

再入过载的匹配渐进展开分析与卸载方法研究*

杜昕 李海阳[†]

(国防科技大学航天科学与工程学院, 长沙 410073)

(2014年5月8日收到; 2014年6月4日收到修改稿)

探月飞船返回地球时将以第二宇宙速度再入地球大气层, 面临极其严苛的气动环境, 因此对于再入气动过载的分析具有重要意义。再入运动方程是一组非线性很强的常微分方程, 数值方法计算量大, 不适用于在线任务。因此, 本文采用一种近似解法对气动过载进行分析。首先, 基于匹配渐进展开方法将再入纵向运动解在大气外层区域与内层区域分别展开, 得到统一形式的闭型近似解, 在此基础上分段求解气动过载, 并与精确解进行对比分析。其次, 利用闭型近似解, 通过当前状态反解虚拟初始条件, 在此基础上提出初次过载峰值的解析预测方法, 并分析了不同条件下预测的相对误差变化规律。最后, 基于过载峰值的解析预测对飞船的初次再入过程进行卸载, 将飞船在再入过程中耗散的总能量进行重新分配, 并通过蒙特卡罗飞行仿真试验验证了卸载方法的有效性。

关键词: 再入气动过载, 匹配渐进展开, 闭型近似解, 卸载

PACS: 04.25.-g, 02.30.Hq, 02.30.Mv, 92.30.Ef

DOI: 10.7498/aps.63.200401

1 引言

气动过载是飞船再入过程中一个非常重要的参数。气动过载过大时, 会对飞船结构及内部器件产生破坏, 甚至威胁航天员的生命安全。我国未来的探月飞船返回地球时, 将以接近第二宇宙速度的高速再入地球大气层, 进行跳跃式再入飞行。与传统的地球轨道再入相比, 跳跃式再入的气动过载显著增大, 过载曲线出现多个峰值^[1]。因此, 需要对跳跃式再入过程的气动过载进行分析, 并给出相应的卸载方法, 保证飞船安全地返回指定着陆点。考虑到船载计算机计算能力的不足, 解析分析是十分必要的。

再入运动方程是一个非线性一阶常微分方程组, 对过载进行解析分析必须首先得到再入方程的解析解。关于非线性微分方程的求解, 国内外已有许多研究成果, 如微分变换法^[2]、Hojman法^[3,4]、混合指数法^[5]、齐次平衡法^[6]以及 Hamilton-Jacobi

方法^[7]等, 这些方法已广泛应用于各类问题的求解^[8–10]。对于再入问题, Chapman^[11], Loh^[12], Mtitelu^[13]等基于不同的假设条件给出了不同的近似解, 但在实际应用中各有其局限性, 难以通用。近年来, 匹配渐进展开方法得到越来越多的应用, 如引力辐射的衰减问题^[14]、黑洞问题^[15,16]、厄尔尼诺-南方涛动大气物理模型问题^[17]等。有学者将其引入到再入问题中进行航程预测及制导^[18–21], 但还没有针对气动过载分析的研究, Lu^[22]给出的卸载方法也难以适用于跳跃式再入情况。本文利用匹配渐进展开方法得到跳跃式再入纵向运动的闭型近似解, 在此基础上分三段求解气动过载, 得到了精度较高的气动过载近似解, 并与精确解进行了对比。提出了基于虚拟初始信息的初次再入过载峰值解析预测方法, 分析了不同条件下预测相对误差的变化规律, 并应用此方法对飞船初次再入过程进行卸载, 蒙特卡罗飞行仿真试验表明: 卸载环节不影响落点精度, 有效降低了初次再入过载峰值, 实现了耗散总能量的重新分配。

* 国家自然科学基金(批准号: 11372345)和国家重点基础研究发展计划(批准号: 2013CB733100)资助的课题。

† 通讯作者。E-mail: lihaiyang@nudt.edu.cn

2 再入运动常微分方程组

假设地球为旋转圆球且大气相对地球静止, 再入运动方程为^[22]

