一种含横向圆柱形空腔的声学覆盖层的去耦机理分析*

黄凌志 肖勇 温激鸿† 杨海滨 温熙森

(国防科学技术大学机电工程与自动化学院, 装备综合保障技术重点实验室声学与振动组, 长沙 410073)

(2015 年 1 月 28 日收到; 2015 年 2 月 17 日收到修改稿)

在水下结构表面敷设去耦覆盖层是降低其声辐射的有效途径. 为了深入分析一种含横向无限长空腔的覆盖层的去耦机理, 本文将其等效为均匀介质, 建立了敷设这种覆盖层的单向基体板在线激励下的声辐射模型, 验证了计算模型的有效性, 并利用计算模型对含横向空腔覆盖层的去耦机理进行了分析. 研究结果表明: 基体板-覆盖层接触面的能量流以纵波能量为主, 而横波能量很小, 因而计算覆盖层的去耦特性时可以忽略横波的作用; 和均匀覆盖层相比, 横向空腔型覆盖层在中高频段极大地增强了基体板的力阻抗, 从而更有效地抑制了基体板的振速; 此外, 和均匀覆盖层相比, 横向空腔型覆盖层和水的阻抗失配更大, 使其在中高频具有良好的振动传递损失特性. 因此, 总体而言, 含横向空腔的覆盖层相比均匀覆盖层具有更好的中高频去耦性能.

关键词: 横向空腔, 等效介质法, 去耦机理, 水下声辐射

PACS: 43.20.+g, 43.30.Ky **DOI:** 10.7498/aps.64.154301

1 引 言

在水下结构表面敷设黏弹性去耦材料是降低其振动和声辐射的常用措施. 去耦层插入在基体板振动表面和辐射表面之间, 起到了隔振的作用, 降低了结构向水中辐射的噪声. 此外, 水下结构表面覆盖层常需要兼顾吸隔声性能要求, 为此, 黏弹性材料覆盖层中常加入空腔[1,2]、散射微粒[3]、局域共振单元[4−6]等内部结构, 以增强覆盖层的声学性能.

覆盖层的去耦性能一直以来都受到了较多的关注, House[7]计算了敷设柔性覆盖层的无限大板在平面波入射后的声压传递损失. Foin 等[8]把覆盖层等效为无质量弹簧, 建立了矩形板在水中的声辐射模型. Berry 等[9] 建立了敷设均匀覆盖层的有限板结构在水中受激励的三维模型, 并对去耦性能进行了分析. 范军等[10]建立了有限长圆柱壳声辐射的计算模型, 并通过分析指出覆盖层声速的降低有利于去耦性能的提升. Tao 等[11]对敷设带锥性空腔覆盖层的无限大板的声辐射性能进行了分析并指出, 透射系数和去耦性能相关, 但透射系数并不能直接反映覆盖层的去耦性能. Wang 等[12]建立了敷设均匀覆盖层的加筋板的声辐射计算模型, 并用实验验证了覆盖层的去耦效果. Zhu 等[13]利用有限元方法将含手性结构覆盖层等效为均匀介质, 计算了该模型的去耦性能, 并在实验中通过测量声压级验证了该结构的去耦效果. 何世平等[14]通过分析速度、声功率和结构之间的关系, 对去耦覆盖层的降噪性能指标进行了探讨, 同时指出振动传递损失和湿面均方速度插入损失作为去耦性能的评价指标各有其优缺点.

上述工作对带覆盖层的水下结构声辐射进行了计算, 有的工作对去耦指标进行了探讨, 部分工作设计了实验对去耦效果进行了验证, 为实际中去耦覆盖层的设计使用提供了指导. 但目前的工作对去耦机理的揭示仍有不足, 特别是带空腔结构的

* 国家自然科学基金 (批准号: 51305448, 51275519) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wenjihong@vip.sina.com

© 2015 中国物理学会 Chinese Physical Society

覆盖层的去耦机理, 缺乏比较深入的认识. 且目前的研究对象常常是三维结构, 当覆盖层存在大量内部结构时, 由于计算量原因, 难以进行全尺寸建模的有限元验证对比. 因此, 需要一种较简单的计算模型, 既能表征有限尺寸的水下结构振动模态特性和声辐射特性, 又能充分体现空腔覆盖层的去耦效果, 方便有限元对比验证及进一步的去耦机理分析.

为此, 本文对文献 [15, 16] 中一种含横向空腔的黏弹性覆盖层的去耦性能进行建模分析. 首先利用层多重散射法计算透射波和反射波的声压与速度幅值, 据此将覆盖层等效为均匀材料, 其次建立敷设覆盖层的单向板的二维声辐射计算模型, 通过能流验证等效方法的可行性, 利用有限元验证计算模型的精确性, 最后根据计算模型对去耦性能进行分析, 揭示带横向空腔的覆盖层的去耦机理.

2 理论模型

2.1 等效方法

图 1 所示为覆盖层在平面波入射下的透射模型, 覆盖层的厚度为 h_2, 无限长圆柱形空腔半径为 r_1, 空腔在覆盖层内周期性排布, 空腔间距为 d_1, 覆盖层两侧为水. 一列平面波从水中垂直入射到覆盖层表面, 可以利用层多重散射法 [17,18] 求得反射波和透射波的声压与速度幅值. 下面的讨论都忽略时间简谐因子 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$.

在层多重散射法的计算中, 周期排布的空腔阵列被视为一层在覆盖层内部的分界面, 覆盖层中的弹性波在遇到这层界面时, 会发生透射和反射. 在图 1 所示的模型中, 水-覆盖层交界面, 空腔阵列, 覆盖层-水交界面共同组成了多层界面. 通过分别求解每一层界面的上下侧行波之间的关系, 就可以获得多层界面整体的上下侧行波之间的关系.

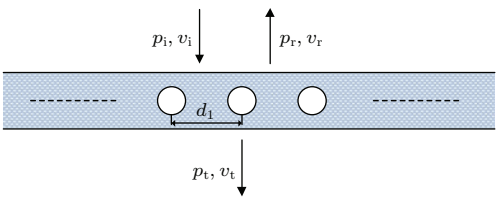

图 1 覆盖层的平面波透射模型

Fig. 1. The model of plane wave transmission through an underwater acoustic coating.

