

考虑司机扰动风险偏好异质的跟驰模型<sup>\*</sup>曾友志<sup>†</sup> 张宁 刘利娟

(北京航空航天大学经济管理学院, 北京 100083)

(2013年10月20日收到; 2013年11月12日收到修改稿)

基于优化速度模型, 考虑司机扰动风险偏好异质的影响, 提出了扩展模型. 通过线性稳定性分析, 得到了扩展模型的稳定性条件, 表明前车司机扰动风险偏好系数相对跟驰车司机扰动风险偏好系数越小, 扩展模型稳定区域越大. 通过非线性分析获得了不稳定区域下的扭结-反扭结密度波. 数值仿真也表明两者比值越小, 越有利于初始稳态车流抑制扰动的传播和交通堵塞的形成. 这为减少交通堵塞提供了一个可行的思路, 比如按照司机扰动风险偏好系数相对大小由小到大进行排队形成车队行驶等.

**关键词:** 交通堵塞, 跟驰模型, 司机异质, 扰动风险偏好

**PACS:** 89.40.-a, 45.70.Vn, 05.45.-a

**DOI:** 10.7498/aps.63.068901

## 1 引言

在现代社会, 交通堵塞已成为社会生活中亟待解决的严重问题. 交通堵塞是车辆交通流复杂性的一个重要特征, 加强对交通流的研究是解决交通堵塞的有效措施之一. 现代交通流理论根据研究的层次, 分为宏观、中观与微观交通流理论, 微观交通流理论主要包括跟驰模型和元胞自动机模型. 跟驰模型中的优化速度模型由于其良好的交通物理以及数学特征获得了更多的关注, 也是目前交通流理论的研究热点之一. 1961年, Newell<sup>[1]</sup>提出了一个含驾驶员反应延误的跟驰模型, 最先定义了优化速度函数. 在此之后优化速度跟驰模型一直没有大的发展, 直至1995年Bando等<sup>[2]</sup>提出了优化速度(OV)模型, 此后国内外许多学者基于此模型分别提出了改进的优化速度模型<sup>[3–19]</sup>. Nagatani<sup>[3]</sup>提出了考虑本车车间距与前车车间距信息的跟驰模型, 对交通流稳定性问题进行了研究. Helbing和Tilch<sup>[4]</sup>使用实测交通数据对OV模型进行了参数识别, 发现该模型加速度过大, 减速度也不合理, 会出现撞车现象, 从而提出了考虑本车车间距、本车速度与当本车速度大于最相邻前车速度时考虑

两车相对速度的广义力(GF)模型. 姜锐等<sup>[5,6]</sup>用GF模型研究了静止车队的启动过程后发现该模型的启动波速过小, 从而提出了考虑本车车间距、本车与最近前邻车速度差以及本车速度的全速度差(FVD)模型. 薛郁等<sup>[7–9]</sup>提出了类似模型. FVD模型比较全面地考虑了车辆运动规律的常见影响因素, 可以比较好地解释交通堵塞、疏导、幽灵塞车、时走时停等车流现象, 因此, 国内的许多模型都以此为基础, 开展了许多相关研究<sup>[10–18]</sup>. 彭光含等<sup>[10–13]</sup>提出了基于FVD模型的考虑双前车信息影响的双车跟驰模型以及考虑前 $m$ 辆相邻车影响的向前看多辆前车的跟驰模型. 王涛等<sup>[14]</sup>基于FVD模型提出了考虑前 $m$ 辆相邻车车间距速度差的多速度差(MVD)模型, 与文献<sup>[11–13]</sup>不同的是, 文献<sup>[14]</sup>仅考虑本车车头距, 没考虑更多前车车头距. 袁娜和化存才<sup>[15]</sup>对MVD模型进行了非线性分析, 得到了该模型稳定区域内描述交通流密度波的Burgess方程, 亚稳定区域内描述车头间距的Korteweg-de Vries (KdV)方程与不稳定区域内描述车头间距的mKdV方程.

