

对称旋转不变相干分布式非圆信号二维波达方向估计

代正亮 崔维嘉 巴斌 张彦奎

Two-dimensional direction-of-arrival estimation of coherently distributed noncircular signals via symmetric shift invariance

Dai Zheng-Liang Cui Wei-Jia Ba Bin Zhang Yan-Kui

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 66, 220701 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.220701

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.220701>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I22>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于渐进添边的准循环压缩感知时延估计算法

A quasi-cyclic compressed sensing delay estimation algorithm based on progressive edge-growth

物理学报.2017, 66(9): 090703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.090703>

基于高速移动通信的虚拟天线阵列理论研究

Virtual antenna array theory based on high speed mobile communications

物理学报.2016, 65(7): 070701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.070701>

基于回溯筛选的稀疏重构时延估计算法

Sparse reconstruction time delay estimation algorithm based on backtracking filter

物理学报.2016, 65(21): 210701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.210701>

交替寻优生成元素幅值结合混沌随机相位构造循环测量矩阵

Constructing circulant measurement matrix through alternating optimizing amplitudes together with chaotic stochastic phases of the matrix generating elements

物理学报.2015, 64(13): 130702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.130702>

一种基于选择性测量的自适应压缩感知方法

An adaptive compressed sensing method based on selective measure

物理学报.2014, 63(20): 200701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.200701>

对称旋转不变相干分布式非圆信号 二维波达方向估计*

代正亮† 崔维嘉 巴斌 张彦奎

(解放军信息工程大学信息工程学院, 郑州 450001)

(2017年4月11日收到; 2017年6月23日收到修改稿)

在相干分布式非圆信号二维波达方向估计中, 利用信号非圆特性可提升估计精度, 但现有的低复杂度算法利用泰勒级数近似建立的旋转不变关系会引入额外误差. 针对该问题, 考虑中心对称的三维立体线阵, 提出了一种基于对称旋转不变关系的二维波达方向估计算法. 算法首先利用信号非圆特性建立了扩展阵列模型; 然后证明了对于任意的中心对称阵列, 相干分布源的确定性角信号分布函数矢量具有对称特性, 利用此特性在三维立体线阵的三个子阵中分别建立了扩展广义方向矢量的对称旋转不变关系; 基于此, 通过无须搜索的多项式求根方式分别得到中心方位角和俯仰角估计; 最后利用整个阵列广义方向矢量的对称旋转不变关系构造代价函数实现了参数匹配. 理论分析和仿真实验表明, 相比于现有的低复杂度算法, 所提算法避免了泰勒级数近似引入的额外误差, 以较小的复杂度代价获得了性能的较大提升. 同时, 所提算法能够实现三维空间全方位的角度估计.

关键词: 相干分布式信源, 非圆信号, 三维立体线阵, 对称旋转不变

PACS: 07.50.Qx, 07.05.Kf, 84.40.Ua

DOI: 10.7498/aps.66.220701

1 引言

波达方向(direction of arrival, DOA)估计是阵列信号处理的重要研究内容之一^[1-3]. 传统的高分辨率DOA估计算法通常假设目标信源为点源, 当目标的辐射面与接收阵列的分辨力相比小很多时, 这种假设是合理的; 但在实际移动通信、雷达和声纳等应用领域中, 由于复杂环境下的散射、反射等原因会导致大量的多径现象, 进而导致信号源在空间发生一定的角度扩展, 具有了比点源更复杂的空间分布特性, 在这种情况下, 需要将目标信源建立为一个分布源模型^[4-6]. 根据散射特性的不同, 分布源可以分为相干分布源(coherently distributed source, CD)和非相干分布源两种类型^[7]. 迄今为止, 针对上述两种模型已发展出了众多有效的DOA估计算法, 如子空间类算法^[8]、波束形成

类算法^[9]、最大似然类算法^[10,11]和稀疏重构类算法^[12]等. 然而上述方法均针对一维分布源, 在实际应用中, 信号源与接收阵列往往不在同一平面上, 这种情况下需要将其建立为一个二维分布源模型. 本文主要针对于CD源的二维DOA估计问题展开研究.

对于二维CD源, 由于包括四个未知角度参数: 中心方位角, 方位角扩展, 中心俯仰角和俯仰角扩展. 传统的二维协方差匹配^[13]、二维波束形成等^[14]算法需要多维参数搜索, 复杂度较高. 近年来, 低复杂度的二维CD源DOA估计技术研究引起了广泛关注. 文献^[15]利用空间靠地很近的两个均匀圆阵, 提出了一种估计二维CD源DOA的一维交替搜索(sequential one-dimensional searching, SOS)算法, 该算法首先基于一阶泰勒(Taylor)级数展开得到的子阵间近似旋转不变关系, 利用

* 国家自然科学基金(批准号: 61401513)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xinxidailiang@outlook.com

总体最小二乘旋转不变子空间 (total least squares rotation invariant subspace, TLS-ESPRIT) 算法得到中心俯仰角估计, 进而通过多次一维搜索得到中心方位角估计, 算法只需要一维搜索, 但俯仰角的初始估计精度对算法性能影响较大. 为了避免搜索, 文献[16]在双平行线阵中, 通过与文献[15]类似的 TLS-ESPRIT 算法得到俯仰角估计, 并且利用分布源广义方向矢量的二次旋转不变性 (quadric rotational invariance property, QRIP) 得到了中心方位角估计, 避免了谱搜索, 但需要参数匹配; 文献[17]同样基于双平行线阵, 利用广义方向矢量 Taylor 级数近似后得到的两个近似旋转不变关系, 通过 TLS-ESPRIT 算法分别得到中心方位角和中心俯仰角估计, 无须谱峰搜索, 但当有多个信源存在时同样需要参数匹配. 以上研究都是基于复圆信号特性的假设. 然而, 在现代通信系统中还存在着大量的非圆信号, 如双相移相键控 (binary phase shift keying, BPSK) 以及最小移频键控 (M-ary amplitude shift keying, MASK) 等调制信号[18]. 近年来, 利用信号非圆特性提高分布源二维 DOA 估计性能的研究引起了相关学者的关注. 文献[19]在文献[17]的基础上, 提出了相干分布式非圆信号二维 DOA 估计 (coherently distributed noncircular source two-dimensional DOA estimation, CDNC) 算法, 该算法首次利用信号非圆特性提升分布源二维 DOA 估计性能, 无须搜索, 但需要参数匹配; 为了避免参数匹配, 文献[20]在利用信号非圆特性扩展阵列模型的基础上, 提出了一种基于扩展互协方差矩阵奇异值分解的二维 DOA 估计 (two-dimensional DOA estimation of coherently distributed noncircular source based on applying the singular value decomposition method to the extended cross-correlation matrix, NCCC) 算法. 上述文献[15—17, 19, 20]中的二维 CD 源 DOA 估计算法均具有较低的复杂度, 然而这些算法都需要利用 Taylor 级数近似来得到阵列中两个子阵广义方向矢量之间的近似旋转不变关系, 进而得到中心方位角和俯仰角估计, 这会引入额外的误差, 导致估计精度的下降.

三维立体线阵是一种常用的二维 DOA 估计阵列, 相比于 L 阵、双平行线阵等二维阵列, 它在相同阵元数时具有更大的孔径, 进而具有更高的估计精度[21,22]. 文献[23]基于三维立体线阵已经提出了一些二维 DOA 估计算法, 但都是基于点源的研究.