根据现有的声学理论, 利用位移-应力条件即可求得水-覆盖层、覆盖层-水界面上下侧行波之间关系 [19]. 对覆盖层内的空腔阵列而言, 外界入射的平面波可以表示为柱面波的叠加形式 [20]

$$v_{\mathrm{in}}(r) = \sum_{n\sigma} a_{n\sigma} J_{n\sigma}(r), \tag{1}$$

其中 v 代表波的振速, 下标 in 代表入射波, $a_{n\sigma}$ 为柱面波展开系数, $J_{n\sigma}$ 为贝塞尔函数表示的矢量柱面波函数, 下标 n 代表柱面波的阶数, 下标 $\sigma = 1$ 和 $\sigma = 2$ 时分别代表纵波和横波.

入射波在遇到空腔阵列时会发生散射, 总散射场可以表示为所有空腔产生的散射波的叠加 [21]:

$$v_{\mathrm{sc}}(r) = \sum_{n\sigma} b^0_{n\sigma} \sum_j \exp(\mathrm{i}k_{//}R_j) \times H_{n\sigma}(r - R_j), \tag{2}$$

其中下标 sc 代表散射波, $b^0_{n\sigma}$ 为总散射波场的柱面波展开系数, $H_{n\sigma}$ 为用第一类汉克函数表示的矢量柱面波函数. $k_{//}$ 为空腔周期方向的一维简约波矢, R_j 为第 j 个散射体的位移矢量.

对单个空腔散射体而言, 总的入射波等于外界入射波和来自其他的散射体的散射波之和 [22], 即

$$v^0_{\mathrm{in}}(r) = v_{\mathrm{in}}(r) + \sum_{n\sigma} \sum_{n'\sigma'} \sum_{j\neq 0} J_{n\sigma}(r) b_{n'\sigma'} \times \exp(\mathrm{i}k_{//}R_j) G_{n\sigma n'\sigma'}(R_j), \tag{3}$$

其中, v^0_{in} 代表总入射波的振速, $G_{n\sigma n'\sigma'}(R_j)$ 为一维周期结构的矢量周期函数. 对单个散射体而言, 散射波和入射波存在如下关系式 [21,22]:

$$b^0_{n\sigma} = \sum_{n'\sigma'} T_{n\sigma n'\sigma'} a^0_{n'\sigma'}, \tag{4}$$

其中 T 为散射体的传递矩阵. 于是可以求得系数 $b^0_{n\sigma}$, 即得到了总散射波场的柱面波表达形 (2) 式. 可以将总散射波场 (2) 转化为平面波的表达形式 [21,22]:

$$v_{\mathrm{sc}}(r) = \sum_{gl} [v_{\mathrm{sc}}]^{\mathrm{s}}_{gl} \exp(\mathrm{i}K^{\mathrm{s}}_{gl} r) \hat{e}_j(K^{\mathrm{s}}_{gl}), \tag{5}$$

其中 g 是沿周期方向的一维倒格矢, $l = 1$ 和 $l = 2$ 分别代表纵波和横波, K^{s}_{gl} 代表波矢, $\hat{e}_j(K^{\mathrm{s}}_{gl})$ 代表偏振方向的位移矢量. 上标 s 取正号和负号时分别代表与入射波方向相同和相反的散射波.

在得到空腔阵列上下侧行波之间的关系后, 结合水-覆盖层、覆盖层-水界面的上下侧行波之间的关系, 就可以获得覆盖层整体的上下侧行波之间的关系. 从而, 在已知入射波声压 p_{i} 或速度 v_{i} 的情况下, 即可求得反射波的声压 p_{r} 和速度 v_{r} 以及透射波的声压 p_{t}, 与速度 v_{t}.

此时, 入射声场 (即图 1 所示覆盖层的上侧水介质中) 的声压和速度可以分别表示为

$$p_1 = p_\mathrm{i} + p_\mathrm{r},$$
$$v_1 = v_\mathrm{i} + v_\mathrm{r}. \tag{6}$$

透射声场 (即图 1 所示覆盖层的下侧水介质中) 的声压 p_2 和速度 v_2 即等于透射波的声压 p_t 和速度 v_t:

$$p_2 = p_\mathrm{t},$$
$$v_2 = v_\mathrm{t}. \tag{7}$$

若假设存在某种均匀材料覆盖层, 在相同的入射波 p_i 条件下, 产生的透射波 p_t 与反射波 p_r 和带空腔覆盖层的完全相等, 则可将空腔覆盖层等效为这种均匀材料 [23−25]. 均匀覆盖层前界面与后界面的声压与速度在垂直入射声场中有如下关系 [26]:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_\mathrm{e}h_2) & -\mathrm{i}\widetilde{Z}_\mathrm{e}\sin(k_\mathrm{e}h_2) \\ -\mathrm{i}\dfrac{\sin(k_\mathrm{e}h_2)}{\widetilde{Z}_\mathrm{e}} & \cos(k_\mathrm{e}h_2) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix}, \tag{8}$$

其中 $\widetilde{Z}_\mathrm{e}$ 和 k_e 分别为均匀材料的阻抗和波数, 即空腔覆盖层的等效阻抗和等效波数, 利用 (8) 式可得

$$\widetilde{Z}_\mathrm{e} = -\frac{\mathrm{i}\sin(k_\mathrm{e}h_2)p_2}{v_1 - v_2\cos(k_\mathrm{e}h_2)}, \tag{9}$$

$$k_\mathrm{e} = \arccos\left[\frac{1}{h_2}\frac{p_2v_2 + p_1v_1}{(p_2v_1 + p_1v_2)}\right]. \tag{10}$$

2.2 线激励下的声辐射模型

图 2 所示为敷设覆盖层的基体板在线激励下的声辐射模型. 基体板厚度为 h_1, 基体板密度为 ρ_1, x 方向长为 L_x, x 方向两端简支, 垂直纸面方向无限延伸, 基体板一侧的背景场为空气, 覆盖层一侧声辐射环境为水. 线激励置于基体板的中心处. 整体结构镶嵌在无限大刚性障板中.

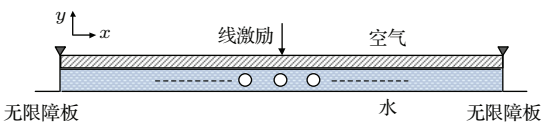

图 2 线激励下的带覆盖层板结构的声辐射模型

Fig. 2. The model of sound radiation from a coated plate excited by a line force.

