

# 脉冲序列控制开关变换器的脉冲组合规律及其多周期态研究\*

沙金 许建平†

(磁浮技术与磁浮列车教育部重点实验室, 西南交通大学电气工程学院, 成都 610031)

(2013年6月17日收到; 2013年8月6日收到修改稿)

开关变换器的脉冲序列控制是通过调整控制脉冲循环周期内高、低功率脉冲的组合方式实现对开关变换器输出电压的调节. 控制脉冲循环周期内高、低功率脉冲的组合方式决定了脉冲序列控制开关变换器的稳态性能. 基于数论中连分式展开的思想, 研究了控制脉冲循环周期内脉冲序列控制开关变换器的控制脉冲组合规律, 得到了确定控制脉冲循环周期内高、低功率控制脉冲组合方式的算法. 建立了脉冲序列控制开关变换器的输出电压一维离散迭代标准模型, 并结合高、低功率控制脉冲组合规律, 分析了脉冲序列控制开关变换器的稳态性能; 研究了其多周期态参数估计和分布; 得到了其输出电压纹波范围. 仿真和实验结果证明了算法的正确性. 本文的研究结果有助于深入理解脉冲序列控制这一类离散型开关变换器控制方法.

**关键词:** 脉冲序列, 控制脉冲组合, 输出电压稳波

**PACS:** 84.30.Jc

**DOI:** 10.7498/aps.62.218402

## 1 引言

脉冲序列 (pulse train, PT) 控制是一种新型的开关变换器非线性离散控制技术, 它不需要补偿网络, 控制电路实现简单. PT 控制开关变换器具有传统脉冲宽度调制 (pulse width modulation, PWM) 的线性控制开关变换器无法比拟的快速动态响应能力, 非常适用于对可靠性要求较高的开关电源控制系统 [1-3].

PT 控制技术在预设的两个频率相同而占空比不同的高、低功率脉冲中选择合适的脉冲作为有效控制脉冲, 并通过调整高、低功率脉冲的组合方式实现对开关变换器输出电压的调节 [1-8]. PT 控制技术与以线性控制理论为基础的 PWM 控制技术存在本质的区别: 传统 PWM 控制开关变换器的控制脉冲的脉冲宽度是连续可调的, 稳态工作时, 脉冲宽度固定, 变换器工作在周期 1; 而 PT 控制开关变换器的控制脉冲的脉冲宽度是离散分布的, 稳

态工作时,  $n$  个脉冲宽度离散分布的高、低功率脉冲形成一个控制脉冲循环周期, 变换器工作在周期  $n$ , 其中  $n$  为控制脉冲循环周期中高、低功率脉冲的数量之和 [8].

一个控制脉冲循环周期内高、低功率脉冲的数量和组合方式决定了 PT 控制开关变换器的输出电压纹波和输出电压精度等稳态性能. 通过计算一个高、低功率脉冲周期内的输出电压变化量, 可以得到一个控制脉冲循环周期内高、低功率脉冲的数量比 [1-4,6-8], 但控制脉冲循环周期内高、低功率脉冲的具体数量和组合规律, 还未见相关的报道. 目前对 PT 控制开关变换器的稳态性能的研究, 都只局限于某一种或某一类特殊的控制脉冲循环周期. 为了全面、深入的研究 PT 控制开关变换器的稳态性能和控制规律, 需要对 PT 控制开关变换器的控制脉冲组合规律进行研究.

本文利用连分数展开的思想 [9,10], 对 PT 控制 DCM Buck 变换器进行了研究, 研究了 PT 控制 DCM Buck 变换器控制在脉冲循环周期内高、低功

\* 国家自然科学基金 (批准号: 51177140) 和中央高校基本科研业务费专项基金 (2682013ZT20) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: jpxu-swjtu@163.com

率脉冲的数量及组合规律. 仿真和实验结果验证了理论分析的正确性.

开关 DC-DC 变换器是一种强非线性时变动力学系统. 当变换器工作于 DCM 模式时, 开关变换器在三种电路拓扑结构之间切换, 需要对其建立分段光滑离散迭代模型 [8,11-17], 才能对其动力学现象和稳定工作域等进行研究. 目前, 已有文献展开了对传统 PWM 控制开关变换器的电路参数域的研究工作 [18-20]. 但对于 PT 控制这类离散型开关变换器控制方法的建模及周期态参数域的研究还非常有限. 本文建立了 PT 控制 DCM Buck 变换器的输出电压一维 (one-dimensional, 1D) 离散迭代标准模型. 基于该模型, 并结合控制脉冲循环周期内高、低功率控制脉冲组合规律, 研究了 PT 控制开关变换器多周期态的参数估计.

针对 PT 控制开关变换器的多周期态参数分布特点, 本文基于 PT 控制开关变换器的脉冲序列组合规律, 研究了 PT 控制开关变换器的纹波特性, 得到了其输出电压纹波范围. 研究结果有助于深入理

解脉冲序列控制这一类离散型开关变换器控制方法, 以指导实际电路设计.

## 2 脉冲序列控制开关变换器的控制脉冲组合规律

### 2.1 脉冲序列控制 DCM Buck 变换器

如图 1 所示为 PT 控制 DCM Buck 变换器的控制框图和典型时域波形. PT 控制 DCM Buck 变换器的工作原理是: 在一个开关周期起始时刻, 采样输出电压  $v_o$ , 并与参考电压  $V_{ref}$  比较, 当  $v_o \leq V_{ref}$  时, 选择占空比  $D_H$  较大的高功率脉冲作为有效控制脉冲, 使输出电压上升; 当  $v_o > V_{ref}$  时, 选择占空比  $D_L$  较小的低功率脉冲作为有效控制脉冲, 使输出电压下降. 图 1(b) 中电感电流  $i_L$  与负载电流  $i_o$  构成的阴影部分的面积即为一个开关周期内输出电容电荷的变化量  $\Delta q$ , 将  $\Delta q$  除以电容值  $C$ , 可得到一个开关周期内的输出电压变化量

$$\Delta v = \begin{cases} \Delta v_H = \frac{v_{in}(v_{in} - v_o)D_H^2 T_s^2}{2LCv_o} - \frac{v_o T_s}{RC}, & v_o \leq V_{ref}, \\ \Delta v_L = \frac{v_{in}(v_{in} - v_o)D_L^2 T_s^2}{2LCv_o} - \frac{v_o T_s}{RC}, & v_o > V_{ref}, \end{cases} \quad (1)$$

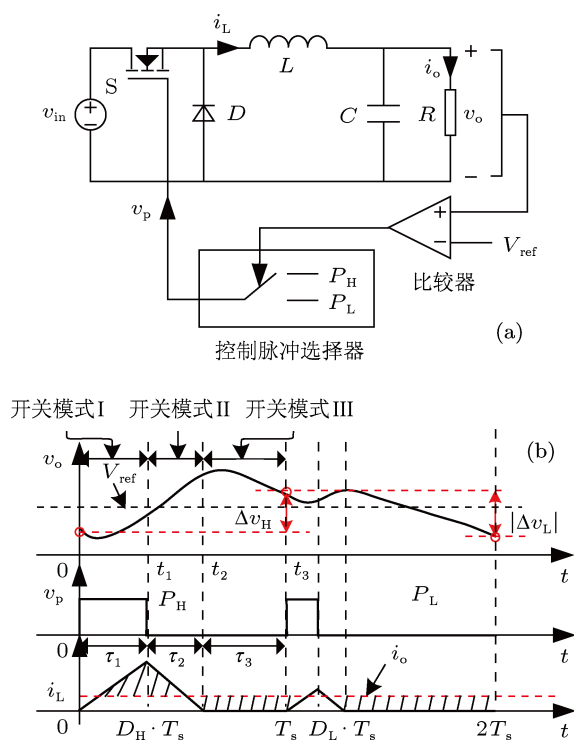


图 1 PT 控制 DCM Buck 变换器 (a) 控制框图; (b) 典型时域波形

其中,  $v_{in}$ ,  $T_s$ ,  $R$ ,  $L$  和  $C$  分别为输入电压、开关周期、负载电阻值、电感值和电容值,  $\Delta v_H$  和  $\Delta v_L$  分别为一个高、低功率脉冲周期内的输出电压变化量, 且  $\Delta v_H > 0$ ,  $\Delta v_L < 0$ .

当 PT 控制开关变换器工作于稳态时,  $\mu_H$  个高功率脉冲和  $\mu_L$  个低功率脉冲组成一个周期为  $(\mu_H + \mu_L)T_s$  的控制脉冲循环周期, 使变换器工作在稳定的周期  $n$  ( $n = \mu_H + \mu_L$ ) [8]. 在一个控制脉冲循环周期内, 输出电压变化量为零, 即  $\mu_H \Delta v_H + \mu_L \Delta v_L = 0$ , 由此可得一个控制脉冲循环周期内高、低功率脉冲数量的比 [1-4,6-8]

$$\frac{\mu_H}{\mu_L} = \frac{|\Delta v_L|}{\Delta v_H}. \quad (2)$$

### 2.2 控制脉冲组合规律

图 2 所示为  $v_{in} = 12 \text{ V}$ ,  $V_{ref} = 5 \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ kHz}$ ,  $L = 10 \mu\text{H}$ ,  $C = 470 \mu\text{F}$ ,  $R = 3.19 \Omega$ ,  $D_H = 0.4$ ,  $D_L = 0.2$  时, PT 控制 DCM Buck 变换器的仿真和实验波形. 由图 2 可知, 4 个高功率脉冲周期和 5 个低功

率脉冲周期形成一个控制脉冲循环周期,使变换器工作在周期9.控制脉冲循环周期的组成:一个高功率脉冲周期  $P_H$  后出现一个低功率脉冲周期  $P_L$  组成的一个一级控制脉冲循环子周期,记作  $1P_H-1P_L$ ;一个高功率脉冲周期  $P_H$  后出现两个低功率脉冲周期  $P_L$  组成的另一个一级控制脉冲循环子周期,记作  $1P_H-2P_L$ ;三个一级控制脉冲循环子周期  $1P_H-1P_L$  后出现一个一级控制脉冲循环子周期  $1P_H-2P_L$  组成一个控制脉冲循环周期,记作  $3(1P_H-1P_L)-1(1P_H-2P_L)$ ,其中,两个一级控制脉冲循环子周期具有不同的、非零的输出电压变化量.