$$\dot{r} = V \sin \gamma, \quad (1)$$

$$\dot{\theta} = \frac{V \cos \gamma \sin \psi}{r \cos \phi}, \quad (2)$$

$$\dot{\phi} = \frac{V \cos \gamma \cos \psi}{r}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -D - g \sin \gamma + \omega^2 r \cos \phi \sin \gamma \cos \phi \\ & - \omega^2 r \cos \phi \cos \gamma \sin \phi \cos \psi, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} V \dot{\gamma} = & L \cos \sigma + \left(\frac{V^2}{r} - g \right) \cos \gamma \\ & + 2\omega V \cos \phi \sin \psi \\ & + \omega^2 r (\cos \phi \cos \gamma \cos \phi \\ & + \cos \phi \sin \gamma \sin \phi \cos \psi), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} V \dot{\psi} = & \frac{L \sin \sigma}{\cos \gamma} + \frac{V^2}{r} \cos \gamma \sin \psi \tan \phi \\ & - 2\omega V (\cos \phi \tan \gamma \cos \psi - \sin \phi) \\ & + \frac{\omega^2 r}{\cos \gamma} \sin \phi \cos \phi \sin \psi, \end{aligned} \quad (6)$$

其中, r 为地心距, θ 为经度, ϕ 为纬度, V 为飞行器速度, γ 为飞行路径角, ψ 为速度方位角 (正北方向为零, 顺时针旋转为正), σ 为滚转角, ω 为地球自转角速度, g 为重力加速度, L 和 D 分别为升力加速度和阻力加速度, 定义为

$$L = \rho V^2 S C_L / (2m), \quad (7)$$

$$D = \rho V^2 S C_D / (2m), \quad (8)$$

其中, ρ 为大气密度, m 为飞船质量, S 为飞船参考迎风面积, C_L 为飞船升力系数, C_D 为阻力系数. 大气密度采用指数模型^[18]:

$$\rho = \rho_{\text{ref}} e^{-(r-r_{\text{ref}})/H}, \quad (9)$$

其中 r_{ref} 为参考地心距, H 为密度标高.

常用的气动过载模型有两个: 法向过载 n_N 与总过载 n_T , 它们的定义如(10)式和(11)式所示, 其中 α 为攻角.

$$n_N = L \cos \alpha + D \sin \alpha, \quad (10)$$

$$n_T = \sqrt{L^2 + D^2}. \quad (11)$$

弹箭类飞行器一般采用法向过载模型, 而飞船或航天飞机等再入飞行器由于其轴、法向都可能产

生较大过载, 因此一般采用总过载模型. 本文采用的是总过载模型.

3 气动过载的匹配渐进展开分析

典型的探月飞船返回再入轨迹如图1所示, 其中再入点参数要在合理的范围内选取^[23], 飞船参数取 crew exploration vehicle (CEV) 参数^[1].

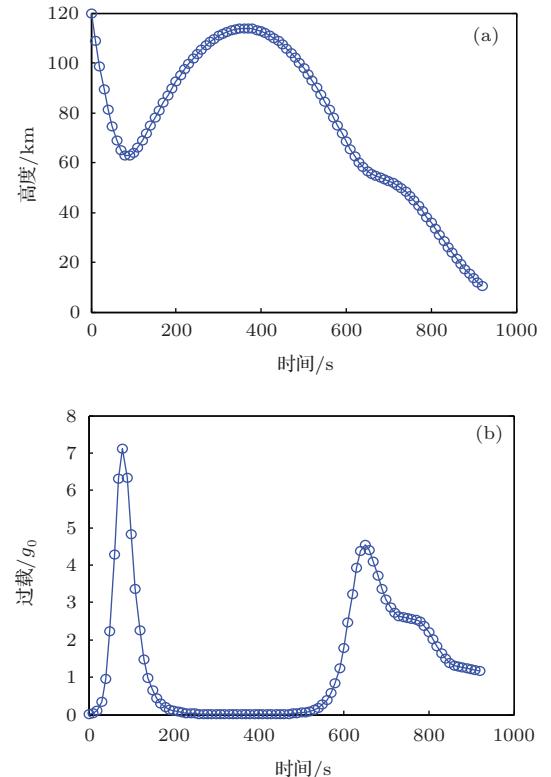


图1 典型探月飞船再入轨迹 (a) 飞行高度曲线;
(b) 气动过载曲线

由图1可以看到, 探月飞船的再入轨迹一般存在起伏, 飞船以第二宇宙速度的高速初次再入地球大气层后, 会跳出大气层进行一段开普勒轨道飞行, 最后再一次再入大气层并着陆. 这样的再入方式称为跳跃式再入. 与传统的直接再入相比, 跳跃式再入的气动过载会出现多次峰值.

