

一类具有随机时变通信时滞的遥操作系统同步控制

崔军辉 魏瑞轩 祁晓明

Synchronization control for a class of tele-operation system with stochastically time-varying communication delays

Cui Jun-Hui Wei Rui-Xuan Qi Xiao-Ming

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica 63, 230203 (2014) DOI: 10.7498/aps.63.230203

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.230203>

当期内容 View Table of Contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/volumn/home.shtml>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[多无人机协同的稳定控制机理研究](#)

茹常剑, 魏瑞轩, 沈东

2014, 63(22): 220202. 全文: [PDF](#) (970KB)

[基于迭代学习的离散切换系统故障估计](#)

曹伟, 郭媛, 孙明

2014, 63(18): 180202. 全文: [PDF](#) (346KB)

[切换奇异系统的有限时间稳定](#)

张耀利, 吴保卫, 王月娥, 韩晓霞

2014, 63(17): 170205. 全文: [PDF](#) (323KB)

[智能群体环绕运动控制](#)

段敏, 高辉, 宋永端

2014, 63(14): 140204. 全文: [PDF](#) (2129KB)

[带时延与丢包的网络化多智能体系统控制器设计](#)

安宝冉, 刘国平

2014, 63(14): 140203. 全文: [PDF](#) (331KB)

一类具有随机时变通信时滞的遥操作系统同步控制*

崔军辉^{1)2)†} 魏瑞轩¹⁾ 祁晓明¹⁾

1) (空军工程大学无人机运用工程系, 西安 710038)

2) (中国人民解放军 69220 部队, 阿克苏 842000)

(2014 年 6 月 2 日收到; 2014 年 7 月 17 日收到修改稿)

针对无人机地面遥操作中存在的通信延时、丢包等实际情况, 研究了一类具有随机时变通信时滞的遥操作系统的同步控制问题. 建立了这种具有通信时滞的主、从遥操作系统的控制模型; 采用基于 Markov 跳变模态参数的时变时滞函数来刻画遥控通信网络中的时滞, 在随机系统框架下, 通过均方意义下的稳定性分析, 求解系统的同步控制问题. 利用一个微小型四旋翼无人飞行器半物理仿真平台对本文方法进行验证, 初步仿真结果表明, 通过反馈线性化分别设计控制器, 可以保证主、从端运动轨迹的有界性.

关键词: 随机系统, 变时延, 无人机, 同步控制

PACS: 02.30.Yy, 07.05.Dz, 05.45.Xt

DOI: 10.7498/aps.63.230203

1 引言

无人机 (unmanned aerial vehicle, UAV) 是一种由无线电遥控设备控制, 或由预编程序操纵的非载人航空器. 由于 UAV 具有很多有人驾驶飞机所不具备的优点, 它可以代替人实现远程操作, 避免人工现场动作, 特别是在不适合人体长时间逗留的恶劣的环境或者人工不能进入的环境中发挥着重要的作用^[1]. 目前, UAV 已被广泛应用于侦察、监视、目标定位与跟踪、实时监控、勘察绘图等诸多方面, 成为国内外的一个重要研究领域^[2-5]. UAV 在操纵控制时, 由于地面站和 UAV 之间、UAV 和 UAV 之间的信息传递是分别基于通信网络环境, 网络通信环境的不确定性, 因此, 主从系统在交互过程中反馈信息不可避免地存在时滞甚至丢包的可能. 相比于网络应用层面的系统, 反馈控制系统对于信息的时滞和丢失更加不可忍受, 时滞和信息丢失甚至会直接导致系统的不稳定和崩溃^[6,7].

通常, 传统的遥操作系统的同步控制问题的研究大多是基于无源性理论、预测控制或者基于事件的驱动方法. 例如, 温淑焕和袁俊英^[8]根据无源性理论对机器人系统的力控制问题进行了研究; 张文明等^[9]针对一类含有非线性黏滑摩擦力的非线性相对转动系统, 研究了在外激励作用下这种多时滞反馈对系统混沌运动的控制作用; 张波等^[10]研究了变时延条件下空间航天器在逼近段进行交会的轨道控制问题. Rakkiyappan 等^[11]将一类复杂动态网络中的时变时滞概率分布信息在相关假设下转换成参数矩阵, 通过构造一个三重积分的 Lyapunov 函数, 将这种依赖抽样数据和概率模型时变耦合延时的复杂动态网络指数同步问题转化成了求解线性矩阵不等式, 并设计了期望采样数据控制器. Yang 等^[12]基于图论和矩阵理论研究了一类具有时变通信结构的主从混沌系统的指数网络同步问题. Park 等^[13]研究了时变通信时滞多遥操作系统的领导-跟随系统一致性同步问题, 提出了

* 国家自然科学基金 (批准号: 51201182, 61105012)、中国航空科学基金 (批准号: 20135896027) 和中国博士后科学基金 (批准号: 2012M512149) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: jhcui@mail.ustc.edu.cn

这种系统一致同步的稳定条件. 此外, 文献 [14, 15] 分别基于事件驱动的方法研究了遥操作系统在变时延条件下的控制问题. 这些方法大部分只针对定常反馈信息的时滞情况, 控制算法对系统参数的鲁棒性和外界扰动的抗干扰能力比较差, 而且对系统的先验知识要求比较高. 而实际的 UAV 遥操作系统, 由于建模的不精确、器件老化、环境阻力、未建模动态以及通信环境的复杂性、多变性和突然性, 用定常时滞或是连续时滞模拟的误差较大, 得到的结果往往也与实际期望相距较远 [16, 17]. 本文针对 UAV 的同步控制实际情况, 提出了一类具有随机时变通信时滞的 UAV 同步控制方法, 在 UAV 的点质量模型假设情况下, 引入了随机时变通信时滞参量, 通过定义状态参量的一个新过程, 将这种具有随机时变通信时滞的非 Markovian 转化到 Markov 系统框架下进行处理, 这样就将具有随机时变通信时滞的 UAV 同步控制问题转化为一个随机系统的稳定性分析问题, 并给出了该随机系统稳定的充分条件.