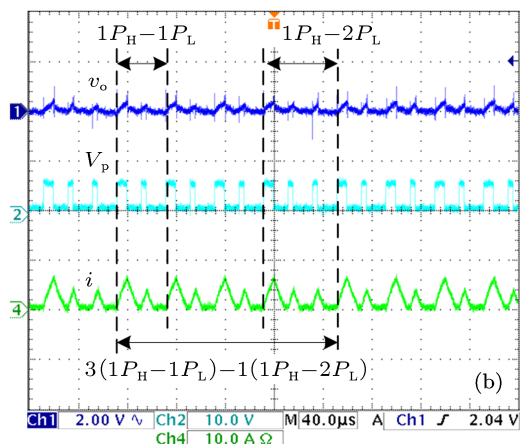
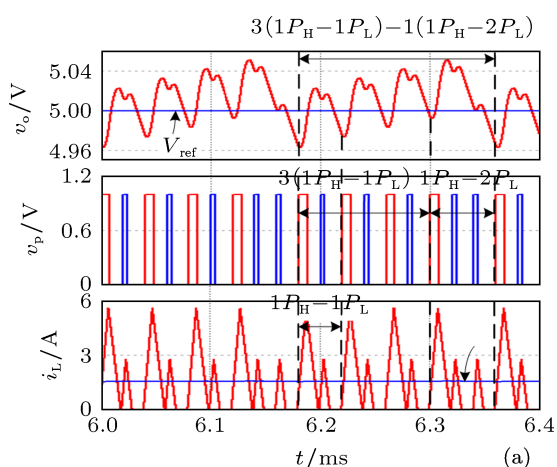


图2 PT控制DCM Buck变换器 (a) 仿真波形; (b) 实验波形

由图2可知,PT控制开关变换器的控制规律是:高、低功率脉冲不断形成控制脉冲循环子周期,使输出电压在参考电压上下调整的同时越来越接近参考电压值,并最终形成一个控制脉冲循环周期,使输出电压稳定在参考电压,达到控制目的.

PT控制开关变换器输出电压的调整过程可以抽象为一类连分数的近似逼近问题<sup>[9,10]</sup>.根据连分式展开思想:任一有理数都可以唯一地展开为一个

有限简单连分式,因此,(2)式可以展开为连分式

$$\frac{\mu_H}{\mu_L} = \frac{|\Delta v_L|}{\Delta v_H} = \alpha_1 + \frac{1}{\alpha_2 + \frac{1}{\alpha_3 + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{\alpha_n}}}}$$

记作<sup>[9]</sup>

$$\frac{\mu_H}{\mu_L} = \frac{|\Delta v_L|}{\Delta v_H} = \alpha_1 + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} + \dots + \frac{1}{\alpha_n}, \quad (3)$$

其中正整数  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$  为连分式的部分商,  $1/\alpha_2$  之后的“+”表示  $1/\alpha_j$  ( $j=2,3,\dots,n$ ) 在构成连分数的过程中“降了一级”<sup>[9]</sup>.需要注意的是,当  $\Delta v_H < |\Delta v_L|$  时,  $\alpha_1$  为一个非零整数;当  $\Delta v_H \geq |\Delta v_L|$  时,  $\alpha_1 = 0$ .

为揭示PT控制开关变换器的控制脉冲组合规律,下面将逐层对连分式(3)进行分析.

### 2.2.1 一级控制脉冲循环子周期

将连分式(3)在第一层切断可得

$$\frac{\mu_H}{\mu_L} = \frac{|\Delta v_L|}{\Delta v_H} = \alpha_1 + \frac{\beta_1}{\mu_L}, \quad (4)$$

其中,  $\beta_1$  为正整数且满足  $\beta_1 < \mu_L$ . 整理(4)式可得

$$|\Delta v_L| = \alpha_1 \cdot \Delta v_H + \frac{\beta_1}{\mu_L} \cdot \Delta v_H, \quad (5a)$$

$$\mu_H = \alpha_1 \cdot \mu_L + \beta_1. \quad (5b)$$

当  $\beta_1 = 0$  时,(5a)式可改写为  $|\Delta v_L| = \alpha_1 \cdot \Delta v_H$ ,由此可知,此时一个低功率脉冲周期内的输出电压变化量等于  $\alpha_1$  个高功率脉冲周期  $P_H$  内的输出电压变化量,由(2)式可知,1个低功率脉冲周期  $P_L$  和  $\alpha_1$  个高功率脉冲周期  $P_H$  组成一个控制脉冲循环周期,其控制脉冲组合为  $1P_L-\alpha_1P_H$ .

当  $\beta_1 \neq 0$  时,仅由控制脉冲组合为  $1P_L-\alpha_1P_H$  的控制脉冲序列,不能组成满足(2)式的控制脉冲循环周期,将(5)式改写为

$$|\Delta v_L| = \left(1 - \frac{\beta_1}{\mu_L}\right) \cdot \alpha_1 \cdot \Delta v_H + \frac{\beta_1}{\mu_L} \cdot (\alpha_1 + 1) \cdot \Delta v_H, \quad (6a)$$

$$\mu_H = (\mu_L - \beta_1) \cdot \alpha_1 + \beta_1 \cdot (\alpha_1 + 1). \quad (6b)$$

由(6a)式可知,高、低功率脉冲组成控制脉冲组合为  $1P_L-\alpha_1P_H$  的控制脉冲序列的同时,还需组成控制脉冲组合为  $1P_L-(\alpha_1+1)P_H$  的控制脉冲序列,才能满足(2)式的关系.将控制脉冲序列  $1P_L-\alpha_1P_H$  和  $1P_L-(\alpha_1+1)P_H$  定义为一级控制脉冲循环子周

期, 由 (6b) 式可得到一级控制脉冲循环子周期的数量及其控制脉冲组合:

1) 一个控制脉冲循环周期内有  $(\mu_L - \beta_1)$  个一级控制脉冲循环子周期  $1P_L - \alpha_1 P_H$ , 该一级控制脉冲循环子由一个低功率脉冲周期  $P_L$  后出现  $\alpha_1$  个高功率脉冲周期  $P_H$  组成, 记作  $S_{1L}$ .

2) 一个控制脉冲循环周期内有  $\beta_1$  个一级控制脉冲循环子周期  $1P_L - (\alpha_1 + 1)P_H$ , 该一级控制脉冲循环子由一个低功率脉冲周期  $P_L$  后出现  $(\alpha_1 + 1)$  个高功率脉冲周期  $P_H$  组成, 记作  $S_{1H}$ .

整理 (5a) 式可得一级控制脉冲循环子周期  $S_{1L}$  和  $S_{1H}$  内的输出电压变化量  $\Delta v_{1L}$  和  $\Delta v_{1H}$  分别为

$$\Delta v_{1L} = \alpha_1 \cdot \Delta v_H - |\Delta v_L| = -\frac{\beta_1}{\mu_L} \cdot \Delta v_H, \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} \Delta v_{1H} &= (\alpha_1 + 1) \cdot \Delta v_H - |\Delta v_L| \\ &= \left(1 - \frac{\beta_1}{\mu_L}\right) \cdot \Delta v_H. \end{aligned} \quad (7b)$$

由  $0 < \beta_1/\mu_L < 1$  和  $\Delta v_H > 0$  可知, 一级控制脉冲循环子周期  $S_{1L}$  内的输出电压变化量  $\Delta v_{1L}$  满足  $-\Delta v_H < \Delta v_{1L} < 0$ ; 一级控制脉冲循环子周期  $S_{1H}$  内的输出电压变化量  $\Delta v_{1H}$  满足  $0 < \Delta v_{1H} < \Delta v_H$ .

### 2.2.2 二级控制脉冲循环子周期

由于一级控制脉冲循环子周期  $S_{1L}$  内的输出电压变化量小于零, 可以将  $S_{1L}$  看作一个新的低功率脉冲周期; 类似地, 一级控制脉冲循环子周期  $S_{1H}$  内的输出电压变化量大于零, 可以将  $S_{1H}$  看作一个新的高功率脉冲周期. 一级控制脉冲循环子周期  $S_{1H}$  和  $S_{1L}$  内的输出电压变化量分别小于一个高功率脉冲周期和一个低功率脉冲周期内的输出电压变化量.