综上所述, 目前的交通流跟驰模型考虑的常见因素是跟驰车或多辆前邻车的车间距、相对速度与

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 70971003)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: [simon.zen@163.com](mailto:simon.zen@163.com)

跟驰车速度, 忽略了一些重要影响因素, 比如司机间的异质, 具体如司机扰动风险偏好异质等, 道路情况异质以及车辆性能异质等. 一些学者对此提出了改进. 孙棣华和田川<sup>[16]</sup>考虑了司机的预估效应对车流的影响, 提出了改进模型, 得出考虑司机的预估效应能有效抑制交通阻塞形成的结论. 钟益萍等<sup>[17]</sup>基于模糊推理的跟驰模型引入期望车头时距, 建立改进模型, 结果表明改进模型能准确描述不同类型司机的跟驰行为及差异. 张立东等<sup>[18]</sup>建立了弯道跟驰模型, 得到了弯道道路随着道路弧度增大, 交通流稳定性逐渐降低的结论. 何兆成和孙文博<sup>[19]</sup>基于OV模型, 提出了考虑横向分离和超车期望的跟驰模型, 研究表明在交通密度较大、运行缓慢的交通区域, 为了抑制交通堵塞, 应限制车辆的横向偏移和超车行为的发生. 本文基于OV模型, 考虑司机扰动风险偏好异质对车流稳定性的影响, 提出扰动风险偏好(DRPOV)模型; 通过线性稳定性分析, 研究扩展模型的稳定性条件; 通过非线性分析, 分析不稳定区域下的扭结-反扭结密度波; 通过数值仿真, 研究扩展模型的相关性质; 最后, 提出增强交通流稳定性、减少交通阻塞的一个可行思路.

## 2 模型的提出

对于不考虑司机之间的异质这一跟驰模型基本假设, 现实情况是, 交通流是由单个车辆组成的复杂系统, 司机的行为对于交通流的运行具有很大的影响, 而司机的行为不可能完全相同, 因此研究驾驶司机的异质性具有重要的理论与现实意义. 本文基于OV模型, 研究司机扰动风险偏好异质对车流稳定性的影响.

1961年Newell<sup>[1]</sup>提出的跟驰模型最先定义了优化速度函数, 模型控制方程为

$$v_n(t+T) = V(\Delta x_n(t)), \quad (1)$$

其中 $T$ 为司机反应延迟,  $V(\cdot)$ 为优化速度函数, 单调递增有上界,  $\Delta x_n(t) = x_{n+1}(t) - x_n(t)$ ,  $x_{n+1}(t)$ 和 $x_n(t)$ 分别为前车第 $n+1$ 辆车与跟驰车第 $n$ 辆车 $t$ 时刻的位置. 该模型优化速度函数为

$$V(\Delta x_n(t)) = v_{\max} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{c}{v_{\max}} \Delta x_n(t) - d \right) \right]. \quad (2)$$

1995年Bando等<sup>[2]</sup>提出了OV模型, 模型的控制方程为

$$a_n(t) = a[V(\Delta x_n(t)) - v_n(t)], \quad (3)$$

其中,  $a_n(t)$ 为跟驰车在 $t$ 时刻的加速度,  $a$ 为敏感系数. OV模型中, 优化速度函数为

$$V(\Delta x_n(t)) = \frac{v_{\max}}{2} [\tanh(\Delta x_n(t) - h_c) + \tanh(h_c)], \quad (4)$$

其中,  $v_{\max}$ 是车辆行驶的最大速度,  $h_c$ 为车辆间的安全距离. (4)式存在拐点, 这点Newell模型优化函数不具备, 这也是OV模型受到更为广泛研究的原因之一.

目前的跟驰模型较少考虑司机扰动风险偏好异质对交通流稳定性的影响, 对此, 本文提出扩展模型. 先做以下定义与假设.

**定义1**  $D_t$ : 发生在 $t$ 时刻对车流的扰动. 扰动风险偏好: 指司机对于扰动的反应程度, 可用扰动风险偏好系数表示. 扰动距离: 车辆位置由于扰动而发生的变化距离. 扰动风险偏好异质: 指对于同一扰动, 不同司机会做出不同程度的反应, 从而表现出不同的扰动距离. 扰动风险偏好系数: 指扰动对司机造成的扰动距离相对于扰动对风险中性者司机造成的扰动距离的倍数, 用 $\beta_{n,D_t}$ 表示.

### 假设1

按扰动风险偏好类型将司机分为三类: 偏好者、中性者、厌恶者, 各类型司机人数概率分布呈正态分布. 轻度偏好者、中性者、轻度厌恶者所占人数为大多数.

### 假设2

$\beta_{n,D_t}$ 取值: 1) 若司机为扰动风险偏好者,  $\beta_{n,D_t} > 1$ ; 2) 若司机为扰动风险中性者,  $\beta_{n,D_t} = 1$ ; 3) 若司机为扰动风险厌恶者,  $0 \leq \beta_{n,D_t} < 1$ . 出于安全考虑取 $\max \beta_{n,D_t} = h_c/y_n^m(t, 1)$ , 其中 $h_c$ 为行车时的安全距离, 即 $\beta_{n,D_t} \in [0, h_c/y_n^m(t, 1)]$ . 具体轻重度偏好者、轻重度厌恶者 $\beta_{n,D_t}$ 的更详细的赋值以及各类司机所占人数的概率分布对交通流稳定性的影响, 将另文研究.