忽略地球自转, 做下面无量纲化处理:

$$h = \frac{r - r_{\text{ref}}}{r_{\text{ref}}}, \quad v = \frac{V}{\sqrt{\mu/r_{\text{ref}}}}, \quad (12)$$

其中 μ 为地球引力常数. 定义常数

$$b = \frac{HC_D \rho_{\text{ref}}}{m/S},$$

$$\varepsilon = \frac{H}{r_{\text{ref}}},$$

$$\lambda = \frac{C_L}{C_D} \cos \sigma. \quad (13)$$

由于气动过载只与纵向运动有关, 因此将纵向运动方程改写为以下形式^[18]

$$\frac{dv^2}{dh} = -\frac{2}{(1+h)^2} - \frac{bv^2}{\varepsilon \sin \gamma} e^{-h/\varepsilon}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{d \cos \gamma}{dh} = & -\left[\frac{1}{1+h} - \frac{1}{(1+h)^2 v^2}\right] \cos \gamma \\ & - \frac{\lambda b}{2\varepsilon} e^{-h/\varepsilon}, \end{aligned} \quad (15)$$

当 $h \gg \varepsilon$, 飞船处于大气外层区域, 气动力的作用很小, 轨迹主要由重力决定, 气动力可以看作是摄动项; 当 h 与 ε 的量级相当, 飞船处于大气内层区域, 气动力变为最主要作用力, 重力可以看作是摄动项^[21]. 在这两个区域分别得到解的渐进展开形式.

大气外层区域解展开形式为

$$v^2 = v_0^2(h) + \varepsilon v_1^2(h) + \varepsilon^2 v_2^2(h) + \dots, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \cos \gamma = & \cos \gamma_0(h) + \varepsilon \cos \gamma_1(h) \\ & + \varepsilon^2 \cos \gamma_2(h) + \dots, \end{aligned} \quad (17)$$

$$v_0^2 = v_*^2 - 2h/(1+h), \quad (18)$$

$$\cos \gamma_0 = v_* \cos \gamma_*/[v_0(1+h)], \quad (19)$$

$$v_*^2 = v_i^2 + 2h_i/(1+h_i), \quad (20)$$

$$\cos \gamma_* = (1+h_i)v_i \cos \gamma_i/v_*, \quad (21)$$

其中, 下标 i 代表再入初始条件.

大气内层区域解展开形式为

$$\tilde{v}^2 = \tilde{v}_0^2(\tilde{h}) + \varepsilon \tilde{v}_1^2(\tilde{h}) + \varepsilon^2 \tilde{v}_2^2(\tilde{h}) + \dots, \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \cos \tilde{\gamma} = & \cos \tilde{\gamma}_0(\tilde{h}) + \varepsilon \cos \tilde{\gamma}_1(\tilde{h}) \\ & + \varepsilon^2 \cos \tilde{\gamma}_2(\tilde{h}) + \dots, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\tilde{v}_0^2 = \tilde{C}_* \exp(-2\tilde{\gamma}_0/\lambda), \quad (24)$$

$$\cos \tilde{\gamma}_0 = (\lambda b/2) \exp(-\tilde{h}) + \cos \tilde{\gamma}_*, \quad (25)$$

$$\tilde{C}_* = \tilde{v}_j^2 \exp(2\tilde{\gamma}_j/\lambda), \quad (26)$$

$$\cos \tilde{\gamma}_* = \cos \tilde{\gamma}_j - (\lambda b/2) \exp(-\tilde{h}_j), \quad (27)$$

其中, 下标 j 代表内层解的初始条件.

匹配外层解与内层解的首次项得到

$$v_*^2 = \tilde{C}_* \exp(-2\tilde{\gamma}_*/\lambda), \quad (28)$$

$$\cos \gamma_* = \cos \tilde{\gamma}_*. \quad (29)$$

最终得到统一形式的闭型近似解为:

$$v^2 = -\frac{2h}{1+h} + v_*^2 \exp\left[\frac{-2(\tilde{\gamma} - \tilde{\gamma}_*)}{\lambda}\right], \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \cos \gamma = & v_* \cos \gamma_* [v_*^2(1+h)^2 - 2h(1+h)]^{-0.5} \\ & + \frac{\lambda b}{2} \exp\left(-\frac{h}{\varepsilon}\right), \end{aligned} \quad (31)$$

$$\cos \tilde{\gamma} = \cos \tilde{\gamma}_* + \frac{\lambda b}{2} \exp\left(-\frac{h}{\varepsilon}\right). \quad (32)$$