类似地, 将连分式 (3) 在第二层切断, 根据 (4) 式可得

$$\begin{aligned} \frac{\mu_H}{\mu_L} &= \frac{|\Delta v_L|}{\Delta v_H} = \alpha_1 + \frac{\beta_1}{\mu_L} \\ &= \alpha_1 + \frac{1}{\alpha_2 + \frac{\beta_2}{\beta_1}}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $\beta_2$  为正整数且满足  $\beta_2 < \beta_1$ . 整理 (8) 式可得

$$\mu_L = \beta_1 \cdot \alpha_2 + \beta_2. \quad (9)$$

(9) 式可进一步改写为

$$\mu_L = (\beta_1 - \beta_2) \cdot \alpha_2 + \beta_2 \cdot (\alpha_2 + 1). \quad (10)$$

与 (6b) 式类似, (10) 式给出了由一级控制脉冲循环子周期  $S_{1L}$  和  $S_{1H}$  组成的二级控制脉冲循环子周期的数量及其控制脉冲组合:

1) 一个控制脉冲循环周期内有  $(\beta_1 - \beta_2)$  个二级控制脉冲循环子周期  $1S_{1H} - (\alpha_2 - 1)S_{1L}$ , 该二级控制脉冲循环子周期由一个一级控制脉冲循环子周期  $S_{1H}$  后出现  $(\alpha_2 - 1)$  个一级控制脉冲循环子周期  $S_{1L}$  组成, 记作  $S_{2H}$ .

2) 一个控制脉冲循环周期内有  $\beta_2$  个二级控制脉冲循环子周期  $1S_{1H} - \alpha_2 S_{1L}$ , 该二级控制脉冲循环子周期由一个一级控制脉冲循环子周期  $S_{1H}$  后出现  $\alpha_2$  个一级控制脉冲循环子周期  $S_{1L}$  组成, 记作  $S_{2L}$ .

二级控制脉冲循环子周期  $S_{2H}$  和  $S_{2L}$  内的输出电压的变化量  $\Delta v_{2H}$  和  $\Delta v_{2L}$  分别为  $\Delta v_{2H} = \Delta v_{1H} - (\alpha_2 - 1) \cdot |\Delta v_{1L}|$  和  $\Delta v_{2L} = \Delta v_{1H} - \alpha_2 \cdot |\Delta v_{1L}|$ . 将 (7) 式代入  $\Delta v_{2H}$  和  $\Delta v_{2L}$  可得

$$\begin{aligned} \Delta v_{2H} &= \left(1 - \frac{\beta_1}{\mu_L}\right) \cdot \Delta v_H + (\alpha_2 - 1) \cdot \left(-\frac{\beta_1}{\mu_L}\right) \cdot \Delta v_H \\ &= \left(1 - \alpha_2 \cdot \frac{\beta_1}{\mu_L}\right) \cdot \Delta v_H, \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \Delta v_{2L} &= \left(1 - \frac{\beta_1}{\mu_L}\right) \cdot \Delta v_H + \alpha_2 \cdot \left(-\frac{\beta_1}{\mu_L}\right) \cdot \Delta v_H \\ &= \left(1 - \alpha_2 \cdot \frac{\beta_1}{\mu_L} - \frac{\beta_1}{\mu_L}\right) \cdot \Delta v_H. \end{aligned} \quad (11b)$$

由 (9) 式可得  $1 - \alpha_2 \cdot \frac{\beta_1}{\mu_L} = \frac{\beta_2}{\mu_L}$ , 代入 (11) 式可得

$$\Delta v_{2H} = \frac{\beta_2}{\mu_L} \cdot \Delta v_H, \quad (12a)$$

$$\Delta v_{2L} = \left(\frac{\beta_2}{\mu_L} - \frac{\beta_1}{\mu_L}\right) \cdot \Delta v_H. \quad (12b)$$

由  $\mu_L > \beta_1 > \beta_2 > 0$  和 (7) 式可知, 二级控制脉冲循环子周期  $S_{2H}$  的输出电压变化量  $\Delta v_{2H}$  满足  $0 < \Delta v_{2H} < |\Delta v_{1L}|$ ; 二级控制脉冲子周期  $S_{2L}$  内输出电压变化量  $\Delta v_{2L}$  满足  $\Delta v_{1L} < \Delta v_{2L} < 0$ .

由于二级控制脉冲循环子周期  $S_{2H}$  内的输出电压变化量大于零, 可以将  $S_{2H}$  看作一个新的高功率脉冲周期; 二级控制脉冲循环子周期  $S_{2L}$  内的输出电压变化量小于零, 可以将  $S_{2L}$  看作一个新的低功率脉冲周期. 两个二级控制脉冲循环子周期  $S_{2H}$  和  $S_{2L}$  内的输出电压变化量分别小于一级控制脉冲循环子周期  $S_{1H}$  和  $S_{1L}$  内的输出电压变化量.

### 2.2.3 $n-1$ 级控制脉冲循环子周期

类似地, 将连分式 (3) 在第  $n-1$  层切断可得

$$\frac{\mu_H}{\mu_L} = \frac{|\Delta v_L|}{\Delta v_H}$$

$$\begin{aligned}
 &= \alpha_1 + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} + \dots + \frac{1}{\alpha_{n-2} + \frac{\beta_{n-2}}{\beta_{n-3}}} \\
 &= \alpha_1 + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} + \dots + \frac{1}{\alpha_{n-2}} \\
 &\quad + \frac{1}{\alpha_{n-1} + \frac{\beta_{n-1}}{\beta_{n-2}}}, \quad (13)
 \end{aligned}$$

其中,  $\beta_{n-1}$ ,  $\beta_{n-2}$  和  $\beta_{n-3}$  均为正整数且满足  $\beta_{n-1} < \beta_{n-2} < \beta_{n-3}$ , 由 (3) 式可知,  $\beta_{n-1} = 1$ ,  $\beta_{n-2} = \alpha_n$ , 即  $1 < \alpha_n < \beta_{n-3}$ . 整理 (13) 式可得

$$\beta_{n-3} = \alpha_n \cdot \alpha_{n-1} + 1. \quad (14)$$

(14) 式可进一步改写为

$$\beta_{n-3} = (\alpha_n - 1) \cdot \alpha_{n-1} + (\alpha_{n-1} + 1). \quad (15)$$

(15) 式给出了由  $n-2$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-2,L}$  和  $S_{n-2,H}$  组成的  $n-1$  级控制脉冲循环子周期的数量及其控制脉冲组合, 其中,  $S_{n-1,L}$  和  $S_{n-1,H}$  的控制脉冲组合分两种情况.

(i) 当  $n = 2 \cdot m + 1$  时, 即  $n-1$  为偶数时:

1) 一个控制脉冲循环周期内有  $(\alpha_n - 1)$  个  $n-1$  级控制脉冲循环子周期  $1S_{n-2,H} - (\alpha_{n-1} - 1)S_{n-2,L}$ , 该  $n-1$  级控制脉冲循环子周期由一个  $n-2$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-2,H}$  后出现  $(\alpha_{n-1} - 1)$  个  $n-2$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-2,L}$  组成, 记作  $S_{n-1,H}$ .

2) 一个控制脉冲循环周期内有 1 个  $n-1$  级控制脉冲循环子周期  $1S_{n-2,H} - \alpha_{n-1}S_{n-2,L}$ , 该  $n-1$  级控制脉冲循环子周期由一个  $n-2$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-2,H}$  后出现  $\alpha_{n-1}$  个  $n-2$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-2,L}$  组成, 记作  $S_{n-1,L}$ .

(ii) 当  $n = 2 \cdot m$  时, 即  $n-1$  为奇数时:

1) 一个控制脉冲循环周期内有  $(\alpha_n - 1)$  个  $n-1$  级控制脉冲循环子周期  $1S_{n-2,L} - (\alpha_{n-1} - 1)S_{n-2,H}$ , 该  $n-1$  级控制脉冲循环子周期由一个  $n-2$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-2,L}$  后出现  $(\alpha_{n-1} - 1)$  个  $n-2$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-2,H}$  组成, 记作  $S_{n-1,L}$ .

2) 一个控制脉冲循环周期内有 1 个  $n-1$  级控制脉冲循环子周期  $1S_{n-2,L} - \alpha_{n-1}S_{n-2,H}$ , 该  $n-1$  级控制脉冲循环子周期由一个  $n-2$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-2,L}$  后出现  $\alpha_{n-1}$  个  $n-2$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-2,H}$  组成, 记作  $S_{n-1,H}$ .

针对  $n = 2 \cdot m + 1$  时的情况, 对  $n-1$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-1,H}$  和  $S_{n-1,L}$  内的输出电压

的变化量  $\Delta v_{n-1,H}$  和  $\Delta v_{n-1,L}$  进行分析,  $\Delta v_{n-1,H}$  和  $\Delta v_{n-1,L}$  分别为

$$\Delta v_{n-1,H} = \Delta v_{n-2,H} - (\alpha_{n-1} - 1) \cdot |\Delta v_{n-2,L}|,$$

$$\Delta v_{n-1,L} = \Delta v_{n-2,H} - \alpha_{n-1} \cdot |\Delta v_{n-2,L}|.$$

与 (11) 式推导过程类似, 可得

$$\begin{aligned}
 \Delta v_{n-1,H} &= (\alpha_{n-1} - 1) \cdot \left( -\frac{\alpha_n}{\beta_{n-3}} \right) \cdot \Delta v_H \\
 &\quad + \left( 1 - \frac{\alpha_n}{\beta_{n-3}} \right) \cdot \Delta v_H \\
 &= \left[ 1 - \alpha_{n-1} \cdot \frac{\alpha_n}{\beta_{n-3}} \right] \cdot \Delta v_H, \quad (16a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta v_{n-1,L} &= \alpha_{n-1} \cdot \left( -\frac{\alpha_n}{\beta_{n-3}} \right) \cdot \Delta v_H \\
 &\quad + \left( 1 - \frac{\alpha_n}{\beta_{n-3}} \right) \cdot \Delta v_H \\
 &= \left( 1 - \alpha_{n-1} \cdot \frac{\alpha_n}{\beta_{n-3}} - \frac{\alpha_n}{\beta_{n-3}} \right) \cdot \Delta v_H. \quad (16b)
 \end{aligned}$$

由 (14) 式可得  $1 - \alpha_{n-1} \cdot \frac{\alpha_n}{\beta_{n-3}} = \frac{1}{\beta_{n-3}}$ , 代入 (16) 式可得

$$\Delta v_{n-1,H} = \frac{1}{\beta_{n-3}} \cdot \Delta v_H, \quad (17a)$$

$$\Delta v_{n-1,L} = \left( \frac{1}{\beta_{n-3}} - \frac{\alpha_n}{\beta_{n-3}} \right) \cdot \Delta v_H. \quad (17b)$$

由  $1 < \alpha_n < \beta_{n-3}$  可知,  $n-1$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-1,H}$  的输出电压变化量  $\Delta v_{n-1,H}$  满足  $0 < \Delta v_{n-1,H} < |\Delta v_{n-2,L}|$ ;  $n-1$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-1,L}$  的输出电压变化量  $\Delta v_{n-1,L}$  满足  $-|\Delta v_{n-2,L}| < \Delta v_{n-1,L} < 0$ .

