基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池充电性能*

黄彬源[1)] 贺志[1)†] 陈雨[2)]

1) (湖南文理学院数理学院, 常德 415000)

2) (贵州师范学院物理与电子科学学院, 贵阳 550018)

(2023 年 4 月 11 日收到; 2023 年 5 月 10 日收到修改稿)

研究了基于依赖光场强度耦合 Dicke 模型 (也被称为依赖强度 Dicke 模型) 的量子电池中包括最大存储能量、充电时间、能量量子涨落以及最大充电功率等充电性能表现. 首先考虑了能量非保守项 (或者叫反旋波项) 对量子电池的最大存储能量和最大充电功率的影响, 研究发现: 最大存储能量对能量非保守项权重的增加不是很敏感, 但最大充电功率随能量非保守项权重的增加将会发生显著的变化. 进一步, 研究了在能量保守项和能量非保守项是相同权重下量子电池中最大存储能量、充电时间、能量量子涨落以及最大充电功率的变化特征. 通过与基于单光子和双光子 Dicke 模型的量子电池的充电性能进行比较, 发现基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池在充电时间和最大充电功率上强于基于单光子 Dicke 模型的量子电池, 但弱于双光子 Dicke 模型的量子电池. 而 3 种 Dicke 模型在最大存储能量上没有一个确定的强弱关系, 取决于不同的耦合常数. 本文也揭示了虽然在最大充电功率上依赖强度耦合 Dicke 模型会弱于双光子 Dicke 模型, 但在两种模型中体现的量子优势即最大充电功率与量子电池单元数满足的幂律关系是相同的. 总之, 本文为进一步研究量子电池提供了一种可选择的理论方案.

关键词: 依赖强度 Dicke 模型, 量子电池, 充电性能

PACS: 03.65.—w, 05.70.—a, 64.70.qd, 65.80.—g **DOI:** 10.7498/aps.72.20230578

1 引 言

量子电池是 Alicki 和 Fannes[1] 在 2013 年提出的一种新型量子储能设备, 它是利用量子纠缠这一重要量子资源来更有效地实现量子系统中功 (能量) 的提取. 后来, Hovhannisyan 等 [2] 进一步阐明了量子纠缠对提取功上的作用是有限的, 但它对充电功率来说至关重要, 即如果要求充电功率越大, 在这个过程中需要产生的纠缠越多. 近年来, 基于各种物理模型的量子电池研究迅速引起了人们广泛的兴趣, 如多原子系统在谐波场作用下的模型 [3]、Dicke 模型 [4–9]、自旋链模型 [10–14]、中心自旋模型 [15,16] 以及三能级系统模型 [17–19] 等. 一般来说, 一个完整的量子电池分为充电、存储以及放电过程. 当前给量子电池充电的方式主要有两种: 1) 并行充电 [20], 即每一个电池单元 (或者被称为量子单元 quantum cell) 单独与一个充电器耦合进行充电; 2) 集体充电 [20,21], 即多个电池单元共同与一个充电器耦合进行充电. 特别地, Campaioli 等 [21] 揭示了集合充电方式中量子电池能实现快速充电的关键因素是一个整体操作 (global operations), 如产生多体纠缠操作, 并给出了量子优势所需要满足的不等式. Ferraro 等 [4] 研究了基于单光子耦合 Dicke 模型且以集合充电方式的量子电池, 发现当量子电池中的量子单元数 N 较大且有限时, 集合

* 中国博士后科学基金 (批准号: 2017M622582)、贵州师范学院 2022 年度博士项目 (批准号: 2022BS008) 和湖南省光电信息集成与光学制造技术重点实验室资助的课题.

