

Rijke 管热声振荡的稳定性切换行为研究

党南南 张正元 张家忠

Stability switching behavior of thermoacoustic oscillation in Rijke tube

Dang Nan-Nan Zhang Zheng-Yuan Zhang Jia-Zhong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 134301 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180269

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180269>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I13>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[循环温度疲劳作用下粘接界面损伤的非线性超声评价](#)

Nonlinear ultrasonic evaluation of damage to bonding interface under cyclic temperature fatigue
物理学报.2018, 67(7): 074302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172265>

[声场中空化气泡的耦合振动及形状不稳定性的研究](#)

Coupled oscillation and shape instability of bubbles in acoustic field
物理学报.2018, 67(3): 034301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.034301>

[复合圆管界面特性对周向超声导波二次谐波发生效应的影响分析](#)

Influences of the interfacial properties on second-harmonic generation by primary circumferential ultrasonic guided wave propagation in composite tube
物理学报.2016, 65(19): 194301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.194301>

[驻波热声系统的自激振荡机理](#)

Self-excited oscillation mechanism of a standing-wave thermoacoustic system
物理学报.2015, 64(4): 044301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.044301>

[基于迟滞应力应变关系的非线性声学检测理论与方法研究](#)

Theory and method for nonlinear acoustics detection based on hysteretic stress-strain relation
物理学报.2014, 63(19): 194302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.194302>

Rijke管热声振荡的稳定性切换行为研究*

党南南 张正元 张家忠†

(西安交通大学能源与动力工程学院, 西安 710049)

(2018年2月2日收到; 2018年4月14日收到修改稿)

采用数值方法模拟了强弱两种阻尼条件下传热迟滞时间对一维Rijke管热声系统稳定性的影响, 发现Rijke管系统存在稳定性切换现象. 在推导了无量纲形式的管内声波动量方程和能量方程之后, 利用Galerkin方法对控制方程进行展开并在时间域内数值求解. 分析了强阻尼和弱阻尼条件下, 给定热源的Rijke管热声振荡的稳定性与传热迟滞时间的关系. 结果显示: 在两类阻尼条件下, 持续增大传热与速度的迟滞时间, 系统均呈现出稳定性切换现象, 即系统在稳定和不稳定两个状态间持续转变; 但弱阻尼系统的不稳定区域宽于强阻尼系统的不稳定区域, 系统最大振幅相对增大, 且系统热声振荡的主模态在不同模态之间发生转换. 最后, 通过求解系统各阶模态极限环幅值随传热迟滞时间的变化, 发现Rijke管热声振荡稳定性切换现象与迟滞时间存在近似周期性关系.

关键词: 热声振荡, Rijke管, 稳定性切换

PACS: 43.35.Ud, 43.25.+y, 43.20.+g, 05.70.-a

DOI: 10.7498/aps.67.20180269

1 引言

热声振荡是指燃气轮机和航空发动机等设备由于不稳定热释放与压力脉动耦合作用导致的低频大振幅自激振荡现象, 通常还伴随高分贝的低频噪音. 以燃烧领域为例, 在燃气轮机、燃气发动机、固体火箭发动机等燃烧器中, 当火焰面的热释放脉动与燃烧室的声场之间形成正反馈机制时, 就可能引发强烈的热声振荡. 这种不必要的振荡常带来噪音、熄火、工作点偏移和污染物排放等问题, 对燃烧设备的安全和高效运行造成影响. 另一方面, 合理地利用热声现象, 可制造热声发动机、热声驱动脉冲管制冷机等热声转换设备, 该类设备结构简单, 可靠性高、寿命长且环保性高, 其相关研究引起了越来越多的关注.

1878年, Rayleigh首先对热声振荡的产生机理给出描述, 向一振荡的气团周期性地加入或取出热量, 所产生的效果取决于加热或者散热与振荡的相

位关系: 当热量在压力最高点加入或者最低点取出, 则振荡加强; 反之, 振荡减弱. 至今, Rayleigh准则仍是被广泛接受的热声振荡现象产生和维持的合理解释. 1963—1983年, Rott发表了一系列文章, 建立了经典线性热声理论, 在理论上阐明热声效应中存在着热和功的相互转化, 奠定了现代线性热声理论的基础, 该理论是目前热声研究中最有效、运用最为广泛的理论.

瑞利准则和线性理论能够阐述热声振荡的产生和维持的机理, 但却无法描述起振、跳频、迟滞以及声压饱和等非线性现象, 这是因为热声振荡是一个非常复杂的非线性问题, 而线性理论是对小振幅弱非线性现象的近似, 其中考虑了系统的线性, 但忽略了热源函数本身的非线性. 于是, 发展非线性热声理论来解释此类现象, 描述本质上非线性的热声自激振荡的整个过程就显得十分迫切^[1].

Rijke管是研究热声振荡最方便最典型的系统, 国内外学者以Rijke管热声系统为模型展开了大量研究. 关于Rijke管内的非线性热声振荡现象, 目

* 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2012CB026002)、国家自然科学基金(批准号: 51775437)和陕西省重点研发计划(批准号: 2017ZDCXL-GY-02-02)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jzzhang@mail.xjtu.edu.cn

前存在着几种可能的解释, 包括但不限于非线性声学效应、非线性对流换热、热声非正交性以及非线性管口损失等四类原因. 1990年, Heckl^[2]对Rijke管中的非线性效应进行了理论和实验研究, 指出Rijke管中的非线性效应主要在于非线性对流换热和非线性管口损失, 前者在速度扰动和主流速度量级相当时作用明显, 导致换热率下降, 是振荡幅值限制的关键原因; 后者在压力振动幅值很高时凸显出管口损失增大的作用, 但作用相对小得多. 国内韩飞等^[3,4]通过研究Rijke管热声相互作用的非线性和管口末端的非线性辐射声阻, 指出非线性效应的作用是限制振幅的增长和激发高阶谐波的出现. 2003年, Matveev^[5]在其博士论文中指出: 在大量的系统中, 声音强度导致的非线性声学损失并不足以成为热声振荡非线性饱和现象的主要原因. Balasubramanian和Subramanian等^[6,7]首次提出Rijke管内的非正交热声现象, 通过数值模拟总结出, 即使在没有阻尼的情况下非正交性也可以导致幅值饱和.