如果轨迹存在跳跃的情况, 为避免出现 $\cos \tilde{\gamma} > 1$ 的情况, $\tilde{\gamma}_*$ 要通过下式进行计算^[21]:

$$\cos \tilde{\gamma}_* = 1 - \frac{\lambda b}{2} \exp\left(-\frac{h_{\min}}{\varepsilon}\right). \quad (33)$$

在初次再入轨迹的最低点, 有 $\gamma = 0$, 因此可以通过求解(34)式得到初次再入段轨迹最低点的高度 h_{\min} :

$$\begin{aligned} \cos \gamma = 1 = & v_* \cos \gamma_* [v_*^2(1+h_{\min})^2 \\ & - 2h_{\min}(2+h_{\min})]^{-0.5} \\ & + \frac{\lambda b}{2} \exp\left(-\frac{h_{\min}}{\varepsilon}\right). \end{aligned} \quad (34)$$

采用 Newton-Raphson 方法, 选取 60 km 处的 h 作为初值(初次再入的最低点一般在 60 km 附近), 两到三步就可以收敛到极高的精度.

经过 h_{\min} 点之后, 轨迹开始上升, 有

$$\tilde{\gamma}'_* = -\tilde{\gamma}_*. \quad (35)$$

轨迹下降段($\gamma < 0$)与轨迹上升段($\gamma > 0$)的解必须在 $h = h_{\min}$ 处匹配, 由此得到轨迹上升段常数 v'_* , γ'_* 与轨迹下降段常数 v_* , γ_* 的关系式为

$$(v'_*)^2 = v_*^2 \exp(4\tilde{\gamma}_*/\lambda), \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \cos \gamma'_* = & \left[1 - \frac{\lambda b}{2} \exp\left(-\frac{h_{\min}}{\varepsilon}\right)\right] \\ & \times \left[(1+h_{\min})^2 - \frac{2h_{\min}(1+h_{\min})}{(v'_*)^2}\right]^{0.5}. \end{aligned} \quad (37)$$

跳出大气后轨迹最高点的求解与 h_{\min} 的求解方法类似.

因此, 对于跳跃式再入轨迹的气动过载, 可以将其分为三段分别进行求解. 第一段, 从初始点到初次再入轨迹的最低点; 第二段, 从初次再入轨迹的最低点到跳出大气轨迹的最高点; 第三段, 从跳出大气轨迹的最高点到开伞点(开伞高度一般为 10 km).

设初始高度为 120 km, 初始速度为 11000 m/s, 初始飞行路径角为 -6° , 滚转角为 65° , 飞船参数取

CEV参数. 整个过程过载的求解结果如图2—4所示.

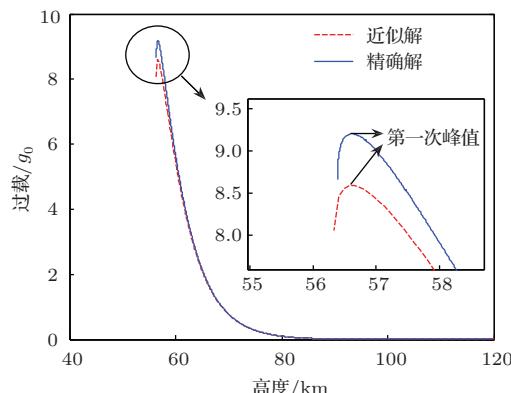


图2 过载近似解与精确解的对比(第一段)

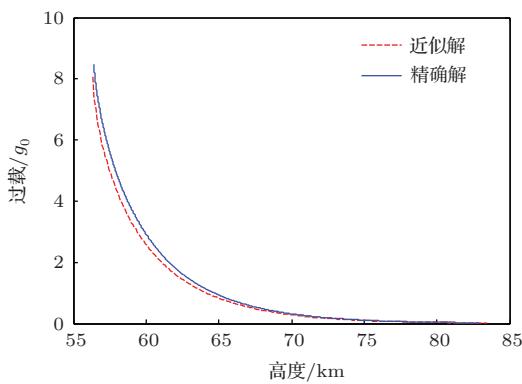


图3 过载近似解与精确解的对比(第二段)

