馈控制器  $\mathbf{u} = \mathbf{Kx}$  能保证闭环 Lorenz 系统族在平衡点  $\mathbf{x} = 0$  处全局渐近稳定. 其中

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= [k_1, -(25\alpha + 10)/a, 0], \\ ak_1 &< 25\alpha + 10. \end{aligned} \quad (5)$$

证

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{BK} = \begin{bmatrix} -(25\alpha + 10) & 25\alpha + 10 & 0 \\ 28 - 35\alpha & 29\alpha - 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{8 + \alpha}{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \cdot [k_1, -(25\alpha + 10)/a, 0]$$

$$= \begin{bmatrix} -(25\alpha + 10) + ak_1 & 0 & 0 \\ 28 - 35\alpha + bk_1 & (29\alpha - 1) - \frac{b(25\alpha + 10)}{a} & 0 \\ ck_1 & -\frac{c(25\alpha + 10)}{a} & -\frac{8 + \alpha}{3} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

$\hat{\mathbf{A}}$  的全部特征值为

$$\lambda_1 = \hat{a}_{11} = -(25\alpha + 10) + ak_1 < 0, \quad (7)$$

$$\lambda_2 = (29\alpha - 1) - b(25\alpha + 10)/a < 0, \quad (8)$$

$$\lambda_3 = -(8 + \alpha)/3 < 0. \quad (9)$$

因此  $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}$  是 Hurwitz 稳定的, 且  $\dot{x}_1 = \hat{a}_{11}x_1$ .

根据定理 1, 闭环 Lorenz 系统族在平衡点  $\mathbf{x} = 0$  处全局渐近稳定.

**注 2** 定理 2 适用于类似 Lorenz 系统族的结构特征的其他新混沌系统的全局控制, 如

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -(25\alpha + 10) & 25\alpha + 10 & 0 \\ 28 - 35\alpha & 29\alpha - 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{8 + \alpha}{3} \end{bmatrix},$$

$$\alpha \in [0, 1];$$

$$\mathbf{B} = [a \ b \ c]^T,$$

$$ab \neq 0, f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ x_1^{k_2} \cdot g_2(\mathbf{x}) \\ x_1^{k_3} \cdot g_3(\mathbf{x}) \end{bmatrix}.$$

例如, 当  $\alpha = 0.4, k_2 = 1, g_2(\mathbf{x}) = -x_3, k_3 = 2, g_3(\mathbf{x}) = 1$  时, 得到一类新的混沌系统<sup>[20]</sup>.

#### 4.2. 受控的一般 Lorenz 系统

(3)式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ r & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta \end{bmatrix},$$

$$\sigma > 0, r > 0, \beta > 0;$$

$$\mathbf{B} = [a \ b \ c]^T, a \neq 0,$$

$$f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ -x_1x_3 \\ x_1x_2 \end{bmatrix}, f_1(\mathbf{x}) = 0;$$

$$f_2(\mathbf{x}) = x_1 \cdot g_2(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}) = -x_3;$$

$$f_3(\mathbf{x}) = x_1 \cdot g_3(\mathbf{x}), g_3(\mathbf{x}) = x_2.$$

**定理 3** 若

$$-1 - \sigma b/a < 0, \quad (10)$$

则线性状态反馈控制器  $\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{x}$  能保证闭环 Lorenz 系统在平衡点  $\mathbf{x} = 0$  处全局渐近稳定.

其中

$$\mathbf{K} = [k_1, -\sigma/a, 0], ak_1 < \sigma. \quad (11)$$

证

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K} &= \begin{bmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ r & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \cdot [k_1, -\sigma/a, 0] \\ &= \begin{bmatrix} -\sigma + ak_1 & 0 & 0 \\ r + bk_1 & -1 - \sigma b/a & 0 \\ ck_1 & -\sigma c/a & -\beta \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (12)$$

$\hat{\mathbf{A}}$  的全部特征值如下:

$$\lambda_1 = \hat{a}_{11} = -\sigma + ak_1 < 0, \quad (13)$$

$$\lambda_2 = -1 - \frac{\sigma b}{a} < 0, \quad (14)$$

$$\lambda_3 = -\beta < 0. \quad (15)$$

因此  $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}$  是 Hurwitz 稳定的, 且  $\dot{x}_1 = \hat{a}_{11}x_1$ .