2 具有通信时滞的 UAV 同步控制模型

具有通信时滞的 UAV 同步控制的动力学模型可以简化为图 1. 其动力学系统主要包括地面站或长机在主端的控制器 K_m , 僚机在从端的控制器 K_s 和其动力学表示 P_s . 前向通道和反馈通道信号的时滞分别用 $d_1(t)$ 和 $d_2(t)$ 表示. F_m 和 F_s 分别表示由人工或其他干扰因素等作用在主端和从端的力, F'_s 表示从端通过通信信道反馈至主端的力信号. 具有通信时滞的 UAV 同步控制系统在点质量假设下可以表示为

$$m_m \dot{v}_m + \mu_m v_m = \tau_m + F_m, \quad (1)$$

$$m_s \dot{v}_s + \mu_s v_s = F_s - F'_e, \quad (2)$$

其中, v_m , v_s 和 τ_m 分别表示主从端速度和输入力矩; m_m 和 μ_m 分别表示主端的质量和黏性系数; m_s 和 μ_s 分别表示从端的质量和黏性系数; 而 F_e 表示从端到环境的作用力. 假设主端阻抗表示为

$$M \ddot{x}_m + B \dot{x}_m + K x_m = F_m - F'_s, \quad (3)$$

其中, M , B 和 K 分别表示阻抗的惯性、阻尼和刚性系数. 由于实际系统会受噪声等随机干扰的影响, 对于加速度 $\ddot{x}_m$ 的测量一般比较困难. 因此, 考

虑满足以下 Euler-Lagrange 方程的 n 自由度主从系统运动同步问题:

$$M_m(q_m) \ddot{q}_m + C_m(q_m, \dot{q}_m) + G_m(q_m) = F_m(t) + \tau_m(t), \quad (4)$$

$$M_s(q_s) \ddot{q}_s + C_s(q_s, \dot{q}_s) + G_s(q_s) = \tau_s(t) - F_e(t), \quad (5)$$

其中, $q_m(t)$, $q_s(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 表示质点坐标向量; $\dot{q}_m(t)$, $\dot{q}_s(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 表示速度; $\tau_m(t)$, $\tau_s(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 表示力矩向量; $M_m(q_m)$, $M_s(q_s) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是正定惯性矩阵; $C_m(q_m, \dot{q}_m)$, $C_s(q_s, \dot{q}_s) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 分别表示向心力和科里奥利力; $G_m(q_m)$, $G_s(q_s) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 表示重力矩.

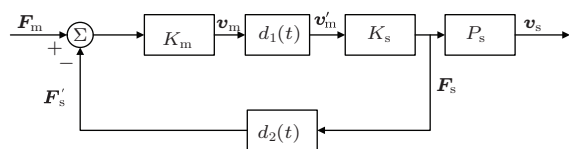


图1 具有通信时滞的 UAV 同步控制动力学模型

通过 (3) 和 (4) 式, 可以得到主端的控制律为

$$\tau_m = \left(\mu_m - \frac{m_m}{M} B \right) v_m + \left(\frac{m_m}{M} - 1 \right) F_m - \frac{m_m}{M} (F'_s + K x_m). \quad (6)$$

为使从端跟踪主端的位置, 设计如图 2 所示的控制系统. 其中, w 表示外部输入的力, y_s 表示受控对象的输出 (从端 UAV 的速度等), y_m 表示测量的输出 (带有时滞的主端速度), u 表示控制输入.

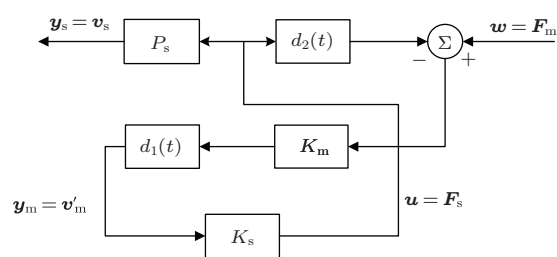


图2 控制系统示意图

假设系统主端的一个状态为 $x_p(t)$, 若取 $x_p = [x_m^T \dot{x}_m^T x_s^T \dot{x}_s^T]^T$, 那么整个主端的动力学 P 可以表示成以下的动态系统:

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_1 F_m(t - d_1(t)) + B_2 u(t) + B_3 u(t - d_1(t) - d_2(t)), \quad (7)$$

$$y_m(t) = C_{p1} x_p(t), \quad (8)$$

$$\mathbf{y}_s(t) = \mathbf{C}_{p_2} \mathbf{x}_p(t), \quad (9)$$

其中,

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{B}{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\mu_s}{m_s} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_s} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{M} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_{p_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{C}_{p_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

考虑一个如下的状态空间输出控制器:

$$\dot{\mathbf{x}}_k(t) = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k(t) + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k(t), \quad (10)$$

$$\mathbf{y}_k(t) = \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k(t) + \mathbf{D}_k \mathbf{u}_k(t). \quad (11)$$

定义跟踪误差为

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{w}(t - d_1(t)) - \mathbf{S}_w \mathbf{z}(t), \quad (12)$$

其中, $\mathbf{S}_w$ 表示要跟踪的输出, $\mathbf{z}(t)$ 是一个随机变量. 注意到 (10) 式中 $\mathbf{u}_k(t) \equiv \mathbf{y}(t)$, (11) 式中 $\mathbf{y}_k(t) \equiv \mathbf{u}(t)$, 将该动态输出反馈加入到系统的模型中, 可以得到如下的方程:

$$\dot{\mathbf{x}}_a(t) = \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a(t) + \mathbf{B}_{a_1} \boldsymbol{\omega}(t - d_1(t)) + \mathbf{B}_{a_2} \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_{a_3} \mathbf{u}(t - d_1(t) - d_2(t)), \quad (13)$$

$$\mathbf{y}_{am}(t) = \mathbf{C}_{am} \mathbf{x}_a(t), \quad (14)$$

$$\mathbf{y}_{as}(t) = \mathbf{C}_{as} \mathbf{x}_a(t). \quad (15)$$

扩维的状态向量定义为 $\mathbf{x}_a^T(t) = [\mathbf{x}_e^T, \mathbf{x}_p^T]^T$,

$$\text{其中 } \mathbf{x}_e(t) = \int_0^t \mathbf{e}(\tau) d\tau, \quad \mathbf{A}_a = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{S}_w \mathbf{C}_{p_2} \\ 0 & \mathbf{A}_p \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{a_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{B}_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{a_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{as} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{C}_{p_1}^T \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{C}_{am} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{C}_{p_2}^T \end{bmatrix}^T. \quad \text{若令}$$

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_a(t) \\ \mathbf{x}_k(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(t) \\ \mathbf{x}_p(t) \\ \mathbf{x}_k(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e^T(t) & \mathbf{x}_{p_1}^T(t) & \mathbf{x}_{p_2}^T(t) & \mathbf{x}_{p_3}^T(t) & \mathbf{x}_{p_4}^T(t) \\ & \mathbf{x}_{k_1}^T(t) & \mathbf{x}_{k_2}^T(t) \end{bmatrix}^T, \quad (16)$$

那么, 我们可以得到最终的扩维系统如下:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{A}_2 \mathbf{x}(t - d_1(t) - d_2(t)) - \mathbf{E} \boldsymbol{\omega}(t - d_1(t)), \quad (17)$$

其中,

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_a + \mathbf{B}_{a_2} \mathbf{D}_k \mathbf{C}_{am} & \mathbf{B}_{a_2} \mathbf{C}_k \\ \mathbf{B}_k \mathbf{C}_{am} & \mathbf{A}_k \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{a_3} \mathbf{D}_k \mathbf{C}_{p_1} & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_{a_3} \mathbf{C}_k \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{a_1} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

因此, 通过以上建模与分析可将该运动同步问题转化为一个鲁棒控制器设计, 使得从端 UAV 可以跟踪主端地面控制站或长机的命令.