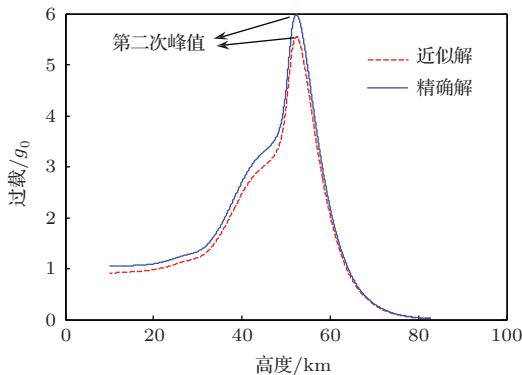


图4 过载近似解与精确解的对比(第三段)

从图2—图4可以看到, 过载在整个再入过程中出现了两次峰值(若第一次跳跃轨迹更高, 还可能出现第二次跳跃, 出现第三次峰值, 分析方法类似). 基于匹配渐进展开方法的近似解变化特性和精确解一致, 近似解的精度总体较高. 绝对误差在高空较小, 在低空较大, 这是因为高空的大气密度很小, 过载本身就很小. 在每一段中, 离初始点越远, 相

对误差越大, 这是由近似解的特性所决定的. 因此, 在第一段中, 初次过载峰值点离初始点很远, 其相对误差较大, 同时由于过载本身数值很大, 因此绝对误差也较大. 第三段中过载峰值处绝对误差较大也是由于相同的原因.

4 再入过程的卸载方法

4.1 初次过载峰值的解析预测

过载最大即意味着阻力加速度 D 最大, 将 D 的表达式对 h 求导, 得到

$$\begin{aligned} \frac{dD}{dh} = & \frac{1}{2} v^2 \frac{\mu}{r_{\text{ref}}} \frac{C_D S}{m} \left(-\frac{r_{\text{ref}}}{H} \right) \rho \\ & + \frac{1}{2} \rho \frac{C_D S}{m} 2v \frac{\mu}{r_{\text{ref}}} \frac{dv}{dh}. \end{aligned} \quad (38)$$

由 $dD/dh = 0$ 得到

$$2v \frac{dv}{dh} - \frac{r_{\text{ref}}}{H} v^2 = 0. \quad (39)$$

将 v 和 $\tilde{\gamma}$ 的表达式对 h 求导得到

$$\begin{aligned} 2v \frac{dv}{dh} = & -\frac{2}{(1+h)^2} - \frac{2}{\lambda} v_*^2 \\ & \times \exp \left[\frac{-2(\tilde{\gamma} - \tilde{\gamma}_*)}{\lambda} \right] \frac{d\tilde{\gamma}}{dh}, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\frac{d\tilde{\gamma}}{dh} = \frac{\lambda b \exp(-h/\varepsilon)}{2\varepsilon \sin \tilde{\gamma}}. \quad (41)$$

将(30), (40), (41)式代入(39)式中, 得到的方程只含有一个变量 h . 同样, 采用牛顿迭代法, 选 $h_{\min} + \delta$ (δ 是小量, 直接选 h_{\min} 作初值会导致作为分母的 $\sin \tilde{\gamma} = 0$) 作为初值进行迭代(第一次过载峰值就发生在 $h = h_{\min}$ 附近), 两到三步就可以收敛. 得到 h 后再将其代入(30)式算出 v , 即可算出第一次过载峰值.

当飞船进入到大气内层区域时, 气动力起主要作用, 过载才开始显著增加. 因此只需要在内层区域进行过载峰值预测, 即当 $h = \varepsilon$ 开始预测. 对于地球而言, 这个高度约为70 km. 这时应先根据当前状态反推得到虚拟初始条件. 设当前状态为 h_{cur} , v_{cur} , γ_{cur} , 则有

$$\begin{aligned} v_{\text{cur}}^2 = & -\frac{2h_{\text{cur}}}{1+h_{\text{cur}}} \\ & + v_*^2 \exp \left[\frac{-2(\tilde{\gamma} - \tilde{\gamma}_*)}{\lambda} \right], \end{aligned} \quad (42)$$

$$\cos \gamma_{\text{cur}} = v_* \cos \gamma_* [v_*^2 (1+h_{\text{cur}})^2]$$

$$\begin{aligned} & -2h_{\text{cur}}(1+h_{\text{cur}})]^{-0.5} \\ & + \frac{\lambda b}{2} \exp\left(-\frac{h_{\text{cur}}}{\varepsilon}\right), \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} 1 = v_* \cos \gamma_* [v_*^2(1+h_{\min})]^2 \\ - 2h_{\min}(2+h_{\min})]^{-0.5} \\ + \frac{\lambda b}{2} \exp\left(-\frac{h_{\min}}{\varepsilon}\right), \end{aligned} \quad (44)$$