根据定理 1, 闭环 Lorenz 系统在平衡点  $\mathbf{x} = 0$  处全局渐近稳定.

#### 4.3. 受控的一般 Chen 系统

(3)式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ \gamma - \sigma & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & -\beta \end{bmatrix},$$

$$\sigma > 0, \gamma > 0, \beta > 0;$$

$$\mathbf{B} = [a, b, c]^T, ab \neq 0,$$

$$f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ -x_1x_3 \\ x_1x_2 \end{bmatrix}, f_1(\mathbf{x}) = 0;$$

$$f_2(\mathbf{x}) = x_1 \cdot g_2(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}) = -x_3;$$

$$f_3(\mathbf{x}) = x_1 \cdot g_3(\mathbf{x}), g_3(\mathbf{x}) = x_2.$$

定理4 若

$$\gamma - \frac{\sigma b}{a} < 0, \quad (16)$$

则线性状态反馈控制器  $\mathbf{u} = \mathbf{Kx}$  能保证闭环 Chen 系统在平衡点  $\mathbf{x} = 0$  处全局渐近稳定. 其中

$$\mathbf{K} = [k_1, -\sigma/a, 0], \quad ak_1 < \sigma. \quad (17)$$

证

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{BK} &= \begin{bmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ \gamma - \sigma & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & -\beta \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \cdot [k_1, -\sigma/a, 0] \\ &= \begin{bmatrix} -\sigma + ak_1 & 0 & 0 \\ \gamma - \sigma + bk_1 & \gamma - \frac{\sigma b}{a} & 0 \\ ck_1 & -\frac{\sigma c}{a} & -\beta \end{bmatrix}. \quad (18) \end{aligned}$$

$\hat{\mathbf{A}}$  的全部特征值为

$$\lambda_1 = \hat{a}_{11} = -\sigma + ak_1 < 0, \quad (19)$$

$$\lambda_2 = \gamma - \frac{\sigma b}{a} < 0, \quad (20)$$

$$\lambda_3 = -\beta < 0. \quad (21)$$

因此  $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{BK}$  是 Hurwitz 稳定的, 且  $\dot{x}_1 = \hat{a}_{11}x_1$ . 根据定理1, 闭环 Chen 系统族在平衡点  $\mathbf{x} = 0$  处全局渐近稳定.

注3 令  $\mathbf{K}$  中的元素  $k_1 = 0$  时, 满足全部定理条件, 此时控制器设计简单快捷且有效.

## 5 数值算例

以 Lorenz 系统族为例, 来阐释所设计控制器的有效性和快捷性. 取

$$\mathbf{B} = [1, 1, 0]^T$$

根据定理2和注3, 状态反馈增益为

$$\mathbf{K} = [0, -(25\alpha + 10), 0], \quad (22)$$

为较好的观测控制效果,  $t < 60, u = 0; t \geq 60, \mathbf{u} = \mathbf{Kx}$  控制系统. 下面给出  $\mathbf{K}$  不同时各系统所得数值结果.

### 5.1. Lorenz 系统 ( $\alpha = 0$ )

状态反馈增益  $\mathbf{K} = [0, -10, 0]$ , 见图1.

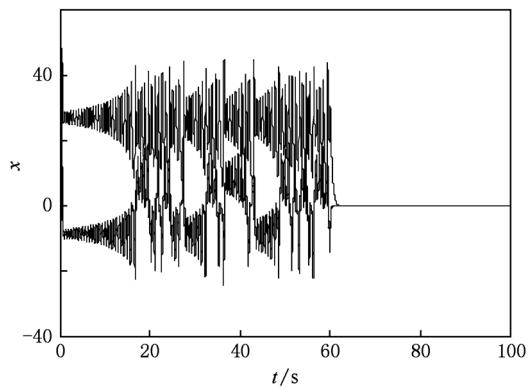


图1  $\alpha = 0$  时受控系统的状态响应曲线

### 5.2. 广义 Lorenz 系统 ( $\alpha = 0.4$ )

状态反馈增益  $\mathbf{K} = [0, -20, 0]$ , 见图2.