在非线性热声振荡的研究领域内, 马大猷^[8]对热声振荡问题进行过系统研究, 并根据瑞利准则推导出了详细的Rijke管方程的严格解, 给出了相应的管内非线性行波和驻波解. Yoon等^[9]以Rijke型火箭发动机为对象, 描述了非线性速度敏感型热声不稳定系统演化过程中的自举(bootstrapping)现象, 即系统第一阶模态的能量先传递给第二阶模态, 激发第二阶模态幅值增长, 而第一阶模态幅值下降; 随后第二阶模态再将能量传递给第一阶模态, 导致第一阶模态幅值随之增长的现象. 李国能等^[10]在对一端开口一端封闭的Rijke型预混燃烧器的研究中发现热声不稳定的起振过程存在着频率跳跃: 系统首先激发低阶的热声振荡, 然后低阶热声振荡逐步消退, 激发起更高阶的热声不稳定, 依次类推, 直到激发起适合当前燃烧器结构的稳定持续的压力振荡. 黄鑫等^[1]总结了Rijke型热声自激振荡的研究进展, 指出目前还没有能完全解释热声振荡机理的理论, 已有的理论只适用于弱非线性, 应该在管内自激振荡非线性现象以及建立并完善非线性模型两个方面做进一步研究. 2014年, Sayadi等^[11]在其研究中指出, 在热释放率较小时, 系统主要振荡频率为线性化后不稳定模态的频率, 但当热释放率增大到一定程度时, 系统将激发出其他高阶频率, 而在线性分析中, 这些频率却可能

是稳定的. Kashinath^[12]对燃烧G方程和声波方程耦合求解, 获得了Rijke热声振荡通向混沌的两种途径: 倍周期分岔及Ruelle-Takens-Newhouse途径, 发现火焰褶皱和夹断是产生周期性声波的原因. 2017年, Li等^[13]研究了时间迟滞、声学损失以及燃烧-流动耦合对Rijke管稳定性的影响, 热源选取1990年Fleifil等^[14]提出的 $n-\tau$ 模型, 根据加热功率和系统阻尼将稳定性区间分为迟滞无关区域和稳定性切换区域. 在迟滞无关区间, 改变迟滞时间的大小, 对系统稳定性没有影响; 但在稳定性切换区域, 系统稳定性随着迟滞时间的增大在稳定和失稳之间转变. 但该文以线性模型为基础, 而且仅选取了第一阶模态, 因此所得结果实际上应该是线性结果.

本文以一维水平电热丝网加热的Rijke管为研究对象, 采用非线性热源模型, 从Navier-Stokes(N-S)方程出发, 引入非线性传热模型和阻尼模型, 推导出管内声波扰动量控制方程组. 采用Galerkin方法逼近控制方程并数值求解, 取系统前十阶模态进行计算, 研究了在强阻尼和弱阻尼条件下, 传热迟滞参数对系统稳定性的影响. 结果发现, 除公认的两个重要因素热源位置和热源大小之外, 阻尼系数和传热迟滞时间也可能对系统稳定性造成影响, 不仅系统稳定性随传热迟滞时间在稳定和不稳定状态间切换, 而且系统热声振荡的主模态也和迟滞时间相关. 最后, 通过求解系统各阶模态极限环幅值随传热迟滞时间的变化, 发现这种稳定性切换现象与传热迟滞时间存在周期性关系.

2 数学物理模型及求解

2.1 Rijke管模型及控制方程

采用如图1所示的一维水平电热丝网热源的热声模型, 两端均为压力开口边界. 其中, Rijke管长度为 L , 热源位置 \tilde{x}_f , 来流速度 \tilde{u} .

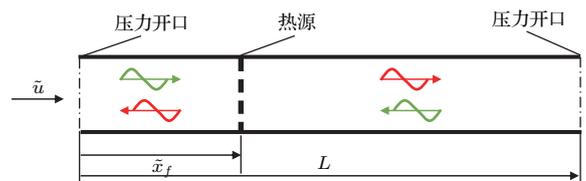


图1 简化的水平Rijke管模型

Fig. 1. Simplified Schematic of the horizontal Rijke tube.

模型的控制方程从N-S方程出发, 假设气体为理想流动, 忽略气体的热传导和黏性损失. 由于Rijke管内空气温度范围和压强范围介于 $240\text{ K} < T < 2000\text{ K}$, $p < 9.8 \times 10^5\text{ Pa}$, 因此, 可以采用完全气体状态方程, 比定压比热容 c_p 和比定容比热 c_v 为常数, 得到该模型的质量守恒、动量守恒、能量守恒方程和状态方程分别如下:

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{\rho} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{x}} = 0, \quad (1)$$

$$\tilde{\rho} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} \right) + \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}} + \gamma \tilde{p} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} = (\gamma - 1) \tilde{Q} \delta(\tilde{x} - \tilde{x}_f), \quad (3)$$

$$\tilde{p} = \tilde{\rho} R \tilde{T}, \quad (4)$$

其中 \tilde{x} 表示沿轴向方向的距离; \tilde{t} 表示时间; \tilde{u} , $\tilde{\rho}$, \tilde{p} , \tilde{T} 和 \tilde{Q} 分别表示速度、密度、压力、温度和单位体积热释放率; γ 为比热比; $R = c_p - c_v$ 为气体常数; δ 为标准 Dirac 函数.

采用声流分析法, 将变量分为稳态流动量和扰动声学量部分, 令 p_0 , ρ_0 , u_0 及 Q_0 分别为速度和热源热释放量的平均量; \tilde{p}' , $\tilde{\rho}'$, \tilde{u}' 和 \tilde{Q}' 分别为对应的扰动量, 即

$$\tilde{p}(\tilde{x}, \tilde{t}) = p_0 + \tilde{p}'(\tilde{x}, \tilde{t}), \quad (5)$$

$$\tilde{\rho}(\tilde{x}, \tilde{t}) = \rho_0 + \tilde{\rho}'(\tilde{x}, \tilde{t}), \quad (6)$$

$$\tilde{u}(\tilde{x}, \tilde{t}) = u_0 + \tilde{u}'(\tilde{x}, \tilde{t}), \quad (7)$$

$$\tilde{Q}(\tilde{x}, \tilde{t}) = Q_0 + \tilde{Q}'(\tilde{x}, \tilde{t}). \quad (8)$$