与  $n = 2 \cdot m + 1$  时类似, 当  $n = 2 \cdot m$  时:  $n-1$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-1,H}$  的输出电压变化量  $\Delta v_{n-1,H}$  满足  $0 < \Delta v_{n-1,H} < \Delta v_{n-2,H}$ ;  $n-1$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-1,L}$  的输出电压变化量  $\Delta v_{n-1,L}$  满足  $-\Delta v_{n-2,H} < \Delta v_{n-1,L} < 0$ .

由于  $n-1$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-1,H}$  内的输出电压变化量大于零, 可以将  $S_{n-1,H}$  看作一个新的高功率脉冲周期;  $n-1$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-1,L}$  内的输出电压变化量小于零, 可以将  $S_{n-1,L}$  看作一个新的低功率脉冲周期. 当  $n = 2 \cdot m + 1$  时,  $S_{n-1,H}$  的数量为  $(\alpha_n - 1)$ ,  $S_{n-1,L}$  的数量为 1, 即  $(\alpha_n - 1)$  个  $n-1$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-1,H}$  内的输出电压变化量等于 1 个  $n-1$  级控制脉冲循环子周期  $S_{n-1,L}$  内的输出电压变化量, 控制脉冲循环周期的控制脉冲组合为  $(\alpha_n - 1)S_{n-1,H} - 1S_{n-1,L}$ ; 与此

类似, 当  $n = 2 \cdot m$  时,  $S_{n-1L}$  的数量为  $(\alpha_n - 1)$ ,  $S_{n-1H}$  的数量为 1, 控制脉冲循环周期的控制脉冲组合为  $(\alpha_n - 1)S_{n-1L} - 1S_{n-1H}$ . 可以将控制脉冲循环周期  $(\alpha_n - 1)S_{n-1H} - 1S_{n-1L}$  或  $(\alpha_n - 1)S_{n-1L} - 1S_{n-1H}$  看作一个  $n$  级控制脉冲循环子周期  $S_n$ , 该级控制脉冲循环子周期内的输出电压变化量等于零.

### 2.2.4 控制脉冲序列组合规律

根据对连分式 (3) 的逐层分析, 图 3 展示了一个控制脉冲循环周期的控制脉冲组合规律. 为更清楚的表现脉冲序列循环周期的组合规律, 定义两个 0 级控制脉冲循环子周期  $S_{0H}$  和  $S_{0L}$  分别为  $P_H$  和  $P_L$ . 图 3 给出了分析 PT 控制开关变换器控制脉冲组合的算法:

1) 根据 (1) 式计算一个高、低功率脉冲周期内的输出电压变化量  $\Delta v_H$  和  $\Delta v_L$ , 并根据 (2) 式得到一个控制脉冲循环周期内高、低功率脉冲的数量比, 如图 3 中 Step1 所示;

2) 根据 (3) 式将一个控制脉冲循环周期中高、低功率脉冲的数量比展开为连分式, 得到连分式的部分商  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ , 如图 3 中 Step2 所示;

3) 高、低功率脉冲周期按图 3 中 Step3 所示规律, 逐级组成各级控制脉冲循环子周期  $S_{0H}, S_{0L}, S_{1H}, S_{1L}, S_{2H}, S_{2L}, \dots, S_{n-1H}, S_{n-1L}, S_n$ ;

4) 第  $n$  级控制脉冲循环子周期  $S_n$  即为 PT 控制 DCM 变换器的控制脉冲循环周期, 如图 3 中 Step4 所示.

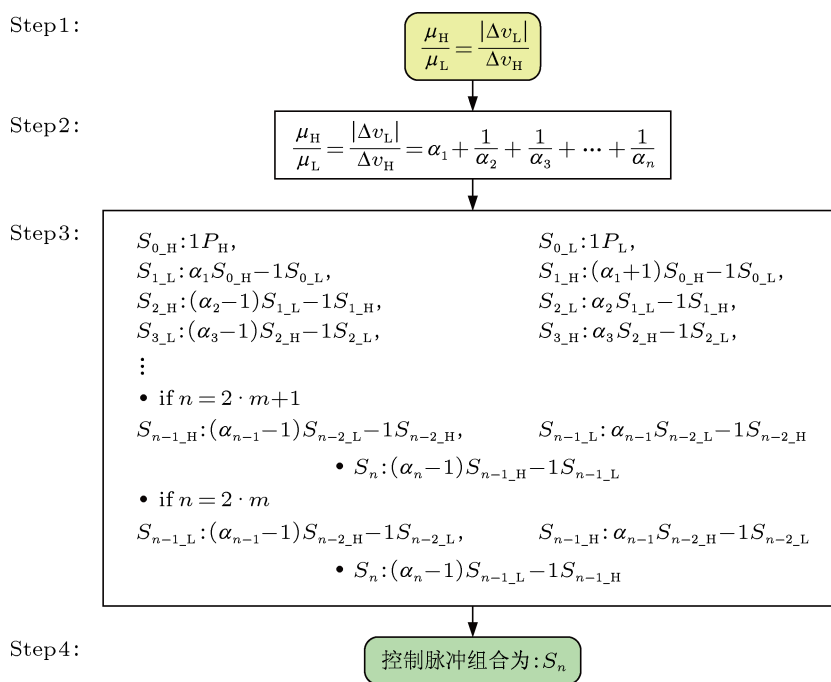


图 3 PT 控制变换器控制脉冲组合规律, 其中,  $S_{0H}: 1P_H$  表示 0 级控制脉冲循环子周期  $S_{0H}$  的控制脉冲序列组合为  $1P_H$ ;  $S_{1L}: \alpha_1 S_{0H} - 1S_{0L}$  表示一级控制脉冲循环子周期  $S_{1L}$  的控制脉冲序列组合为  $\alpha_1$  个 0 级控制脉冲循环子周期  $S_{0H}$  后出现 1 个 0 级控制脉冲循环子周期  $S_{0L}$ ; 等等

由连分式定理“任意一有限连分式可表示一个有理分数  $p/q$ , 该有理分数总是既约分数, 即  $p$  和  $q$  没有比 1 大的公因子”<sup>[9,10]</sup> 可知, 一个控制脉冲循环周期中高、低功率脉冲的数量  $\mu_H$  和  $\mu_L$  没有比 1 大的公因子.

### 2.3 实例验证

采用图 2 所示仿真及实验的电路参数, 由 (1) 式可得该参数条件时, 一个高、低功率脉冲周期

内的输出电压变化量分别为  $\Delta v_H = 47.6 \text{ mV}$  和  $\Delta v_L = -38.1 \text{ mV}$ . 由 (3) 式可得一个控制脉冲循环周期内高、低功率脉冲数量比的连分式为

$$\begin{aligned} \frac{\mu_H}{\mu_L} &= \frac{|\Delta v_L|}{\Delta v_H} = \frac{38.1}{47.6} = \frac{4}{5} \\ &= 0 + \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1}. \end{aligned}$$

连分式的部分商分别为 0, 1, 3, 1. 由图 3 中 Step3 所示规律, 逐层计算各级控制脉冲循环子周期, 如表 1 所示.

表 1 控制脉冲序列组合规律验证

$\alpha_j(j = 1, 2, \dots, 4)$	$S_j(j = 0, 1, \dots, 4)$	控制脉冲序列组合	
		由 $S_{j-1}$ 表示	由 $P_H$ 和 $P_L$ 表示的控制脉冲序列组合形式
—	$S_{0,H}$	—	$1P_H$
	$S_{0,L}$	—	$1P_L$
0	$S_{1,H}$	$1S_{0,H} - 1S_{0,L}$	$1P_H - 1P_L$
	$S_{1,L}$	$1S_{0,L}$	$1P_L$
1	$S_{2,H}$	$1S_{1,H}$	$1P_H - 1P_L$
	$S_{2,L}$	$1S_{1,H} - 1S_{1,L}$	$1P_H - 2P_L$
3	$S_{3,H}$	$3S_{2,H} - 1S_{2,L}$	$3(1P_H - 1P_L) - 1(1P_H - 2P_L)$
	$S_{3,L}$	$2S_{2,H} - 1S_{2,L}$	$2(1P_H - 1P_L) - 1(1P_H - 2P_L)$
1	$S_4$	$1S_{3,H}$	$3(1P_H - 1P_L) - 1(1P_H - 2P_L)$

第 4 级控制脉冲循环子周期  $S_4$  即为该 PT 控制 DCM 变换器的控制脉冲循环周期, 该控制脉冲循环周期长度为  $9 \cdot T_s$ .