3 随机时变通信时滞的同步控制

3.1 基于 Markov 过程的随机时变同步控制方法

由于实际系统存在着建模的不确定性, 不易获得系统的真实参数值, 另外, 对于通信时滞的假设, 以往的方法大都假定通信时滞为定常的或者为确定性时变并且已知上界的^[18]. 而在实际的 UAV 通信网络环境下, 由于环境的复杂性、多变性和随机性, 很难用单一的确定性函数模拟通信时滞, 而相关研究表示, 基于 Markov 切换参数的随机时滞函数恰好可以较好地模拟这种真实环境下的随机通信时滞问题^[19]. 因此, 在前向和后向通道中均加入这种随机时变的通信时滞, 得到如下动态系统方

程:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A}_1 + \Delta\mathbf{A}_1) \mathbf{x}(t) + (\mathbf{A}_2 + \Delta\mathbf{A}_2) \\ \quad \times \mathbf{x}(t - d_{1r_t}(t) - d_{2r_t}(t)) \\ \quad + (\mathbf{E} + \Delta\mathbf{E}) \boldsymbol{\omega}(t - d_{1r_t}(t)), \\ \mathbf{x}(s) = f(s), \\ r_s = r_0, \\ s \in [-2(\bar{d}_1 + \bar{d}_2), 0], \end{cases} \quad (18)$$

其中, $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ 是在 (16) 式中定义的系统状态; $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^m$ 是作用力; r_t 是一个右连续的离散时间遍历的 Markov 过程, 取值在模态空间 $S = \{1, 2, \dots, N\}$ 内, 且转移概率矩阵为

$$\begin{aligned} & P(r_{t+\Delta t} = j | r_t = i) \\ &= \begin{cases} \pi_{ij}\Delta t + o(\Delta t) & (i \neq j), \\ 1 + \pi_{ii}\Delta t + o(\Delta t) & (i = j), \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\Delta t > 0$, $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} o(\Delta t)/\Delta t = 0$; $\pi_{ii} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N \pi_{ij}$ ($i \in S$), 而 π_{ij} 表示从模态 i 到模态 j 的转移率, 且 $\pi_{ij} \geq 0$ ($i, j \in S, i \neq j$); $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$ 和 $\mathbf{E}$ 都是满足适当维数的已知矩阵. $d_{1r_t}(t)$ 和 $d_{2r_t}(t)$ 是依赖于模态的随机时变函数, 并且满足如下条件:

$$\begin{cases} 0 \leq d_1 \leq d_{1r_t}(t) \leq \bar{d}_1, \\ 0 \leq d_2 \leq d_{2r_t}(t) \leq \bar{d}_2, \\ |\dot{d}_{1r_t}(t)| \leq h_1, \\ |\dot{d}_{2r_t}(t)| \leq h_2, \\ \forall r_t \in S, \end{cases} \quad (20)$$

其中 d_1 , $\bar{d}_1$, d_2 , $\bar{d}_2$, h_1 和 h_2 都是已知的正常数标量.

假设 1 $\Delta\mathbf{A}_1$, $\Delta\mathbf{A}_2$ 和 $\Delta\mathbf{E}$ 都是实值时变矩阵, 表征系统建模的有界不确定性, 其不确定性参数满足以下匹配条件:

$$[\Delta\mathbf{A}_1 \ \Delta\mathbf{A}_2 \ \Delta\mathbf{E}] = \mathbf{H}\mathbf{F}(t) [\mathbf{D}_1 \ \mathbf{D}_2 \ \mathbf{D}_3]. \quad (21)$$

这里, $\mathbf{F}(t)$ 是一个时变的实值矩阵, 表征不确定性的时变特征, 且满足: $\mathbf{F}^T(t)\mathbf{F}(t) \leq \mathbf{I}$; $\mathbf{D}_1$, $\mathbf{D}_2$, $\mathbf{D}_3$ 和 $\mathbf{H}$ 都是已知的常数矩阵.

注意到由于时滞参数 $d_{1r_t}(t)$ 和 $d_{2r_t}(t)$ 的存在, 因此 $\{(x(t, r_t), r_t), t \geq 0\}$ 是非 Markovian 的. 为

了将其转化到 Markov 系统框架下, 我们定义一个取值在 $\mathbf{C}_0$ 上的新的过程:

$$\{(X_t, r_t), t \geq 0\}, \quad (22)$$

$$\mathbf{C}_0 \triangleq \bigcup_{i \in S} C[-2(\bar{d}_1 + \bar{d}_2), 0] \times \{i\}, \quad (23)$$

$$X_t \triangleq x(t + s), s \in [-2(\bar{d}_1 + \bar{d}_2), 0], \quad (24)$$

其中, $C[-2(\bar{d}_1 + \bar{d}_2), 0]$ 表示定义在 $[-2(\bar{d}_1 + \bar{d}_2), 0]$ 的连续函数. 根据文献 [20], 可以验证 (22) 式所定义的过程为状态空间在 $\mathbf{C}_0$ 上的强 Markov 过程. 于是, 我们将这种具有随机时变通信时滞的 UAV 同步控制问题转化为一个随机系统的稳定性分析问题.

3.2 系统的稳定性分析和同步控制设计

3.2.1 具有随机时变通信时滞的不确定系统稳定性分析

首先, 我们考虑 (18) 式的标称形式系统, 即令 (18) 式中的 $\Delta\mathbf{A}_1 = \Delta\mathbf{A}_2 = \Delta\mathbf{E} = \mathbf{0}$, 定理 1 给出了这种标称形式系统随机稳定的充分条件.

定理 1 [21] 如果存在 $n \times n$ 的正定矩阵组 $\mathbf{P}_i$, $\mathbf{Q}_k$, $\mathbf{Z}_k$ 和 $n \times n$ 的矩阵组 $\mathbf{R}_{il}$, $\mathbf{S}_{il}$, $\mathbf{T}_{il}$, $\mathbf{U}_{il}$, $\mathbf{Y}_{il}$, 其中 $i \in S$, $k = 1, 2, 3, 4$, $l = 1, 2, \dots, 6$, 若使得下式对于任意 $i \in S$ 总成立,

$$\begin{aligned} & \Pi_i = \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{21i}^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{A}_{21i} + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} \mathbf{P}_j + \mathbf{Q}_i & \mathbf{P}_i \mathbf{A}_{22i} \\ \mathbf{A}_{22i}^T \mathbf{P}_i & -(1 - \bar{h}) \mathbf{Q}_i \end{bmatrix} \\ & < \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (25)$$