**定义2**  $y_n^m(t, 1)$ : 扰动风险偏好中性者的扰动距离, 可以通过实际调查获得, 上标 $m$ 表示扰动风险中性, 1表示其扰动风险偏好系数值即 $\beta_{n,D_t}^m = 1$ .  $y_n(t, \beta_{n,D_t})$ : 司机对于该扰动的反应距离, 由公式 $y_n(t, \beta_{n,D_t}) = \beta_{n,D_t} y_n^m(t, 1)$ 计算. 基于现实驾驶, 跟驰行驶中不会出现车辆倒

退的情况, 即  $y_n(t, \beta_{n,D_t}) \geq 0$ , 结合假设2可得  $0 \leq y_n(t, \beta_{n,D_t}) = \beta_{n,D_t} y_n^m(t, 1) \leq h_c$ .

**模型的提出** 提出本文的扩展模型即扰动风险偏好异质模型, 简称为DRPOV模型:

$$a_n(t, \beta_{n,D_t}) = a[V(\Delta x_n(t, \beta_{n,D_t})) - v_n(t, \beta_{n,D_t})], \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Delta x_n(t, \beta_{n,D_t}) &= x_{n+1}(t, \beta_{n+1,D_t}) - x_n(t, \beta_{n,D_t}) \\ &= b + \Delta y_n(t, \beta_{n,D_t}) \\ &= b + \beta_{n+1,D_t} y_{n+1}^m(t, 1) - \beta_{n,D_t} y_n^m(t, 1), \end{aligned} \quad (6)$$

当跟驰车与前车的司机都是扰动风险偏好中性者即  $\beta_{n,D_t} = 1$ ,  $\beta_{n+1,D_t} = 1$  时, DRPOV模型为OV模型.

### 3 稳定性分析

假设车队在环形道路上行驶, 初始状态为稳定状态, 车辆车头间距为  $b = L/N$ , 各车以相同速度  $V(b)$  行驶,  $t$  时刻的稳态交通流中每辆车的位置为

$$x_n^0(t) = bn + V(b)t, \quad (7)$$

受扰动  $D_t$  后的位置变为

$$\begin{aligned} x_n(t, \beta_{n,D_t}) &= x_n^0(t) + y_n(t, \beta_{n,D_t}) \\ &= x_n^0(t) + \beta_{n,D_t} y_n^m(t, 1) \\ &= bn + V(b)t + \beta_{n,D_t} y_n^m(t, 1), \end{aligned} \quad (8)$$

得:

$$\begin{aligned} &dy_n(t, \beta_{n,D_t})/dt \\ &= dx_n(t, \beta_{n,D_t})/dt - dx_n^0(t)/dt, \quad (9) \\ &a_n(t, \beta_{n,D_t}) \\ &= d^2 x_n(t, \beta_{n,D_t})/dt^2 \\ &= d^2 y_n(t, \beta_{n,D_t})/dt^2. \end{aligned} \quad (10)$$

将(6), (9), (10)式代入(5)式并做一阶泰勒展开可得:

$$\begin{aligned} &d^2 y_n(t, \beta_{n,D_t})/dt^2 \\ &= a[V'(b)\Delta y_n(t, \beta_{n,D_t}) - dy_n(t, \beta_{n,D_t})/dt]. \end{aligned} \quad (11)$$

令:

$$y_n^m(t, 1) = e^{jn\alpha_k + zt}, \quad (12)$$

则

$$\begin{aligned} y_n(t, \beta_{n,D_t}) &= \beta_{n,D_t} e^{jn\alpha_k + zt}, \\ y_{n+1}(t, \beta_{n+1,D_t}) &= \beta_{n+1,D_t} e^{j(n+1)\alpha_k + zt}, \\ \Delta y_n(t, \beta_{n,D_t}) &= (\beta_{n+1,D_t} e^{j\alpha_k} - \beta_{n,D_t}) e^{jn\alpha_k + zt}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$dy_n(t, \beta_{n,D_t})/dt = \beta_{n,D_t} z e^{jn\alpha_k + zt}, \quad (14)$$

$$d^2 y_n(t, \beta_{n,D_t})/dt^2 = \beta_{n,D_t} z^2 e^{jn\alpha_k + zt}. \quad (15)$$

将(13)—(15)式代入(11)式, 化简可得:

$$\begin{aligned} \beta_{n,D_t} z^2 &= a[V'(b)(\beta_{n+1,D_t} e^{j\alpha_k} - \beta_{n,D_t}) \\ &\quad - \beta_{n,D_t} z]. \end{aligned} \quad (16)$$