本文针对相干分布式非圆信号二维 DOA 估计问题, 考虑中心对称的三维立体线阵, 利用 CD 源确定性角信号分布函数 (deterministic angular signal distribution function, DADF) 矢量的对称特性在各个子阵中分别建立了广义方向矢量的对称旋转不变关系, 进而通过无须搜索的多项式求根方式得到中心方位角和俯仰角估计. 当多个信源存在时, 利用整个阵列广义方向矢量的对称旋转不变关系构造代价函数实现了参数匹配. 相比于传统的低复杂度算法, 本文算法利用了信号非圆特性, 并且避免了 Taylor 级数近似引入的额外误差, 以较低的复杂度代价获得了性能的较大提升. 同时, 基于三维立体线阵的特殊结构, 本文算法能够实现全空间任意入射角的二维 DOA 估计.

2 数学模型

考虑图 1 所示的三维立体线阵, 该阵列以三维坐标系的原点为中心, 由分别位于 x 轴、 y 轴和 z 轴上阵元个数分别为 M_x , M_y 和 M_z 的三个均匀直线子阵 X_a , Y_a 和 Z_a 垂直构成, 子阵中阵元间距均为 d . 假设有 K 个远场窄带相干分布式非圆信号入射到该阵列上, 波长为 λ , 则 t 时刻三个子阵的输出信号矢量分别为[15–20]:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_x(t) &= \sum_{i=1}^K \iint \mathbf{a}_x(\theta, \varphi) s_i(\theta, \varphi, t; \boldsymbol{\mu}_i) d\theta d\varphi \\ &\quad + \mathbf{n}_x(t), \\ \mathbf{w}_y(t) &= \sum_{i=1}^K \iint \mathbf{a}_y(\theta, \varphi) s_i(\theta, \varphi, t; \boldsymbol{\mu}_i) d\theta d\varphi \\ &\quad + \mathbf{n}_y(t), \\ \mathbf{w}_z(t) &= \sum_{i=1}^K \iint \mathbf{a}_z(\theta, \varphi) s_i(\theta, \varphi, t; \boldsymbol{\mu}_i) d\theta d\varphi \\ &\quad + \mathbf{n}_z(t). \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $s_i(\theta, \varphi, t; \boldsymbol{\mu}_i)$ 为第 i 个 CD 源的角信号密度函数; $\boldsymbol{\mu}_i = (\theta_i, \sigma_{\theta_i}, \varphi_i, \sigma_{\varphi_i})$ 为第 i 个 CD 源的角度参数矢量, 其中各分量分别表示中心方位角 θ_i , 方位角扩展 σ_{θ_i} , 中心俯仰角 φ_i 和俯仰角扩展 σ_{φ_i} ; $\mathbf{n}_\varepsilon(t)$ ($\varepsilon \in \{x, y, z\}$) 分别为三个子阵上均值为 0, 方差为 σ_n^2 的高斯白噪声. $\mathbf{a}_\varepsilon(\theta_i, \varphi_i)$ ($\varepsilon \in \{x, y, z\}$) 分别是入射方向为 (θ_i, φ_i) 时三个子阵的阵列方向矢量,

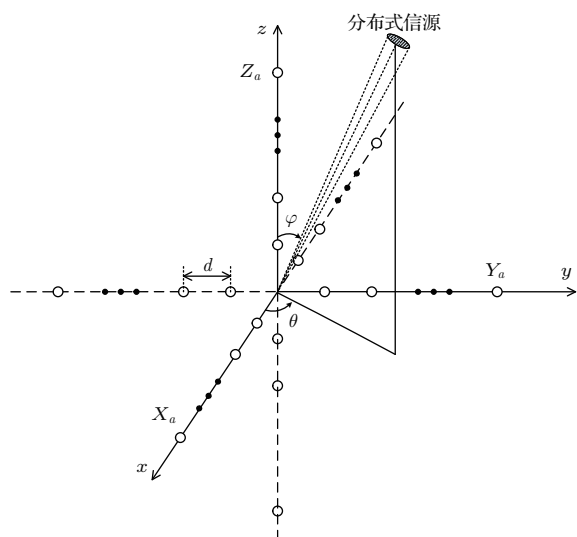


图1 三维立体线阵

Fig. 1. three-axis crossed array.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_\varepsilon(\theta_i, \varphi_i) &= [e^{j\eta_{\varepsilon i}0.5(M_\varepsilon-1)}, e^{j\eta_{\varepsilon i}0.5(M_\varepsilon-3)}, \dots, \\ &e^{-j\eta_{\varepsilon i}0.5(M_\varepsilon-1)}]^T, \quad \varepsilon \in \{x, y, z\}. \end{aligned} \quad (2)$$

由于三个子阵阵列方向矢量的表达形式类似, 所以为了叙述的简洁清楚, 将其写成了(2)式的形式, 下文也有类似的表达式. $\eta_{\varepsilon i}(\varepsilon \in \{x, y, z\})$ 分别为三个子阵的入射频率参数, 其中包含入射角度信息,

$$\begin{aligned} \eta_{xi} &= \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \theta_i \sin \varphi_i, \\ \eta_{yi} &= \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta_i \sin \varphi_i, \\ \eta_{zi} &= \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \varphi_i, \end{aligned} \quad (3)$$

对于一个二维CD源, 角信号密度函数 $s_i(\theta, \varphi, t; \boldsymbol{\mu}_i)$ 可表示为

$$s_i(\theta, \varphi, t; \boldsymbol{\mu}_i) = s_i(t) \rho_i(\theta, \varphi; \boldsymbol{\mu}_i), \quad (4)$$

其中, $s_i(t)$ 是第 i 个复随机信号源, $\rho_i(\theta, \varphi; \boldsymbol{\mu}_i)$ 为相应的确定性角信号密度函数, 通常为高斯分布或均匀分布.

进一步地, 有:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_\varepsilon(t) &= \sum_{k=1}^K s_k(t) \mathbf{b}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_k) + \mathbf{n}_\varepsilon(t) \\ &= \mathbf{B}_\varepsilon \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_\varepsilon(t), \\ \varepsilon &\in \{x, y, z\}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{b}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_i) = \iint \mathbf{a}_\varepsilon(\theta, \varphi) \rho_i(\theta, \varphi; \boldsymbol{\mu}_i) d\theta d\varphi (\varepsilon \in \{x, y, z\})$ 分别为三个子阵的广义方向矢量, $\mathbf{B}_\varepsilon =$

$[\mathbf{b}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_1), \mathbf{b}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_2), \dots, \mathbf{b}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_K)] (\varepsilon \in \{x, y, z\})$ 是由 K 个广义方向矢量构成的广义方向矩阵, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ 为 $K \times 1$ 的信号矢量. 在小角度扩展下, 利用空间频率近似模型, 广义方向矢量可以改写为以下形式[8]:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_i) &= \mathbf{a}_\varepsilon(\theta_i, \varphi_i) \otimes \mathbf{g}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_i), \\ \varepsilon &\in \{x, y, z\}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $\otimes$ 表示 Schur-Hadamard 积, $\mathbf{g}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_i) (\varepsilon \in \{x, y, z\})$ 分别为三个子阵的 DADF 矢量.

若对于复随机信号 $s(t)$ 有:

$$E[s(t) \cdot s(t)] = \rho e^{j\beta} E[s(t) \cdot s^*(t)] \neq 0, \quad (7)$$

则称信号 $s(t)$ 为非圆信号, 式中 ρ 为非圆率, β 为非圆相位. 非圆率的取值区间为 $0 \leq \rho \leq 1$, 当信号的非圆率 $\rho = 1$, 则称之为最大非圆率信号, 常见的有 BPSK, MASK 等调制信号. 本文考虑接收信号为最大非圆率信号的情况, 则信号矢量 $\mathbf{s}(t)$ 可以表示成:

$$\mathbf{s}(t) = \boldsymbol{\Omega} \mathbf{s}_0(t), \quad (8)$$

其中, $\mathbf{s}_0(t)$ 是实信号矢量, $\boldsymbol{\Omega} = \text{diag}\{e^{j\beta_1/2}, e^{j\beta_2/2}, \dots, e^{j\beta_K/2}\}$, β_k 是第 k 个 CD 源的非圆相位.