那么, 我们可以断定该标称系统是随机稳定的, 即

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_i = \begin{pmatrix} \Psi_i & \bar{d}_1 \tilde{R}_i & \bar{d}_1 \tilde{U}_i & \bar{d}_2 \tilde{T}_i & \bar{d}_2 \tilde{S}_i \\ * & -\bar{d}_1 \mathbf{Z}_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{d}_1 \mathbf{Z}_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{d}_2 \mathbf{Z}_3 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{d}_2 \mathbf{Z}_4 \end{pmatrix} \\ & < \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中, $\mathbf{Q}_m \leq \mathbf{Z}_m$, $m = 1, 2, 3, 4$, 且 $\Psi_i = [\Psi_{jk}^i]_{6n \times 6n}$.

$$\tilde{R}_i = \begin{pmatrix} R_{i1} \\ \vdots \\ R_{i6} \end{pmatrix}, \quad \tilde{U}_i = \begin{pmatrix} U_{i1} \\ \vdots \\ U_{i6} \end{pmatrix}, \quad \tilde{T}_i = \begin{pmatrix} T_{i1} \\ \vdots \\ T_{i6} \end{pmatrix},$$

$$\tilde{S}_i = \begin{pmatrix} S_{i1} \\ \vdots \\ S_{i6} \end{pmatrix}, \quad \tilde{Y}_i = \begin{pmatrix} Y_{i1} \\ \vdots \\ Y_{i6} \end{pmatrix},$$

$$\Psi_{11}^i = A_1^T P_i + P_i A_1 + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j + Q_1 + Q_3 + R_{i1}$$

$$+ R_{i1}^T + T_{i1} + T_{i1}^T - Y_{i1} A_1 - A_1^T Y_{i1}^T \\ + \eta \bar{d}_1 Z_1 + \eta (\bar{d}_1 + \bar{d}_2 - \underline{d}_2) Z_2 + \eta \bar{d}_2 Z_3 \\ + \eta (\bar{d}_1 + \bar{d}_2 - \underline{d}_1) Z_4,$$

$$\Psi_{12}^i = -R_{i1} + R_{i2}^T + S_{i1} + T_{i2}^T - A_1^T Y_{i2}^T,$$

$$\Psi_{13}^i = R_{i3}^T + T_{i3}^T - T_{i1} + U_{i1} - A_1^T Y_{i3}^T,$$

$$\Psi_{14}^i = R_{i4}^T - S_{i1} + T_{i4}^T - U_{i1} - Y_{i1} A_2 \\ - A_1^T Y_{i4}^T + P_i A_2,$$

$$\Psi_{15}^i = R_{i5}^T + T_{i5}^T + Y_{i1} - A_1^T Y_{i5}^T,$$

$$\Psi_{16}^i = P_i E_i + R_{i6}^T + T_{i6}^T - A_1^T Y_{i6}^T - Y_{i1} E,$$

$$\Psi_{22}^i = -(1 - h_1) Q_1 + (1 + h_1) Q_4 - R_{i2} - R_{i2}^T \\ + S_{i2} + S_{i2}^T,$$

$$\Psi_{23}^i = -R_{i3}^T + S_{i3}^T - T_{i2} + U_{i2},$$

$$\Psi_{24}^i = -R_{i4}^T + S_{i4}^T - S_{i2} - U_{i2} - Y_{i2} A_2,$$

$$\Psi_{25}^i = -R_{i5}^T + S_{i5}^T + Y_{i2},$$

$$\Psi_{26}^i = -R_{i6}^T + S_{i6}^T - Y_{i2} E,$$

$$\Psi_{33}^i = -(1 - h_2) Q_3 + (1 + h_2) Q_2 - T_{i3} - T_{i3}^T \\ + U_{i3} + U_{i3}^T,$$

$$\Psi_{34}^i = -S_{i3} - T_{i4}^T + U_{i4}^T - U_{i3} - Y_{i3} A_2,$$

$$\Psi_{35}^i = -T_{i5}^T + U_{i5}^T + Y_{i3},$$

$$\Psi_{36}^i = -T_{i6}^T + U_{i6}^T - Y_{i3} E_i,$$

$$\Psi_{44}^i = -(1 - h_1 - h_2) (Q_2 + Q_4) - S_{i4} - S_{i4}^T \\ - U_{i4} - U_{i4}^T - Y_{i4} A_2 - A_2^T Y_{i4}^T,$$

$$\Psi_{45}^i = -S_{i5}^T - U_{i5}^T - A_2^T Y_{i5}^T + Y_{i4},$$

$$\Psi_{46}^i = -S_{i6}^T - U_{i6}^T - A_2^T Y_{i6}^T - Y_{i4} E,$$

$$\Psi_{55}^i = \bar{d}_1 Z_1 + (\bar{d}_1 + \bar{d}_2 - \underline{d}_2) Z_2 + \bar{d}_2 Z_3 \\ + (\bar{d}_1 + \bar{d}_2 - \underline{d}_1) Z_4 + Y_{i5} + Y_{i5}^T,$$

$$\Psi_{56}^i = Y_{i6}^T - Y_{i5} E,$$

$$\Psi_{66}^i = -Y_{i6} E - E^T Y_{i6}^T.$$

定理 2 对于 (18) 式所表示的带有建模不确定性的系统, 在满足假设 1 的不确定匹配条件的前提下, 该系统仍然保持随机稳定的充分条件是

$$M_i = \begin{pmatrix} \Phi_i & \bar{d}_1 \tilde{R}_i & \bar{d}_1 \tilde{U}_i & \bar{d}_2 \tilde{T}_i & \bar{d}_2 \tilde{S}_i & N_i \\ * & -\bar{d}_1 Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{d}_1 Z_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{d}_2 Z_3 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{d}_2 Z_4 & 0 \\ * & * & * & * & * & -I \end{pmatrix} < 0, \quad (27)$$

其中, $\Phi_i = [\Phi_{jk}^i]_{6n \times 6n}$, $\Phi_{11}^i = \Psi_{11}^i + E_1^T E_1$, $\Phi_{14}^i = \Psi_{14}^i + E_1^T E_2$, $\Phi_{16}^i = \Psi_{16}^i + E_1^T E_3$, $\Phi_{44}^i = \Psi_{14}^i + E_2^T E_2$, $\Phi_{46}^i = \Psi_{16}^i + E_2^T E_3$, $\Phi_{66}^i = \Psi_{16}^i + E_3^T E_3$.