其中,

$$\begin{aligned} \cos \tilde{\gamma} = \cos \tilde{\gamma}_* + \frac{\lambda b}{2} \exp\left(-\frac{h_{\text{cur}}}{\varepsilon}\right), \\ \cos \tilde{\gamma}_* = 1 - \frac{\lambda b}{2} \exp\left(-\frac{h_{\min}}{\varepsilon}\right). \end{aligned}$$

设初始高度为 120 km, 初始速度为 11000 m/s, 初始飞行路径角为 -6° , 飞船参数取 CEV 参数, 初次过载峰值解析预测的相对误差如图 5 所示.

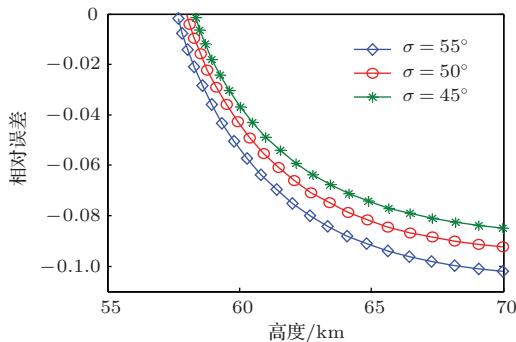


图 5 初次过载峰值预测的相对误差

从图 5 可以看到, 当固定滚转角时, 解析预测的相对误差随着高度的下降而迅速减小, 误差曲线变化规律接近于指数规律. 这是因为预测点离峰值点越近, 预测的精度越高. 而在同样的高度上, 滚转角越小, 预测精度越高. 这是因为更大的滚转角会带来更大的 h_{\min} 预测误差.

4.2 蒙特卡罗飞行仿真

跳跃式再入一般采用预测制导方法. 该方法制导精度高, 但难以限制过载. 因此, 需要加入卸载环节, 在不损失精度的前提下, 保证过载不超出最大允许值, 确保飞船安全返回指定着陆点. 当当前过载达到最大允许过载 n_{\max} 的一半时, 进行过载峰值预测, 若预测峰值大于 n_{\max} , 进行全升力飞行以尽量减小过载.

为测试卸载方法的有效性, 开展蒙特卡罗飞行仿真试验. 再入初始条件为: $r_0 = 6498.137$ km,

$\phi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 0^\circ$, $V_0 = 11000$ m/s, $\gamma_0 = -6.2^\circ$, $\psi_0 = 0^\circ$. 开伞条件为: $r_f = 6388.137$ km, $\phi_f = 62.8821^\circ$, $\theta_f = 0^\circ$. 任务总航程 7000 km, 飞船参数仍采用 CEV 参数, 并取 $n_{\max} = 7g_0$.

误差源种类及级别参考 CEV 再入的误差标准, 如表 1 所示.

考虑所有误差的影响, 进行 300 次飞行仿真实验, 试验结果如图 6 和图 7 所示.

表 1 误差源种类及分布特征

| 误差源 | 误差分布类型 | $3\sigma/\text{最大误差值}$ |
|----------|--------|------------------------|
| 再入点高度 | 均匀分布 | ± 152.4 m |
| 再入点经度/纬度 | 均匀分布 | $\pm 0.2^\circ$ |
| 再入点速度 | 高斯分布 | 27.432 m/s |
| 再入角 | 高斯分布 | 0.1° |
| 再入方位角 | 高斯分布 | 0.0973° |
| 升/阻力系数 | 高斯分布 | 20% |
| 大气密度 | 高斯分布 | 20% |
| 飞船质量 | 均匀分布 | $\pm 5\%$ |