由于速度和速度扰动项相对音速都很小, 因此, 在推导过程中, 含有速度和速度扰动项都忽略不计. 得到关于各扰动项的方程组

$$\frac{\partial \tilde{\rho}'}{\partial \tilde{t}} + \rho_0 \frac{\partial \tilde{u}'}{\partial \tilde{x}} = 0, \quad (9)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \tilde{u}'}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial \tilde{p}'}{\partial \tilde{x}} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tilde{p}'}{\partial \tilde{t}} + \gamma p_0 \frac{\partial \tilde{u}'}{\partial \tilde{x}} = (\gamma - 1) \tilde{Q}' \delta(\tilde{x} - \tilde{x}_f). \quad (11)$$

对上述方程进行无量纲化, 令:

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= Lx; \quad \tilde{t} = \frac{L}{a_0}t; \quad \tilde{u}' = u_0 u'; \quad M = \frac{u_0}{a_0}; \\ \tilde{p}' &= p_0 p'; \quad \delta(\tilde{x} - \tilde{x}_f) = \delta(x - x_f)/L, \end{aligned} \quad (12)$$

其中 x , t , u' , p' 以及 x_f 分别表示无量纲后的距离、时间、扰动速度、扰动压力和热源位置; a_0 为流动平均音速; M 为平均流马赫数. 将(12)式代入方程(10), (11)中, 得到无量纲形式的管内声场动量和

能量方程:

$$\begin{cases} \gamma M \frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial p'}{\partial t} + \gamma M \frac{\partial u'}{\partial x} = \frac{(\gamma - 1)}{a_0 p_0} \tilde{Q}' \delta(x - x_f). \end{cases} \quad (13)$$

2.2 阻尼模型

Rijke管热声系统的阻尼损失主要分为两部分, 分别是边界层损失和管口末端的声能辐射损失, Howe^[15]曾提出如下形式的阻尼模型:

$$\xi = \sum_{j=1}^{\infty} \xi_j, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \xi_j &= \frac{1}{\pi} \frac{A}{a_0 L} \omega_j^2 \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{P}{A} \sqrt{\omega_j} \left[\sqrt{\nu} + (\gamma - 1) \sqrt{\kappa} \right], \end{aligned} \quad (15)$$

式中 ξ 是管内总阻尼系数, j 代表系统的第 j 阶声模态, ξ_j 是第 j 阶声模态的阻尼系数; A 和 P 分别为Rijke管截面积和截面周长; ν 和 κ 流体的动力黏性系数和热扩散率, $\omega_j = j\pi$ 为系统的第 j 阶声模态的无量纲频率. 令

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{A\pi}{a_0 L}, \\ c_2 &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{P}{A} \left[\sqrt{\nu} + (\gamma - 1) \sqrt{\kappa} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

则有

$$\xi_j = c_1 j^2 + c_2 \sqrt{j}. \quad (17)$$

将阻尼模型引入方程(13), 得到含阻尼的管内扰动方程

$$\begin{cases} \gamma M \frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial p'}{\partial t} + \xi p' + \gamma M \frac{\partial u'}{\partial x} = \frac{(\gamma - 1)}{a_0 p_0} \tilde{Q}' \delta(x - x_f). \end{cases} \quad (18)$$

2003年, Matveev^[5]在其博士论文中曾采用Howe模型对其实验系统的阻尼进行计算并用于数值分析, 根据Matveev的实验参数可得其系统阻尼参数为 $c_1 = 0.028$, $c_2 = 0.0001$, Subramanian等^[7]曾使用该阻尼系数对Matveev的实验模型进行数值模拟, 给出了较好的对比结果. 此外, Subramanian等^[16], Juniper^[17]以及Sayadi等^[11]对热声不稳定的研究中也使用到Howe阻尼模型, 且均取 $c_1 = 0.1$, $c_2 = 0.06$. 下文将采用这两组阻尼参数对Rijke管热声系统的稳定性进行研究, 并分别称之为“弱阻尼”和“强阻尼”.

2.3 热源模型

1914年, King提出了电加热丝非正常热释放率的速度时滞模型, 该模型虽然为非线性模型, 但只能预测速度扰动幅值大于主流速度的非线性现象, 即仅对热源处发生回流的情况有效. 1990年, Heckl^[2]指出, King模型不符合扰动速度为主流速度的1/3时就出现非线性的实验观测结果, 他以King模型为基础提出了改进的非线性模型, 称为Heckl模型. Heckl模型的时均值及扰动速度小于1/3主流速度时的预测结果与King模型一致, 当扰动速度大于1/3主流速度, 更符合实验的非线性结果. 本文热源函数采用Heckl模型, 取热源扰动项如下:

$$\tilde{Q}' = \frac{L_w(T_w - T)2\sqrt{\pi\kappa c_v \rho u_0} \frac{d_w}{2}}{A\sqrt{3}} \times \left[\sqrt{\left| \frac{1}{3} + u_f'(t - \tau) \right|} - \frac{1}{3} \right], \quad (19)$$

其中 L_w , d_w 及 T_w 为电热丝的长度、直径和温度. 由于热惯性的存在, 传热和流场速度之间存在传热迟滞时间 τ .

传热迟滞时间可利用Lighthill^[18]提出的经验公式进行计算,

$$\tau = 0.2 \frac{d_w}{u_0}, \quad (20)$$

从中可知对电热丝网加热的Rijke管, 影响传热迟滞时间的因素为电热丝直径和管内气体平均流动速度.

无量纲化的传热迟滞时间为

$$\tau = 0.2 \frac{d_w}{u_0} \left(\frac{a_0}{L} \right). \quad (21)$$

2.4 扰动方程的Galerkin逼近

扰动方程组为时间和空间的偏微分方程组, 这里采用Galerkin方法将控制方程表达成频域和时域函数的叠加, 基函数的选取并不惟一, 原则是必须满足边界条件, 本文选取线性化的系统自共轭部分的特征函数作为基函数. 对两端开口的Rijke管, 在 $x = 0$ 和 $x = 1$ 处, 忽略管口损失, 有 $p'(x, t) = 0$, $\partial u'(x, t)/\partial x = 0$, 可将声波速度场和压力场分别表示如下:

$$u' = \sum_{j=1}^{\infty} \cos(j\pi x)U_j, \quad (22)$$

$$p' = \gamma M \sum_{j=1}^{\infty} \sin(j\pi x)P_j. \quad (23)$$

考虑到计算可行性, 只能采用有限数量的模态数目. 2014年, Selimefendigil和Öztopb^[19]以热机为研究对象发现系统前两阶和前十阶模态分别占据了97%和99.9%的流体动能. 2017年, Sui等^[20]在对Rijke型热声不稳定的实验研究中指出, 标准化的第一阶特征值占总空间平均压力脉动的92%, 第二阶模态是极限环振动的关键因素, 其中第二、第三阶的脉动能量占5%和2.3%. 冯建畅等^[21]在对Rijke管热声不稳定的分岔分析中发现: 当取前九阶模态和前十阶模态时, 得到的数值解差异可以忽略不计, 说明了十阶声学模态的收敛性. 因此在后续计算中, 将取前十阶Galerkin模态进行计算和分析.