令  $z = \lambda + jw$ , 由欧拉公式有  $e^{j\alpha_k} = \cos \alpha_k + j \sin \alpha_k$ , 代入(16)式化简得:

$$\begin{aligned} \beta_{n,D_t}(\lambda^2 - w^2) &+ a\beta_{n,D_t}\lambda - aV'(b) \\ &\times (\beta_{n+1,D_t} \cos \alpha_k - \beta_{n,D_t}) + j(2\beta_{n,D_t}\lambda w \\ &+ a\beta_{n,D_t}w - aV'(b)\beta_{n+1,D_t} \sin \alpha_k) = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

令  $\lambda = 0$ , 且虚实部系数为0, 得等式:

$$\begin{aligned} &-w^2\beta_{n,D_t} - aV'(b)(\beta_{n+1,D_t} \cos \alpha_k - \beta_{n,D_t}) \\ &= 0, \end{aligned} \quad (18)$$

$$a\beta_{n,D_t}w - aV'(b)\beta_{n+1,D_t} \sin \alpha_k = 0. \quad (19)$$

由(19)式解得:

$$w = \frac{V'(b)\beta_{n+1,D_t} \sin \alpha_k}{\beta_{n,D_t}}. \quad (20)$$

将(20)式代入(18)式且令  $\alpha_k \rightarrow 0$ , 推导可得相图的中性稳定曲线方程:

$$V'(b) = \frac{a}{2} \frac{\beta_{n,D_t}}{\beta_{n+1,D_t}} \Rightarrow a = 2V'(b) \frac{\beta_{n+1,D_t}}{\beta_{n,D_t}}, \quad (21)$$

扩展模型对应的稳定性条件为

$$a > 2V'(b) \frac{\beta_{n+1,D_t}}{\beta_{n,D_t}}, \quad (22)$$

由此可见模型稳定区域大小与相邻前后车司机扰动风险偏好系数绝对大小无关, 而取决于两者的比值大小即相对大小 (相对大小即比值大小, 下同). 从文献[2]可知, OV模型的稳定性条件为:  $a > 2V'(b)$ . 对比(22)式可得以下结论.

1)  $\beta_{n+1,D_t}/\beta_{n,D_t} > 1$  时, DRPOV模型稳定域小于OV模型稳定域, 且前车司机扰动风险偏好相对跟驰车司机的扰动风险偏好越大, 扩展模型稳定域越小, 造成扰动在传播中扩大, 不利于抑制交通堵塞与恢复交通流稳定.

2)  $\beta_{n,D_t}/\beta_{n+1,D_t} = 1$  时, 前后车司机扰动风险偏好相等, DRPOV模型与OV模型的稳定域重

合, 但两模型不一定相同, 只有  $\beta_{n,D_t} = \beta_{n+1,D_t} = 1$  时, 两模型才相同.

3)  $\beta_{n+1,D_t}/\beta_{n,D_t} < 1$  时, DRPOV 模型稳定域大于 OV 模型稳定域, 且前车司机的扰动风险偏好相对跟驰车司机的扰动风险偏好越小, 扩展模型的稳定域越大, 扰动在传播时受到抑制, 有利于抑制交通堵塞与恢复交通流的稳定. 这是符合现实的, 越靠前司机的扰动反应距离越小、速度变化越小, 跟驰车为了保持安全距离, 也会尽量减小扰动所造成的扰动距离与速度变化, 使扰动传播得到抑制. 一个极端的情景就是  $\beta_{n,D_t} = 0, n = 1, 2, \dots, N$ , 此时车队对扰动毫无反应, 车队将一直保持稳态行驶.

#### 4 非线性分析

在交通流的不稳定区域、临界点附近对慢变量的变化行为进行研究, 此时密度波呈现扭结-反扭结孤立波形式. 现用微扰法对动力学方程 (5) 进行非线性分析. (5) 式可化为

$$\frac{d^2 \Delta x_n(t, \beta_{n,D_t})}{dt^2} = a \left[ V(\Delta x_{n+1}(t, \beta_{n+1,D_t})) - V(\Delta x_n(t, \beta_{n,D_t})) - \frac{d(\Delta x_n(t, \beta_{n,D_t}))}{dt} \right]. \quad (23)$$

讨论在线性稳定性分析中所得临界点周围的慢变量的变化行为. 在  $(h_c, a_c)$  附近,  $a = a_c$ ,  $\xi = \sqrt{(a_c/a - 1)}$ ,  $0 < \xi \ll 1$ , 且

$$a_c = 2V'\beta_{n+1,D_t}/\beta_{n,D_t}, \quad \xi = \sqrt{(2V'\beta_{n+1,D_t}/a\beta_{n,D_t}) - 1}. \quad (24)$$