利用信号的非圆特性, 可构造扩展的阵列输出信号矢量[19,20]:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_\varepsilon^{(nc)}(t) &= [\mathbf{w}_\varepsilon(t) \mathbf{w}_\varepsilon^*(t)] \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_\varepsilon \\ \mathbf{B}_\varepsilon^* \boldsymbol{\Omega}^{-2} \end{bmatrix} \mathbf{s}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_\varepsilon(t) \\ \mathbf{n}_\varepsilon^*(t) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{B}_\varepsilon^{(nc)} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_\varepsilon^{(nc)}(t), \\ \varepsilon &\in \{x, y, z\}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $\mathbf{B}_\varepsilon^{(nc)} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_\varepsilon \\ \mathbf{B}_\varepsilon^* \boldsymbol{\Omega}^{-2} \end{bmatrix}$ 为扩展广义方向矩阵, $\mathbf{n}_\varepsilon^{(nc)}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_\varepsilon(t) \\ \mathbf{n}_\varepsilon^*(t) \end{bmatrix}$ 为阵列扩展接收噪声矢量.

3 基于对称旋转不变关系的二维 DOA 估计算法

在相干分布式非圆信号二维 DOA 估计中, 现有的低复杂度算法都需要通过广义方向矢量 Taylor 级数一阶展开来建立近似的旋转不变关系, 这会引入额外的误差, 进而导致精度下降. 针对这一

问题, 本文在建立相干分布式非圆信号扩展阵列模型的基础上, 首先证明了对于任意的中心对称阵列, CD源的DADF矢量具有对称特性, 进而利用此特性在三维立体线阵的三个子阵中分别建立了广义方向矢量的对称旋转不变关系; 然后, 基于该对称旋转不变关系构造了谱函数, 并通过无须搜索的多项式求根方法分别得到中心方位角和俯仰角估计; 最后, 利用整个阵列广义方向矢量的对称特性, 构造了一个简单的代价函数实现了参数匹配。

3.1 DADF矢量对称特性证明

考虑任意一个中心对称阵列, 该阵列包含以三维坐标原点为中心的 M 个各向同性阵元, 第 m 个阵元位于 (x_m, y_m, z_m) , $m = 1, 2, \dots, M$. 则入射方向为 (θ, φ) 时的阵列方向矢量可表示为

$$\bar{\mathbf{a}}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} e^{j(2\pi/\lambda)(x_1 \cos \theta \sin \varphi + y_1 \sin \theta \sin \varphi + z_1 \cos \varphi)} \\ e^{j(2\pi/\lambda)(x_2 \cos \theta \sin \varphi + y_2 \sin \theta \sin \varphi + z_2 \cos \varphi)} \\ \vdots \\ e^{j(2\pi/\lambda)(x_M \cos \theta \sin \varphi + y_M \sin \theta \sin \varphi + z_M \cos \varphi)} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

对于相干分布源, 在小角度扩展下, 若定义 $\theta = \theta_i + \tilde{\theta}$ 与 $\varphi = \varphi_i + \tilde{\varphi}$, 其中 θ_i 和 φ_i 分别是第 i 个CD源中心方位角和俯仰角, $\tilde{\theta}$ 和 $\tilde{\varphi}$ 分别是相应的中心方位角和俯仰角的偏移量, 则该中心对称阵列广义方向矢量 $\bar{\mathbf{b}}(\mu_i)$ 可表示为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{b}}(\mu_i) &= \iint \bar{\mathbf{a}}(\theta, \varphi) \rho(\theta, \varphi; \mu_i) d\theta d\varphi \\ &= \iint \bar{\mathbf{a}}(\theta_i + \tilde{\theta}, \varphi_i + \tilde{\varphi}) \rho(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}; \mu_i) d\tilde{\theta} d\tilde{\varphi}. \end{aligned} \quad (11)$$

当角度扩展较小时, 利用空间频率近似模型, 得到 $\bar{\mathbf{b}}(\mu_i)$ 的解析表达式为^[8]

$$\begin{aligned} [\bar{\mathbf{b}}(\mu_i)]_m &\approx e^{j(2\pi/\lambda)(x_m \cos \theta \sin \varphi + y_m \sin \theta \sin \varphi + z_m \cos \varphi)} \\ &\times \iint e^{j\nu_m} \rho(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}; \mu_i) d\tilde{\theta} d\tilde{\varphi} \\ &= [\bar{\mathbf{a}}(\theta_i, \varphi_i)]_m [g(\mu_i)]_m, \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $[g(\mu_i)]_m$ 为第 i 个CD源DADF矢量的第 m 个元素,

$$[g(\mu_i)]_m = \iint e^{j\nu_m} \rho(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}; \mu_i) d\tilde{\theta} d\tilde{\varphi}, \quad (13)$$

其中,

$$\begin{aligned} \nu_m &= (2\pi/\lambda)[x_m(-\tilde{\theta} \sin \theta_i \sin \varphi_i + \tilde{\varphi} \cos \theta_i \cos \varphi_i) \\ &\quad + y_m(\tilde{\theta} \cos \theta_i \sin \varphi_i + \tilde{\varphi} \sin \theta_i \cos \varphi_i) \\ &\quad + z_m(-\tilde{\varphi} \sin \varphi_i)]. \end{aligned} \quad (14)$$

在中心对称阵列中有 $(x_m, y_m, z_m) = -(x_{M-m+1}, y_{M-m+1}, z_{M-m+1})$, 则可以得到 $\nu_m = -\nu_{M-m+1}$. 由于确定性角信号密度函数 $\rho(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}; \mu_i)$ 是单峰对称函数, 即 $\tilde{\theta}$ 和 $\tilde{\varphi}$ 的偶函数, 因此可以得到DADF矢量 $g(\mu_i)$ 的如下对称特性:

$$[g(\mu_i)]_m = [g(\mu_i)]_{M-m+1}. \quad (15)$$

总结上述, 可得出这样的结论: 对于任意的中心对称阵列, DADF矢量具有对称特性. 对于三维立体线阵, 由于三个子阵都是中心对称阵列, 因此有:

$$\begin{aligned} [g_\varepsilon(\mu_i)]_m &= [g_\varepsilon(\mu_i)]_{M-m+1}, \\ \varepsilon &\in \{x, y, z\}. \end{aligned} \quad (16)$$

3.2 中心方位角和俯仰角估计

对于子阵 X_a , Y_a 和 Z_a , 利用(16)式所示的DADF矢量的对称特性, 可以在三个子阵中分别建立如下的扩展广义方向矢量旋转不变关系:

$$\mathbf{J}_\varepsilon \mathbf{b}_\varepsilon^{(nc)}(\mu_i) = \Phi_{\varepsilon i} \mathbf{b}_\varepsilon^{(nc)}(\mu_i), \quad \varepsilon \in \{x, y, z\}, \quad (17)$$

本文将这种旋转不变关系称之为对称旋转不变关系. 其中, $\mathbf{b}_\varepsilon^{(nc)}(\mu_i)$ 为扩展广义方向矢量,

$$\mathbf{b}_\varepsilon^{(nc)}(\mu_i) = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_\varepsilon(\mu_i) \\ \mathbf{b}_\varepsilon^*(\mu_i) \end{bmatrix}. \quad (18)$$