将热源方程(19)代入方程(18), 利用(22)式和(23)式展开并投影到基函数系, 得到时域内常微分方程组

$$\begin{cases} \dot{U}_j + j\pi P_j = 0, \\ \dot{P}_j - j\pi U_j + \xi_j P_j \\ = K \left(\sqrt{\left| \frac{1}{3} + u_f'(t - \tau) \right|} - \sqrt{\frac{1}{3}} \right) \sin(j\pi x_f), \end{cases} \quad (24)$$

其中 $j = 1, 2, 3 \dots N$, $N = 10$, 且

$$K = \frac{4(\gamma - 1)L_w}{\gamma M a_0 p_0 \sqrt{3} A} (T_w - T) \sqrt{\pi\kappa c_v \rho u_0} \frac{d_w}{2}. \quad (25)$$

3 计算结果与讨论

从(21)及(22)式中可以得出: 系统的可变参数包括热源位置 x_f 、热源强度 K 、阻尼系数 c_1 和 c_2 以及传热迟滞时间 τ . 通常在实验条件下热源位置 x_f , 热源强度 K 可以精确调整和测量, 获得研究较多也较为深入; 而系统阻尼和传热迟滞时间 τ 则难以精确测量和改变, 因此前人研究较少. 本文采用MATLAB软件中求解延迟微分方程的dde23函数对方程进行数值求解, 研究阻尼和迟滞参数对系统稳定性的影响.

3.1 传热迟滞对强阻尼系统稳定性的影响: 稳定性切换

首先计算在强阻尼条件下传热时滞参数对Rijke管热声振荡的影响, 选取计算参数为:

$x_f = 0.25$, $K = 0.8$, $c_1 = 0.1$, $c_2 = 0.06$, 初始条件为 $P_1 = 1$, $P_j = 0, \forall j \neq 1$ 及 $U_j = 0, \forall j = 1, \dots, N$. 在此条件下, 持续增大传热迟滞时间 τ , 观察系统

各阶模态振荡幅值随时间演化情况, 所得结果如图 2 所示. 由于系统压力振荡的高阶幅值非常小, 因此图 2 仅显示前三阶压力分量的变化情况.

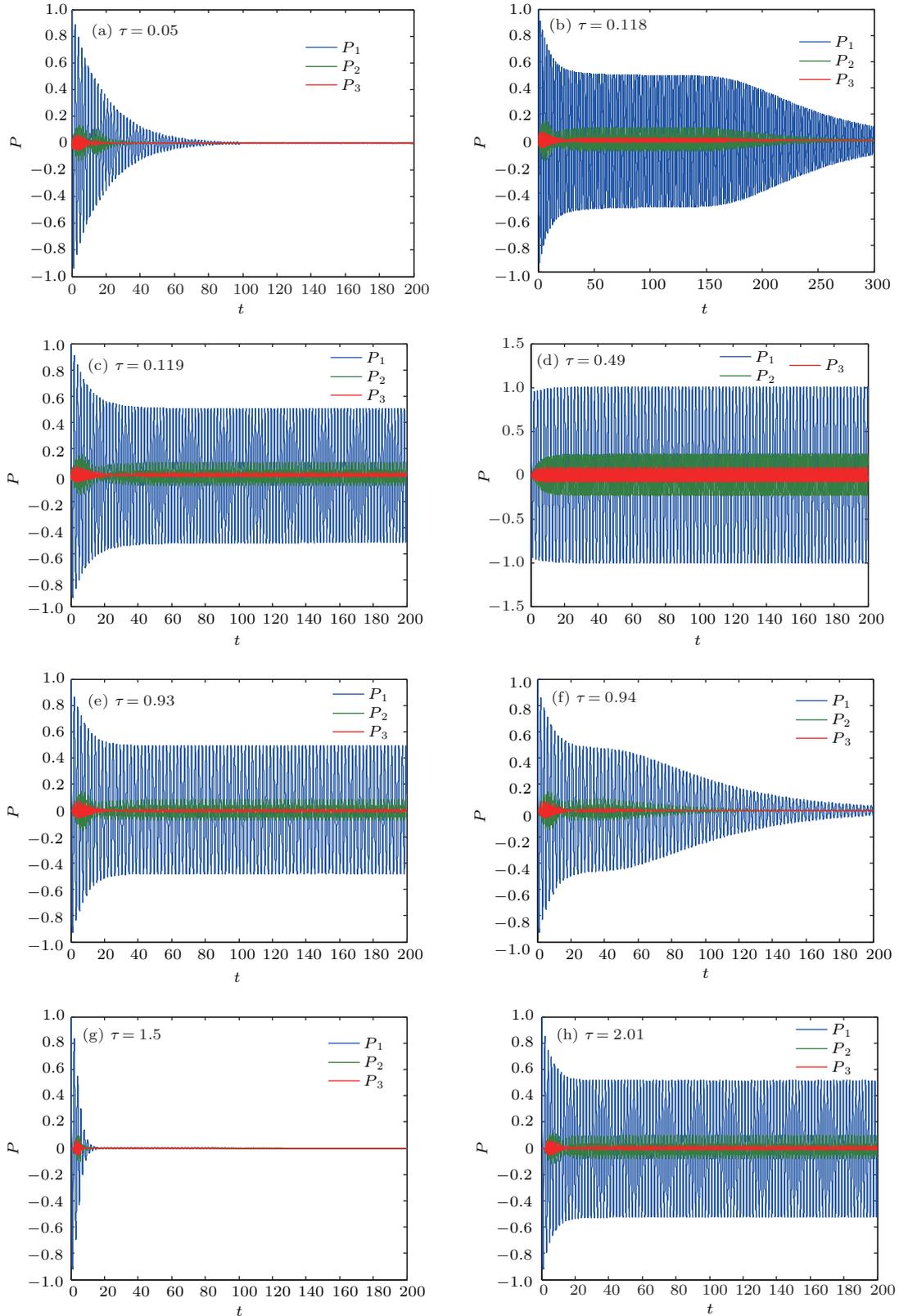


图 2 强阻尼系统不同迟滞下的振荡波形图

Fig. 2. Time evolution of the heavily damped system with different time delay.