以一个高功率脉冲周期内的输出电压变化量  $\Delta v_H = 47.6 \text{ mV}$  作为 X 轴的坐标间隔, 一个低功率脉冲周期内的输出电压变化量  $\Delta v_L = 38.1 \text{ mV}$  作为 Y 轴的坐标间隔, 即 X 轴表示  $k_H \cdot \Delta v_H$ , Y 轴表示  $k_L \cdot \Delta v_L$ . 将  $k_H$  和  $k_L$  为整数的点进行标记, 形成如图 4 所示的网点. 各网点分别对应高功率脉冲数量为  $k_H$ 、低功率脉冲数量为  $k_L$  的控制脉冲序列. 做一条直线, 满足  $k_H \cdot \Delta v_H + k_L \cdot \Delta v_L = 0$ , 各网点与直线沿 Y 轴的直线距离即为网点所对应的控制脉冲序列内的输出电压变化量. 由此可知, 位于直线  $k_H \cdot \Delta v_H + k_L \cdot \Delta v_L = 0$  以上的点满足  $k_H \cdot \Delta v_H < k_L \cdot |\Delta v_L|$ , 所对应的控制脉冲序列的输出电压变化量小于零; 位于直线  $k_H \cdot \Delta v_H + k_L \cdot \Delta v_L = 0$  以下的点满足  $k_H \cdot \Delta v_H > k_L \cdot |\Delta v_L|$ , 所对应的控制脉冲序列的输出电压变化量大于零; 位于直线  $k_H \cdot \Delta v_H + k_L \cdot \Delta v_L = 0$  上的点所对应控制脉冲序列的输出电压变化量等于零, 相应的  $k_H$  和  $k_L$  的值为一个控制脉冲循环周期内高、低功率脉冲的数量  $\mu_H$  和  $\mu_L$ .

由图 4 可观察到各级控制脉冲循环子周期的输出电压变化量逐渐减小到零的过程: 控制脉冲循环子周期  $S_{0,H}, S_{1,H}, S_{2,H}$  和  $S_{3,H}$  位于直线  $k_H \cdot \Delta v_H + k_L \cdot \Delta v_L = 0$  之下, 对应的电压变化量  $\Delta v_{0,H}, \Delta v_{1,H}, \Delta v_{2,H}$  和  $\Delta v_{3,H}$  均大于零, 且满足  $\Delta v_{0,H} > \Delta v_{1,H} = \Delta v_{2,H} > \Delta v_{3,H} > 0$ . 控制脉冲循环子周期  $S_{0,L}, S_{1,L}, S_{2,L}$  和  $S_{3,L}$  位于直线  $k_H \cdot \Delta v_H + k_L \cdot \Delta v_L = 0$  之上, 对应的电压变化量  $\Delta v_{0,L}, \Delta v_{1,L}, \Delta v_{2,L}$  和  $\Delta v_{3,L}$  均小于零, 且满足

$\Delta v_{0,L} = \Delta v_{1,L} < \Delta v_{2,L} < \Delta v_{3,L} < 0$ . 控制脉冲循环子周期  $S_4$  位于直线  $k_H \cdot \Delta v_H + k_L \cdot \Delta v_L = 0$  上, 说明其输出电压变化量等于零, 控制脉冲循环子周期  $S_4$  即为该参数条件时 PT 控制 DCM Buck 变换器的控制脉冲循环周期.

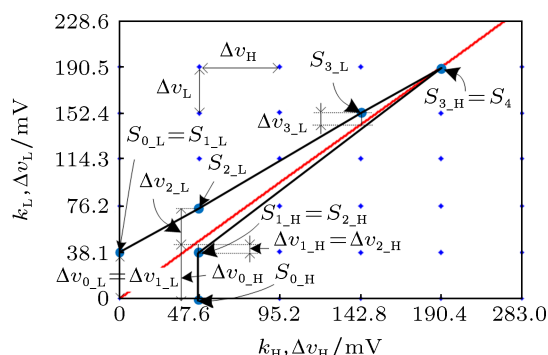


图 4 控制脉冲循环周期的形成过程

图 2 所示为相应的仿真和实验波形. 仿真及实验结果中观察到脉冲序列组合均为  $3(1P_H - 1P_L) - 1(1P_H - 2P_L)$ , 与理论分析结果一致.

### 3 基于脉冲序列组合规律的脉冲序列控制开关变换器周期态参数估计

#### 3.1 脉冲序列控制 DCM Buck 变换器的离散迭代标准模型

图 1(b) 所示, DCM Buck 变换器在一个开关周期内存在三种工作模式:

- 开关模式 I: 开关管 S 导通, 二极管 D 关断;
- 开关模式 II: 开关管 S 关断, 二极管 D 导通;
- 开关模式 III: 开关管 S 关断, 二极管 D 关断.

对于 PT 控制 DCM Buck 变换器, 其三种工作模式的持续时间分别为

$$\begin{aligned} \tau_1 &= D \cdot T_s, \\ \tau_2 &= \frac{1}{\omega} \arctan \frac{\omega L i_L(t_1)}{\alpha L i_L(t_1) - v_o(t_1)}, \\ \tau_3 &= T_s - \tau. \end{aligned}$$

其中,  $i_L(t_1)$  和  $v_o(t_1)$  分别表示电感电流和输出电压在开关模式 I 结束时刻的值,  $\tau = \tau_1 + \tau_2$ ,  $D$  表示一个开关周期的占空比, 满足

$$D = \begin{cases} D_H \cdot T_s, & v_o \leq V_{\text{ref}}, \\ D_L \cdot T_s, & v_o > V_{\text{ref}}. \end{cases} \quad (18)$$

采用基于状态方程的离散迭代精确建模法, 建立 PT 控制 DCM Buck 变换器的二维离散迭代模型为 [14-16]

$$\begin{aligned} i_{n+1} &= 0, \\ v_{n+1} &= f(v_n, D) \\ &= e^{-\alpha(2T_s - \tau)} [(v_n - v_{\text{in}}) \cos \omega \tau \\ &\quad + k \sin \omega \tau] \\ &\quad + e^{-\alpha(2T_s - DT_s - \tau)} v_{\text{in}} (\cos \omega \tau_2 \\ &\quad + \frac{\alpha}{\omega} \sin \omega \tau_2). \end{aligned} \quad (19)$$

其中  $i_n$  和  $i_{n+1}$  分别为第  $n$  个和第  $n+1$  个开关周期起始时刻的电感电流值,  $v_n$  和  $v_{n+1}$  分别为第  $n$  个和第  $n+1$  个开关周期起始时刻的输出电压值, 此外,  $k$ ,  $\alpha$  和  $\omega$  分别为

$$\begin{aligned} k &= -\frac{\alpha}{\omega} (v_n + v_{\text{in}}), \\ \alpha &= \frac{1}{2RC}, \\ \omega &= \sqrt{\frac{1}{LC} - \alpha^2}. \end{aligned}$$

由电感电流在每个开关周期结束时刻均为零, (19) 式所示的二维离散迭代模型可简化为一维离散迭代模型

$$v_{n+1} = f(v_n, D). \quad (20)$$

其中,  $D$  的值由 (18) 式决定, (20) 式所示的一维离散迭代模型存在边界  $v_o = V_{\text{ref}}$ . 将 (20) 式在边界处线性化可得

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= f(v_n, D) \Big|_{v_n = V_{\text{ref}}} \\ &\quad + \frac{\partial f(v_n, D)}{\partial v_n} \Big|_{v_n = V_{\text{ref}}} (v_n - V_{\text{ref}}), \end{aligned} \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} &\frac{\partial f(v_n, D)}{\partial v_n} \Big|_{v_n = V_{\text{ref}}} \\ &= e^{-\alpha(2T_s - \tau)} [\delta_1 \cos \omega \tau - \delta_2 \sin \omega \tau] \\ &\quad + e^{-\alpha(2T_s - DT_s - \tau)} [(1 - \delta_1) \cos \omega \tau_2 + \delta_3 \sin \omega \tau_2], \end{aligned}$$

$\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  分别为

$$\begin{aligned} \delta_1 &= 1 - 2\alpha v_{\text{in}} \frac{\partial \tau_2}{\partial v_n}, \\ \delta_2 &= \frac{1}{\omega} \left[ \alpha + \frac{V_{\text{ref}}}{LC} \frac{\partial \tau_2}{\partial v_n} - (\omega^2 - \alpha^2) v_{\text{in}} \frac{\partial \tau_2}{\partial v_n} \right], \\ \delta_3 &= -\frac{v_{\text{in}}}{\omega} (\omega^2 - \alpha^2) \frac{\partial \tau_2}{\partial v_n}, \end{aligned}$$

其中

$$\frac{\partial \tau_2}{\partial v_n} = \frac{e^{-\alpha \tau_1} (-\omega \cos \omega \tau_1 + \frac{\alpha}{\omega} \sin \omega \tau_1)}{2R\alpha [i_L(t_1) - 2\alpha v_o(t_1)] - \frac{v_o^2(t_1)}{L i_L(t_1)}},$$