$\Phi_{\varepsilon i}$ 为 $2M_\varepsilon \times 2M_\varepsilon$ 的对角矩阵,

$$\begin{aligned} \Phi_{\varepsilon i} &= \text{diag} [e^{-j(M_\varepsilon-1)\eta_{\varepsilon i}}, e^{-j(M_\varepsilon-3)\eta_{\varepsilon i}}, \dots, \\ &\quad e^{j(M_\varepsilon-1)\eta_{\varepsilon i}}, e^{j(M_\varepsilon-3)\eta_{\varepsilon i}}, \dots, \\ &\quad e^{-j(M_\varepsilon-1)\eta_{\varepsilon i}}], \quad \varepsilon \in \{x, y, z\}. \end{aligned} \quad (19)$$

$\mathbf{J}_\varepsilon$ 为 $2M_\varepsilon \times 2M_\varepsilon$ 的交换矩阵,

$$\mathbf{J}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_{M_\varepsilon} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Pi}_{M_\varepsilon} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

其中, $\mathbf{\Pi}_{M_\varepsilon}$ 为 $M_\varepsilon \times M_\varepsilon$ 的反转矩阵, 其反对角线上元素全为1, 其余元素全为0.

根据(9)式中的阵列扩展输出信号矢量 $\mathbf{w}_\varepsilon^{(nc)}(t)$, 可以得到相应的扩展协方差矩阵:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_\varepsilon^{(nc)} &= E\{\mathbf{w}_\varepsilon^{(nc)}(t)(\mathbf{w}_\varepsilon^{(nc)}(t))^H\} \\ &= \mathbf{B}_\varepsilon^{(nc)} \mathbf{R}_s (\mathbf{B}_\varepsilon^{(nc)})^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{2M_\varepsilon}, \end{aligned}$$

$$\varepsilon \in \{x, y, z\}, \quad (21)$$

其中, $R_s = E\{s(t)s^H(t)\}$ 为 CD 源的信号协方差矩阵, I_{2M_ε} 为 $2M_\varepsilon \times 2M_\varepsilon$ 的单位矩阵. 则 $R_\varepsilon^{(nc)}$ 的特征分解为

$$R_\varepsilon^{(nc)} = U_{s\varepsilon} \Sigma_{s\varepsilon} U_{s\varepsilon}^H + U_{n\varepsilon} \Sigma_{n\varepsilon} U_{n\varepsilon}^H, \quad \varepsilon \in \{x, y, z\}, \quad (22)$$

其中, $U_{s\varepsilon}$ 为信号子空间, 其列向量是 $R_\varepsilon^{(nc)}$ 的 K 个较大特征值对应的特征向量. 因为 R_s 为满秩矩阵, 则由 $U_{s\varepsilon}$ 的列向量张成的子空间与 $B_\varepsilon^{(nc)}$ 的列向量张成的子空间相同, 所以存在一个 $K \times K$ 阶的非奇异矩阵 T_ε , 满足 $U_{s\varepsilon} = B_\varepsilon^{(nc)} T_\varepsilon$.

定义对角矩阵 $\Psi(\eta_\varepsilon)$ ($\varepsilon \in \{x, y, z\}$) 如下式:

$$\Psi(\eta_\varepsilon) = \text{diag}[e^{-j(M_\varepsilon-1)\eta_\varepsilon}, e^{-j(M_\varepsilon-3)\eta_\varepsilon}, \dots, e^{j(M_\varepsilon-1)\eta_\varepsilon}, e^{j(M_\varepsilon-3)\eta_\varepsilon}, \dots, e^{-j(M_\varepsilon-1)\eta_\varepsilon}], \quad \varepsilon \in \{x, y, z\}, \quad (23)$$

其中,

$$\begin{aligned} \eta_x &= \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \theta \sin \varphi, \\ \eta_y &= \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \sin \varphi, \\ \eta_z &= \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \varphi. \end{aligned} \quad (24)$$

根据 (18) 式中的对称旋转不变关系, 可以构造矩阵 $F(\eta_\varepsilon)$ 如下:

$$\begin{aligned} F(\eta_\varepsilon) &= J_\varepsilon U_{s\varepsilon} - \Psi(\eta_\varepsilon) U_{s\varepsilon} \\ &= J_\varepsilon B_\varepsilon^{(nc)} T_\varepsilon - \Psi(\eta_\varepsilon) B_\varepsilon^{(nc)} T_\varepsilon \\ &= \begin{bmatrix} (\Phi_{\varepsilon 1} - \Psi(\eta_\varepsilon)) b_\varepsilon^{(nc)}(\mu_1), \\ (\Phi_{\varepsilon 2} - \Psi(\eta_\varepsilon)) b_\varepsilon^{(nc)}(\mu_2), \dots, \\ (\Phi_{\varepsilon K} - \Psi(\eta_\varepsilon)) b_\varepsilon^{(nc)}(\mu_K) \end{bmatrix} T_\varepsilon, \\ \varepsilon &\in \{x, y, z\}, \end{aligned} \quad (25)$$

分析上式, 若 $\Phi_{\varepsilon i} = \Psi(\eta_\varepsilon)$, $i = 1, 2, \dots, K$, 则 $F(\eta_\varepsilon)$ 的第 i 个列向量为零向量. 此时, $F(\eta_\varepsilon)$ 不满秩, $F^H(\eta_\varepsilon)F(\eta_\varepsilon)$ 的行列式为零. 根据上述特性, 可以构造如下的谱函数:

$$p(\eta_\varepsilon) = 1 / \det(F^H(\eta_\varepsilon)F(\eta_\varepsilon)), \quad \varepsilon \in \{x, y, z\}. \quad (26)$$

通过分别搜索 (26) 式所示的三个谱函数的峰值, 可以分别得到频率参数 η_ε ($\varepsilon \in \{x, y, z\}$) 的 K 个估计值, 进而得到二维 DOA 估计, 但谱峰搜索复杂度较高, 为降低复杂度, 可以通过多项式求根的方式进行求解.

令 $z_\varepsilon = e^{j\eta_\varepsilon}$ ($\varepsilon \in \{x, y, z\}$), 则 (23) 式可以改写为

$$\begin{aligned} \Psi(z_\varepsilon) &= \text{diag}[(z_\varepsilon)^{-(M_\varepsilon-1)}, (z_\varepsilon)^{-(M_\varepsilon-3)}, \dots, \\ &\quad (z_\varepsilon)^{M_\varepsilon-1}, (z_\varepsilon)^{M_\varepsilon-3}, \dots, \\ &\quad (z_\varepsilon)^{-(M_\varepsilon-1)}], \quad \varepsilon \in \{x, y, z\}. \end{aligned} \quad (27)$$

进一步, (26) 式可以重写为

$$F(z_\varepsilon) = J_\varepsilon U_{s\varepsilon} - \Psi(z_\varepsilon) U_{s\varepsilon}, \quad \varepsilon \in \{x, y, z\}. \quad (28)$$

由于 $e^{-j\eta_\varepsilon}$ 可以表示成 $1/z_\varepsilon$, 所以 $F^H(z_\varepsilon)$ 可以表示为

$$F^H(z_\varepsilon) = (J_\varepsilon U_{s\varepsilon})^H - \Psi^T(1/z_\varepsilon) U_{s\varepsilon}^H, \quad \varepsilon \in \{x, y, z\}. \quad (29)$$

进一步, 可以构造如下的多项式:

$$p(z_\varepsilon) = \det(F^H(z_\varepsilon)F(z_\varepsilon)), \quad \varepsilon \in \{x, y, z\}. \quad (30)$$

通过求解 (31) 式中三个多项式的根可以分别获得频率参数 η_ε ($\varepsilon \in \{x, y, z\}$) 的 K 个估计值. 但与传统的多项式求根多重信号分类 (Root-MUSIC) 算法 [24] 类似, (30) 式中多项式的根是共轭成对出现的, 并且根的数目超过了 $2K$ 个, 因此需要进行筛选, 具体方法是对于 (30) 式中的三个多项式, 分别选择位于单位圆内并离单位圆最近的 K 个根 $\hat{\eta}_{\varepsilon i}$ ($i = 1, 2, \dots, K, \varepsilon \in \{x, y, z\}$) 作为最后的估计值.