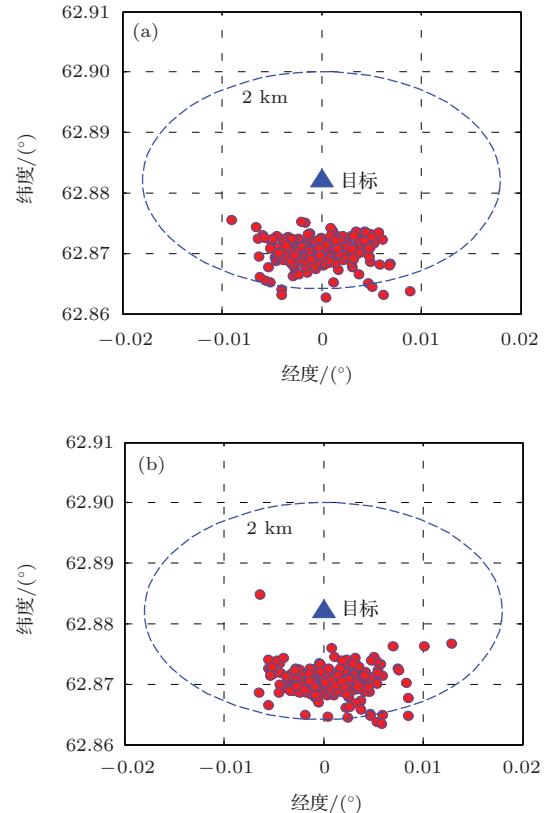


图 6 落点散布 (a) 不卸载; (b) 卸载

从试验结果可以看到, 加入卸载环节后, 飞船的落点精度没有下降, 初次过载峰值全部降到了

$7g_0$ 以下, 而二次再入过程的过载峰值则显著增大。实际上, 这是一个能量迁移的过程, 卸载环节使得飞船在第一次再入段消耗更少的能量, 在二次再入段消耗更多的能量, 实现了能量的重新分配。本文提出的卸载方法简单有效、计算量小, 非常适合于在线任务。

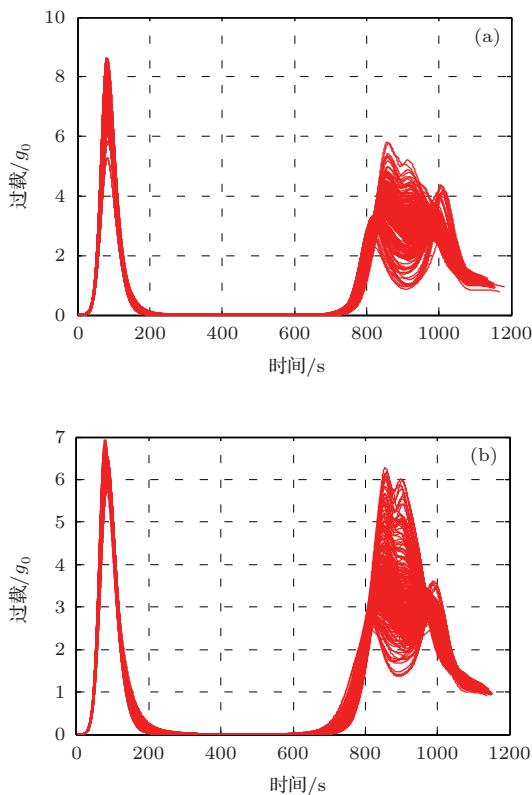


图7 过载包络曲线 (a) 不卸载; (b) 卸载

5 结 论

本文采用匹配渐进展开方法得到了跳跃式再入运动方程的闭型近似解, 在此基础上对气动过载进行分段求解, 并与精确解进行了对比分析。提出了初次过载峰值的解析预测方法, 并将其应用于飞船初次再入过程的卸载。通过研究发现: 基于匹配渐进展开的过载近似解总体精度较高, 绝对误差在高空较小、低空较大。离初始点越远, 相对误差越大。固定滚转角情况下, 初次过载峰值的预测精度随着高度的下降而迅速增加, 而在相同的高度上,

滚转角越小, 预测精度越高。文中提出的卸载方法能将飞船在再入过程中耗散的总能量进行重新分配, 从而在不影响着陆精度的前提下有效地降低初次过载峰值, 保证飞船结构和航天员安全。