而 Φ_i 中的其余项满足:

$$\begin{cases} \Phi_{jk}^i = \Psi_{jk}^i, \\ N_i = \left(\begin{bmatrix} -Y_{i1}^T & -Y_{i2}^T & \cdots & -Y_{i6}^T \end{bmatrix}^T \right. \\ \quad \left. + \begin{bmatrix} P_i^T & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T \right) H, \\ Q_m \leq Z_m \quad (m = 1, 2, 3, 4). \end{cases} \quad (28)$$

证明 考虑 (18) 式的系统, 在假设 1 的条件下, 由不等式 (25) 可得

$$\begin{pmatrix} \Psi_i & \bar{d}_1 \tilde{R}_i & \bar{d}_1 \tilde{U}_i & \bar{d}_2 \tilde{T}_i & \bar{d}_2 \tilde{S}_i \\ * & -\bar{d}_1 Z_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{d}_1 Z_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{d}_2 Z_3 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{d}_2 Z_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} F^T \begin{pmatrix} N_i^T & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} < 0, \quad (29)$$

其中, N_i 的定义如 (28) 式,

$$L_{6n \times 6n} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 & E_2 & 0 & E_3 \end{bmatrix}^T.$$

由 S-Procedure^[22] 和 Schur 补引理可知, (29) 式成立. 当且仅当存在常数 $\lambda > 0$ 时,

$$\begin{pmatrix} \Psi_i & \bar{d}_1 \tilde{R}_i & \bar{d}_1 \tilde{U}_i & \bar{d}_2 \tilde{T}_i & \bar{d}_2 \tilde{S}_i \\ * & -\bar{d}_1 Z_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{d}_1 Z_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{d}_2 Z_3 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{d}_2 Z_4 \end{pmatrix} + \frac{1}{\lambda} \begin{pmatrix} L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L^T & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} N_i^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_i^T & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} < 0, \quad (30)$$

对(30)式两边同时乘以 λ , 且令 $\lambda P_i = P_i$, $\lambda Q_k = Q_k$, $\lambda Z_k = Z_k$, $\lambda \tilde{R}_i = \tilde{R}_i$, $\lambda \tilde{S}_i = \tilde{S}_i$, $\lambda \tilde{T}_i = \tilde{T}_i$, $\lambda \tilde{U}_i = \tilde{U}_i$, $\lambda \tilde{Y}_i = \tilde{Y}_i$, 其中, $i \in S$, $k = 1, 2, 3, 4$, 可以由Schur补引理得到(27)式成立. 证毕.

3.2.2 具有随机时变通信时滞的UAV同步控制

在UAV主从遥操作同步控制问题中, 我们假定时滞是依赖于Markov模态随机时变的, 记为 $d_{r_t}(t)$, 其中, r_t 为离散时间、有限模态、遍历的Markov过程. 为了不引起混淆, 我们仍用 $d(t)$ 表示时滞, 并且规定 $d(t)$ 满足有界和倒数有界, 即

$$d_i(t) \leq \bar{d}, \quad \left| \dot{d}_i(t) \right| \leq \bar{h} < 1, \quad \forall i \in S, \quad t > 0.$$

如果(4)和(5)式所表示的UAV主从遥操作系统是状态同步的. 可定义变量

$$\mathbf{r}_j = \dot{\mathbf{q}}_j + \mathbf{A}_j \mathbf{q}_j, \quad (31)$$

其中 $\mathbf{A}_j$ 是正定对角阵, $j = m, s$. 容易计算得

$$\dot{\mathbf{q}}_{jr} = -\mathbf{A}_j \mathbf{q}_j. \quad (32)$$

因为 $\dot{\mathbf{q}}_j = -\mathbf{A}_j \mathbf{q}_j + \mathbf{r}_j$, $\ddot{\mathbf{q}}_j = -\mathbf{A}_j \dot{\mathbf{q}}_j + \dot{\mathbf{r}}_j$, $j = m, s$, 令

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_m &= \mathbf{M}_m \ddot{\mathbf{q}}_{mr} + \mathbf{C}_m \dot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{G}_m \\ &\quad + \mathbf{F}_m(\mathbf{q}_m, \dot{\mathbf{q}}_m), \end{aligned} \quad (33)$$

$$\boldsymbol{\mu}_s = \mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{q}}_{sr} + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{G}_s + \mathbf{F}_s(\mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_s), \quad (34)$$

于是, 方程(4)和(5)转化为

$$\mathbf{M}_m(\mathbf{q}_m) \dot{\mathbf{r}}_m = \mathbf{r}_m - \boldsymbol{\mu}_m, \quad (35)$$

$$\mathbf{M}_s(\mathbf{q}_s) \dot{\mathbf{r}}_s = \mathbf{r}_s - \boldsymbol{\mu}_s. \quad (36)$$

定义如下的非线性控制:

$$\boldsymbol{\tau}_m = \mathbf{M}_m(\mathbf{q})(\mathbf{u}_m - \mathbf{M}_m^{-1}(\mathbf{q})\boldsymbol{\mu}_m), \quad (37)$$

$$\boldsymbol{\tau}_s = \mathbf{M}_s(\mathbf{q})(\mathbf{u}_s - \mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{q})\boldsymbol{\mu}_s), \quad (38)$$

可以将 $\mathbf{q}_m$ 和 $\mathbf{q}_s$ 的闭环子系统转化为如下的附加控制,

$$\dot{\mathbf{r}} = \boldsymbol{\kappa}, \quad (39)$$

其中, $\mathbf{u}_m$ 和 $\mathbf{u}_s$ 是附加控制输入, $\mathbf{r} = [\mathbf{r}_m^T, \mathbf{r}_s^T]^T$, $\boldsymbol{\kappa} = [\mathbf{u}_m^T, \mathbf{u}_s^T]^T$.

于是, UAV主从遥操作系统可以由(39)式线性化和解耦, 从而可将主、从系统的运动独立控制, 运动控制器可以由以下的比例-微分控制实现:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_m \\ \mathbf{v}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_m \\ \mathbf{u}_s \end{bmatrix} - \mathbf{K}_v \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_m \\ \dot{\mathbf{q}}_s \end{bmatrix} - \mathbf{K}_p \begin{bmatrix} \mathbf{q}_m \\ \mathbf{q}_s \end{bmatrix}, \quad (40)$$

其中 $\mathbf{K}_v$ 和 $\mathbf{K}_p$ 都是正定对角矩阵.

采用以上的控制方案, 运动控制的误差动态可表示为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}} - \boldsymbol{\kappa} + \mathbf{K}_v \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_m^T & \dot{\mathbf{q}}_s^T \end{bmatrix}^T + \mathbf{K}_p \begin{bmatrix} \mathbf{q}_m^T & \mathbf{q}_s^T \end{bmatrix}^T \\ = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (41)$$

因此, UAV的运动同步转化为选择合适的参数 $\mathbf{K}_v$ 和 $\mathbf{K}_p$, 设计 $\boldsymbol{\kappa}$, 使得 $\dot{\mathbf{r}} \rightarrow \mathbf{0}$, $\dot{\mathbf{q}}_j \rightarrow \mathbf{0}$ 且 $\mathbf{q}_j \rightarrow \mathbf{0}$.