3.3 参数匹配

依照 3.2 节方法得到频率参数估计值 $\hat{\eta}_{\varepsilon i}$ ($i = 1, 2, \dots, K, \varepsilon \in \{x, y, z\}$) 后, 当只存在单个 CD 源时, 根据 (3) 式可以直接得到中心方位角和俯仰角估计, 但由于这些频率参数估计值是通过三个线阵接收信号分别得到的, 所有当存在多个 CD 源时, 需要对这些估计值进行参数匹配. 考虑到整个三维立体线阵也是中心对称的, 因此类似于 3.2 节的算法, 基于整个阵列广义方向矢量的对称旋转关系构造相应的代价函数可以实现参数匹配. 注意这里的目标只是实现参数匹配, 所以并不需要利用信号非圆特性来扩展整个阵列的输出信号矩阵, 因为这会导致运算量的增加. 整个三维立体线阵广义方向向量可以表示为

$$b(\mu_i) = \begin{bmatrix} b_x(\mu_i) \\ b_y(\mu_i) \\ b_z(\mu_i) \end{bmatrix}. \quad (31)$$

根据整个阵列 DADF 矢量的对称特性, 有下列的对称旋转不变关系:

$$\mathbf{J}\mathbf{b}(\boldsymbol{\mu}_i) = \mathbf{Y}_i\mathbf{b}(\boldsymbol{\mu}_i), \quad (32)$$

其中, $\mathbf{J}$ 是一个 $(M_x + M_y + M_z) \times (M_x + M_y + M_z)$ 的交换矩阵,

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_{M_x} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{\Pi}_{M_y} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{\Pi}_{M_z} \end{bmatrix}; \quad (33)$$

$\mathbf{Y}_i (i = 1, 2, \dots, K)$ 为 $(M_x + M_y + M_z) \times (M_x + M_y + M_z)$ 的对角矩阵,

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_i = \text{diag} [& e^{-j(M_x-1)\eta_{xi}}, e^{-j(M_x-3)\eta_{xi}}, \dots, \\ & e^{j(M_x-1)\eta_{xi}}, e^{-j(M_y-1)\eta_{yi}}, e^{-j(M_y-3)\eta_{yi}}, \dots, \\ & e^{j(M_y-1)\eta_{yi}}, e^{-j(M_z-1)\eta_{zi}}, e^{-j(M_z-3)\eta_{zi}}, \dots, \\ & e^{j(M_z-1)\eta_{zi}}]. \end{aligned} \quad (34)$$

整个阵列接收信号 $w(t)$ 可以表示为

$$\mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_x(t) \\ \mathbf{w}_y(t) \\ \mathbf{w}_z(t) \end{bmatrix} = \mathbf{B}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t), \quad (35)$$

其中, $\mathbf{B} = [\mathbf{b}(\boldsymbol{\mu}_1), \mathbf{b}(\boldsymbol{\mu}_2), \dots, \mathbf{b}(\boldsymbol{\mu}_K)]$ 为整个阵列的广义方向矩阵, $\mathbf{n}(t) = [\mathbf{n}_x(t), \mathbf{n}_y(t), \mathbf{n}_z(t)]^T$ 为整个阵列的噪声矢量.

令 $\mathbf{U}$ 为整个阵列接收信号协方差矩阵 $\mathbf{R} = E\{\mathbf{w}(t)\mathbf{w}^H(t)\}$ 的信号子空间. 类似地, 存在一个惟一的非奇异 $K \times K$ 阶矩阵 $\mathbf{T}$, 使得 $\mathbf{U} = \mathbf{B}\mathbf{T}$.

定义一个对角矩阵 $\mathbf{\Gamma}(\eta_x, \eta_y, \eta_z)$ 如下式所示:

$$\begin{aligned} & \mathbf{\Gamma}(\eta_x, \eta_y, \eta_z) \\ = & \text{diag} [e^{-j(M_x-1)\eta_x}, e^{-j(M_x-3)\eta_x}, \dots, \\ & e^{j(M_x-1)\eta_x}, e^{-j(M_y-1)\eta_y}, \dots, \\ & e^{-j(M_y-3)\eta_y}, \dots, e^{j(M_y-1)\eta_y}, e^{-j(M_z-1)\eta_z}, \\ & e^{-j(M_z-3)\eta_z}, \dots, e^{j(M_z-1)\eta_z}]. \end{aligned} \quad (36)$$

根据 (33) 式所示的整个阵列对称旋转不变关系, 可以构造如下矩阵 $\mathbf{F}(\eta_x, \eta_y, \eta_z)$:

$$\begin{aligned} & \mathbf{F}(\eta_x, \eta_y, \eta_z) \\ = & \mathbf{J}\mathbf{U} - \mathbf{\Gamma}(\eta_x, \eta_y, \eta_z)\mathbf{U} \\ = & \mathbf{J}\mathbf{B}\mathbf{T} - \mathbf{\Gamma}(\eta_x, \eta_y, \eta_z)\mathbf{B}\mathbf{T} \\ = & [(\mathbf{Y}_1 - \mathbf{\Gamma}(\eta_x, \eta_y, \eta_z))\mathbf{b}(\boldsymbol{\mu}_1), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\mathbf{Y}_2 - \mathbf{\Gamma}(\eta_x, \eta_y, \eta_z))\mathbf{b}(\boldsymbol{\mu}_2), \dots, \\ & (\mathbf{Y}_K - \mathbf{\Gamma}(\eta_x, \eta_y, \eta_z))\mathbf{b}(\boldsymbol{\mu}_K)]\mathbf{T}. \end{aligned} \quad (37)$$

类似于 3.2 节, 若 $\mathbf{Y}_i = \mathbf{\Gamma}(\eta_x, \eta_y, \eta_z)$, $i = 1, 2, \dots, K$, $\mathbf{F}^H(\eta_x, \eta_y, \eta_z)\mathbf{F}(\eta_x, \eta_y, \eta_z)$ 的行列式为零, 进而可以构造如下的谱函数:

$$\begin{aligned} & \mathbf{H}(\eta_x, \eta_y, \eta_z) \\ = & 1 / \det(\mathbf{F}^H(\eta_x, \eta_y, \eta_z)\mathbf{F}(\eta_x, \eta_y, \eta_z)). \end{aligned} \quad (38)$$

将此谱函数作为参数匹配的代价函数, 令 z 轴上频率估计值 $\hat{\eta}_{zi} (i = 1, 2, \dots, K)$ 固定, 则 x 轴频率估计值 $\hat{\eta}_{xi} (i = 1, 2, \dots, K)$ 和 y 轴频率估计值 $\hat{\eta}_{yi} (i = 1, 2, \dots, K)$ 共有 K^2 种组合, 代入 (38) 式得到的最大值组合就是正确的配对. 配对完成后, 通过 (39) 和 (40) 式得到 K 个相干分布式非圆信号二维 DOA 的估计 $(\hat{\theta}_i, \hat{\varphi}_i) (i = 1, 2, \dots, K)$:

$$\hat{\theta}_i = \arg(\hat{\eta}_{xh} + j\hat{\eta}_{yk}), \quad (39)$$

$$\hat{\varphi}_i = \arg(\hat{\eta}_{zl} + j\sqrt{\hat{\eta}_{xh}^2 + \hat{\eta}_{yk}^2}), \quad (40)$$

其中, $\hat{\eta}_{xh}$, $\hat{\eta}_{yk}$ 和 $\hat{\eta}_{zl}$ 分别为配对好的 $\hat{\eta}_{xi} (i = 1, 2, \dots, K)$, $\hat{\eta}_{yi} (i = 1, 2, \dots, K)$ 和 $\hat{\eta}_{zi} (i = 1, 2, \dots, K)$ 的第 h 、第 k 和第 l 个元素.