定义空间  $n$  和时间  $t$  上的缓变量  $X = \xi(n + bt)$ ,  $T = \xi^3 t$ . 其中  $b$  为待定参数, 且有

$$\Delta x_n(t, \beta_{n,D_t}) = h_c + \xi R(X, T). \quad (25)$$

将 (25) 式代入 (23) 式且做泰勒展开至  $\xi^5$  量级, 得非线性偏微分方程:

$$\begin{aligned} & \xi^2 a(V' - b) \partial_x R + \xi^3 \left[ \frac{a}{2} V' - b^2 \right] \partial_x^2 R \\ & + \xi^4 \left[ \frac{aV'}{6} \partial_x^3 R + \frac{aV'''}{6} \partial_x R^3 - a \partial_T R \right] \\ & + \xi^5 \left[ \frac{aV'}{24} \partial_x^4 R + \frac{aV'''}{12} \partial_x^2 R^3 - 2b \partial_x \partial_T R \right] \\ & = 0, \end{aligned} \quad (26)$$

其中  $V' = dV(\Delta x_n)/d(\Delta x_n)|_{\Delta x_n = h_c}$ ,  $V''' = d^3 V(\Delta x_n)/d(\Delta x_n)^3|_{\Delta x_n = h_c}$ . 令  $b = V'$ , 则可将临界点附近方程 (26) 中的  $\xi$  的 2 次方消除, 且在临界点附近有:

$$\tau_c = \frac{1}{a_c} = \frac{1}{2V'} \frac{\beta_n}{\beta_{n+1}},$$

关系式  $\frac{\tau}{\tau_c} = 1 + \xi^2$ , 令

$$\partial_T \partial_X R = \frac{1}{6} V' \partial_X^4 R + \frac{V'''}{6} \partial_X^2 R^3 + O(\xi),$$

代入 (26) 式, 化简为

$$\begin{aligned} & \partial_T R - r_1 \partial_X^3 R + r_2 \partial_X R^3 \\ & + \xi [r_3 \partial_X^2 R + r_4 \partial_X^2 R^3 + r_5 \partial_X^4 R] = 0, \end{aligned} \quad (27)$$

其中

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{V'}{6}, \quad r_2 = -\frac{V'''}{6}, \quad r_3 = \frac{V'}{2}, \\ r_4 &= -\frac{V'''}{12} \left( 1 - \frac{4V'}{a_c} \right), \\ r_5 &= \frac{(V')^2}{3a_c} - \frac{V'}{24}. \end{aligned}$$

对 (27) 式做如下变化:

$$T' = r_1 T, \quad R = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} R',$$

(27) 式变换为

$$\begin{aligned} & \partial_{T'} R' - \partial_X^3 R' + \partial_X R'^3 + \frac{1}{r_1} \xi \\ & \times \left[ r_5 \partial_X^4 R' + \frac{r_1 r_4}{r_2} \frac{1}{2} \partial_X^2 R'^3 + r_3 \partial_X^2 R' \right] = 0, \end{aligned} \quad (28)$$

忽略  $O(\xi)$  项, (28) 式就是 mKdV 方程, 扭结-反扭结波解为

$$R'_0(X, T') = \sqrt{c} \tanh \sqrt{c/2} (X - cT'). \quad (29)$$

若考虑  $O(\xi)$  项, 且令

$$R'(X, T') = R'_0(X, T') + \xi R'_1(X, T'),$$

为了解得 (29) 式中的传播速度  $c$ ,  $R'_0(X, T')$  需满足:

$$\begin{aligned} (R'_0, M[R'_0]) &= \int_{-\infty}^{\infty} dX R'_0(X, T') M[R'_0(X, T')] \\ &= 0. \end{aligned} \quad (30)$$

通过积分, 得到传播速度为  $c = \frac{5r_2 r_3}{2r_2 r_5 - 3r_1 r_4}$ , 扭结-反扭结波解 (29) 式的振幅为

$$A = \sqrt{-V' \left( \frac{a_c}{a} - 1 \right) \frac{c}{V'''}}, \quad (31)$$



(28) 式 mKdV 的解为

$$R(X, T) = \sqrt{\left[ -\frac{1}{V''' } V' c \right]} \tanh \sqrt{\frac{c}{2}} \left( X - \frac{1}{6} V' c T \right), \quad (32)$$