对 (21) 式进行坐标变换  $x_n = v_n - V_{\text{ref}}$ , 可得 PT 控制 DCM Buck 变换器输出电压的 1D 离散迭代标准模型

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= F(x_n, D) \\ &= \begin{cases} F_H(x_n) = a_H x_n + b_H, & x_n \leq 0, \\ F_L(x_n) = a_L x_n + b_L, & x_n > 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (22)$$

其中,  $F_H(\cdot)$  和  $F_L(\cdot)$  分别表示高功率脉冲周期和低功率脉冲周期的离散迭代标准模型,  $a_H$ ,  $b_H$ ,  $a_L$  和  $b_L$  分别表示

$$\begin{aligned} a_H &= \frac{\partial f(v_n, D_H)}{\partial v_n} \Big|_{v_n = V_{\text{ref}}}, \\ b_H &= f(v_n, D_H) \Big|_{v_n = V_{\text{ref}}} - V_{\text{ref}}, \\ a_L &= \frac{\partial f(v_n, D_L)}{\partial v_n} \Big|_{v_n = V_{\text{ref}}}, \\ b_L &= f(v_n, D_L) \Big|_{v_n = V_{\text{ref}}} - V_{\text{ref}}. \end{aligned}$$

### 3.2 脉冲序列控制 DCM Buck 变换器周期态参数范围

采用上面的电路参数, 图 5 所示为离散迭代标准模型的参数  $a_H$ ,  $a_L$ ,  $b_H$  和  $b_L$  随负载电阻  $R$  (图 5(a) 和 (b),  $v_{\text{in}} = 12 \text{ V}$ ,  $R \in [1.7 \Omega, 10 \Omega]$ ) 和输入电压  $v_{\text{in}}$  (图 5(c) 和 (d),  $R = 3 \Omega$ ,  $v_{\text{in}} \in [7.00 \text{ V}, 20 \text{ V}]$ ) 变化时的变化趋势.

由图 5(a) 和 (c) 可知, 在 PT 控制 DCM Buck 变换器的参数变化范围内,  $a_H$  和  $a_L$  总是满足  $0 < a_H < 1$ ,  $0 < a_L < 1$ , 即满足文献 [17] 中 Case1

所示的情况. 由图 5(b) 和 (d) 可知,  $b_H$  和  $b_L$  总是满足  $b_L < b_H$ . 由此可得 PT 控制 DCM Buck 变换器不同周期态时的输出电压迭代曲线如图 6 所示 [17].

根据 PT 控制 DCM Buck 变换器输出电压离散迭代标准模型 (22) 中参数  $b_H$  和  $b_L$  的取值变化, 图 6(a)–(c) 示出了 PT 控制 DCM Buck 变换器输出电压一次迭代模型的三种情况. 边界  $x_n = 0$  将一次迭代模型分为两个区域  $R_H$  和  $R_L$ ;  $a_H$  和  $a_L$  分别表示一次迭代模型在  $R_H$  和  $R_L$  区域内的斜率;  $b_H$  和  $b_L$  分别表示一次迭代模型在  $R_H$  和  $R_L$  区域与纵轴的

交点. 由于  $0 < a_H < 1, 0 < a_L < 1$ , 一次迭代模型与对角线  $x_{n+1} = x_n$  的交点即为稳定不动点.

如图 6(a) 所示, 当  $b_H \leq 0, b_L < 0$ , 即  $R \in [1.50 \Omega, 1.86 \Omega]$  和  $v_{in} \in [7.00 \text{ V}, 10.16 \text{ V}]$  时, 一次迭代模型与对角线  $x_{n+1} = x_n$  仅在  $R_H$  区域内存在一个交点  $x_H = b_H / (1 - a_H) < 0$ , 即 PT 控制 DCM Buck 变换器工作在脉冲序列组合为  $1P_H$  的周期 1.

如图 6(b) 所示, 当  $b_H > 0, b_L < 0$ , 即  $R \in [1.86 \Omega, 7.44 \Omega]$  和  $v_{in} \in [10.16 \text{ V}, 17.20 \text{ V}]$  时, 一次迭代模型与对角线  $x_{n+1} = x_n$  没有交点, 即 PT 控制 DCM Buck 变换器工作在非周期 1.

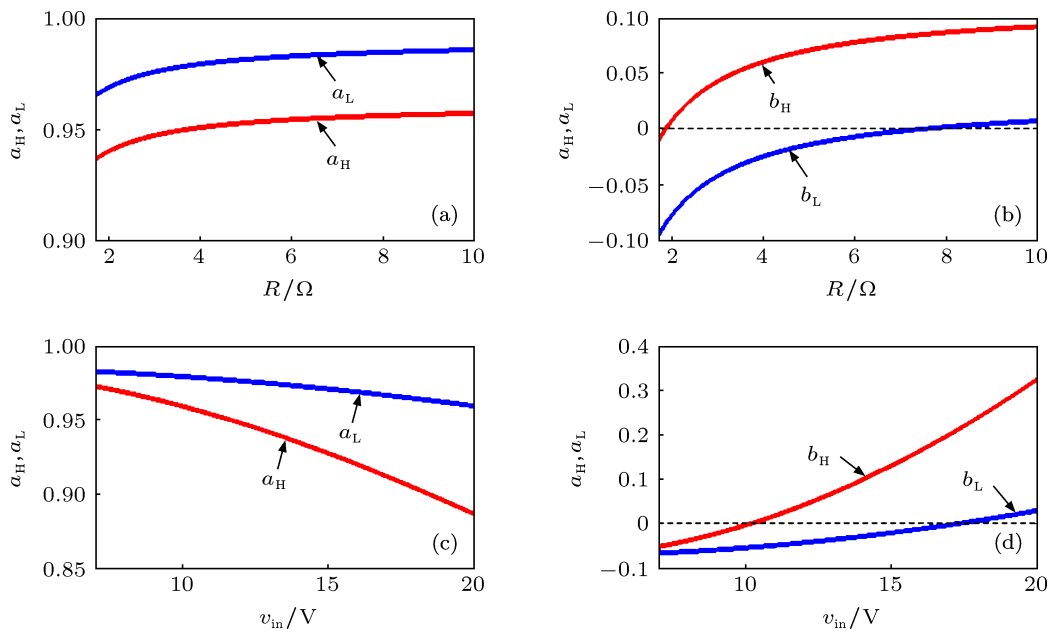


图 5 离散迭代标准模型参数  $a_H, a_L, b_H$  和  $b_L$  随负载电阻  $R$  和输入电压  $v_{in}$  变化时的变化趋势 (a)  $a_H$  和  $a_L$  随  $R$  变化时的变化趋势; (b)  $b_H$  和  $b_L$  随  $R$  变化时的变化趋势; (c)  $a_H$  和  $a_L$  随  $v_{in}$  变化时的变化趋势; (d)  $b_H$  和  $b_L$  随  $v_{in}$  变化时的变化趋势

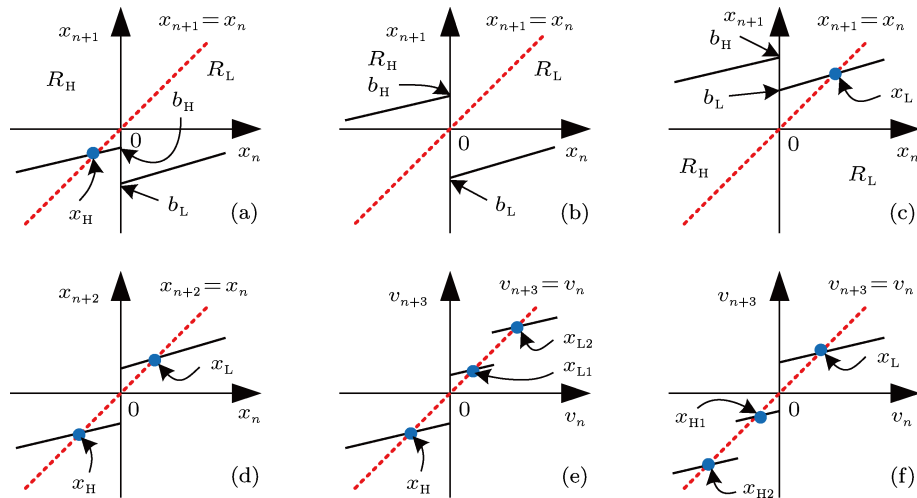


图 6 各周期态迭代模型 (a)  $b_H \leq 0$  且  $b_L < 0$ , 脉冲序列组合为  $1P_H$  的周期 1, 存在一个稳定不动点  $x_H$ ; (b)  $b_H > 0$  且  $b_L < 0$ , 非周期 1, 无稳定不动点; (c)  $b_H > 0$  且  $b_L \geq 0$ , 脉冲序列组合为  $1P_L$  的周期 1, 存在一个稳定不动点  $x_L$ ; (d) 周期 2, 存在两个稳定不动点  $x_H$  和  $x_L$ ; (e) 脉冲序列组合为  $1P_H - 2P_L$  的周期 3, 存在三个稳定不动点  $x_H, x_{L1}$  和  $x_{L2}$ ; (f) 脉冲序列组合为  $2P_H - 1P_L$  的周期 3, 存在三个稳定不动点  $x_{H1}, x_{H2}$  和  $x_L$

如图 6(c) 所示, 当  $b_H > 0, b_L > 0$ , 即  $R \in [7.44 \Omega, 8.00 \Omega]$  和  $v_{in} \in [17.20 \text{ V}, 20.00 \text{ V}]$  时, 一次迭代模型与对角线  $x_{n+1} = x_n$  仅在  $R_L$  区域内存在一个交点  $x_L = b_L / (1 - a_L) > 0$ , 即 PT 控制 DCM Buck 变换器工作在脉冲序列组合为  $1P_L$  的周期 1.