定义如下的主从端坐标误差动态:

$$\mathbf{e}_m(t) = \mathbf{q}_m(t - d(t)) - \mathbf{q}_s(t), \quad (42)$$

$$\mathbf{e}_s(t) = \mathbf{q}_s(t - d(t)) - \mathbf{q}_m(t). \quad (43)$$

如果主、从端的坐标误差和坐标误差的导数渐近趋向于原点, 则主、从端运动同步. 由(42)和(43)式容易得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_m(t) &= \dot{\mathbf{q}}_m(t - d(t)) - \dot{\mathbf{q}}_s(t) \\ &= [-\mathbf{A}_m \mathbf{q}_m(t - d(t)) + \mathbf{r}_m(t - d(t))] \\ &\quad \times (1 - \dot{d}(t)) + \mathbf{A}_m \mathbf{q}_m(t) - \mathbf{r}_s(t) \\ &= -\mathbf{A}_m \mathbf{e}_m(t) + \mathbf{A}_m \mathbf{q}_m(t - d(t)) \dot{d}(t) \\ &\quad + \mathbf{r}_m(t - d(t)) [1 - \dot{d}(t)] - \mathbf{r}_s(t), \end{aligned} \quad (44)$$

$$\dot{\mathbf{e}}_s(t) = \dot{\mathbf{q}}_s(t - d(t)) - \dot{\mathbf{q}}_m(t)$$

$$\begin{aligned}
 &= [-\mathbf{A}_s \mathbf{q}_s(t-d(t)) + \mathbf{r}_s(t-d(t))] \\
 &\quad \times (1 - \dot{d}(t)) + \mathbf{A}_s \mathbf{q}_s(t) - \mathbf{r}_m(t) \\
 &= -\mathbf{A}_s \mathbf{e}_s(t) + \mathbf{A}_s \mathbf{q}_s(t-d(t)) \dot{d}(t) \\
 &\quad + \mathbf{r}_s(t-d(t)) [1 - \dot{d}(t)] - \mathbf{r}_m(t). \quad (45)
 \end{aligned}$$

令 $\mathbf{e} = [\mathbf{e}_m^T, \mathbf{e}_s^T]^T$, $\mathbf{A} = \text{diag}[\mathbf{A}_m, \mathbf{A}_s]$, $\mathbf{r} = [\mathbf{r}_m^T, \mathbf{r}_s^T]^T$, 则有

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{e}} &= \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_m \\ \dot{\mathbf{e}}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{A}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_m \\ \mathbf{e}_s \end{bmatrix} \\
 &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{r}_m(t-d(t)) [1 - \dot{d}(t)] - \mathbf{r}_s(t) \\ \mathbf{r}_s(t-d(t)) [1 - \dot{d}(t)] - \mathbf{r}_m(t) \end{bmatrix} \\
 &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m \mathbf{q}_m(t-d(t)) \dot{d}(t) \\ \mathbf{A}_s \mathbf{q}_s(t-d(t)) \dot{d}(t) \end{bmatrix}. \quad (46)
 \end{aligned}$$

据此, 我们可以建立如下的增广动态系统:

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{X}} &= [\dot{\mathbf{X}}_1^T \ \dot{\mathbf{X}}_2^T]^T = [\dot{\mathbf{e}}_m^T \ \dot{\mathbf{e}}_s^T \ \dot{\mathbf{r}}_m^T \ \dot{\mathbf{r}}_s^T]^T \\
 &= \mathbf{A}_1 \mathbf{X} + \mathbf{A}_2 \mathbf{X}(t-d(t)) + \mathbf{W} + \mathbf{U}, \quad (47)
 \end{aligned}$$

其中, $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2 \in \mathbf{R}^{4n \times 4n}$; $\mathbf{X}, \mathbf{W}, \mathbf{U} \in \mathbf{R}^{4n \times 1}$.

为了使主从端运动同步, 协调力矩为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U} &= \begin{bmatrix} \mathbf{u}_m \\ \mathbf{u}_s \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 \mathbf{r}_m(t) + \mathbf{K}_2 \mathbf{r}_s(t-d(t)) \\ \mathbf{K}_3 \mathbf{r}_m(t-d(t)) + \mathbf{K}_4 \mathbf{r}_s(t) \end{bmatrix}, \quad (48)
 \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{K}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ($i \in \{1, 2, 3, 4\}$), 是一个常数矩阵.

由此, 可以将闭环系统 $\dot{\mathbf{X}} = [\dot{\mathbf{X}}_1^T \ \dot{\mathbf{X}}_2^T]^T = [\dot{\mathbf{e}}_m^T \ \dot{\mathbf{e}}_s^T \ \dot{\mathbf{r}}_m^T \ \dot{\mathbf{r}}_s^T]^T$ 解耦为两个子系统:
 X_1 系统:

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{e}} &= \mathbf{A}_{11} \mathbf{e} + \mathbf{A}_{12} \mathbf{r} + \mathbf{A}_{13} \mathbf{r}(t-d(t)) \\
 &\quad + \mathbf{W}(t-d(t)), \quad (49)
 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_{11} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{A}_s \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{A}_{12} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{A}_{13} &= \begin{bmatrix} [1 - \dot{d}(t)] \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & [1 - \dot{d}(t)] \mathbf{I} \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{W}(t-d(t)) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m \mathbf{q}_m(t-d(t)) \dot{d}(t) \\ \mathbf{A}_s \mathbf{q}_s(t-d(t)) \dot{d}(t) \end{bmatrix}.$$

X_2 系统:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{A}_{21} \mathbf{r} + \mathbf{A}_{22} \mathbf{r}(t-d(t)), \quad (50)$$

其中,

$$\mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{K}_3 & \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

根据前面关于系统的稳定性分析, 可以证明 X_2 子系统满足均方意义下指数稳定的充分条件, X_1 子系统满足 γ (γ 为正实常数) 指标抗扰动均方意义下随机稳定的充分条件 [23].

4 数值仿真

本文在数值仿真基于一个微小型四旋翼无人飞行器半物理仿真平台, 该平台由一架 DJI WooKong-M 飞控系统的微小型四旋翼无人飞行器、一个装有 DJI 地面站管理软件的便携式笔记本电脑、一套 DJI/2.4 GHz 数传电台和一个用于起飞/降落操作的 Futaba T8FG Super 2.4 GHz 14 通道遥控器组成. 装有地面站管理软件的笔记本电脑作为主端控制器通过数传电台与从端的微小型四旋翼无人机行器通讯, 为其提供航路点、航向角、水平飞行速度、转弯模式等信息.