当 τ 非常小,如 $\tau = 0.05$ 时,系统快速地收敛到稳定状态,如图2(a)所示.系统第一个临界点为 $\tau = 0.119$,越接近该值,系统衰减得越慢,图2(b)在 $\tau = 0.118$ 的条件下,当 $t > 140$ 后,系统才呈较明显的衰减趋势;当 τ 大于0.119后,系统稳定性发生改变,振荡幅值不再随时间衰减,而是维持在特定幅值振荡,形成图2(c)所示的极限环振荡.此后系统的极限环振荡幅值先随 τ 增大,当 $\tau = 0.49$ 时达到极大值,如图2(d)所示;之后系统振荡幅值随 τ 的 τ 增大而减小,直到如图2(e)中所示,系统都将处于极限环振荡的状态.而当 τ 增大到临界点 $\tau = 0.94$ 后,系统将随时间逐渐趋于稳定,如图2(f)示.继续增大迟滞时间 τ ,系统达到平衡点的时间越来越短,图2(g)中当 $\tau = 1.5$ 时,系统在 $t = 20$ 范围内就达到平衡.第三个临界点为 $\tau = 2.01$,在 $0.936 < \tau < 2.01$ 时,系统最终都将趋于稳定状态,而 $\tau > 2.01$ 后,系统进入新的不稳定区域,初始扰动会最终发展成周期性的极限环振荡,如图2(h)所示.并且在此之后,系统的稳定性依旧随着迟滞参数 τ 的增大不断地在稳定和不稳定之间切换.

这种系统稳定性随着传热迟滞的增加不断切换的现象称为稳定性切换现象,该现象广泛存在于各类时滞系统中.可用Rayleigh准则来解释Rijke

管内的稳定性切换现象:改变传热迟滞时间,即改变系统热释放与波动速度之间的相位差,亦改变了热释放与波动压力的相位差.对系统任一阶振荡模态而言,在一个振荡周期内,由热源、阻尼以及其他模态作用共同导致的能量变化为正则振荡加强;为负值则振荡减弱;当达到平衡时,则该模态或处于稳定状态,或处于特定幅值下的极限环振荡状态.

3.2 传热迟滞对弱阻尼系统稳定性的影响:稳定性切换及主模态改变

选取计算参数为: $x_f = 0.25$, $K = 0.8$, $c_1 = 0.028$, $c_2 = 0.0001$, $P_1 = 1$, $P_j = 0, \forall j \neq 1$ 及 $U_j = 0, \forall j = 1, \dots, N$. 在此条件下,持续增大传热迟滞时间 τ ,观察系统各阶压力振荡幅值随时间的演化情况,所得结果列于图3中.与上文一致,图3只显示了系统前三阶压力幅值的变化情况.

系统稳定性改变的第一个临界点在 $\tau = 0.02$.如图3(a)所示,当 $\tau < 0.02$ 时,系统随时间演化最终收敛到平衡点;而当 τ 增大到0.02时,系统最终将进入图3(b)所示的极限环振荡状态;继续增大 τ ,从图3(c)及图3(d)可以发现,随着第一阶压力幅值的增长,当 $\tau = 0.2$ 时,第二阶压力幅值也不断

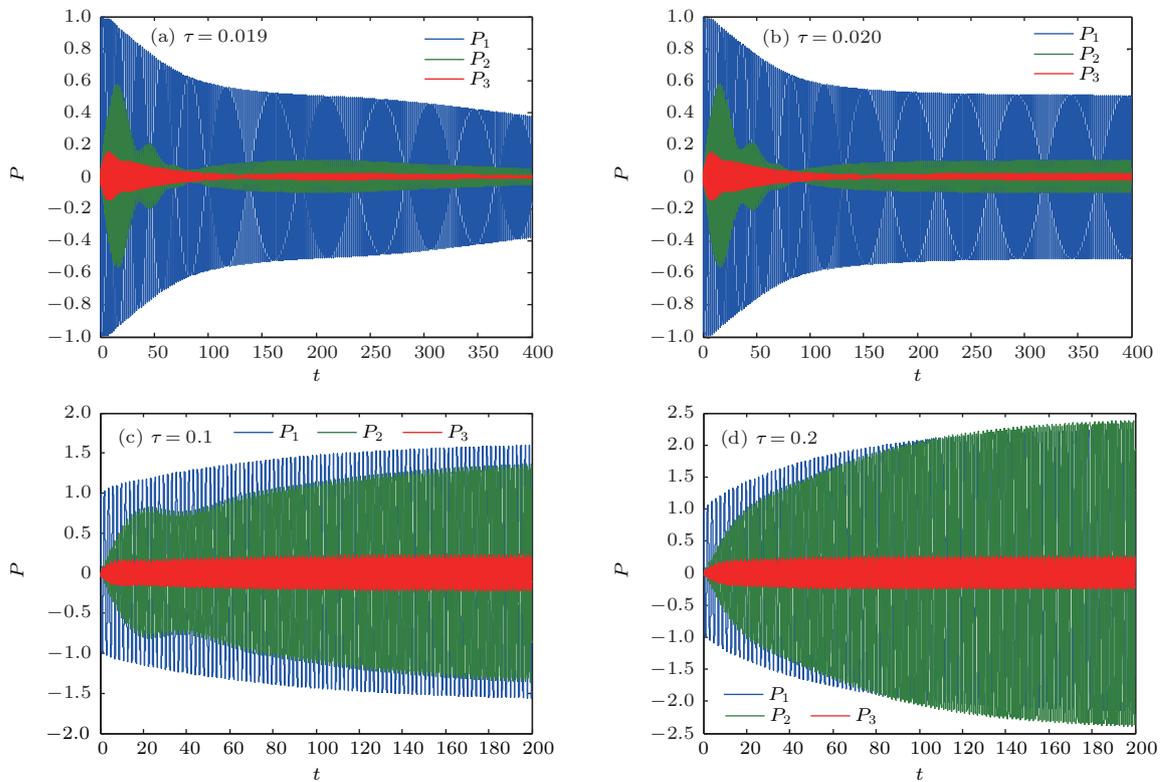


图3 弱阻尼系统不同迟滞下的振荡波形图
Fig. 3. Time evolution of the weakly damped system with different time delay.