均匀覆盖层的位移场可以用弹性理论表示为

$$\boldsymbol{u} = \nabla\varPhi + \nabla\times\boldsymbol{\varPsi}, \tag{11}$$

其中 $\varPhi$ 代表纵波分量, $\boldsymbol{\varPsi}$ 代表横波分量. 根据文献 [9], 忽略介质中横波 $\boldsymbol{\varPsi}$ 的传播对声功率的影响很小, 在本文的计算中将忽略覆盖层中横波的传播. 纵波 $\varPhi$ 满足方程

$$\nabla^2\varPhi - \frac{1}{c_\mathrm{L}^2}\frac{\partial^2\varPhi}{\partial t^2} = 0, \tag{12}$$

其中, c_L 为等效纵波声速. 在二维结构中, 忽略空气影响, 板的动力学方程可以表示为

$$\rho_1h_1\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D_1\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = -f(x) - \sigma_z(x,0), \tag{13}$$

其中, w 为板的 z 方向位移, $D_1 = E_1h_1^3/[(12(1-v_1^2)]$, $f(x)$ 为激励力, $\sigma_z(x,0)$ 为覆盖层对板的作用力.

当 $x = 0$, L_x 时, 基体板满足简支边界条件

$$w = 0,$$
$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \tag{14}$$

为满足上述边界条件, 设板的位移方程为

$$w(x) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m \sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right). \tag{15}$$

当 $x = 0$, L_x 时, 假设覆盖层的满足如下边界条件 [9]:

$$u_z = 0,$$
$$u_x = 0,$$
$$\sigma_x = 0. \tag{16}$$

为满足边界条件以及与板运动的耦合, 设覆盖层的位移方程为

$$\varPhi(x,z) = \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m(z)\sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right). \tag{17}$$

将 (17) 式代入 (12) 式可得

$$\phi_m(z) = b_m\cos(\alpha_m z) + c_m\sin(\alpha_m z), \tag{18}$$

其中, $\alpha_m = \sqrt{\left(\dfrac{\omega}{c_\mathrm{L}}\right)^2 - \left(\dfrac{m\pi}{L_x}\right)^2}$ 代表了纵波在 z 方向的波数, a_m, b_m, c_m 为待定系数, 位移可表示为

$$u_x(x,z) = \sum_{m=1} -\frac{m\pi}{L_x}\phi_m(z)\sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right), \tag{19}$$

$$u_z(x,z) = \sum_{m=1} u_{z,m}(z)\sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right), \tag{20}$$

其中 $u_{z,m}(x,z)=\dfrac{\partial\phi_m(z)}{\partial z}$. 结合 (11) 式, 并考虑到 $\lambda\gg 2\mu$, z 方向应力可以表示为

$$\begin{aligned}\sigma_z(x,z)\approx&(\lambda+2\mu)\left(\frac{\partial u_z}{\partial z}+\frac{\partial u_x}{\partial x}\right)\\=&-\widetilde{Z}_{\mathrm{e}}k_{\mathrm{e}}\omega\sum_{m=1}^{\infty}\phi_m(z)\sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right).\end{aligned}\tag{21}$$

覆盖层-板的交界面满足的位移连续关系和覆盖层-水的交界面上满足的应力连续关系分别为

$$w(x)=u_z(x,0),\tag{22}$$

$$\sigma_z(x,-h_2)=-p(x,-h_2).\tag{23}$$

覆盖层和水交界面的声压可以用瑞利积分表示为

$$\begin{aligned}&p(x,-h_2)\\=&-\rho_0\omega^2\int_{\mathrm{L}}u_z(x',-h_2)G(x,x')\mathrm{d}x',\end{aligned}\tag{24}$$

其中二维格林函数 $G(x,x')=-\dfrac{\mathrm{i}}{2}H_0^{(2)}(k_0|x'-x|)$, $H_0^{(2)}$ 为第二类汉克函数 [27]. ρ_0 为水的密度.

将位移及应力表达式代入 (13), (22), (23) 式, 利用 sin 函数正交性, 分别对 (13), (23) 式, 两边同乘 $\sin\left(\dfrac{m\pi}{L_x}x\right)$ 并在 $(0,L_x)$ 上积分, 联合 (22) 式, 可得方程组

$$\begin{aligned}&\frac{L_x}{2}\left[D_1\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^4-\rho_1h_1\omega^2\right]a_m-\frac{L_x}{2}\widetilde{Z}_{\mathrm{e}}k_{\mathrm{e}}\omega b_m\\&=-f_m,\\&\frac{b_m}{c_m}=\frac{\dfrac{L_x}{2}\rho_{\mathrm{e}}\sin(\alpha_mh_2)+\displaystyle\sum_{p=1}\rho_0\alpha_p\cos(\alpha_ph_2)\widehat{Z}_{m,p}}{\dfrac{L_x}{2}\rho_{\mathrm{e}}\cos(\alpha_mh_2)-\displaystyle\sum_{p=1}\rho_0\alpha_p\sin(\alpha_ph_2)\widehat{Z}_{m,p}},\\&a_m=\alpha_mc_m,\end{aligned}\tag{25}$$

其中, $\widehat{Z}_{m,p}$ 为辐射阻抗, f_m 为第 m 阶的模态力, 其表达式如下:

$$\begin{aligned}\widehat{Z}_{m,p}=&-\frac{i}{2}\int_0^{L_x}\int_0^{L_x}\sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right)\sin\left(\frac{p\pi}{L_x}x'\right)\\&\times H_0^{(2)}(k_0|x'-x|)\mathrm{d}x\mathrm{d}x',\end{aligned}\tag{26}$$

$$f_m=\int_0^{L_x}f(x)\sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right)\mathrm{d}x.\tag{27}$$

从方程组 (25) 中可求得待定系数 a_m, b_m, c_m, 即确定了位移场. 基体板表面和覆盖层与水接触表面 z 方向均方速度 $\langle V_1^2\rangle$ 与 $\langle V_2^2\rangle$ 分别可以表示为

$$\begin{aligned}\langle V_1^2\rangle=&\frac{\omega^2}{2L_x}\int_0^{L_x}w(x)w^*(x)\mathrm{d}x\\=&\frac{\omega^2}{4}\sum_{m=1}|a_m|^2,\end{aligned}\tag{28}$$

$$\langle V_2^2\rangle=\frac{\omega^2}{4}\sum_{m=1}|u_m(-h_2)|^2.\tag{29}$$

振动传递损失可以表示为

$$L_v=10\log_{10}\left(\frac{\langle V_1^2\rangle}{\langle V_2^2\rangle}\right).\tag{30}$$