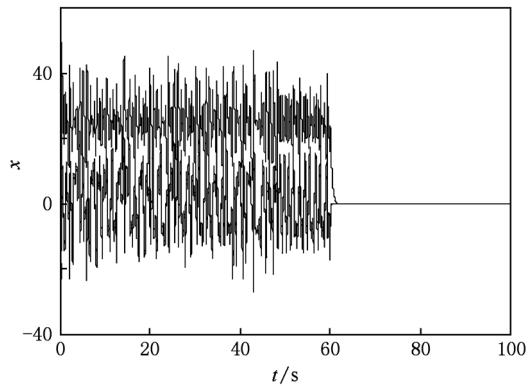


图2  $\alpha = 0.4$  时受控系统的状态响应曲线

### 5.3. Lü 系统 ( $\alpha = 0.8$ )

状态反馈增益  $\mathbf{K} = [0, -30, 0]$ , 见图3.

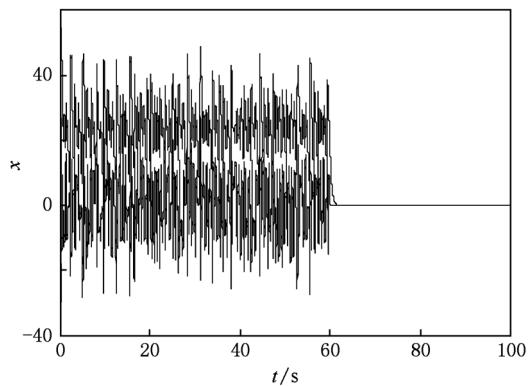


图3  $\alpha = 0.8$  时受控系统的状态响应曲线

### 5.4. 广义 Chen 系统( $\alpha=0.9$ )

状态反馈增益  $K = [0, -32.5, 0]$ , 见图 4.

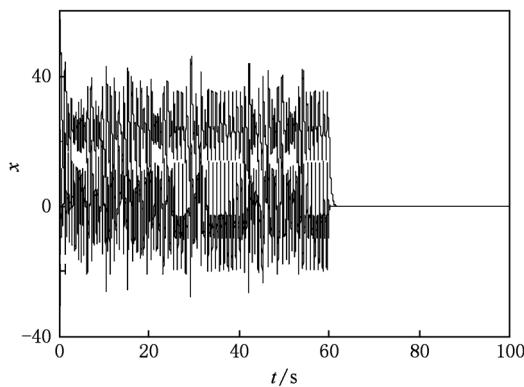


图 4  $\alpha = 0.9$  时受控系统的状态响应曲线

### 5.5. Chen 系统( $\alpha=1$ )

状态反馈增益  $K = [0, -35, 0]$ , 见图 5.

## 6. 结 论

通过分析一类混沌系统中的非线性向量场与

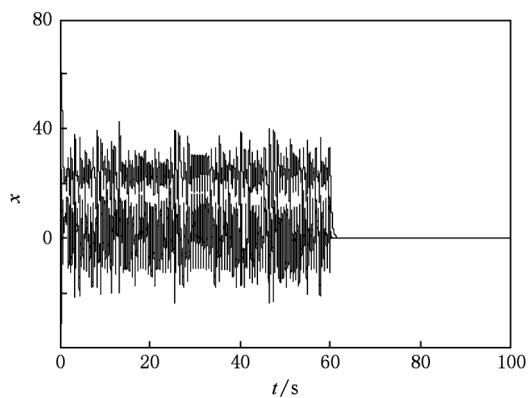


图 5  $\alpha = 1$  时受控系统的状态响应曲线

状态分量的内在关联性,提出了保证此类混沌系统在平衡点(原点)全局渐近稳定的线性状态反馈控制器的设计方法.通过适当控制某一状态分量,伴随时间推移,来完全消除非线性,最终实现控制混沌.此方法能应用到 Lorenz 系统族、一般的 Lorenz 系统、Chen 系统和具有类似结构特征的其他新混沌系统中,对全局快速控制混沌提供了一个新的思路和良好的启示,且控制器设计简单,易于实现.对于混沌系统中其他平衡点的全局快速控制,需要具体问题具体分析,有待进一步研究.