† 通信作者. E-mail: hz9209@126.com

© 2023 中国物理学会 Chinese Physical Society

充电方式在最大充电功率 (表征量子优势的物理量) 上有 $P_{\max} \propto N^{3/2}$, 这比并行充电方式 $P_{\max} \propto N$ 有一个 $\sqrt{N}$ 幂指数的提升. Quach 等 [5] 将有机半导体作为二能级系统与微腔耦合首次在实验上实现了 Dicke 量子电池. 后来, Crescente 等 [6] 进一步研究了基于双光子耦合 Dicke 模型的量子电池中的充电性能, 发现最大充电功率 $P_{\max}$ 同量子单元数目 N 之间满足 $P_{\max} \propto N^2$, 这进一步改进了量子优势, 而且在充电时间上, 双光子方式比单光子方式更有优势. 最近, Dou 等 [8] 研究了一个推广单光子耦合 Dicke模型, 即考虑原子之间有相互作用以及有外在驱动场作用下的量子电池, 发现在强耦合参数机制下, 通过调节原子之间的相互作用可以使量子优势达到 $P_{\max} \propto N^{1.88}$. 他们 [9] 也研究了基于有腔场支撑下的海森伯自旋链模型的量子电池, 揭示出通过综合调节模型中的各个参数组合, 可以使量子优势达到 $P_{\max} \propto N^2$. 近来, Gyhm 等 [22] 研究了一个一般物理模型背景下的量子优势, 并进一步阐明了整体纠缠操作在量子优势中的重要性, 且揭示了体现量子优势的最大充电功率 $P_{\max} \propto N^{\alpha}$ 中的 α 必须满足 $\alpha \leqslant 2$. Shi 等 [23] 详细研究了量子相干性和量子纠缠等量子资源同量子电池中提取功之间的关系, 阐明了量子电池中量子相干性和电池与充电器之间的纠缠是产生非零提取功的必要条件, 且在充电结束后, 量子相干性促进了相干功, 而量子相干性和纠缠抑制了非相干功. 最近, Yu 等 [24] 研究了一个开放量子电池中热库的量子相干性对量子电池中充电性能的影响, 发现热库中的量子相干性对充电功率、充电容量及充电效率的改进是有利的.

另一方面, 著名的 Jaynes-Cummings (J-C) 模型 [25] 是量子光学中的一个基本且重要的精确可解模型, 它是一个描述二能级原子与单模光场相互作用的模型, 适用于二能级原子与单模光场之间是弱耦合且近共振情况. 在 J-C 模型基础上如果加入反旋波项就是更一般的 Rabi 模型 [26], 它适用于二能级原子与单模光场之间是强耦合甚至超强耦合情况, 虽然此时激发数不再守恒, 但近来显示它仍然可以在 Bargmann 空间解析求解 [27,28]. 单光子 Dicke 模型和双光子 Dicke 模型是在 Rabi 模型的基础上推广到 N 个二能级原子与单模光场相互作用的模型 [29]. 它们的不同之处在于, 单光子 Dicke 模型是一种线性耦合模型, 而双光子 Dicke 模型 [6] 则是一种非线性耦合模型. 另一种非线性耦合模型是依赖强度的 Buck-Sukumar (B-S) 模型 [30], 它是考虑原子与光场的相互作用对光场强度有依赖性的 J-C 模型, 该模型被阐明可以更好地理解 J-C 模型中出现的原子翻转的周期自发塌缩和恢复现象. 后来, Ng 等 [31] 利用幺正变换解析求解了具有反旋波项的 B-S 模型. 然而, 同双光子耦合方式类似 [32,33], 依赖强度 B-S 模型也会遭遇相同的能谱塌缩现象, 即 B-S 模型只有在耦合常数小于某一临界值时才有定义 [31,33] 且反旋波项不会改变这种性质, 只是减小了这个临界值 [34]. 2016 年, Valverde等 [35] 建议了用库珀对箱与纳米机械共振器间的相互作用来模拟依赖强度 B-S 模型的方案, 这为依赖强度 B-S 模型的实验实现提供了一条可能途径.

我们注意到, 关于单光子 Dicke 模型和双光子 Dicke 模型的量子电池中的充电性能已经被 Ferraro 团队 [4,6] 详细地研究. 但作为另一种非线性耦合方式, 基于光场依赖强度 Dicke 模型 (简称依赖强度 Dicke 模型) 的量子电池中充电性能会有怎样的表现呢? 对于这个问题的研究还未见到相关报道, 这是本文研究的主要出发点. 这里的依赖强度 Dicke 模型是将 B-S 模型中一个二能级原子和单模腔场耦合情况推广到 N 个二能级原子和单模腔场耦合的情况, 且考虑了能量非保守项 (即反旋波项) 的影响. 具体地, 本文通过一种精度较高的数值对角化方法, 求解了带有反旋波项的依赖强度 Dicke 模型. 首先研究了能量保守项和能量非保守项在不同权重情况下基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池中最大存储能量和最大充电功率等表征充电性能参量的演化特征, 研究发现: 能量非保守项对量子电池中最大充电功率产生明显的影响, 而对最大存储能量的影响不是很明显. 进一步, 讨论了模型中的能量保守项和能量非保守项是相同权重情况下的量子电池中包括最大存储能量、充电时间、能量量子涨落以及最大充电功率等充电性能表现, 并同单光子 Dicke 模型和双光子 Dicke 模型的量子电池的充电性能进行了比较. 研究显示: 在充电时间和最大充电功率上, 依赖强度 Dicke 模型会优于单光子 Dicke 模型, 但会弱于双光子 Dicke 模型; 在最大存储能量上, 这 3 种 Dicke 模型各有千秋, 取决于不同的耦合常数. 另外也发现: 虽然最大充电功率上依赖强度 Dicke 模型会弱于双光子 Dicke 模型, 但在体现量子优势, 即两种模型中