辐射声功率可以表示为

$$\begin{aligned}W_m=&\frac{1}{2}(-\mathrm{j}\omega)\int_0^{L_x}p(x,-h_2)u_z^*(x,-h_2)\mathrm{d}x\\=&-\mathrm{j}\frac{\rho\omega^3}{2}\sum_{m=1}\sum_{p=1}u_{z,m}(-h_2)\widehat{Z}_{mp}\\&\times u_{z,p}(-h_2).\end{aligned}\tag{31}$$

3 计算模型验证

设基体板和覆盖层的参数分别为: 厚度 $h_1=10$ mm 和 $h_2=20$ mm; 密度 $\rho_1=7800$ kg/m^3 和 $\rho_2=1100$ kg/m^3; 弹性模量 $E_1=210$ GPa 和 $E_2=50$ MPa; 泊松比 $\sigma_1=0.28$ 和 $\sigma_2=0.495$. 基体板长度 $L_x=1$ m, 覆盖层损耗因子为 0.5, 空腔半径为 5 mm, 线激励位置位于 $0.5L_x$ 处, 以及激励力大小为 1 N/m.

3.1 能流分析

在前一节的等效方法中, 利用现有的层多重散射法计算透射波与反射波时, 入射纵波被转换为散射纵波和散射横波 [21,22], 因此, 纵波入射所带来的剪切损耗在散射横波中得到了体现. 但同时需要注意, 通过纵波透射模型将覆盖层等效为均匀介质的方法, 并不适用于横波入射的情况.

而在去耦模型中, 基体板向覆盖层传播的能量是由纵波和横波共同组成的, 因此等效模型和去耦模型在能量流的组成部分上是有所差别的. 为了分析这种差别带来的影响, 需要分析通过基体板-覆盖层交界面的能量组成情况. 流过截面的能量可以表示为 [28]

$$\bar{I}_n=\int_S\mathrm{Re}\left\{\frac{1}{2}\mathrm{i}\omega\boldsymbol{u}^*\cdot\boldsymbol{T}\right\}\cdot\hat{n}\mathrm{d}A,\tag{32}$$

其中, $\boldsymbol{u}$ 为位移矢量, $\boldsymbol{T}$ 为应力张量. 利用 (32) 式, 结合模型中的位移和应力方程即可计算通过基体板-覆盖层交接面的纵波能量和横波能量. 基体板-覆盖层交界面定义为干面, 覆盖层-水交界面定义

为湿面, 湿面的能量流出即是声辐射功率. 利用有限元软件Comsol4.4b和本文方法的计算结果对比如图3所示.

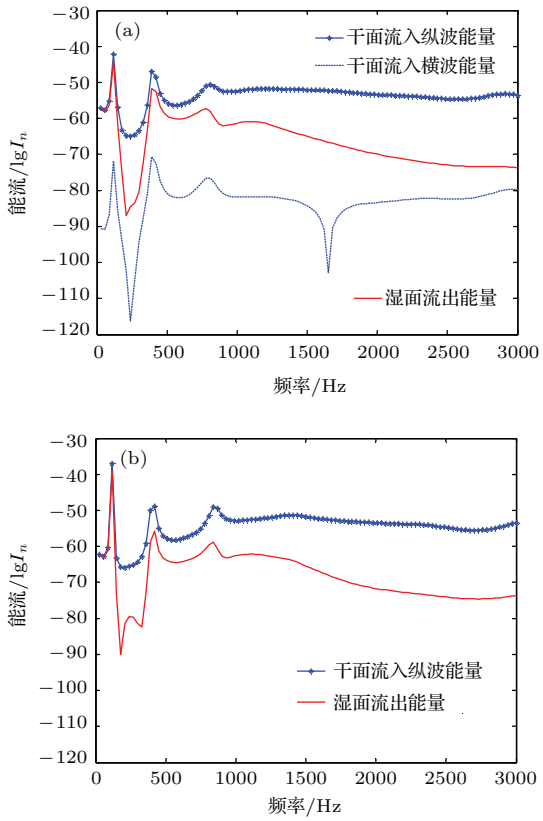

图3 干面和湿面的能量流大小 (a) Comsol 计算结果; (b) 本文方法计算结果

Fig. 3. The energy flux of dry surface and wet surface: (a) calculated by Comsol; (2) calculated by the method of this work.

从图中结果可以看出, 基体板向覆盖层流入的能量以纵波能量为主, 横波能量所占比例极小, 基本可以忽略. 由于水在理想情况的无黏特性, 覆盖层和水交界面流出的能量只含纵波. 从能流的计算结果可以看出, 理论方法的计算结果和Comsol的计算结果十分接近, 从干面入射到覆盖层的横波对去耦的影响极小, 等效方法从机理上来说是可以接受的.

3.2 计算方法有效性验证

为进一步验证计算模型的可行性, 现分别利用Comsol和本文方法计算均匀覆盖层和加空腔覆盖层的声功率情况, 声功率取1×10^{-12} W作为对比值. 如图4所示. 计算结果表明, 理论计算结果和有限元能够较好的符合, 理论方法能够反映基体板敷设覆盖层后的声辐射情况.

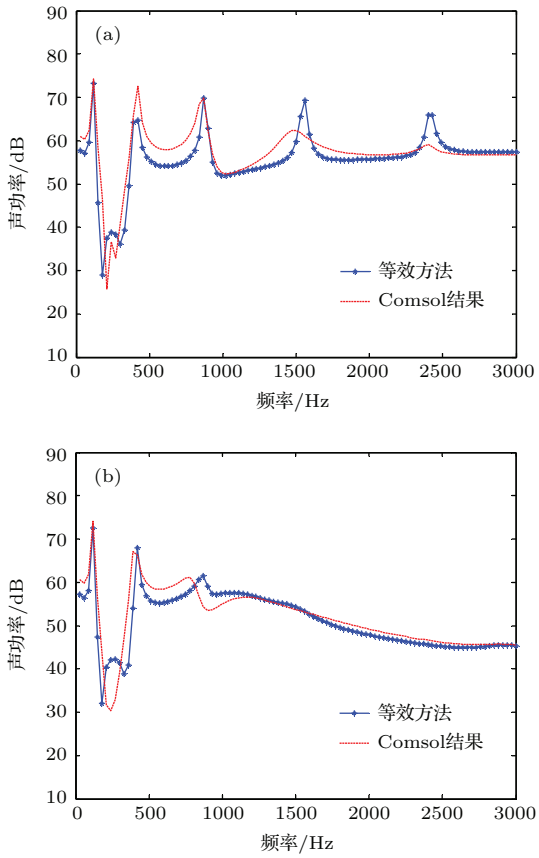

图4 敷设覆盖层后的辐射声功率 (a) 均匀覆盖层; (b) 加空腔覆盖层

Fig. 4. The radiated sound power by the plate with: (a) homogeneous coating layer; (b) coating layer containing horizontal cylindrical cavities.