3.4 算法步骤

根据上述分析可以将本文估计相干分布式非圆信号二维 DOA 的方法归纳为以下步骤:

1) 根据 (9) 式扩展阵列输出信号矢量, 并计算协方差矩阵 $\mathbf{R}_\varepsilon^{(nc)} (\varepsilon \in \{x, y, z\})$, 通过对 $\mathbf{R}_\varepsilon^{(nc)} (\varepsilon \in \{x, y, z\})$ 进行特征值分解, 获得信号子空间 $\mathbf{U}_{s\varepsilon} (\varepsilon \in \{x, y, z\})$;

2) 根据 (28) 式构造矩阵 $\mathbf{F}(\eta_\varepsilon) (\varepsilon \in \{x, y, z\})$, 进而求解 (30) 式中三个多项式的根, 获得未知参数 $\hat{\eta}_{\varepsilon i} (i = 1, 2, \dots, K, \varepsilon \in \{x, y, z\})$ 的估计值, 值得注意的是, 需要分别筛选出位于单位圆内并且离单位圆最近的 K 个多项式根;

3) 参数匹配, 根据整个阵列 DADF 矢量对称特性, 构造 (38) 式所示的代价函数 $\mathbf{H}(\eta_x, \eta_y, \eta_z)$, 固定估计值 $\hat{\eta}_{zi} (i = 1, 2, \dots, K)$, 计算所有可能的参数组合 $(\hat{\eta}_{xi}, \hat{\eta}_{yi}, \hat{\eta}_{zi})$, 代入 (38) 式得到的最大值组合就是正确的配对;

4) 重复步骤 3) K 次, 对所有参数进行匹配;

5) 得到匹配好的 $(\hat{\eta}_{xh}, \hat{\eta}_{ym}, \hat{\eta}_{zl})$ 后, 根据 (39) 和 (40) 式计算中心方位角和俯仰角估计值.

4 仿真实验

4.1 仿真分析

本文研究的是非圆信号下的相干分布式信源二维DOA估计算法, 拟采用相干分布式BPSK信号作为发射信号. 仿真实验采用如图1所示的阵列结构, 子阵中阵元间距均为 $d = \lambda/2$. 实验中假设噪声为高斯白噪声. 为了验证本文算法的实用性和鲁棒性, 采用蒙特卡罗实验将本文算法与文献[15]中的SOS算法、文献[17]中的TLS-ESPRIT算法、文献[19]中的CDNC算法和文献[20]中的NCCC算法进行对比分析.

为衡量算法性能, 定义中心方位角和俯仰角的均方根误差 $RMSE(\theta)$ 和 $RMSE(\varphi)$ 分别为

$$RMSE(\theta) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{1}{Q} \left(\sum_{q=1}^Q \|\hat{\theta}_{q,i} - \theta_i\|^2 \right)}, \quad (41)$$

$$RMSE(\varphi) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{1}{Q} \left(\sum_{q=1}^Q \|\hat{\varphi}_{q,i} - \varphi_i\|^2 \right)}, \quad (42)$$

其中, Q 为蒙特卡罗仿真次数; K 为信源数; $\hat{\theta}_{q,i}$, $\hat{\varphi}_{q,i}$ 分别为第 i 个CD源第 q 次蒙特卡罗实验中心方位角和俯仰角的估计值; θ_i , φ_i 分别为第 i 个CD源中心方位角和俯仰角的真实值.

仿真一 验证空间全方位角度估计能力

为验证本文算法能够实现三维空间内任意入射角的正确估计, 实验采用三维空间内四个具有代表性的到达角, 其角度参数分别为 $\mu_1 = (50^\circ, 3^\circ, 40^\circ, 5^\circ)$, $\mu_2 = (150^\circ, 4^\circ, 60^\circ, 4^\circ)$, $\mu_3 = (250^\circ, 3^\circ, 120^\circ, 5^\circ)$ 和 $\mu_4 = (350^\circ, 4^\circ, 140^\circ, 4^\circ)$. 信噪比(SNR)固定为0 dB, 快拍数为200, 各个子阵阵元数为18, 通过30次蒙特卡罗试验, CD源的二维DOA估计值分布如图2所示. 从图中可以看出, 本文算法能够实现整个三维空间任意到达角度的正确估计, 这是因为本文算法是基于三维立体线阵实现的, 具有空间全方位角度估计的能力.

仿真二 验证确定性角分布函数类型对算法性能的影响

实验在三种不同情况下比较算法性能, 分别是两个信源都是均匀分布源, 两个信源都是高

斯分布源, 以及其中一个均匀分布源、另一个信源是高斯分布源这三种情况. 假设信源数 $K = 2$, 角度参数分别是 $\mu_1 = (50^\circ, 2^\circ, 70^\circ, 3^\circ)$, $\mu_2 = (60^\circ, 3^\circ, 80^\circ, 2^\circ)$, 上述三种情况下分别绘制所提算法的中心方位角和俯仰角RMSE曲线与信噪比SNR的关系, 曲线如图3所示. 可以看出, 确定性角分布函数的类型对算法性能不会产生影响, 同时本文算法也无须角度分布的任何先验信息.

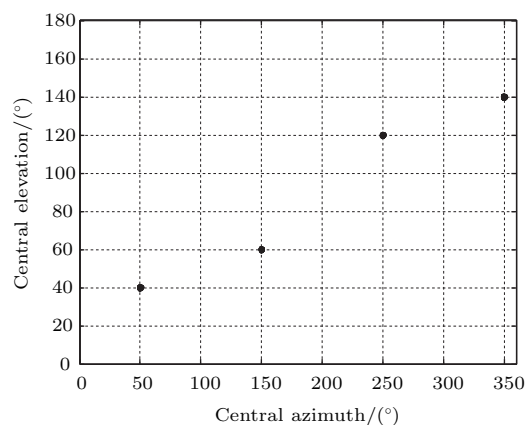


图2 二维DOA估计值分布图

Fig. 2. Distribution of two-dimensional DOA estimation.

仿真三 不同算法性能对比

将本文算法与SOS算法、TLS-ESPRIT算法、CDNC算法和NCCC算法性能进行对比. 假设信源数 $K = 2$, 角度参数分别是 $\mu_1 = (50^\circ, 2^\circ, 70^\circ, 3^\circ)$, $\mu_2 = (60^\circ, 3^\circ, 80^\circ, 2^\circ)$, 快拍数为200, 整个阵列阵元数为36. 分别绘制这些算法的RMSE曲线与信噪比SNR的关系, 曲线如图4所示. 从图中可以看出本文算法的性能明显优于其他算法, 这是因为相比于相干分布式非圆信号二维DOA估计的CDNC算法和NCCC算法, 本文算法利用CD源DADF矢量的对称特性建立了对称旋转不变关系, 而避免了Taylor级数近似引入的额外误差, 并且相比于相干分布式信源二维DOA估计的SOS算法和TLS-ESPRIT算法, 本文算法还同时利用了信号非圆特性进一步提高了估计性能.