根据 (4) 和 (5) 式,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_m(\mathbf{q}) &= \mathbf{M}_s(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ 0 & M_{22} \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{C}_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \mathbf{C}_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

$$M_{11} = (2s_1 \cos q_2 + s_2) s_2 m_2 + s_1^2 (m_1 + m_2),$$

$$M_{12} = s_2^2 m_2 + s_1 s_2 m_2 \cos q_2, \quad M_{22} = s_2^2 m_2,$$

$$C_{11} = -s_1 s_2 m_2 \sin q_2 \dot{q}_2,$$

$$C_{12} = -s_1 s_2 m_2 \sin q_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2),$$

$$C_{21} = s_1 s_2 m_2 \sin q_2, \quad C_{22} = 0.$$

仿真实例中的相关参数如下:

$$m_1 = m_{m_1} = m_{m_2} = 1.5 \text{ kg},$$

$$m_2 = m_{s_1} = m_{s_2} = 2 \text{ kg},$$

$$s_1 = s_{m_1} = s_{m_2} = 0.2 \text{ m},$$

$$s_2 = s_{s_1} = s_{s_2} = 10 \text{ m}, \quad g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2},$$

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} 3.5 & 0 \\ 0 & 4.1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_s = \begin{bmatrix} 2.6 & 0 \\ 0 & 2.4 \end{bmatrix}.$$

假设四旋翼飞行器起飞后, 飞控系统控制模式位于“姿态模式”, 在飞行高度保持不变的情况下, 选取主从端的水平初始位置为 $[0.5 \ 0.5; 6 \ 8]^T$, 通过 (33), (34) 式和 (37), (38) 式进行变换, (48) 式中的反馈增益参数选择为

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} -4.5 & -0.3 \\ 0.2 & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.2 \\ 0.1 & -0.1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1 \\ 0.2 & -0.2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_4 = \begin{bmatrix} -2.5 & 0.1 \\ -0.2 & -4.3 \end{bmatrix}.$$

Markov 过程的转移率矩阵取为 $\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} -15 & 15 \\ 9 & -9 \end{bmatrix}$.

分别取通信时滞及其导数的上界为 $\bar{\tau} = 0.9$, $\bar{h} = 0.95$, 不妨选 $d_1(t) = 0.6 \sin^2 t$, $d_2(t) = 0.8 \cos^2 t$. 系统模态转移的某条样本路径如图 3 所示(在模态 1, $d(t) = d_1(t)$; 在模态 2, $d(t) = d_2(t)$).

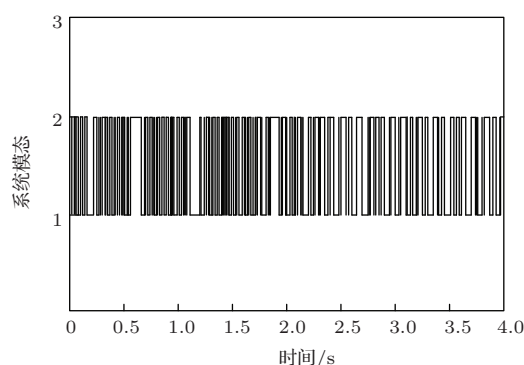


图3 系统的模态转化

假设系统在 0 时刻以前, 一直处于模态 1, 由以上的参数选择和假设, 容易得到子系统 X_2 的系统参数为

$$\mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} -4.5 & -0.3 & 0 & 0 \\ 0.2 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2.5 & 0.1 \\ 0 & 0 & -0.2 & -4.3 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.5 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0.1 & -0.1 \\ 0.5 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.2 & -0.2 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

利用 Matlab LMI 工具箱, 由 (25) 式我们可以得到一组可能解:

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} 5.56 & 0.32 & 0 & 0 \\ 0.32 & 11.47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10.89 & -0.1753 \\ 0 & 0 & -0.18 & 8.12 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{P}_2 = \begin{bmatrix} 5.89 & 0.41 & 0 & 0 \\ 0.41 & 12.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 11.34 & -0.11 \\ 0 & 0 & -0.11 & 8.53 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} 31.46 & 2.04 & 0 & 0 \\ 2.04 & 31.87 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 26.53 & -0.26 \\ 0 & 0 & -0.26 & 33.71 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} 37.53 & 3.21 & 0 & 0 \\ 3.21 & 38.94 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 31.24 & -0.06 \\ 0 & 0 & -0.06 & 40.85 \end{bmatrix}.$$

为了说明误差子系统的随机稳定性, 必须给出子系统的初始态, 不妨选 X_2 子系统的初始状态为

$$\mathbf{X}_2(l) = [r_m^{(1)}(l) \ r_m^{(2)}(l) \ r_s^{(1)}(l) \ r_s^{(2)}(l)]^T$$

$$= [0.5 \sin l \ 0.7 \cos l \ 0.4 \sin^2 l \ 0.6 \cos^2 l]$$

$$(l \in [-2, 0]).$$

误差子系统 X_2 的状态演化迭代结果如图 4 所示, 从图 4 可以看出 X_2 子系统在 0.7s 左右达到稳态, 被控对象状态几乎收敛到 0, 根据 3.2 的分析, X_2 子系统是均方意义下稳定的.

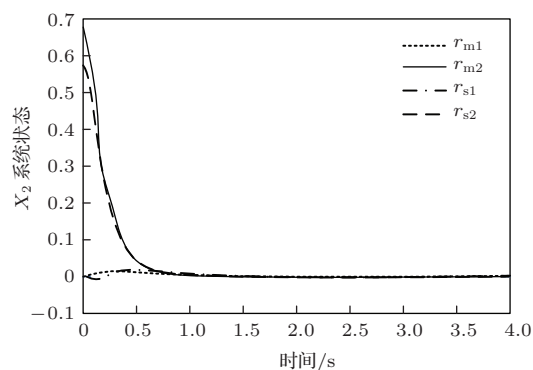


图4 X_2 误差子系统的状态演化

类似地, 对于 X_1 子系统, 我们选取扰动抑制指标 $\gamma = 5.73$, 若取 X_1 子系统的初态为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1(l) &= [e_m^{(1)}(l) \ e_m^{(2)}(l) \ e_s^{(1)}(l) \ e_s^{(2)}(l)]^T \\ &= [0.8 \sin l \ 0.6 \cos l \ 0.7 \sin^2 l \ 0.5 \cos^2 l]^T \\ (l \in [-2, 0]). \end{aligned}$$

同样可以得到如图 5 所示的 X_1 子系统的误差演化轨迹, 而控制输入 κ 的增益状态演化由图 6 给出. 由图 5 可以看出, X_1 子系统在 1.8 s 左右达到稳态, 被控对象的状态在该时刻也基本上收敛到 0, 根据前面分析, X_1 子系统是 γ 指标扰动抑制均方意义下随机稳定的.