4 去耦机理分析

4.1 去耦效果

去耦的效果由声功率的减小程度来体现, 带横向空腔覆盖层结构的声功率如图5所示. 从图中可以看出, 在低频时, 覆盖层对声功率的影响很小, 敷设与未敷设时的声功率基本一致; 在中高频时, 敷设横向空腔覆盖层时的声功率要远低于敷设均匀层时的声功率.

以含半径为5 mm空腔的覆盖层为例, 分析空腔覆盖层的去耦机理. 声功率和湿面速度直接相关. 湿面速度由基体板的振动经过覆盖层的传递后产生. 所以, 要分析去耦机理, 首先需要分析的是覆盖层对基体板振动的影响, 其次需要分析振动传递过程中的衰减程度. 在激励大小不变的情况下, 基体板表面速度随外界负载的变化而变化. 外界负载在形式上表现为力阻抗, 直接影响基体板的振动情况.

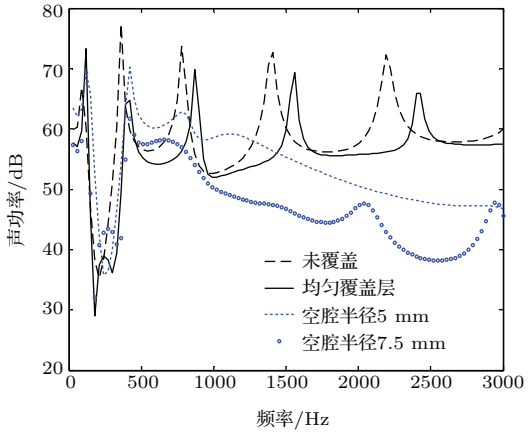

图 5 声功率对比

Fig. 5. The comparison of sound radiation from various coated and uncoated plate.

4.2 覆盖层对基体板的抑振机理

利用 (28) 式计算的基体板表面均方速度如图 6 所示. 从图中可以看出, 低频时, 有无覆盖层的基体板振速都相差不大; 中高频时, 相比敷设均匀覆盖层的情况, 敷设空腔覆盖层的基体板速度受到了更明显的抑制.

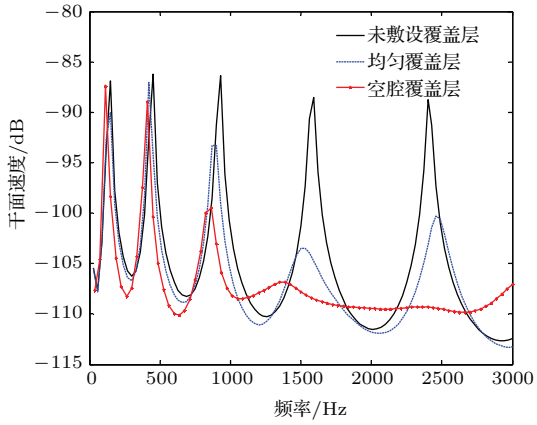

图 6 干面均方速度对比

Fig. 6. The comparison of dry surface's mean square velocity of coated and uncoated plate.

无覆盖层的基体板动力学方程可以表示为

$$\frac{f_m}{v_{1m}} = \mathrm{i}Z_0 + Z_1. \tag{33}$$

有覆盖层的基体板动力学方程 (13) 可以表示为

$$\frac{f_m}{v_{1m}} = \mathrm{i}Z_0 + Z_2, \tag{34}$$

其中,

$$Z_0 = \frac{L_x}{2}\left[\rho_1 h_1 \omega - \frac{1}{\omega} D_1 \left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^4\right],$$

$$Z_1 = \mathrm{i}\left[\sum_{p=1} \rho_0 \omega \widehat{Z}_{m,p} \frac{a_p}{a_m}\right],$$

$$Z_2 = \mathrm{i}\frac{L_x}{2}\rho_{\mathrm{e}}\omega\frac{b_m}{a_m}, \tag{35}$$

v_{1m} 代表了基体板第 m 阶模态速度, Z_0 代表了基体板自身的力抗. 这一项不受覆盖层的影响, 是基体板本身的特性. Z_1 是无覆盖层时, 水对的基体板附加力阻抗. Z_2 是有覆盖层时, 水和覆盖层对的基体板的共同附加力阻抗. Z_1 和 Z_2 的虚部为附加力抗, 实部为附加力阻.

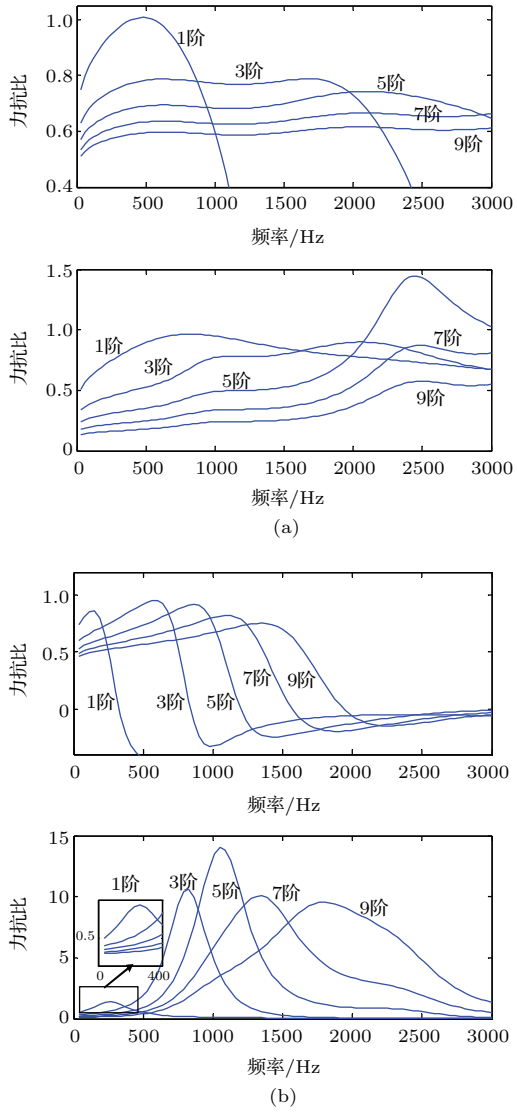

图 7 有无覆盖层条件下奇数阶模态附加力阻抗之比 (a) 均匀覆盖层; (b) 带空腔覆盖层

Fig. 7. The radio of additional odd-modal mechanical impedance of the coated plate and that of the uncoated plate: (a) the case of homogeneous coating layer; (b) the case of coating layer with horizontal cylindrical cavities.