最大充电功率与电池中量子单元数满足的幂律关系上是相同的.

本文结构安排如下: 第 2 节给出了基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池模型以及衡量量子电池充电性能的各个物理参量; 第 3 节基于模型的数值结果揭示了依赖强度 Dicke 模型的量子电池中包括最大存储能量、充电时间、能量量子涨落以及最大充电功率等充电性能表现, 并同单光子 Dicke 模型和双光子 Dicke 模型的量子电池的充电性能作了详细的比较; 第 4 节对文中获得的结果作了简要总结和展望.

2 基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池模型

依赖强度 Dicke 模型由 N 个全同二能级原子集合与一个单模腔场通过依赖光场强度耦合方式发生相互作用组成 (它是依赖强度 B-S 模型[30] 中的单个二能级原子情况推广到 N 个二能级原子情况), 其中每个二能级原子扮演量子电池中电池单元的角色, 而腔场充当充电器的角色. 一般来说, 一个完整的量子电池包括充电、存储以及放电过程. 本文研究的重点是考察基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池在充电过程中的充电性能. 该量子电池的充电过程阐述如下: 当 $t<0$ 时, 所有的二能级原子与腔场的耦合是关闭的; 在充电过程 ($0\leqslant t<t_{\rm E}$, $t_{\rm E}$ 表示充电时 间) 中, 所有的二能级原子与腔场的耦合是打开的, 能量从腔场转移到二能级原子系统从而实现充电目的. 相应的充电过程对应的哈密顿量 ($\hbar=1$) 如下:

$$H(t)=H_{\rm B}+\theta(t)H_{\rm C}, \tag{1}$$

其中

$$H_{\rm B}=\omega_{\rm a}J_z, \tag{2}$$

$$H_{\rm C}=\omega_{\rm c}a^{\dagger}a+g\Big[J_-\sqrt{a^{\dagger}a}a^{\dagger}+J_+a\sqrt{a^{\dagger}a} +\xi(J_+\sqrt{a^{\dagger}a}a^{\dagger}+J_-a\sqrt{a^{\dagger}a})\Big] \tag{3}$$