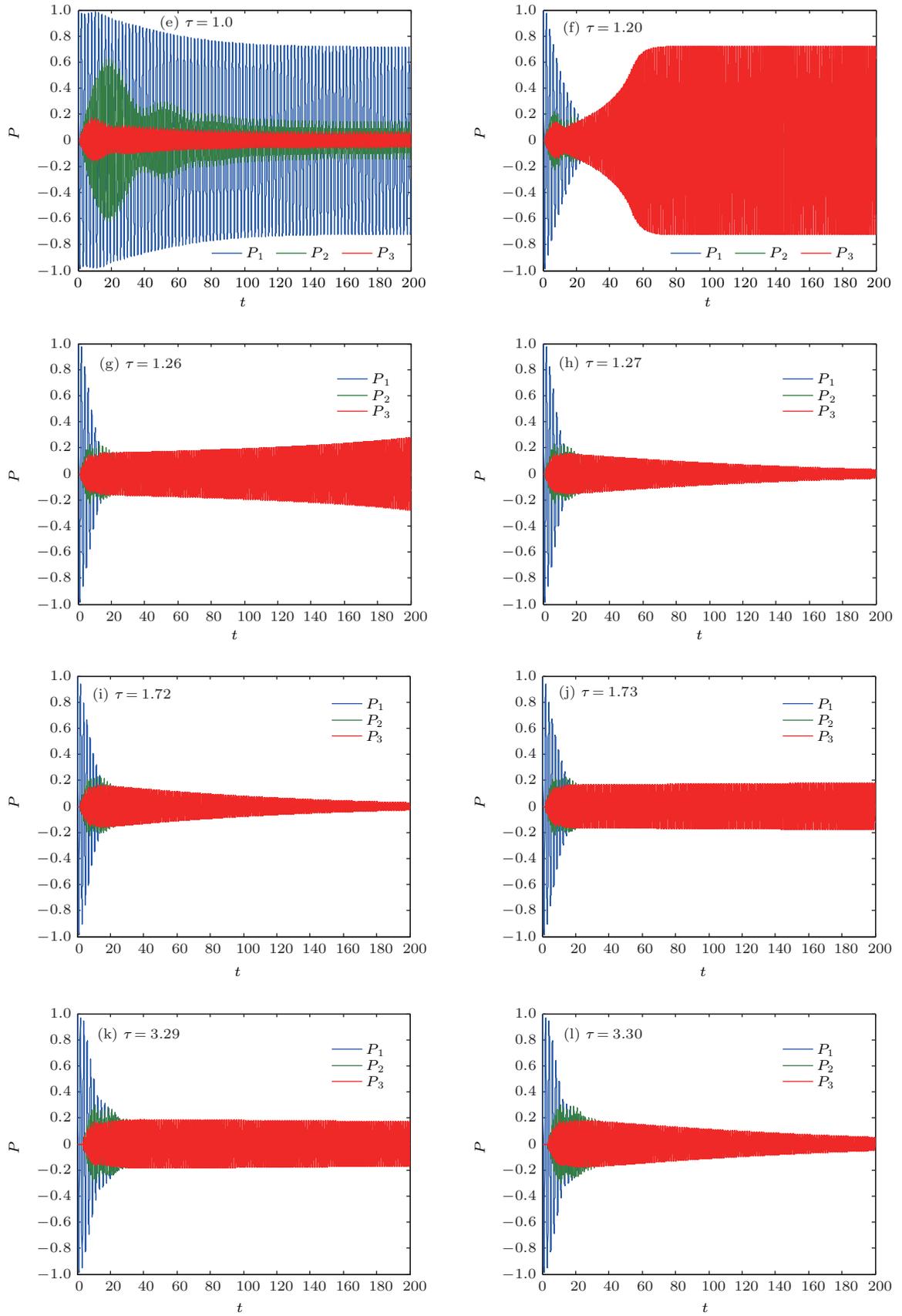


图3 弱阻尼系统不同迟滞下的振荡波形图 (续)

Fig. 3. Time evolution of the weakly damped system with different time delay.

地增长甚至略微大于第一阶幅值, 系统振荡的主模态从第一阶变为第二阶; 继续增大 τ , 系统的极限环幅值开始减小, 且第二阶模态幅值减小的速度要大于第一阶幅值, 图 3(e) 中当 $\tau = 1.0$ 时, 第二阶幅值减小为第一阶幅值的 1/4 左右.

当 $\tau = 1.2$ 时, 如图 3(f) 所示, 系统幅值并不呈单调递增的趋势, 而是第一阶模态先迅速衰减, 然后第三阶模态幅值迅速增大到约 0.6, 与图 3(d) 中第二阶幅值占主导的情况不同的是, 图 3(d) 中系统各阶模态都是呈单调递增的趋势上升的极限环状态, 而图 3(f) 经历了一个第一阶模态衰减而后第三阶模态幅值上升到极限环振荡的过程, 可以推测当 $\tau = 1.2$ 时, 第一阶和第二阶压力模态的相位与热释放相位不同, 只有第三阶模态相位与热释放相位相同.

在 $0.02 < \tau < 1.27$ 范围内, 系统振荡的主模态在第一、第二及第三阶之间切换, 但一直处于不稳定的极限环状态, 而当达到第二个临界点 $\tau = 1.27$ 时, 系统再次进入稳定区间, 从图 3(g) 和图 3(h) 可以观察到该转变.

从图 3(i) 和图 3(j) 可看到, 第三个临界值为 $\tau = 1.73$, 在 $\tau > 1.73$ 后, 系统再次进入不稳定区间, 此后系统一直处于极限环振荡状态, 且振荡主模态在第一阶、第二阶及第三阶之间切换. 系统第 4 个临界点为 $\tau = 3.3$, 当 $\tau > 3.3$ 后, 系统再次进入稳定区间, 图 3(k) 和图 3(l) 中给出了系统从不稳定到稳定的转变.

3.3 强、弱阻尼系统稳定性对比

将两种不同阻尼条件下系统稳定性区间进行对比, 结果列于表 1.

表 1 两种不同阻尼条件下系统的稳定性区间
Table 1. Comparison of stability region of differently damped systems.