- [1] Tavazoei M S, Haeri M 2008 *Phys. Lett. A* **372** 798
- [2] Liu D B, Yang X S 2008 *Chaos, Soliton. Fract.* **36** 709
- [3] Gomes A A, Manica E, Varriale M C 2008 *Chaos, Soliton. Fract.* **36** 1097
- [4] Wan C J, Bernstein D S 1995 *Dynam. Contr.* **5** 321
- [5] Lü J H, Chen G R, Cheng D Z, Celikovsky S 2002 *Int. J. Bifur. Chaos* **12** 2917
- [6] Li W L, Chen X Q, Shen Z P 2008 *Chin. Phys. B* **17** 87
- [7] Zhang R X, Yang S P, Liu Y L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1549 (in Chinese) [张若洵、杨世平、刘永利 2010 物理学报 **59** 1549]
- [8] Liu M H, Feng J C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4457 (in Chinese) [刘明华、冯久超 2009 物理学报 **58** 4457]
- [9] Zhou P, Cheng X F, Zhang N Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5407 (in Chinese) [周平、程雪峰、张年英 2008 物理学报 **57** 5407]
- [10] Zhou P, Wei L J, Cheng X F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5201 (in Chinese) [周平、危丽佳、程雪峰 2009 物理学报 **58** 5201]
- [11] Liu C X, Liu L 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2188
- [12] Wang X Y, Wang M J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5136 (in Chinese) [王兴元、王明军 2007 物理学报 **56** 5136]
- [13] Li R H, Xu W, Li S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 598 (in Chinese) [李瑞红、徐伟、李爽 2006 物理学报 **55** 598]
- [14] Li N, Li J F, Liu Y P, Ma J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1404 (in Chinese) [李农、李建芬、刘宇平、马健 2008 物理学报 **57** 1404]
- [15] Xu Z, Liu C X, Yang T 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1524 (in Chinese) [许喆、刘崇新、杨韬 2010 物理学报 **59** 1524]
- [16] Wu R C, Guo Y X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5293 (in Chinese) [吴然超、郭玉祥 2010 物理学报 **59** 5293]
- [17] Jiang F, Liu Z, Hu W, Bao B C 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 116 (in Chinese) [蒋飞、刘中、胡文、包伯成 2010 物理学报 **59** 116]
- [18] Zhu S P, Qian F C, Liu D 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2250 (in Chinese) [朱少平、钱富才、刘丁 2010 物理学报 **59** 2250]
- [19] Zhang H G, Ma D Z, Wang Z S, Feng J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 147 (in Chinese) [张化光、马大中、王占山、冯健 2010 物理学报 **59** 147]
- [20] Cai G L, Tan Z M, Zhou W H, Tu W T 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6230 (in Chinese) [蔡国梁、谭振梅、周维怀、涂文桃 2007 物理学报 **56** 6230]

# Global control of chaotic systems based on linear state feedback<sup>\*</sup>

Sun Chang-Chun<sup>1) 2)†</sup> Fang Bo<sup>1)</sup> Huang Wen-Hu<sup>1)</sup>

1) (School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

2) (School of Science, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China)

(Received 20 August 2010; revised manuscript received 19 January 2011)

## Abstract

By analyzing structural characteristics of nonlinear vector field for a class of chaotic systems, a new approach to controlling chaos globally and rapidly is put forward. Based on linear state feedback, an independent stable equation of some state variables is separated. Controlled chaotic systems degenerate gradually into stable linear systems. Nonlinear quivering phenomenon is eliminated completely further. The approach can be used to control Lorenz system families or new chaotic systems with similar structures. A class of simple controllers is designed to guarantee that closed-loop systems are globally asymptotically stable at the origin. Numerical examples illustrate the shortcut and the validity of the presented approach in this paper.

**Keywords:** chaotic systems, linear state feedback, global stabilization

**PACS:** 05.45. Gg

---

\* Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10632040).

† E-mail: changchunsun@sina.com