(35) 式中 a_m 和 b_m 的关系如 (25) 式所示, 忽略不同模态间的耦合作用, 利用 (35) 式可以出计算

出敷设覆盖层相对未敷设覆盖层的附加力抗比 $\mathrm{Im}(Z_2)/\mathrm{Im}(Z_1)$ 和附加力阻比 $\mathrm{Re}(Z_2)/\mathrm{Re}(Z_1)$. 算例中采用的是板中心的线激励, 所以只激发出关于中心对称的奇数阶模态. 两种覆盖层与未敷设时的前 5 阶奇数阶模态的附加力抗比和附加力阻比如图 7 所示.

在低频时, $\alpha_m h_2 \approx 0$, 忽略不同模态之间的耦合作用, $b_1 \approx \dfrac{2}{L_x}\dfrac{\rho_0}{\rho_e}\widehat{Z}_{1,1}a_1$, 起主要作用的低阶模态附加力阻抗之比 $L_2/L_1 \approx 1$, 说明水和覆盖层的共同附加力阻抗和水单独对基体板的附加力阻抗相差不大, 覆盖层起到的作用很小. 所以不论是均匀覆盖层还是空腔覆盖层, 这两者对应的基体板均方速度和未敷覆盖层时的基本一致.

在中高频时, 均匀覆盖层相对未敷设的情况, 其低阶模态的附加力抗发生衰减, 但附加力阻则有所增加. 空腔覆盖层相比均匀覆盖层, 其高阶模态对应的附加力阻则显著增强, 空腔覆盖层中高阶附加力阻的峰值是均匀覆盖层相应峰值的 10 倍左右. 因此, 综合来看, 敷设空腔覆盖层后, 其总附加力阻抗在中高频显著增大, 使得带空腔覆盖层的基体板均方速度在中高频得到了显著的抑制.

4.3 覆盖层的振动传递损失机理

图 8 为利用 (30) 式计算的均匀覆盖层和空腔覆盖层的振动传递损失. 从图中可以看出, 低频时, 均匀覆盖层和空腔覆盖层的振动传递损失都比较小, 在数值上也趋近一致; 500—2700 Hz 时, 空腔覆盖层的振动传递损失要略小于均匀覆盖层; 2700 Hz 以上的频率, 空腔覆盖层的振动传递损失要明显大于均匀覆盖层.

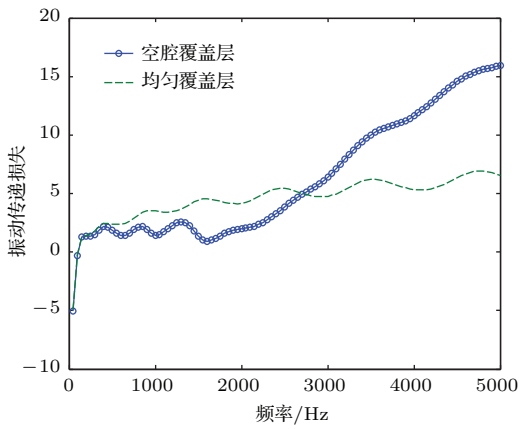

图 8 振动传递损失

Fig. 8. Comparison of transmission loss of mean square velocity.

为了分析振动传递损失的变化规律, 需要分析湿面速度与干面速度之间的关系. 根据 (20) 式, 忽略不同模态之间的耦合作用后, 第 m 阶模态对应的湿面速度可以表示为

$$v_{2,m}(-h_2) = \frac{v_{2,m}(0)}{\cos(\alpha_m h_2) - \dfrac{\rho_0}{\rho_e}\alpha_m \sin(\alpha_m h_2)\dfrac{2\widehat{Z}_{m,m}}{L_x}}, \tag{36}$$

式中 $v_{2,m}$ 等于 $\mathrm{i}\omega u_{z,m}$, 上式直接反映了湿面速度和干面速度之间的关系. (8) 式中的平面波垂直入射情况下反射表面和透射表面速度之间的关系可以表示为

$$v_2 = \frac{1}{\cos(k_e h_2) - \mathrm{i}\dfrac{\rho_0}{\rho_e}k_e \sin(k_e h_2)\dfrac{1}{k_0}} v_1. \tag{37}$$

可见, 覆盖层的速度关系 (36) 式和平面波透射模型 (37) 的速度关系式在形式上十分相似, (36) 式中的 α_m 代表覆盖层 z 方向的波数, $\widehat{Z}_{m,m}$ 则代表了 m 阶模态的自辐射阻抗, $\widehat{Z}_{m,m}$ 随着 k_0 的增大而减小. 根据平面波透射规律 [26], 在覆盖层和水的特性阻抗失配越严重, 越有利于隔声. 定义阻抗失配比为 $L_z = \left|\widetilde{Z}_e - \widetilde{Z}_0\right| \Big/ \left|\widetilde{Z}_0\right|$. $\widetilde{Z}_0$ 为水的特性阻抗. 阻抗失配比越大, 代表阻抗失配越严重. 图 9 (a) 所示的是空腔覆盖层和均匀覆盖层相对于水的阻抗失配比, 图 9 (b) 所示的是均匀覆盖层和空腔覆盖层的等效波数. 图 9 (a) 中可以看出空腔覆盖层的阻抗失配比明显要大于均匀覆盖层.