如图 6(d) 所示为 PT 控制 DCM Buck 变换器输出电压二次迭代模型. PT 控制 DCM Buck 变换器工作在周期 2 时, 控制脉冲组合方式仅有一种, 即  $1P_H - 1P_L$ . 此时, 二次迭代模型与对角线  $x_{n+1} = x_n$  在  $R_H$  和  $R_L$  区域内分别存在一个交点,  $x_H = (a_L b_H + b_L) / (1 - a_H a_L) < 0$  和  $x_L = (a_H b_L + b_H) / (1 - a_H a_L) > 0$ . 由此可得, 周期 2 的参数范围为

$$a_L b_H + b_L < 0, \quad a_H b_L + b_H > 0.$$

将上面的电路参数代入可得, 当  $v_{in} = 12 \text{ V}$ ,  $R \in [2.93 \Omega, 3.04 \Omega]$ , 或  $R = 3 \Omega$ ,  $v_{in} \in [11.97 \text{ V}, 12.08 \text{ V}]$  时, PT 控制 DCM Buck 变换器工作在周期 2.

如图 6(e), (f) 所示为 PT 控制 DCM Buck 变换器输出电压的三次迭代模型. PT 控制 DCM Buck 变换器工作在周期 3 时, 控制脉冲组合方式有两种, 即  $1P_H - 2P_L$  和  $2P_H - 1P_L$ . 此时, 三次迭代模型与对角线  $x_{n+1} = x_n$  存在三个交点. 以脉冲序列组合为  $1P_H - 2P_L$  的周期 3 为例,  $R_H$  区域内存在一个稳定不动点  $x_H$ ;  $R_L$  区域内存在两个稳定不动点  $x_H, x_{L1}$

和  $x_{L2}$  可分别表示为

$$\begin{aligned} x_H &= (a_L^2 b_H + a_L b_L + b_L) / (1 - a_H a_L^2), \\ x_{L1} &= (a_H a_L b_L + a_L b_H + b_L) / (1 - a_H a_L^2), \\ x_{L2} &= (a_H a_L b_H + a_H b_L + b_H) / (1 - a_H a_L^2). \end{aligned}$$

且  $x_H, x_{L1}$  和  $x_{L2}$  分别满足  $x_H \in [-(a_H b_H + b_H) / a_H^2, 0]$ ,  $x_{L1} \in [0, -b_L / a_L]$  和  $x_{L2} \in [-b_L / a_L, -(a_L b_H + b_L) / a_H a_L]$ , 由此可得, 脉冲序列组合为  $1P_H - 2P_L$  的周期 3 的参数范围为

$$\begin{aligned} a_L^2 b_H + a_L b_L + b_L &< 0, \\ a_H a_L b_L + a_L b_H + b_L &> 0. \end{aligned}$$

同理可得脉冲序列组合为  $2P_H - 1P_L$  的周期 3 的参数范围为

$$\begin{aligned} a_H a_L b_L + a_H b_L + b_H &< 0, \\ a_H^2 b_L + a_H b_H + b_H &> 0. \end{aligned}$$

### 3.3 基于脉冲序列组合规律的周期态参数估计

采用类似的方法, 将以上参数估计方法推广到周期  $m$ . 对于已知脉冲序列组合的周期  $m (m = \mu_H + \mu_L)$ , 其相应的  $m$  次离散迭代模型可表示为

$$x_{n+k} = \begin{cases} F(\dots(F_H(F_L(x_n)))) = a_H^{\mu_H} a_L^{\mu_L} x_n + \xi_1, & x_n \leq 0, \\ F(\dots(F_L(F_H(x_n)))) = a_H^{\mu_H} a_L^{\mu_L} x_n + \xi_2, & x_n > 0, \end{cases} \quad (23)$$

其中,  $F(\cdot) = F_H(\cdot)$  表示高功率脉冲周期作为有效控制脉冲时的离散迭代标准模型;  $F(\cdot) = F_L(\cdot)$  表示低功率脉冲周期作为有效控制脉冲时的离散迭代标准模型.  $\xi_1$  和  $\xi_2$  分别为

$$\begin{aligned} \xi_1 &= a_H^{\mu_H - 1} a_L^{\mu_L} b_H + a_H^{\mu_H - 1} a_L^{\mu_L - 1} b_L + \dots, \\ \xi_2 &= a_H^{\mu_H} a_L^{\mu_L - 1} b_L + a_H^{\mu_H - 1} a_L^{\mu_L - 1} b_H + \dots \end{aligned}$$

可见,  $\xi_1$  和  $\xi_2$  的前两项是固定的, 其他的项与控制脉冲组合方式有关. 由 (23) 式可得该周期  $m$  的两个稳定不动点分别为 [8,17]

$$\begin{aligned} x_H &= \frac{\xi_1}{1 - a_H^{\mu_H} a_L^{\mu_L}}, \\ x_L &= \frac{\xi_2}{1 - a_H^{\mu_H} a_L^{\mu_L}}. \end{aligned}$$

由  $x_H \leq 0, x_L > 0$  和  $0 < 1 - a_H^{\mu_H} a_L^{\mu_L} < 1$  可得, 该周

期  $m$  的参数范围为

$$\xi_1 \leq 0, \quad \xi_2 > 0. \quad (24)$$

### 3.4 脉冲序列控制 DCM Buck 变换器多周期参数分布

如图 7 所示为 PT 控制 DCM Buck 变换器的多周期参数分布图, 颜色越浅表示该参数条件时控制脉冲循环周期越短.

由图 7(a) 可见, 当  $v_{in} = 12 \text{ V}$  时, 在  $R \in [1.50 \Omega, 1.86 \Omega]$  和  $R \in [1.86 \Omega, 7.44 \Omega]$  的参数范围内, 以及当  $R = 3 \Omega$  时, 在  $v_{in} \in [7.00 \text{ V}, 10.16 \text{ V}]$  和  $v_{in} \in [10.16 \text{ V}, 17.20 \text{ V}]$  的参数范围内, PT 控制 DCM Buck 变换器工作在周期 1.

由图 7(b) 可见, 当  $v_{in} = 12 \text{ V}$  时, 在  $R \in$

[2.93 Ω, 3.04 Ω] 的参数范围内, 以及当  $R = 3 \Omega$  时, 在  $v_{in} \in [11.97 \text{ V}, 12.08 \text{ V}]$  的参数范围内, PT 控制 DCM Buck 变换器工作在周期 2. 这与上文理论分析结果相符, 证明了理论分析的正确性.

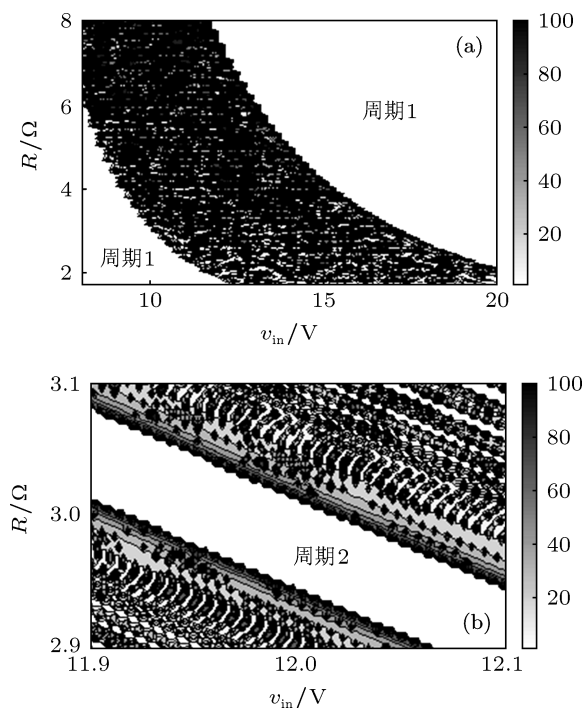


图 7 PT 控制 DCM Buck 变换器多周期参数分布图, (b) 为 (a) 的放大图

另外, 由图 7 可知, PT 控制开关变换器对参数变化非常敏感, 电路参数的微小变化就会引起变换器周期态的改变. 在实际电路应用中, 功率开关管、二极管、电感和输出滤波电容等元器件所存在的寄生参数均会影响变换器的工作状态, 因此很难通过参数设计使 PT 控制开关变换器工作在特定的周期态.

#### 4 基于脉冲序列组合规律的脉冲序列控制开关变换器纹波分析

依然采用上面的电路参数, 如图 8 所示为 PT 控制 DCM Buck 变换器的输出电压纹波随负载电阻、输入电压变化的曲线.

由图 8 可知, PT 控制 DCM Buck 变换器的输出电压纹波在周期 2 时最小; 电路参数的微小变化引起变换器周期态改变的同时, 也会引起输出电压纹波的大幅度变化. 因此, 本节对 PT 控制开关变换器输出电压纹波的研究不针对某特定周期态, 而是分析得到 PT 控制开关变换器输出电压纹波的范围, 以指导实际电路设计.