分别表示量子电池和充电器的哈密顿量. 方程 (1)—(3) 中, 含时参数 $\theta(t)$ 是一个外部控制参数, 它由阶跃函数给出, 当 $t\in[0,t_{\rm E}]$ 时 $\theta(t)=1$, 其余时间为 0; $\omega_{\rm a}$ 表示 N 个二能级系统共同的本征频率; $a^{\dagger}(a)$ 分别为频率为 $\omega_{\rm c}$ 的单模腔场的产生和湮没算符; J_z, J_+ 和 J_- 同集合自旋算子如 $J_\alpha=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sigma_i^{\alpha}$ ($\alpha=x,y,z$) 密切相关 (这里 σ_i^{α} 表示 3 个方向的泡利算符), 且满足 $J_{\pm}=J_x\pm {\rm i}J_y$; $\sqrt{a^{\dagger}a}a^{\dagger}$ 和 $a\sqrt{a^{\dagger}a}$ 表示原子与光场相互作用中的光场变量不是线性的而是非线性的, 即除了 $a^{\dagger}$, a 以外还依赖于光场强度因子 $\sqrt{a^{\dagger}a}$ (光场激发数 $a^{\dagger}a$ 越多, 光场越强). 另外, 为了研究的一般性, 已经在方程 (3) 中引入一个参数 ξ 来表征能量守恒项 ($J_-\sqrt{a^{\dagger}a}a^{\dagger}$, $J_+a\sqrt{a^{\dagger}a}$) 和能量非守恒项 ($J_+\sqrt{a^{\dagger}a}a^{\dagger}$, $J_-a\sqrt{a^{\dagger}a}$) 可能是有不同权重的情况. 可看出当 $\xi=1$, 方程 (3) 退化成相同权重如 $H_{\rm C}=\omega_{\rm c}a^{\dagger}a+2gJ_x(\sqrt{a^{\dagger}a}a^{\dagger}+a\sqrt{a^{\dagger}a})$ 的情况; 当 $\xi=0$, 方程 (3) 退化成类似 Tavis-Cummings 模 型 如 $H_{\rm C}=\omega_{\rm c}a^{\dagger}a+g(J_-\sqrt{a^{\dagger}a}a^{\dagger}+J_+a\sqrt{a^{\dagger}a})$ 的情况. 注意到, 在充电器对应方程 (3) 所示的哈密顿量中, 依赖强度耦合项 $(\sqrt{a^{\dagger}a}a^{\dagger}+a\sqrt{a^{\dagger}a})$ 表示 N 个二能级原子与单模腔场的耦合是一种非线性的耦合方式, 这同双光子 Dicke 模型[6] 如 $(a^2+a^{\dagger 2})$ 是类似的. 特别地, 它们遵守共同的 $SU(1,1)$ 动力学对称性, 且在某一个临界的耦合常数下会出现能谱塌缩现象, 即只有在耦合常数小于某一临界值时才有定义[31,33]. 考虑到依赖强度 Dicke 模型可能出现能谱塌缩现象, 因此在下面的讨论中, 选择二能级原子系统和腔场之间的耦合参数 g 不是很大的情况, 如 $g=0.005\rightarrow0.1\rightarrow0.5$, 这些耦合参数的取值与文献 [6] 研究基于双光子 Dicke 模型的量子电池是相同的.

接下来, 仅考虑二能级原子的频率和腔场频率是相同, 即共振情况, 如 $\omega_{\rm a}=\omega_{\rm c}$, 因为在非共振情况 $\omega_{\rm a}\neq\omega_{\rm c}$, 从腔场到二能级原子系统的能量转移效率是更低的[4]. 鉴于研究的基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池系统是一个封闭系统, 这里假设 N 个二能级原子最初都处于基态 $|g_1,g_2,\cdots,g_N\rangle_{\rm a}$, 单模腔场处于光子数态 $|N\rangle_{\rm c}$, 这样整个系统的初态能表示成

$$|\psi(0)\rangle=|N\rangle_{\rm c}\otimes|g_1,g_2,\cdots,g_N\rangle_{\rm a}. \tag{4}$$

在考虑的依赖强度 Dicke 模型中, 对于二能级原子系统部分采用 Dicke 态基, 如 $|n\rangle_{\rm a}=|N/2,n-N/2\rangle_{\rm a}$ 来表示是十分方便的 ($n=0$—N, 表示一般的 Dicke 态基). 这 Dicke 态与集合算符 J_z, $J_{\pm}$ 密切相关[36], 如 $J_z|n\rangle_{\rm a}=(n-N/2)|n\rangle_{\rm a}$, $J_-|n\rangle_{\rm a}=\sqrt{b_n}|n-1\rangle_{\rm a}$, $J_+|n\rangle_{\rm a}=\sqrt{b_{n+1}}|n+1\rangle_{\rm a}$, 其中 $b_n=n(N-n+1)$. 因此, 整个系统的初态如方程 (4) 能用 Dicke 态方便表示成 $|\psi(0)\rangle=$

$|N\rangle_{\rm c}|n=0\rangle_{\rm a}=|N\rangle_{\rm c}|N/2,-N/2\rangle_{\rm a}$. 当前, 衡量量子电池在充电过程中的充电性能的物理量包括电池存储能量、能量量子涨落以及平均充电功率等. 量子电池在任意时刻 t 存储能量被定义为[4]

$$E(t)=\omega_{\rm a}[\langle\psi(t)|J_z|\psi(t)\rangle-\langle\psi(0)|J_z|\psi(0)\rangle], \tag{5}$$