区域类型	强阻尼	弱阻尼
稳定区域	$\tau < 0.119$	$\tau < 0.02$
不稳定区域	$0.119 < \tau < 0.93$	$0.02 < \tau < 1.27$
稳定区域	$0.94 < \tau < 2.01$	$1.27 < \tau < 1.73$
不稳定区域	$2.01 < \tau < 3.07$	$1.73 < \tau < 3.3$
稳定区域	$3.07 < \tau < 3.90$	$3.3 < \tau < 3.7$

从表 1 可以发现, 当阻尼从 $c_1 = 0.1, c_2 = 0.06$ 减小到 $c_1 = 0.028, c_2 = 0.0001$ 后, 系统的第一个不稳定区间范围从 $0.119 < \tau < 0.93$ 扩大为 $0.02 < \tau < 1.27$, 第二个不稳定区间从

$2.01 < \tau < 3.07$ 扩大到 $1.73 < \tau < 3.3$, 而稳定区间范围则分别从 $\tau < 0.119, 0.94 < \tau < 2.01$ 及 $3.07 < \tau < 3.90$ 缩小到 $\tau < 0.02, 1.27 < \tau < 1.73$ 及 $3.3 < \tau < 3.7$, 说明减小系统阻尼, 系统的每个不稳定区域的范围增大, 稳定区域范围缩小. 这是因为阻尼越大, 能量耗散越快, 系统就越趋于稳定.

其次, 对比图 2 和图 3 还可以发现: 强阻尼条件下, 不稳定区域内始终是第一阶模态的幅值远高于其他高阶成分; 而弱阻尼条件下, 系统的主模态并不固定在第一阶模态, 而是在第一阶、第二阶和第三阶之间转换, 这是由于所选取的阻尼模型对高阶成分的衰减作用更加强烈导致的.

此外, 弱阻尼条件下, 当 $\tau = 1.2$ 时, 系统幅值并不呈单调递增的趋势, 而是先经历了一个低频模态衰减, 然后高频模态快速增长达到饱和状态的过程. 而强阻尼条件下却不出现该现象, 这说明阻尼也是决定系统振荡模态的一个重要因素.

以上讨论表明, 系统阻尼和传热时滞参数不仅影响到系统是否稳定, 还影响到系统极限振荡时的主模态. 在之前的研究中, 学者们一般认为系统主模态只和热源位置有关, 而该结果则说明, 不仅仅是热源的位置, 系统的阻尼以及传热迟滞时间都是决定系统主振荡模态的重要参数.

图 4 和图 5 分别给出了两类阻尼下系统前三阶模态对传热迟滞 τ 的分岔图谱. 其中不同颜色的点分别代表不同压力模态在系统达到极限环振荡或者稳定状态时的峰值, 黑色表示一阶模态, 蓝色表示二阶模态, 红色表示三阶模态. 从中可以发现系统稳定性与时滞参数存在近似周期关系, 且变化周期约为 2, 这符合系统第一阶模态的周期, 即系统各模态中的最大周期.

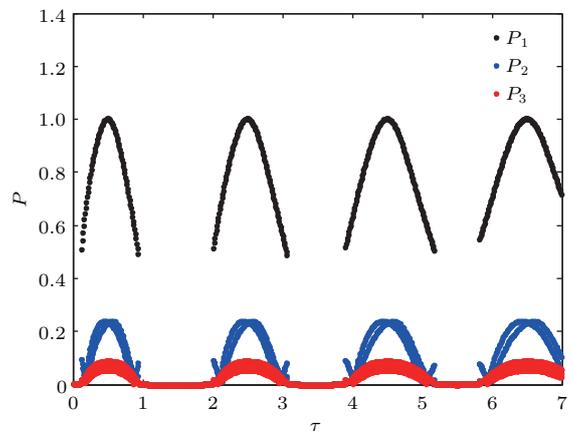


图 4 强阻尼系统对时间迟滞 τ 的分岔图
Fig. 4. Bifurcation plot of heavily damped system for variation of time lag (τ).

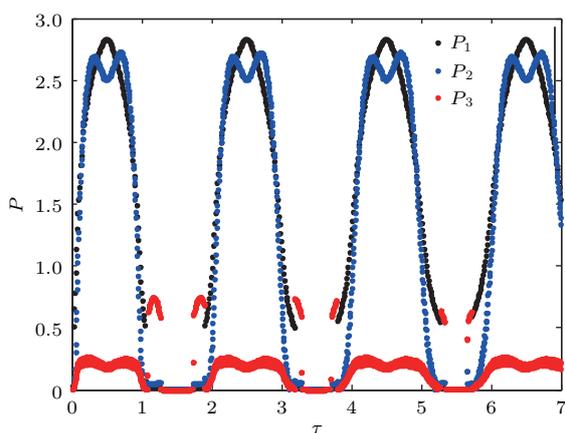


图5 弱阻尼系统对时间迟滞 τ 的分岔图
Fig. 5. Bifurcation plot of weakly damped system for variation of time lag (τ).

图4和图5中,当 $\tau = 0.49$ 时,系统第一阶模态的幅值达到极大值,根据瑞利准则可以推测,当 $\tau = 0.49$ 时,第一阶模态压力振荡和放热脉动相位差最小。

对比图4和图5中的最大振荡幅值可发现,在强阻尼条件下,系统振荡最大幅值约为1,而弱阻尼系统的最大振荡幅值为2.83。这是因为强阻尼系统不仅能量耗散的更多,且高阶模态成分被抑制程度较高,因此,输入系统的热能转化为声能的部分更少,相对集中在第一阶模态。而弱阻尼系统能量耗散较少,且阻尼对高阶模态的抑制作用也减小,因此,输入系统的热能更多的转化为声能,不仅第一阶模态幅值变大,第二阶和第三阶模态得到的能量亦有所增多,幅值也相对增大。

图4中系统第一阶模态的幅值占据主要地位,远大于第二阶、第三阶模态幅值,与图2符合得很好。而图5中的不稳定区域则分为两类,以0—2区间内为例,当 $0.02 < \tau < 1.05$ 时,系统第一阶、第二阶和第三阶模态都处于不稳定状态,且第一阶和第二阶模态幅值量级相当,第三阶模态幅值较小。而 $1.08 < \tau < 1.27$ 时,系统只有第三阶模态处于不稳定状态。这说明在该范围内,只有第三阶模态的压力振荡相位和热释放脉动相位相同。

4 结 论

以一维Rijke管系统热声振荡为研究对象,通过分离扰动项的方法得到了管内声场压力和速度控制方程,采用Galerkin方法对控制方程进行了数值求解,分析了强阻尼和弱阻尼系统动力学特性与

传热迟滞时间 τ 的关系,得出如下结论:

1) 在给定的热源位置和热源强度下,对强阻尼系统和弱阻尼系统,增大热源相对速度的迟滞时间,系统的稳定性都将在稳定和不确定两个状态间转变,即系统存在稳定性切换现象;