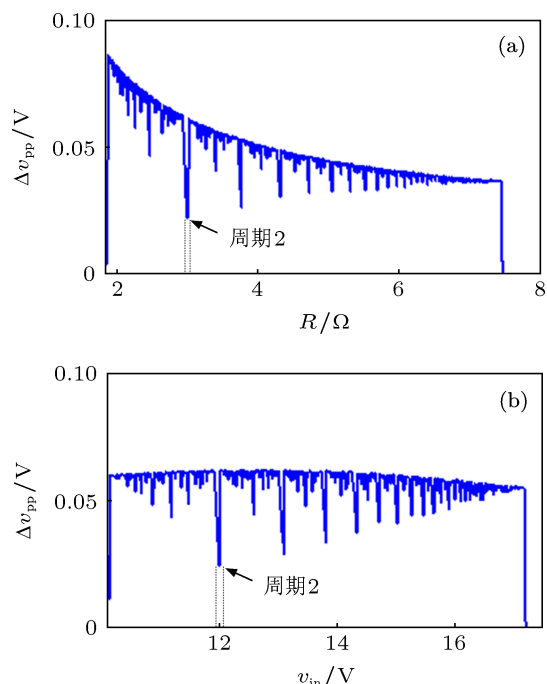


图 8 PT 控制 DCM Buck 变换器输出电压纹波  $\Delta v_{pp}$  (a)  $\Delta v_{pp}$  随负载电阻  $R$  变化趋势; (b)  $\Delta v_{pp}$  随输入电压  $v_{in}$  变化趋势

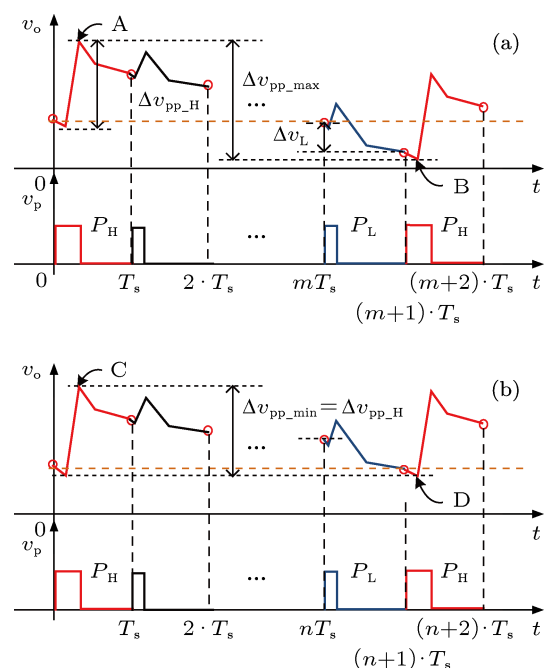


图 9 PT 控制 DCM Buck 变换器输出电压纹波极限情况 (a) 输出电压纹波最大的情况; (b) 输出电压纹波最小的情况

如图 9 所示为 PT 控制 DCM Buck 变换器的输出电压纹波可能出现的最大和最小的情况. 如图 9(a) 所示为输出电压纹波最大的情况, 设  $t = 0$  时刻高功率脉冲作为有效控制脉冲, 且此时输出电压  $v_o = V_{ref}$ . 在该开关周期内, 输出电压在 A 点达到最大值; 无论  $[T_s, m \cdot T_s]$  时间段内经过多少高、低功率脉冲周期, 第  $(m+1) \cdot T_s$  个开关周期为低功率

脉冲周期, 且该开关周期起始时刻的输出电压为  $v_o = V_{ref}$ . 在第  $(m+2) \cdot T_s$  个开关周期内输出电压在 B 点达到最小值. 此时输出电压纹波  $\Delta v_{pp\_max}$  为

$$\Delta v_{pp\_max} = \Delta v_{pp\_H} + |\Delta v_L|.$$

其中,  $\Delta v_{pp\_H}$  为高功率脉冲周期输出电压峰峰值.

如图 9(b) 所示为输出电压纹波最小的情况, 依然设  $t = 0$  时刻输出电压  $v_o = V_{ref}$ , 高功率脉冲作为有效控制脉冲, 输出电压在 C 点达到最大值; 不管  $[T_s, n \cdot T_s]$  时间段内经过多少高、低功率脉冲周期, 第  $(n+1) \cdot T_s$  个开关周期为低功率脉冲周期, 且该开关周期结束时刻的输出电压为  $v_o = V_{ref}$ . 在第  $(n+2) \cdot T_s$  个开关周期内输出电压在 D 点达到最小值. 此时输出电压纹波  $\Delta v_{pp\_min}$  为

$$\Delta v_{pp\_min} = \Delta v_{pp\_H}.$$

因此在实际设计中, 只需保证输出电压纹波范围  $[\Delta v_{pp\_min}, \Delta v_{pp\_max}]$  满足设计要求.

## 5 结论

PT 控制开关变换器的控制脉冲序列组合规律决定了 PT 控制开关变换器的稳态性能. 本文利用连分数展开的思想, 研究了 PT 控制的控制脉冲序列组合规律, 得到了确定控制脉冲序列组合规律的算法. 基于该规律算法, 研究了 PT 控制的多周期态参数估计和多周期分布; 定量分析了 PT 控制开关变换器的输出电压纹波特性. 仿真、实验结果证明了本文研究的正确性. 研究结果有助于更加深入的理解 PT 控制开关变换器和指导工业设计.

- [1] Telefus M, Shteynberg A, Ferdowski M, Emadi A 2004 *IEEE Trans. Power Electron.* **19** 3
- [2] Ferdowski M, Emadi A, Telefus M, Shteynberg A 2005 *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* **41** 1
- [3] Ferdowski M, Emadi A, Telefus M, Shteynberg A 2005 *IEEE Trans. Power Electron.* **20** 4
- [4] Khaligh A, Emadi A 2006 *IEEE Veh. Power Propul. Conf. (VPPC)* Windsor, United kingdom, Sep, 2006 p1
- [5] Khaligh A, Emadi A 2006 *IEEE 1st Conf. Indust. Elect. Applic. (ICIEA)* Singapore, Singapore, May, 2006 p1
- [6] Khaligh A, Rahimi A M, Emadi A 2007 *IEEE Trans. Veh. Technol.* **56** 4
- [7] Qin M, Xu J P, Zhou G H, Mu Q B 2009 *IEEE 4th Conf. Indust. Elect. Applic. (ICIEA)* Xi'an, China, May, 2009 p2924
- [8] Sha J, Bao B C, Xu J P, Gao Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 12 (in Chinese) [沙金, 包伯成, 许建平, 高玉 2012 物理学报 **61** 12]
- [9] Hua L G 1975 *Introduction to the Theory of Numbers* (Beijing: Science Publishing House) p15 (in Chinese) [华罗庚 1975 数论导引 (北京: 科学出版社) 第 15 页]
- [10] Hincen, Alexandr Jakovlevic 1965 *Continued Fraction* (Shanghai: Scientific and Technical Publishers) p53 (in Chinese) [辛钦 1965 连分数 (上海: 科学技术出版社) 第 53 页]
- [11] Wang F Q, Ma X K 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 7 (in Chinese) [王发强, 马西奎 2011 物理学报 **60** 7]
- [12] Xie L L, Gong R X, Zhuo H Z, Ma X H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 058401 (in Chinese) [谢玲玲, 龚仁喜, 卓浩泽, 马献花 2012 物理学报 **61** 058401]
- [13] Yang N N, Liu C X, Wu C J 2012 *Chin. Phys. B* **21** 8
- [14] Banerjee S, Ranjan P, Grebogi C 2000 *IEEE Trans. Circuits Syst. I.* **47** 5
- [15] Kapat S, Banerjee S, Patra A 2010 *IEEE Trans. Circuits Syst. I.* **57** 7
- [16] Wang J P, Bao B C, Xu J P, Zhou G H, Hu W 2012 *IEEE Trans. Ind. Electron.* **60** 5
- [17] Jain P, Banerjee S 2003 *Int. J. Bifurcat. Chaos.* **13** 11
- [18] Zhou G H, Bao B C, Xu J P, Jin Y Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 5
- [19] Yang P, Bao B C, Sha J, Xu J P 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 010504 (in Chinese) [杨平, 包伯成, 沙金, 许建平 2013 物理学报 **62** 010504]
- [20] Yang P, Xu J P, He S Z, Bao B C 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 160501 (in Chinese) [杨平, 许建平, 何圣仲, 包伯成 2013 物理学报 **62** 160501]

# Study on control pulse combination of pulse train controlled switching converter and its multi-periodicity analysis\*

Sha Jin Xu Jian-Ping<sup>†</sup>

1) (Key Laboratory of Magnetic Suspension Technology and Maglev Vehicle, Ministry of Education, School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

(Received 17 June 2013; revised manuscript received 6 August 2013)

## Abstract

Pulse train control technique is realized through the output voltage regulation of switching dc-dc converter by adjusting the control pulse combination of high-power and low-power control pulses in a control pulse repetition cycle. Once the circuit parameters are determined, the control pulse combination is fixed. The control pulse combination directly affects the steady-state performances of pulse train (PT) controller. In this paper, the control pulse combination of PT control technique is studied by using the continued fraction technique. A one-dimensional normal form of discrete-time map of PT controlled buck converter operating in discontinuous conduction mode is also established in which the steady state performances, such as parameter evaluation of multi-periodicities and output voltage ripple of PT controlled DCM buck converter, are analyzed. The simulation result, experimental result, and the results in the literature are in accordance with the theoretical analysis. This investigation is helpful to obtain a deeper understanding of PT control technique.

**Keywords:** pulse train, control pulse combination, output voltage ripple

**PACS:** 84.30.Jc

**DOI:** 10.7498/aps.62.218402

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51177140), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (Grant 2682013ZT20).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: jpxu-swjtu@163.com