这里, 封闭系统在幺正演化下的含时波函数通过下列方式得到: $|\psi(t)\rangle=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}Ht}|\psi(0)\rangle$. 相应地, 平均充电功率被定义为[37]

$$P(t)=E(t)/t. \tag{6}$$

特别地, 在某一些特定的时刻能获得最大存储能量以及最大充电功率是量子电池表征充电性能的一些核心指标, 它们被定义为[4]

$$E_{\rm max}\equiv\max_t[E(t)]\equiv E(t_{\rm E}), \tag{7}$$

$$P_{\rm max}\equiv\max_t[P(t)]\equiv E(t_{\rm P}). \tag{8}$$

另外, 在充电过程中存储的能量可能存在不可避免的涨落 (即能量量子涨落) 也是衡量量子电池充电性能的一个重要的指标, 它被定义为[38]

$$\Sigma(t)=\omega_{\rm a}\Big[\sqrt{\langle J_z^2(t)\rangle-(\langle J_z(t)\rangle)^2}-\sqrt{\langle J_z^2(0)\rangle-(\langle J_z(0)\rangle)^2}\Big], \tag{9}$$

其中 $J_z(t)$ 表示算符 J_z 在海森伯绘景中的含时对应量, 相应的平均值计算是在初态 $|\psi(0)\rangle$ 进行的. 考虑到海森伯绘景和薛定谔绘景之间的关系, 能量量子涨落 $\Sigma(t)$ 能被简化成 $\Sigma(t)=\omega_{\rm a}\sqrt{\langle J_z^2\rangle-(\langle J_z\rangle)^2}$, 其中平均值计算是在薛定谔绘景中的演化态 $|\psi(t)\rangle$ 上执行的.

3 分析与讨论

鉴于依赖强度 Dicke 模型中包含了能量非保守项, 这样基于该模型的量子电池在充电过程中腔场中的光子数并不守恒. 一般来说, 要获得该模型的解析表达式是一件非常困难的事情. 为此, 在接下来的讨论中将利用一种精度较高的数值方法来获得该模型的动力学演化, 进而考察基于模型的量子电池在充电过程中充电性能的表现. 原则上, 因为能量不守恒项的存在使得腔场中的光子数需要取任意大的整数. 但文献 [4,6] 通过数值模拟发现: 对 Dicke 哈密顿量数值对角化的过程中, 只要腔场中光子数满足 $N_{\rm ph}=4N$, 其数值计算的结果误差在 10^{-5} 以下. 数值计算中, 部分利用了文献 [39] 中的 Python 程序. 下面将研究基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池中充电性能的表现, 并同基于单光子 Dicke 模型[4] 和双光子 Dicke 模型[6] 的量子电池中充电性能进行比较, 阐明各种 Dicke 耦合模型中充电性能的异同. 衡量量子电池在充电过程中充电性能表现的物理量包括最大存储能量 $E_{\rm max}$、充电时间 $t_{\rm E}$、能量量子涨落 $\bar{\Sigma}$ 以及最大充电功率 $P_{\rm max}$ 等 (分别用 1ph (1 photon), 2ph (2 photon) 和 ID (intensity-dependent) 区分单光子、双光子和依赖强度 Dicke 模型). 首先, 考虑基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池中最大存储能量 $E_{\rm max}^{\rm ID}$ 和最大充电功率 $P_{\rm max}^{\rm ID}$ 随权重参数 ξ 和耦合常数 g 的变化关系.

3.1 最大存储能量和最大充电功率与权重参数 ξ 和耦合常数 g 的关系

图 1 给出了基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池中最大存储能量 $E_{\rm max}^{\rm ID}$ 和最大充电功率 $P_{\rm max}^{\rm ID}$ 随权重参数 ξ 和耦合常数 g 的变化 (在数值计算的过程中, 已经假设量子电池中的量子单元数 $N=10$). 观察图 1 可以看到, 最大存储能量和最大充电功率随权重参数 ξ 和耦合常数 g 的变化表现出一些值得注意的特征. 1) 总的来说, 最大存储能量 $E_{\rm max}^{\rm ID}$ 对权重参数 ξ 和耦合常数 g 的增加不是特别敏感, 换句话说, 耦合常数 g 从弱耦合到强耦合机制变化时, 能量非保守项对量子电池在充电过程中最大存储能量的贡献不是特别明显, 如图 1(a) 所示; 然而, 权重参数 ξ 和耦合常数 g 对最大充电功率 $P_{\rm max}^{\rm ID}$ 有明显的影响, 特别地, 在耦合常数 g 处于强耦合机制下, 随着权重参数 ξ 的增加, 最大充电功率 $P_{\rm max}^{\rm ID}$ 发生了明显的变化, 如图 1(b) 所示. 因此, 能量非保守项的加入其实只对最大充电功率有明显的影响, 而对最大存储能量的影响是有限的, 这是一个令人感兴趣的结果. 2) 从细节上来说, 最大存储能量 $E_{\rm max}^{\rm ID}$ 与权重参数 ξ 和耦合常数 g 之间不是一个单调变化的关系, 而是时减时加的关系; 但最大充电功率 $P_{\rm max}^{\rm ID}$ 随权重参数 ξ 和耦合常数 g 的增加而单调递增. 到此, 我们已经得知, 随着能量非保守项权重的增加, 最大充电功率可以很明显地得到提高. 接下来, 进一步将基于依赖强度耦合 Dicke 模型同单光子和双光子耦合 Dicke 模型的量子电