2) 在给定的热源位置和热源强度下,弱阻尼系统不稳定区域大于强阻尼系统的不稳定区域,且由于更多的热能被转化为声能,系统极限环振荡最大幅值亦从1增大到2.83;

3) 在给定的热源位置和热源强度下,强阻尼系统热声振荡的主模态始终是第一阶模态,而弱阻尼条件下,系统热声不稳定的主模态在第一阶、第二阶和第三阶模态间转换,这意味着当阻尼较弱时,即使在相同的加热位置,系统也可能发生声波频率改变或者复频率声波的现象;

4) 系统稳定性与时滞参数存在近似周期性切换关系,且变化周期约为2,与系统一阶模态周期相等。

参考文献

- [1] Huang X, Hu Z J, Li Q, Li Z Y 2010 *Cryogenics* **1** 5 (in Chinese) [黄鑫, 胡忠军, 李青, 李正宇 2010 低温工程 **1** 5]
- [2] Heckl M A 1990 *Acustica* **72** 63
- [3] Han F, Sha J Z 1996 *Acta Acustica* **21** 362 (in Chinese) [韩飞, 沙家正 1996 声学学报 **21** 362]
- [4] Han F, Yue G S, Sha J Z 1997 *Acta Acustica* **22** 249 (in Chinese) [韩飞, 岳国森, 沙家正 1997 声学学报 **22** 249]
- [5] Matveev K I 2003 *Ph. D. Dissertation* (California: California Institute of Technology)
- [6] Balasubramanian K, Sujith R I 2008 *Phys. Fluids* **20** 044103
- [7] Subramanian P, Mariappan S, Sujith R I, Wahi P 2010 *Int. J. Spray Combust. Dyn.* **2** 325
- [8] Ma D Y 2004 *Fundamental Theory of Modern Acoustic 1* (Beijing: Science Press) pp321–363 (in Chinese) [马大猷 2004 现代声学理论基础 1 (北京: 科学出版社) 第321—363页]
- [9] Yoon H G, Peddieson J, Purdy K R 2001 *Int. J. Eng. Sci.* **39** 1707
- [10] Li G N, Zhou H, Li S Y 2008 *J. Eng. Therm.* **29** 879 (in Chinese) [李国能, 周昊, 李时宇 2008 工程热物理学报 **29** 879]
- [11] Sayadi T, Chenadec V L, Schmid P J, Richecoeur F, Massot M 2014 *J. Fluid Mech.* **753** 448
- [12] Kashinath K, Waugh I C, Juniper M P 2014 *J. Fluid Mech.* **761** 399
- [13] Li X Y, Huang Y, Zhao D, Yang W M, Yang X L, Wen H B 2017 *Appl. Energy* **199** 217
- [14] Fleifil M, Annaswamy A M, Ghoneim Z A, Ghomien A F 1996 *Combust. Flame* **106** 487

- [15] Howe M S 1998 *Acoustics of Fluid-Structure Interactions* (Cambridge: Cambridge University Press) pp469–472
- [16] Subramanian P, Sujith R I, Wahi P 2013 *J. Fluid Mech.* **715** 210
- [17] Juniper M P 2011 *J. Fluid Mech.* **667** 272
- [18] Lighthill M J 1954 *Proc. R. Soc. Lond. A* **224** 1
- [19] Selimefendigil F, Öztop H F 2014 *Euro. J. Mech. B: Fluids* **48** 135
- [20] Sui J X, Zhao D, Zhang B, Gao N 2017 *Exp. Therm. Fluid Sci.* **81** 336
- [21] Feng J C, Ao W, Liu P J 2017 *J. Eng. Therm.* **38** 2261 (in Chinese) [冯建畅, 熬文, 刘佩进 2017 工程热物理学报 **38** 2261]

Stability switching behavior of thermoacoustic oscillation in Rijke tube*

Dang Nan-Nan Zhang Zheng-Yuan Zhang Jia-Zhong[†]

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 2 February 2018; revised manuscript received 14 April 2018)

Abstract

Large-amplitude self-excited thermoacoustic oscillations arising due to the interaction between unsteady heat release and acoustic pressure fluctuations have been encountered in many thermal devices. These oscillations may lead to unwanted structural vibrations and efficiency reduction while emitting loud noises, and thus the predicting of such oscillations is very important. Physically, oscillation is a kind of instability, so stability analysis can be applied to understanding such a phenomenon. The present work focuses on the role of time delay between unsteady heat release and flow perturbation in the stability of thermoacoustic system. To this end, one-dimensional Rijke tube model with both open ends is numerically investigated. In the Rijke tube model, an electric heater is located at the first quarter of the Rijke tube and its unsteady heat release rate is modeled by an empirical model proposed by Heckl. Non-dimensional momentum equation and energy equation of the acoustic perturbation are derived and solved in time domain by using the Galerkin technique. The time evolution of the thermoacoustic oscillations with continuous increase in the time delay is calculated in two different acoustic damping cases, namely the heavily damped case and the weakly damped case, while other parameters are fixed. It is found that in both the heavily damped case and the weakly damped case, the system stability switches between stability and instability as the time delay increases, which is called stability switching and is a typical nonlinear phenomenon in a delay-dependent system. However, compared with in the heavily damped case, in the weakly damped case, the stability region is enlarged and the amplitude of the limit cycle oscillation is increased. Besides, in the weakly damped system, the dominating mode of system shifts in the first three modes instead of keeping in the first mode during increasing the time delay, which suggests that for the weakly damped system, the higher modes cannot be neglected and the system cannot be analyzed with a single-mode model either. Further, the bifurcation plots for the variation of the time delay for these two cases show that the system stability changes with time delay for a period of two, which is equal to the period of the first acoustic mode. As a conclusion, the results of present work indicate that the time delay between unsteady heat release and flow perturbations plays a critical role in generating thermoacoustic oscillations, and the findings of stability switching can help to understand the nonlinear phenomena in thermoacoustic systems.

Keywords: thermoacoustic oscillation, Rijke tube, stability switches

PACS: 43.35.Ud, 43.25.+y, 43.20.+g, 05.70.-a

DOI: 10.7498/aps.67.20180269

* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2012CB026002), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51775437), and the Program on Key Research Project of Shanxi Province, China (Grant No. 2017ZDCXL-GY-02-02).

[†] Corresponding author. E-mail: jzzhang@mail.xjtu.edu.cn