当低频时, $\alpha_m h_2 \to 0$, 由 (36) 式可知, 此时低阶 $v_{2,m}(-h_2) \approx v_{2,m}(0)$, 基体速度和覆盖层表面速度相差不大. 因此在低频时, 覆盖层隔绝振动的作用十分有限. 为进一步分析机理, 定义第 m 阶的模态速度传递损失为

$$N_m = 10\log_{10}\left(\left|\frac{v_{1,m}}{v_{2,m}}\right|\right). \tag{38}$$

图 10 为前 5 阶奇数阶模态速度传递损失. 注意到 $\alpha_m = \sqrt{k_e^2 - \left(\dfrac{m\pi}{L_x}\right)^2}$, 对比 (36) 式和 (37) 式, 可以看出此时的覆盖层的隔振方式类似于覆盖层对入射角为 $\arccos\left(\sqrt{k_e^2 - \left(\dfrac{m\pi}{L_x}\right)^2}\Big/k_e\right)$ 的斜入射平面波的隔声方式. 随着频率的升高, k_e 逐渐增大, 等效的入射角逐渐增大并接近 90°. 不考虑损耗的情况, 斜入射的透射系数公式为 [26]

$$W_t = 1 - \frac{\widetilde{Z}_0\cos\theta - \widetilde{Z}_e}{\widetilde{Z}_0\cos\theta + \widetilde{Z}_e}. \tag{39}$$

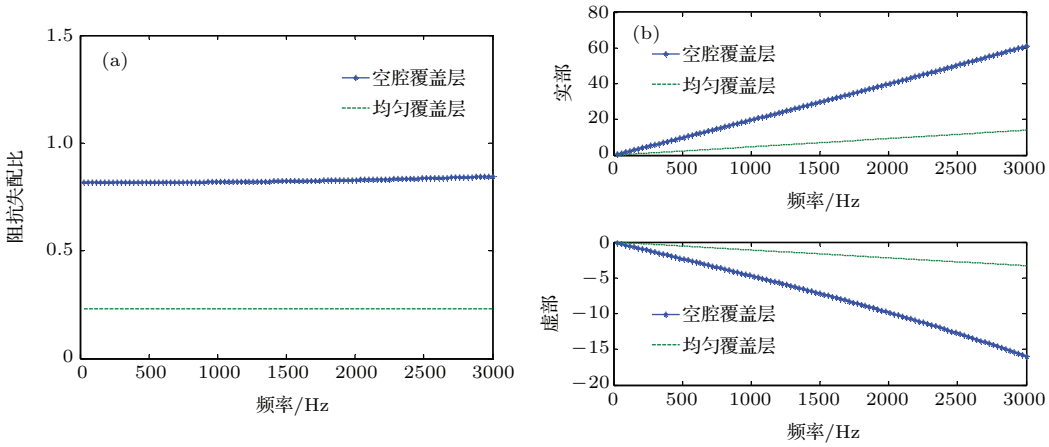

图 9 (a) 阻抗失配比; (b) 等效波数

Fig. 9. (a) The ratio of impedance's mismatch; (b) equivalent wave number.

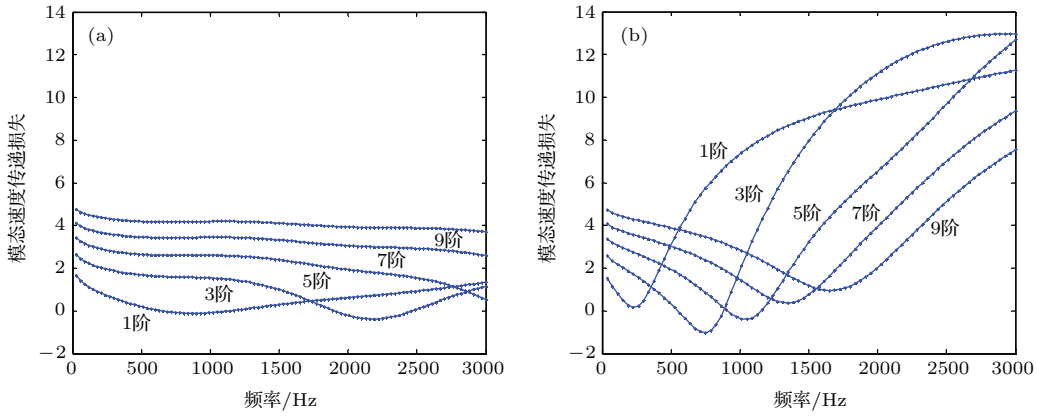

图 10 模态速度传递损失 (a) 均匀覆盖层; (b) 带空腔覆盖层

Fig. 10. Transmission loss of modal velocity (a) the case of homogeneous coating layer; (b) the case of coating layer with horizontal cylindrical cavities.

当 $\cos\theta = \tilde{Z}_{\rm e}/\tilde{Z}_0$, 透射系数达到最大. 由上述的推导可以看出, 当等效的入射角 $\arccos\left(\sqrt{k_{\rm e}^2-\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2}\Big/k_{\rm e}\right)$ 接近 $\tilde{Z}_{\rm e}/\tilde{Z}_0$ 时, 模态速度传递损失将达到一个谷值. 模态阶数 m 越大, 模态传递损失谷值对应的频率就越高. $\tilde{Z}_{\rm e}/\tilde{Z}_0$ 越小, k_e 增长得越快, 同阶模态传递损失谷值对应的频率就越低. 所以空腔覆盖层的模态速度传递损失的谷值对应频率比同阶的均匀覆盖层要低的多. 在振动传递损失上表现为500—2700 Hz时, 空腔覆盖层的振动传递损失要小于均匀覆盖层. 尽管此时空腔覆盖层的阻抗失配相对均匀覆盖要大的多, 但其前几阶的模态振动传递损失都出现了谷值, 使得对应的振动损失也较低. 2700 Hz以后, 空腔覆盖层充分体现了阻抗失配比大的优势, 其振动传递损失较均匀覆盖层有明显增大. 总体而言, 空腔的加入有利于中高频振动传递损失的增大, 有利于中高频获得较好的去耦效果.