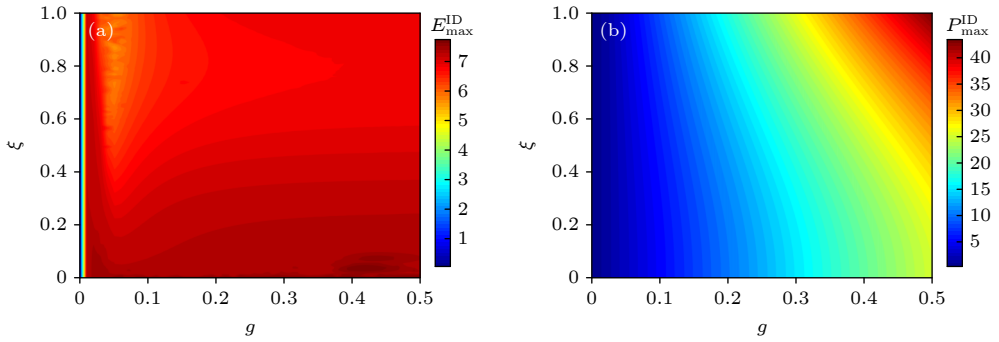

图 1 基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池中 (a) 最大存储能量 $E^{\rm ID}_{\rm max}$ (以 $\omega_{\rm a}$ 为单位) 和 (b) 最大充电功率 $P^{\rm ID}_{\rm max}$ (以 $\omega_{\rm a}^2$ 为单位) 随权重参数 ξ 和耦合常数 g 的变化. 在数值计算的过程中, 电池单元数被设定为 $N=10$

Fig. 1. (a) Stored energy $E^{\rm ID}_{\rm max}$ (in units of $\omega_{\rm a}$) and (b) maximum average charging power $P^{\rm ID}_{\rm max}$ (in units of $\omega_{\rm a}^2$) as a function of the parameters ξ and g for the intensity-dependent Dicke quantum battery, where the number of quantum cell $N=10$ is chosen in the calculation.

池中充电性能进行比较, 本文选择 $\xi=1$, 即能量保守项和能量非保守项是相同权重的情况.

3.2 基于依赖强度、单光子和双光子 Dicke 模型的量子电池中充电性能比较

图 2 给出了基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池中存储能量 $E^{\rm ID}(t)$、能量量子涨落 $\Sigma^{\rm ID}(t)$ 和平均充电功率 $P^{\rm ID}(t)$ 在不同的耦合常数下随无量纲时间参数 $\omega_{\rm a}t$ 的演化 (量子电池中的量子单元数被设定为 $N=10$).