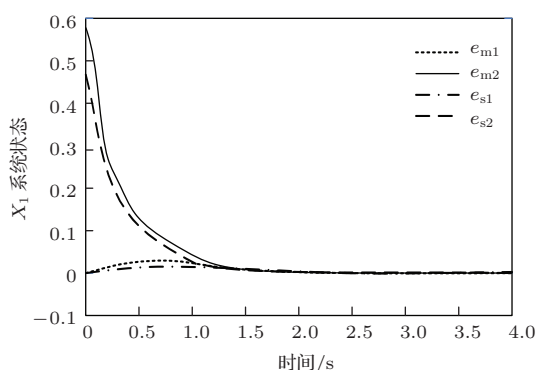


图 5 X_1 误差子系统的状态演化

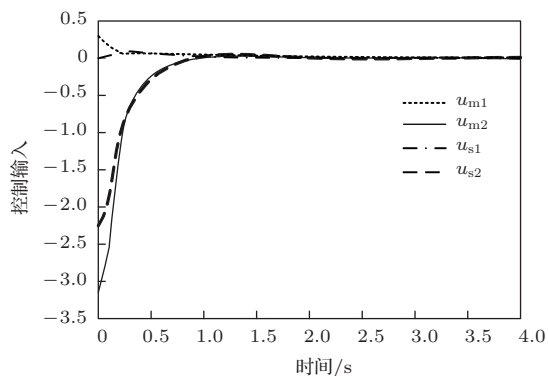


图 6 控制信号的状态演化

5 结 论

本文针对 UAV 遥操作中存在随机时变通信时滞的实际, 研究了其控制同步问题. 提出了用基于 Markov 跳变模态参数的时变时滞函数来刻画遥控通信网络中的时滞问题, 根据相关假设和分析, 将这类具有随机时变通信时滞的控制问题纳入到随

机系统框架下, 通过随机意义下的稳定性分析, 来求解系统的同步控制问题. 仿真实例表明, 本文的方法针对一类满足 Euler-Lagrange 方程的自由度主从 UAV 系统, 通过反馈线性化设计控制器, 将主、从端的遥操作系统的非线性动态转化成局部的主、从端位置控制和时滞的运动同步两个线性子系统, 分别在两个模态设计控制器, 保证了主、从端运动轨迹的有界性.

参考文献

- [1] Ollero A, Merino L 2004 *Annu. Rev. Control* **28** 167
- [2] Slawomir G, Giorgio G, Wolfram B 2012 *IEEE Trans. Robot.* **28** 90
- [3] Niu Y F, Shen L C 2006 *J. Electron. Inform. Technol.* **28** 1026 (in Chinese) [牛轶峰, 沈林成 2006 电子与信息学报 **28** 1026]
- [4] Niethammer U, James M R, Rothmund S, Travelletti J, Joswig M 2012 *Eng. Geol.* **128** 2
- [5] Gerasimos G R 2012 *Robot. Auton. Syst.* **60** 978
- [6] Sun H B, Zhou R, Zou L, Ding Q X 2011 *Acta Aeronaut. Astronaut. Sin.* **32** 299 (in Chinese) [孙海波, 周锐, 邹丽, 丁全心 2011 航空学报 **32** 299]
- [7] Zhou J Y, Jiang Z C, Tang G J 2012 *Sci. China G: Phys. Mech. Tech.* **55** 339
- [8] Wen S H, Yuan J Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1615 (in Chinese) [温淑焕, 袁俊英 2010 物理学报 **59** 1615]
- [9] Zhang W M, Li X, Liu S, Li Y Q, Wang B H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 094502 (in Chinese) [张文明, 李雪, 刘爽, 李雅倩, 王博华 2013 物理学报 **62** 094502]
- [10] Zhang B, Li H Y, Tang G J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 029601 (in Chinese) [张波, 李海洋, 唐国金 2013 物理学报 **62** 029601]
- [11] Rakkiyappan R, Sakthivel N, Lakshmanan S 2014 *Chin. Phys. B* **23** 020205
- [12] Yang D S, Liu Z W, Zhao Y, Liu Z B 2012 *Chin. Phys. B* **21** 040503
- [13] Park M J, Lee S M, Son J W, Kwon O M, Cha E J 2013 *Chin. Phys. B* **22** 070506
- [14] Cairano S D, Bemporad A, Júlvez J 2009 *Automatica* **45** 1243
- [15] Yang Y H, Fu M Y, Zhang H S 2013 *Acta Automat. Sin.* **39** 237 (in Chinese) [杨园华, 付敏跃, 张焕水 2013 自动化学报 **39** 237]
- [16] Chen N, Shen X Y, Gui W H, Yang C H, Wang L Y 2011 *Control Theory Appl.* **28** 1099 (in Chinese) [陈宁, 沈晓瑜, 桂卫华, 阳春华, 王凌云 2011 控制理论与应用 **28** 1099]
- [17] Liu C J, Chen W H, Andrews J 2011 *Robot. Auton. Syst.* **59** 571
- [18] Han Q L 2005 *Automatica* **41** 2171
- [19] Liu Y R, Wang Z D, Liang J L, Liu X H 2009 *IEEE Trans. Neural. Networ.* **20** 1102

- [20] Xu S Y, Chen T W, Lam J 2003 *IEEE Trans. Automat. Control* **48** 900
 [21] Kang Y, Li Z J, Shang W K, Xi H S 2012 *Int. J. Innov. Comput. Inform. Control* **8** 61
 [22] Xie L H 1996 *Int. J. Control* **63** 741
 [23] Kang Y, Li Z J, Shang W K, Xi H S 2010 *IET Control Theory Appl.* **4** 2129

Synchronization control for a class of tele-operation system with stochastically time-varying communication delays*

Cui Jun-Hui^{1)2)†} Wei Rui-Xuan¹⁾ Qi Xiao-Ming¹⁾

1) (Unmanned Aerial Vehicle Application Engineering Department, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

2) (69220 People's Liberation Army Troops, Aksu 842000, China)

(Received 2 June 2014; revised manuscript received 17 July 2014)

Abstract

Synchronization control methods for a class of tele-operation system with stochastically time-varying communication delays are surveyed, aiming at the existing communication delays, packet loss, and so on, during the ground-based tele-operation of unmanned aerial vehicles. A control model for this class of master-slave tele-operation system with communication time delays is established. Then, the time delays within the remote control communication network are depicted by a time-varying-delay function, of which the modal parameters are transferred based on an ergodic Markov process. After that, the synchronization control problem of the system is solved by stability analysis of the mean square within the framework of the stochastic systems. Finally, the semi-physical simulation platforms of an unmanned micro-quadrotor are carried out to verify the methods presented in this paper; and the elementary simulation results show that the loci of the master-slave sides are all bounded through designing the controllers by the feedback linearization separately in the methods.

Keywords: stochastic systems, time-varying delay, unmanned aerial vehicle, synchronization control

PACS: 02.30.Yy, 07.05.Dz, 05.45.Xt

DOI: 10.7498/aps.63.230203

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51201182, 61105012), the National Aviation Science Foundation of China (Grant No. 20135896027), and the China Postdoctoral Science Foundation (Grant No. 2012M512149).

† Corresponding author. E-mail: jhcui@mail.ustc.edu.cn