仿真四 验证快拍数对算法性能的影响

假设快拍数由100到900之间变化, 信噪比SNR固定为15 dB, 其他参数与仿真三相同. 分别绘制不同算法的RMSE曲线与快拍数的关系如图5所示, 由图可以得出与仿真三类似的结论.

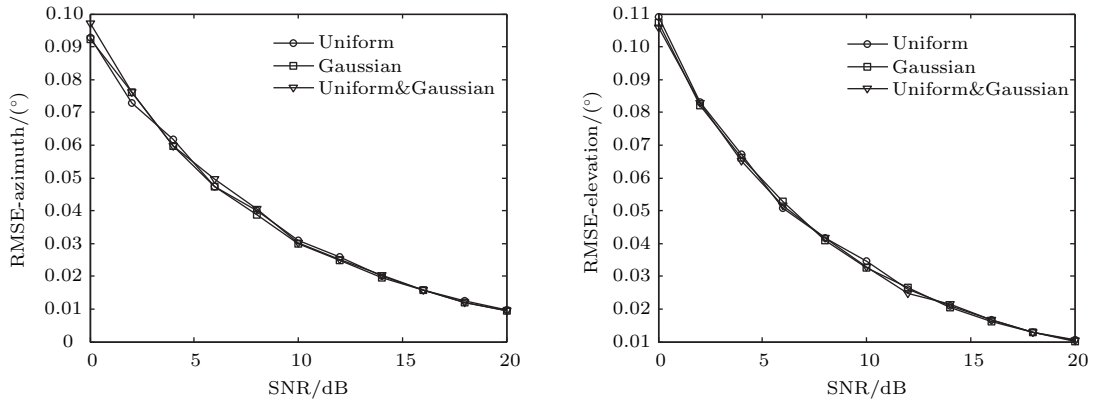


图3 不同角信号分布函数下二维DOA均方根误差对比 (a) 中心方位角; (b) 中心俯仰角

Fig. 3. RMSE contrast of two-dimensional DOA under different angular signal distribution functions: (a) Center azimuth; (b) center elevation.

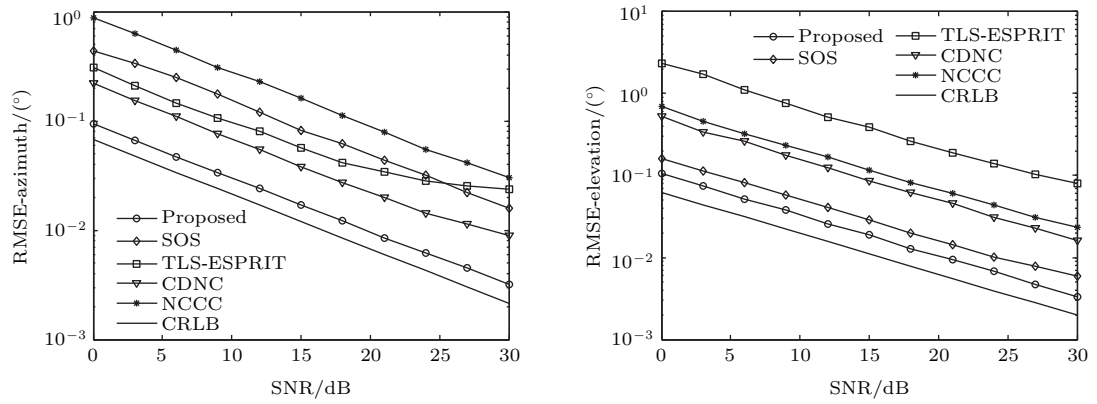


图4 不同算法二维DOA估计均方根误差与信噪比的关系 (a) 中心方位角; (b) 中心俯仰角

Fig. 4. The relationship between RMSE of two-dimensional DOA and SNR of different algorithms: (a) Center azimuth; (b) center elevation.

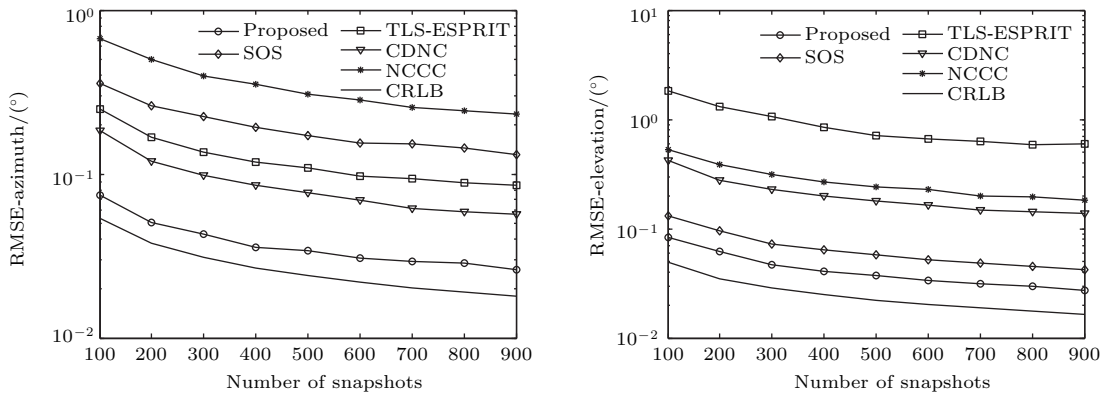


图5 不同算法二维DOA估计均方根误差与快拍数的关系 (a) 中心方位角; (b) 中心俯仰角

Fig. 5. The relationship between RMSE of two-dimensional DOA and the number of snapshots of different algorithms: (a) Center azimuth; (b) center elevation.

4.2 复杂度分析

将本文算法与SOS算法、TLS-ESPRIT算法、CDNC算法以及NCCC算法进行复杂度对比分析。假设三维立体线阵每个子阵阵元数均为 M ，快

拍数为 N ，信源数为 K ，则本文算法的计算复杂度主要包括四个部分：估计各个子阵接收信号扩展协方差矩阵 $\mathbf{R}_\varepsilon^{(nc)}$ ($\varepsilon \in \{x, y, z\}$) 以及整个阵列接收信号协方差矩阵 $\mathbf{R}$ ，复杂度为 $O(21M^2N)$ ；上述协方差矩阵的特征值分解运算，复杂度为

$O(51M^3)$; 多项式 $p(z_\varepsilon)(\varepsilon \in \{x, y, z\})$ 的求根运算, 复杂度为 $O(192(M-1)^3)$; 参数配对过程, 复杂度为 $O(3K^5M + K^6)$. 总体而言, 所提算法的计算复杂度为 $O(51M^3 + 192(M-1)^3 + 21M^2N + 3K^5M + K^6)$. 表1所列所提算法与SOS算法、TLS-ESPRIT算法、CDNC算法和NCCC算法的计算复杂度对比(L 表示搜索点数).

由表1可以看出, SOS算法需要一维谱峰搜索, 当搜索点数 L 较大时, 本文算法的复杂度低于SOS算法. 本文算法复杂度略高于CDNC算法, 而相较

于TLS-ESPRIT算法和NCCC算法, 本文算法计算复杂度虽然有所增加, 但并不需要任何的谱峰搜索, 所以复杂度也不会大幅度提升. 因此综合上述的仿真实验和复杂度分析, 可以得出这样的结论: 本文算法相比于CDNC算法和NCCC算法, 避免了Taylor级数近似引入的额外误差, 以较小的复杂度代价获得了性能的较大提升; 而相比于SOS算法和TLS-ESPRIT算法, 在避免Taylor级数近似的同时, 还利用了信号非圆特性进一步提升了估计性能.