1) 量子电池中存储能量 $E^{\rm ID}(t)$ 和最大存储能量 $E^{\rm ID}_{\rm max}$. 图 2(a)—(c) 显示: 无论耦合常数是在弱耦合还是在强耦合机制 ($g=0.005\to0.1\to0.5$) 下, 存储能量 $E^{\rm ID}(t)$ (实线) 随无量纲时间参数 $\omega_{\rm a}t$ 呈现振荡变化的关系. 通常, 在某个时刻获得的最大存储能量是衡量量子电池充电性能的重要指标. 观察图 2(a)—(c) 可以地清楚看到, 在不同的耦合常数下最大存储能量分别为 $E^{{\rm ID},g=0.005}_{\rm max}=7.313$, $E^{{\rm ID},g=0.1}_{\rm max}=6.408$, $E^{{\rm ID},g=0.5}_{\rm max}=6.973$. 文献 [6] 给出的相同耦合常数下单光子和双光子 Dicke 模型中的最大存储能量为 $E^{{\rm 1ph},g=0.005}_{\rm max}=8.861$, $E^{{\rm 1ph},g=0.1}_{\rm max}=7.931$, $E^{{\rm 1ph},g=0.5}_{\rm max}=6.766$; $E^{{\rm 2ph},g=0.005}_{\rm max}=7.095$, $E^{{\rm 2ph},g=0.1}_{\rm max}=6.815$, $E^{{\rm 2ph},g=0.5}_{\rm max}=6.994$. 通过比较可知 $E^{{\rm 1ph},g=0.005}_{\rm max}>E^{{\rm ID},g=0.005}_{\rm max}>E^{{\rm 2ph},g=0.005}_{\rm max}$, $E^{{\rm 1ph},g=0.1}_{\rm max}>E^{{\rm 2ph},g=0.1}_{\rm max}>E^{{\rm ID},g=0.1}_{\rm max}$, $E^{{\rm 2ph},g=0.5}_{\rm max}>E^{{\rm ID},g=0.5}_{\rm max}>E^{{\rm 1ph},g=0.5}_{\rm max}$, 不难得到: 3 种 Dicke 模型中的最大存储能量值没有一个确定的等级关系, 互有优劣, 与耦合参数的选择有关. 另外, 在单光子 Dicke 模型中最大存储能量随耦合常数的变化好像符合单调递减的关系, 其实不然, 就像文献 [4] 所阐明: 其最大存储能量 $E^{\rm 1ph}_{\rm max}$ 与耦合常数 g 之间不是单调变化的关系. 之所以会出现这种情况, 主要跟这里选择的几个耦合参数值有关. 明显地, 在依赖强度和双光子 Dicke 模型中最大存储能量 $E^{\rm ID}_{\rm max}$ 与耦合常数 g 之间是非单调变化关系. 在依赖强度 Dicke 模型中, 关于最大存储能量和最大充电功率随耦合常数的具体变化将在下一节进一步讨论. 另一方面, 单光子、双光子以及依赖强度 Dicke模型中最大存储能量上相差不是特别明显, 但它们各自在取得最大存储能量的时间 (即充电时间) 上有明显的差别, 如在弱耦合情况 $g=0.005$, 取得最大存储能量的时间在依赖强度 Dicke 模型同单光子 Dicke 模型中的比值为 $R_1^{g=0.005}=t^{\rm ID}_{\rm E}/t^{\rm 1ph}_{\rm E}=40.760/127.353\approx0.32$; 在强耦合情况 $g=0.1$ 和 $g=0.5$ 时, 可获得 $R_2^{g=0.1}=t^{\rm ID}_{\rm E}/t^{\rm 1ph}_{\rm E}=0.875/5.428\approx0.16$, $R_3^{g=0.5}=t^{\rm ID}_{\rm E}/t^{\rm 1ph}_{\rm E}=0.183/0.585\approx0.31$. 明显地, 在充电时间上依赖强度 Dicke 模型比单光子 Dicke模型更有优势. 类似地, 也可以将依赖强度 Dicke 模型同双光子 Dicke 模型在充电时间上进行比较, 如 $R_4^{g=0.005}=t^{\rm ID}_{\rm E}/t^{\rm 2ph}_{\rm E}=\dfrac{40.764}{19.172}\approx2.13$, $R_5^{g=0.1}=\dfrac{t^{\rm ID}_{\rm E}}{t^{\rm 1ph}_{\rm E}}=\dfrac{0.875}{0.462}\approx1.89$, $R_6^{g=0.5}=\dfrac{t^{\rm ID}_{\rm E}}{t^{\rm 1ph}_{\rm E}}=\dfrac{0.183}{0.094}\approx1.95$. 显然, 依赖强度 Dicke 模型在充电时间上是弱于双光子 Dicke 模型的. 因此, 在各自最大存储能量相差不是很大时, 依赖强度耦合 Dicke 模型在充电时间上是优于基于单光子 Dicke 模型, 但会弱于双光子 Dicke 模型.