则车头间距的扭结-反扭结波的解为

$$\begin{aligned} \Delta x_n(t, \beta_{n, D_T}) &= h_c + \sqrt{\left[ -\frac{1}{V''' } \left( \frac{a_c}{a} - 1 \right) V' c \right]} \tanh \sqrt{\frac{c}{2}} \\ &\times \left( X - \frac{1}{6} V' c T \right). \end{aligned} \quad (33)$$

扭结-反扭结波解代表共存相, 共存曲线可以由下等式绘出:

$$\Delta x_n(t, \beta_{n, D_T}) = h_c \pm A. \quad (34)$$

如图 1 所示, 实线为中性稳定曲线, 虚线为对应共存曲线. 交通流演化过程被分为三个部分: 位于共存曲线以上的部分是稳定区域, 在该区域, 小扰动在演化过程中得到有效抑制, 交通流处于稳定状态; 位于共存曲线与中性稳定曲线之间的部分是亚稳态区域, 在该区域, 足够强的扰动将会导致交通阻塞, 而小扰动不会; 位于中性稳定曲线以下的部分为不稳定区域, 即使是小扰动也会演化成时走时停的现象, 出现交通阻塞. 从图 1 中可以看到, 相邻前后司机扰动风险偏好系数比值越小, 扩展模型的不稳定区域以及亚稳定区域明显减小, 稳定区域明显增加, 越有利于抑制交通阻塞. 当然, 随着比值减小到一定程度, 这种效应将不再这么明显.

## 5 数值仿真

为了说明前后司机扰动风险偏好系数比值越小, 越有利于改进模型稳定性的提高, 进行下面的数值模拟. 优化函数取 Bando<sup>[2]</sup> 假设的优化函数:

$$\begin{aligned} V(\Delta x_n) &= \frac{v_{\max}}{2} [\tanh(\Delta x_n - h_c) \\ &+ \tanh(h_c)], \end{aligned} \quad (35)$$

其中  $v_{\max}$  是车辆行驶的最大速度,  $h_c$  是车辆间的安全距离, 仿真时取  $v_{\max} = 2$ ,  $h_c = 2$ . 对 (35) 式求导, 结合 (21), (34) 式及各参数取值仿真可得:

(a) 对于  $\beta_{n+1, D_t} / \beta_{n, D_t} > 1$ , 以  $\beta_{n+1, D_t} / \beta_{n, D_t} = 1.5$  为代表, 即前车司机的扰动风险偏好系数为跟驰车司机的 1.5 倍, 称之为 (a) 情景对应图 1 中 (a) 曲线; (b) 对于  $\beta_{n+1, D_t} / \beta_{n, D_t} = 1$ , 以

$\beta_{n, D_t} = \beta_{n+1, D_t} = 1$  为代表, 此时车队的司机都是扰动风险中性者, 称之为 (b) 情景, 对应图 1 中 (b) 曲线; (c) 对于  $\beta_{n+1, D_t} / \beta_{n, D_t} < 1$ , 以  $\beta_{n+1, D_t} / \beta_{n, D_t} = 0.4$  为代表, 即跟驰车司机的扰动风险偏好系数为前车司机的 2.5 倍, 称之为 (c) 情景, 对应图中 (c) 曲线. 图中比值指  $\beta_{n+1, D_t} / \beta_{n, D_t}$  值. 从图 1 可以明显地看到, 当前车司机扰动风险偏好系数相对于跟驰车司机扰动风险偏好系数越小, DRPOV 模型的稳定区域越大, 交通流越稳定, 对于扰动的抑制摩擦作用越强.