表1 算法复杂度对比表

Table 1. Algorithm complexity comparison.

算法名称	复杂度
本文算法	$O(51M^3 + 192(M-1)^3 + 21M^2N + 3K^5M + K^6)$
SOS	$O(27M^3 + 9M^2N + L(K^3 + 3K^2M))$
TLS-ESPRIT	$O((3M+1)^3 + (3M+1)^2N + 3MK^2 + 2K^3)$
CDNC	$O\left(216M^3 + 36M^2N + \left(\frac{11}{2}M - 4\right)K^2 + 2K^3\right)$
NCCC	$O(27M^3 + 9M^2N + (3M-2)K^2 + 2K^3)$

5 结 论

在相干分布式非圆信号二维DOA估计中, 利用信号非圆特性可提升估计性能, 但现有的低复杂度算法均需要利用Taylor级数近似建立子阵中扩展广义方向矢量之间的近似旋转不变关系, 这会引入额外的误差, 进而导致估计精度的下降. 针对该问题, 本文算法利用CD源DADF矢量的对称特性在三维立体线阵各个子阵中分别建立了对称旋转不变关系, 避免了Taylor级数引入的额外误差, 并且通过多项式求根的方式得到中心方位角和俯仰角估计, 避免了谱峰搜索, 通过仿真实验和复杂度分析可以看出, 本文算法相比于现有的相干分布式非圆信号二维DOA估计算法, 在较小复杂度的代价下取得了性能的较大提升, 并且能够实现三维空间全方位的角度估计.

参考文献

- [1] Krim H, Viberg M 1996 *IEEE Signal Process. Mag.* **13** 67
- [2] Liang G L, Ma W, Fan Z, Wang Y L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 144302 (in Chinese) [梁国龙, 马巍, 范展, 王逸林 2013 物理学报 **62** 144302]

- [3] Ba B, Liu G C, Li T, Fan Z, Lin Y C, Wang Y 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 078403 (in Chinese) [巴斌, 刘国春, 李韬, 范展, 林禹丞, 王瑜 2015 物理学报 **64** 078403]
- [4] Valaee S, Champagne B, Kabal P 1995 *IEEE Trans. Signal Process.* **43** 2144
- [5] Zheng Z 2011 *Ph. D. Dissertation*(Chengdu: University of Electronic Science and Technology) (in Chinese) [郑植 2011 博士学位论文 (成都: 电子科技大学)]
- [6] Jiang H, Zhou J, Hisakazu K, Shao G 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 048702 (in Chinese) [江浩, 周杰, 菊池久和, 邵根富 2014 物理学报 **63** 048702]
- [7] Cao R Z, Gao F, Zhang X 2016 *IEEE Trans. Signal Process.* **64** 1
- [8] Shahbazpanahi S, Valaee S, Bastani M H 2001 *IEEE Trans. Signal Process.* **49** 2169
- [9] Hassanien A, Shahbazpanahi S, Gershman A B 2004 *IEEE Trans. Signal Process.* **52** 280
- [10] Shahbazpanahi S, Valaee S, Gershman A B 2004 *IEEE Trans. Signal Process.* **52** 592
- [11] Sieskul B T 2010 *IEEE Trans. Vehicul. Technol.* **59** 1534
- [12] Yang X, Li G J, Zheng Z 2014 *J. Electron. Informat. Technol.* **36** 164 (in Chinese) [杨学敏, 李广军, 郑植 2014 电子与信息学报 **36** 164]
- [13] Boujemaa H 2005 *European Trans. Telecommun.* **16** 557
- [14] Lü T, Tan F, Gao H, Yang G 2016 *Signal Process.* **121** 30
- [15] Lee J, Song I, Kwon H, Lee S R 2003 *Signal Process.* **83** 1789
- [16] Guo X S, Wan Q, Yang W L, Lei X M 2009 *Sci. China: Infor. Sci.* **52** 835

- [17] Zheng Z, Li G, Teng Y 2012 *Wireless Pers. Commun.* **62** 907
- [18] Yin J X, Wu Y, Wang D 2014 *J. Commun.* **2** 153 (in Chinese) [尹洁昕, 吴瑛, 王鼎 2014 通信学报 **2** 153]
- [19] Yang X, Li G, Zheng Z, Zhong L 2014 *Wireless Pers. Commun.* **78** 1095
- [20] Yang X, Li G J, Zheng Z 2013 *International Conference on Wireless Communication Signal Processing* Hangzhou, China, October 24–26, 2013 p1
- [21] Eckhoff R 1998 *IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communication* Boston, Massachusetts, September 8–11, 1998 p471
- [22] Yang Z Q, Li S M 2001 *J. Commun.* **22** 8 (in Chinese) [杨正权, 李思敏 2001 通信学报 **22** 8]
- [23] Shi Y, Huang L, Qian C, So H C 2015 *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* **51** 1267
- [24] Yan F, Shen Y, Jin M, Qiao X 2016 *J. Syst. Eng. Electron.* **27** 739

Two-dimensional direction-of-arrival estimation of coherently distributed noncircular signals via symmetric shift invariance^{*}

Dai Zheng-Liang[†] Cui Wei-Jia Ba Bin Zhang Yan-Kui

(The PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

(Received 11 April 2017; revised manuscript received 23 June 2017)

Abstract

In practical applications such as mobile communication, radar and sonar, the effect of angular spread on the source energy can no longer be ignored due to multipath phenomena. Therefore, a spatially distributed source model is more realistic than the point source mode in these complex cases. A lot of direction-of-arrival (DOA) estimation methods for distributed sources have been published. Whereas researches concentrated on the complex circular signal case, the noncircular property of signal can be employed to further improve the estimation performance, which has received extensive attention recently. To date, several low-complexity DOA estimation algorithms for two-dimensional (2D) coherently distributed (CD) noncircular sources have been proposed. However, all these algorithms need obtain the approximate shift invariance relationship between the sub-arrays by applying the one-order Taylor series approximation to the generalized steering vectors, which may introduce additional errors and affect the estimation accuracy.

In this paper, a novel 2D DOA estimation algorithm based on the symmetric shift invariance relationship is proposed using the centro-symmetric three-dimensional (3D) linear arrays. Firstly, the extended array model is established by exploiting the noncircularity of the signal. Then, it is proved that the deterministic angular distribution function vector of the CD source has a symmetrical property for arbitrary centro-symmetric array, based on which the symmetric shift invariance relationships of extended generalized steering vectors are established in the three sub-arrays of 3D linear arrays. On the premise of such relationships, the center azimuth and elevation DOAs are obtained by the polynomial rooting method without spectral peak searching. Finally, the cost function implementing the parameter matching is constructed by the symmetric shift invariance relationship of the generalized steering vector of the whole array. Theoretical analysis and simulation experiment show that compared with the existing low-complexity algorithms, the proposed algorithm avoids the additional errors introduced by the Taylor series approximation, which allows it to achieve higher estimation accuracy with the small complexity cost. Moreover, the proposed algorithm can achieve omnidirectional angle estimation in the three-dimensional space.

Keywords: coherently distributed source, noncircular source, 3D linear arrays, symmetric shift invariance

PACS: 07.50.Qx, 07.05.Kf, 84.40.Ua

DOI: 10.7498/aps.66.220701

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61401513).

[†] Corresponding author. E-mail: xinxidailiang@outlook.com