参考文献

- [1] Bairstow S H 2006 *Ph. D. Dissertation* (Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology)
- [2] Hwang I, Li J, Du D 2009 *J. Dyn. Sys. Meas. Control.* **131** 051010
- [3] Wu H B, Zhang Y F, Mei F X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4987 (in Chinese) [吴惠彬, 张永发, 梅凤翔 2006 物理学报 **55** 4987]
- [4] Zhang R C, Wang L H, Yue C Q 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3050 (in Chinese) [张睿超, 王连海, 岳成庆 2007 物理学报 **56** 3050]
- [5] Hereman W, Banerjee P, Korpel A 1986 *J. Phys. A* **19** 19
- [6] Wang M L, Zhou Y B, Li Z B 1996 *Phys. Lett. A* **26** 6027
- [7] Mei F X, Wu H B, Zhang Y F 2006 *Chin. Phys.* **15** 1662
- [8] Hereman W, Takaota M 1990 *J. Phys. A* **23** 4805
- [9] Panigrahi M, Dash P C 1999 *Phys. Lett. A* **261** 284
- [10] Li Z B, Pan S Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 402 (in Chinese) [李志斌, 潘素起 2001 物理学报 **50** 402]
- [11] Zhao H Y 1997 *Reentry Dynamics and Guidance* (Changsha: National University of Defense Technology Press) p114 (in Chinese) [赵汉元 1997 飞行器再入动力学和制导 (长沙: 国防科技大学出版社) 第 114 页]
- [12] Loh W H 1965 *AIAA J.* **3** 1688
- [13] Mititelu G 2009 *Celest. Mech. Dyn. Astr.* **103** 327
- [14] Gorbonos D, Kol B 2005 *Class. Quantum. Grav.* **22** 3935
- [15] Burke W L 1971 *J. Math. Phys.* **12** 401
- [16] Gorbonos D, Kol B 2004 *J. High Energy Phys.* **2004** 53
- [17] Lin W T, Lin Y H, Mo J Q 2012 *Chin. Phys. B* **21** 010204
- [18] Shi Y Y, Pottsepp L, Eckstein M C 1970 *AIAA J.* **9** 736
- [19] Vinh N X, Kuo Z S 1996 *1996 AIAA/AAS Astrodynamics Conference*, San Diego, America, July 29–31, 1996 p212
- [20] Kluever C A 2008 *J. Guidance.* **31** 1531
- [21] Mease K D, McCreary F A 1985 *12th Atmospheric Flight Mechanics Conference* Snowmass, America, August 19–21, 1985 p408
- [22] Lu P 2008 *J. Guidance.* **31** 1067
- [23] Shen H X, Zhou J P, Peng Q B, Li H Y 2012 *Sci. China Tech. Sci.* **55** 2561

Analysis and relief method of reentry aerodynamic load based on matched asymptotic expansions method^{*}

Du Xin Li Hai-Yang[†]

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

(Received 8 May 2014; revised manuscript received 4 June 2014)

Abstract

Reentry velocity of lunar module reaches the second cosmic velocity, which could make the aerodynamic environment insupportable. So it is essential to analyze the reentry aerodynamic load. The equation of motion for reentry vehicle is a group of ordinary differential equations, and numerical methods are inadequate for online mission because their computation amount is too large. An analytical method of solving the reentry equation of motion is proposed in this paper to analyze the reentry aerodynamic load. First, matched asymptotic method is used to obtain solutions of longitudinal equation of motion in outer and inner region independently and combine them to obtain a unified closed-form solution. Reentry aerodynamic load has been analyzed in three fragments using the closed-form solution, and approximate solution of load is compared with the exact solution. Second, suppositional initial conditions are obtained by solving the closed-form solution using current state, then an analytical method of predicting the first load peak is proposed, and the relative prediction error is analyzed for different bank angles. Third, the load relief method based on load peak prediction is proposed, which can redistribute the total dissipated energy in the whole reentry process, and the validity of the method is verified by Monte Carlo simulation.

Keywords: reentry aerodynamic load, matched asymptotic expansion, closed-form approximate solution, load relief

PACS: 04.25.-g, 02.30.Hq, 02.30.Mv, 92.30.Ef

DOI: [10.7498/aps.63.200401](https://doi.org/10.7498/aps.63.200401)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11372345) and the National Basic Research Program of China (Grant No. 2013CB733100).

† Corresponding author. E-mail: lihaiyang@mudt.edu.cn