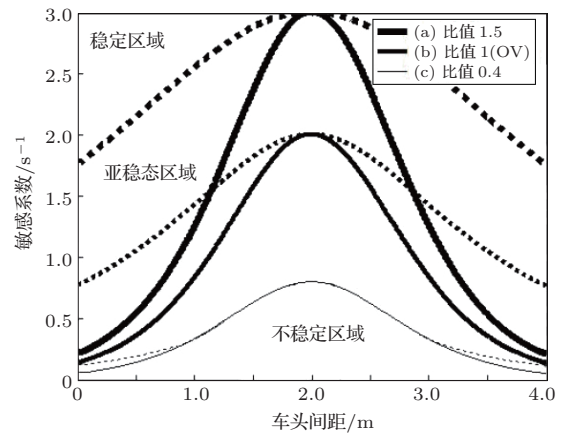


图 1 不同比值情形下的车头间距与敏感系数的相位

另取环路长  $L = 200$  m, 车辆数  $N = 100$ . 使用周期边界条件, 假设车流头车司机为扰动风险中性者即  $\beta_{N, D_t} = 1$ , 若后面车司机扰动风险偏好系数超过系数范围  $\beta_{n, D_t} \in [0, h_c / y_n^m(t, 1)]$ , 则其偏好系数取值为前一司机的扰动风险偏好系数, 依此类推. 在初始稳态时给车流头车一个扰动, 具体为:  $x_N(0) = x_N^0(0) + 0.1$ , 其他车辆初始位置  $x_n(0) = x_n^0(0)$ ,  $n \neq N$ , 各车初始稳态速度  $v_n(0) = 0$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ . 取  $b = L/N = 2$  m,  $a = 1$  s<sup>-1</sup>, 由 (22) 式及各情景扰动风险偏好系数取值可知, 此时扩展模型仅 (c) 取值情景是稳定的, 数值仿真得速度演化图如图 2.

图 2 中 (a), (b), (c) 分别对应图 1 中的扰动风险偏好情景与比值. 从图 2 中可看到在扰动情况下交通流速度的演化过程, 车队在初始稳态受到扰动后, 车辆速度随着扰动的传播而有所变化. 扰动的传播若没有得到有效的抑制, 会被放大, 出现局部车辆密集, 以至形成交通阻塞, 如 (a), (b) 情景. (c) 情景处于稳定区域, 此时对头车施加的小扰动没有被放大, 反而扰动被有效抑制, 车流逐渐趋于稳态. 即相同情况下, 随着前车司机扰动风险偏好相对跟

驰车司机扰动风险偏好越小, 车流初始扰动引起的车辆速度变化幅度越小, 此时车流的稳定性越好, 抗扰动能力越强, 有利于抑制交通阻塞, 增强车流稳定性. 仿真结果与前面线性分析及非线性分析的

结论是一致的. 这为现实中如何更好地进行交通规划与管理, 减少交通堵塞提供了一个可行的思路, 比如按照司机扰动风险偏好系数相对大小由小到大进行排队形成车队行驶等.

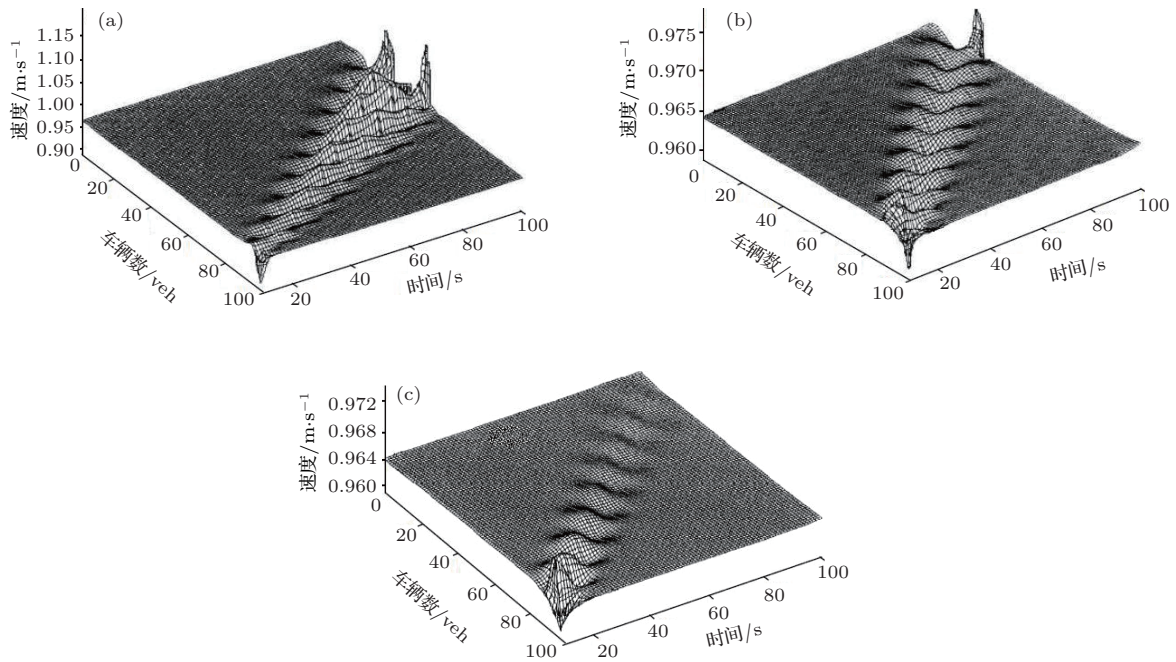


图2 车辆速度-时空分布 (a) 比值 1.5; (b) 比值 1; (c) 比值 0.4

## 6 结 论

本文针对跟驰模型“不考虑不同司机之间差别”这一与现实极为不符的基本假设缺陷, 立足于司机扰动风险偏好异质这一现实, 在OV模型基础上提出了DRPOV模型. 线性稳定性分析推导出了模型的稳定条件, 表明相邻前后车司机扰动风险偏好系数比值越小, 模型的稳定区域越大. 非线性分析获得了不稳定区域下的扭结-反扭结密度波. 仿真结果也表明两者比值越小, 越有利于初始稳态车流对于扰动的抑制与消耗, 抑制交通堵塞的形成, 提高车流的稳定性. 这也是本文的结论, 为增强交通流稳定性、减少交通堵塞提供了一个可行的思路.