5 结 论

本文研究了一种含横向空腔的声学覆盖层的去耦性能, 利用现有的层多重散射法计算出反射波和透射波的声压与速度幅值, 并利用计算出的透射波和反射波将去耦覆盖层等效为均匀覆盖层, 建立了带覆盖层的板结构的声辐射计算模型. 利用计算模型分析了带横向空腔的覆盖层的去耦机理. 结果表明, 在低频时, 不论是均匀覆盖层还是带空腔的覆盖层, 其抑振能力和隔振能力都很微弱, 此时的覆盖层难以起到去耦的作用; 中高频时, 和均匀覆盖层相比, 带横向空腔的覆盖层能有效的增大基体板的附加阻抗, 能更好的抑制基体板的振动, 同时,

增强了覆盖层和水之间的阻抗失配, 保证了振动通过覆盖层时提供有效的传递损失. 总体而言, 相对于均匀覆盖层, 含横向空腔的覆盖层在中高频表现出更好的去耦性能. 本文提出的横向空腔覆盖层去耦特性计算方法, 能够较为准确地定量预报其去耦特性. 同时通过求解相关机械阻抗和模态速度传递损失, 为横向空腔覆盖层的去耦机理分析提供了一种较为直观的方法.

参考文献

[1] Zhao H G, Liu Y Z, Wen J H, Yu D L, Wen X S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4700 (in Chinese) [赵宏刚, 刘耀宗, 温激鸿, 郁殿龙, 温熙森 2007 物理学报 **56** 4700]

[2] Ivansson S M 2012 *J. Acoust. Soc. Am.* **131** 2622

[3] Zhao H G, Liu Y Z, Wen J H, Yu D L, Wang G, Wen X S 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 2132

[4] Liu Z Y, Zhang X X, Mao Y W, Zhu Y Y, Yang Z Y, Chan C T, Sheng P 2000 *Science* **289** 1734

[5] Yang H B, Li Y, Zhao H G, Wen J, Wen X S 2014 *Chin. Phs. B* **23** 104301

[6] L L, Wen J H, Zhao H G, Meng H, Wen X S 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 214301 (in Chinese) [吕林梅, 温激鸿, 赵宏刚, 孟浩, 温熙森 2012 物理学报 **61** 214301]

[7] House J R C 1991 *Proc. I. O. A* **13** 166

[8] Foin O, Berry A 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **107** 2501

[9] Berry A, Foin O 2001 *J. Acoust. Soc. Am.* **109** 2704

[10] Tao M, Fan J, Tang W 2008 *Acta Acoust.* **33** 220 (in Chinese) [陶猛, 范军, 汤渭霖 2008 声学学报 **33** 220]

[11] Tao M, Tang W L, Hua H X 2010 *J. Vib. Acoust.* **132** 61001

[12] Wang X Z, Zhang A M, Pang F Z, Yao X L 2014 *J. Sound Vib.* **333** 228

[13] Zhu D W, Huang X C, Wang Y, Xiao F, Hua H 2014 *J. Mechanical Engineering Science* (in press)

[14] He S, He Y A, Zhang W Q 2014 *Acta Acoust.* **39** 177 (in Chinese) [何世平, 何元安, 张文群 2014 声学学报 **39** 177]

[15] Yang H B, Li Y, Zhao H G, Wen J H, Wen X S 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 154301 (in Chinese) [杨海滨, 李岳, 赵宏刚, 温激鸿, 温熙森 2013 物理学报 **62** 154301]

[16] Ivansson S M 2014 *J. Acoust. Soc. Am.* **135** 3338

[17] Qiu C Y, Liu Z Y, Mei J, Ke M Z 2005 *Solid State Commun.* **134** 765

[18] Mei J, Liu Z Y, Qiu C Y 2005 *J. Phys. :Condens. Matter* **17** 3735

[19] Auld B A 1973 *Acoustic Fields and Waves in Solids*(Vol. 2) (New York:John Wiley & Sons) pp25-27

[20] Arfken G B, Weber H J 2005 *Mathematical Methods for Physicists* (California:Elsevier Academic Press) pp687

[21] Mei J, Liu Z Y, Shi J, Tian D C 2003 *Phys. Rev. B* **67** 245107

[22] Liu Z, Chan C T, Sheng P 2000 *Phys. Rev. B* **62** 2446

[23] Shen H J, Wen J H, Michael P P, Yu D L, Cai L, Wen X S 2013 *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng* **21** 65011

[24] Shen H J, Michael P P, Wen J H, Yu D L, Cai L, Wen X S 2012 *J. Phys. D:Appl. Phys.* **45** 285401

[25] Fokin V, Ambati M, Sun C, Zhang X 2007 *Phys. Rev. B* **76** 144302

[26] Brekhovskikh L M 1980 *Wave in layered media* (New York:Acadamic Press) pp7–9

[27] John B, Fahnline, Gary H K 1991 *J. Acoust. Soc. Am.* **90** 2808

[28] Auld B A 1973 *Acoustic Fields and Waves in Solids*(Vol. 1) (New York:John Wiley & Sons) pp154–155

Analysis of decoupling mechanism of an acoustic coating layer with horizontal cylindrical cavities*

Huang Ling-Zhi Xiao Yong Wen Ji-Hong† Yang Hai-Bin Wen Xi-Sen

(*Vibration and Acoustics Research Group, Laboratory of Science and Technology on Integrated Logistics Support, and College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China*)

(Received 28 January 2015; revised manuscript received 17 February 2015)

Abstract

Introducing the decoupling coating is an effective way to reduce sound radiation from underwater structures. In order to investigate the decoupling mechanism of a viscoelastic coating layer with horizontal cylindrical cavities, such a coating layer is approximated to a homogeneous layer with equivalent material properties, and a theoretical model is also developed to predict the sound radiation from a finite plate with such a decoupling coating layer.

The validity of the theoretical model is confirmed by comparison with the finite element method; and the decoupling mechanism of the coating layer is discussed. Numerical analysis shows that: (1) The energy flow across the interface between the plate and coating layer is mainly conveyed by longitudinal waves. (2) At a low frequency, the coating layer has nearly no decoupling effect. (3) In contrast with a homogeneous coating layer, the coating layer with horizontal cavities can greatly enhance the mechanical impedance in the mid- and high-frequency areas; hence the mean square velocity is effectively suppressed in the same area. (4) Compared with the homogeneous coating layer, the coating layer with horizontal cavities has a larger impedance mismatch with water, thus it exhibits great vibration transmission loss. Therefore, in general, the coating layer with horizontal cylindrical cavities has a better decoupling performance than the homogeneous coating layer in the mid- and high-frequency areas.

Keywords: horizontal cavity, effective medium method, decoupling mechanism, underwater sound radiation

PACS: 43.20.+g, 43.30.Ky **DOI:** 10.7498/aps.64.154301

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51305448, 51275519).

† Corresponding author. E-mail: wenjihong@vip.sina.com