## 参考文献

- [1] Newell G F 1961 *Oper. Res.* **9** 209
- [2] Bando M, Hasebe K, Nakayama A, Shibata A, Sugiyama Y 1995 *Phys. Rev. E* **51** 1035
- [3] Nagatani T 1999 *Phys. Rev. E* **60** 6395
- [4] Helbing D, Tilch B 1998 *Phys. Rev. E* **58** 133
- [5] Jiang R, Wu Q S, Zhu Z J 2001 *Phys. Rev. E* **64** 017101

- [6] Jiang R, Wu Q S, Zhu Z J 2000 *Chin. Sci. Bull.* **45** 1895 (in Chinese) [姜锐, 吴清松, 朱祚金 2000 科学通报 **45** 1895]
- [7] Xue Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2750 (in Chinese) [薛郁 2003 物理学报 **52** 2750]
- [8] Xue Y, Dong L Y, Yuan Y W, Dai S Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 492 (in Chinese) [薛郁, 董力耘, 袁以武, 戴世强 2002 物理学报 **51** 492]
- [9] Xue Y 2002 *Chin. Phys. B* **11** 1128
- [10] Peng G H, Sun D H, He H P 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7541 (in Chinese) [彭光含, 孙隽华, 何恒攀 2008 物理学报 **57** 7541]
- [11] Peng G H 2011 *J. Syst. Engineer. Theory & Practice* **31** 569 (in Chinese) [彭光含 2011 系统工程理论与实践 **31** 569]
- [12] Peng G H 2010 *Chin. Phys. B* **19** 056401
- [13] Peng G H, Sun D H 2009 *Chin. Phys. B* **18** 5420
- [14] Wang T, Gao Z Y, Zhao X M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 634 (in Chinese) [王涛, 高自友, 赵小梅 2006 物理学报 **55** 634]
- [15] Yuan N, Hua C C 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 160509 (in Chinese) [袁娜, 化存才 2012 物理学报 **61** 160509]
- [16] Sun D H, Tian C 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 068901 (in Chinese) [孙隽华, 田川 2011 物理学报 **60** 068901]
- [17] Zhong Y P, Zhang C B, Shi Y H 2010 *J. Traffic Information Security* **28** 17 (in Chinese) [钟益萍, 张存保, 石永辉 2010 交通信息与安全 **28** 17]

[18] Zhang L D, Jia L, Zhu W X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 074501 (in Chinese)[张立东, 贾磊, 朱文兴 2012 物理学报 **61** 074501]

[19] He Z C, Su W B 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 108901 (in Chinese)[何兆成, 孙文博 2013 物理学报 **62** 108901]

# A new car-following model considering drivers' heterogeneity of the disturbance risk appetite\*

Zeng You-Zhi<sup>†</sup> Zhang Ning Liu Li-Juan

(School of Economics and Management, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

( Received 20 October 2013; revised manuscript received 12 November 2013 )

## Abstract

Based on the optimal velocity model, with the consideration of the effect of drivers' heterogeneity of the disturbance risk appetite, an extended model is proposed. The linear stable judging condition is obtained for the extended model by its stability analysis, which shows the smaller the ratio of the coefficient of the disturbance risk appetite for the former car driver to that for the following-car driver, the larger the stability area of the extended model is. The kink-antikink density wave is attained in an unstable area of the model by nonlinear analysis. Simulation results also show that the smaller the ratio of the coefficient of the disturbance risk appetite for the former car driver to that for the following-car driver, the better it is for the initial traffic flow to inhibit the disturbance propagation, hinder the formation of traffic jams and restore homeostasis. This paper provides a viable idea to reduce traffic congestion, for example, by forming convoys traveling in order from small to big according to the relative size of drivers' coefficients of the disturbance risk appetite.

**Keywords:** traffic congestion, the car-following model, drivers' heterogeneity, the disturbance risk appetite

**PACS:** 89.40.-a, 45.70.Vn, 05.45.-a

**DOI:** 10.7498/aps.63.068901

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 70971003).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [simon.zen@163.com](mailto:simon.zen@163.com)