2) 能量量子涨落 $\Sigma^{\rm ID}(t)$ 和 $\bar{\Sigma}^{\rm ID}$. 从图 2(a)—(c) 中的虚线可以看到, 无论在弱耦合还是强耦合

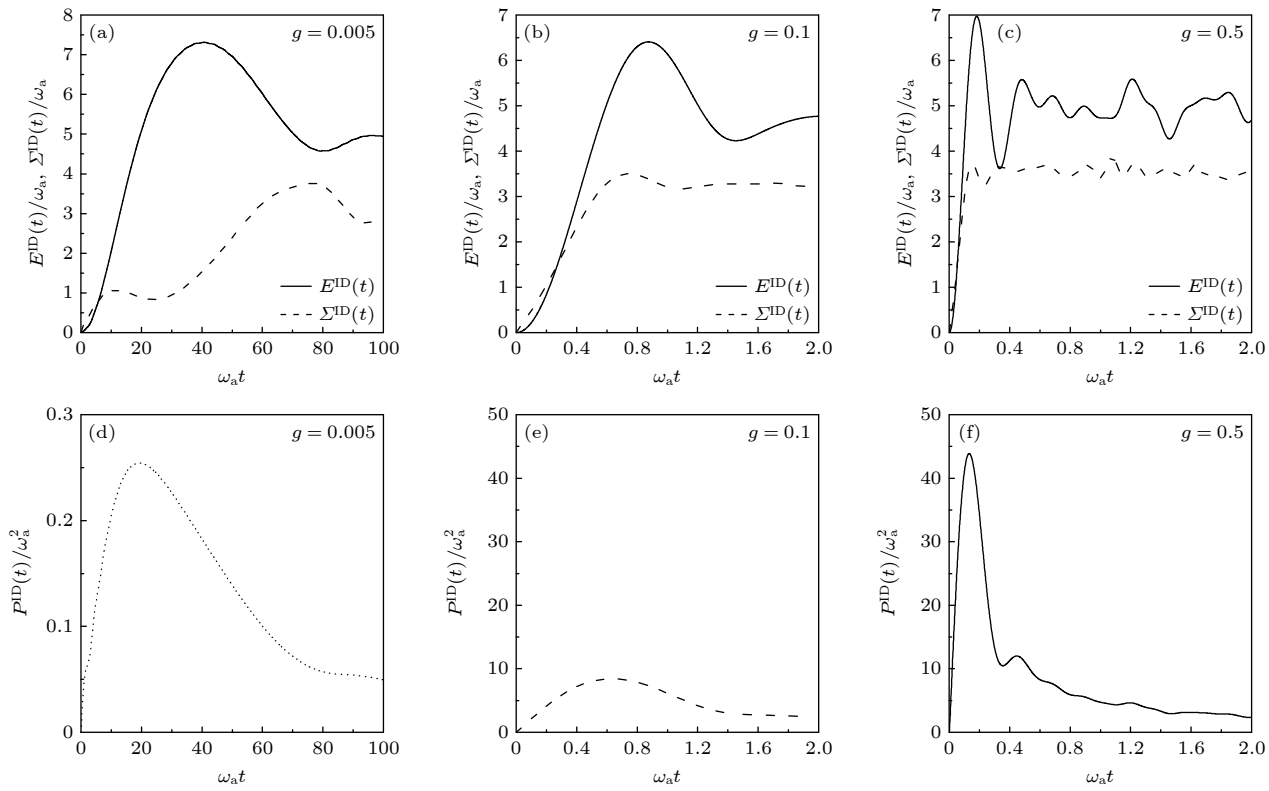

图 2 在不同的耦合常数 $g = 0.005 \to 0.1 \to 0.5$ 下, 基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池中存储能量 $E^{\mathrm{ID}}(t)$ (以 ω_a 为单位)、能量量子涨落 $\Sigma^{\mathrm{ID}}(t)$ (以 ω_{a} 为单位), 以及平均充电功率 $P^{\mathrm{ID}}(t)$ (以 ω_{a}^2 为单位) 随无量纲时间参数 $\omega_{\mathrm{a}}t$ 的演化, 量子电池中的量子单元数被设定为 $N = 10$

Fig. 2. Stored energy $E^{\mathrm{ID}}(t)$ (in units of ω_{a}), its fluctuation $\Sigma^{\mathrm{ID}}(t)$ (in units of ω_{a}), and average charging power $P^{\mathrm{ID}}(t)$ (in units of ω_{a}^2) versus the dimensionless quantity $\omega_{\mathrm{a}}t$ for the intensity-dependent Dicke quantum battery in the different couplings, where quantum cell is set to $N = 10$ in the calculation.

机制 $g = 0.005 \to 0.1 \to 0.5$, 随着时间的推移, 量子电池在充电过程中存储的能量都会存在一定的涨落, 即能量量子涨落. 怎样解释量子电池中一直会存在能量量子涨落呢? 其原因是除了最开始时刻二能级原子系统与腔场处于分离态, 其后任意时刻二能级原子系统与腔场一直在发生相互作用, 这导致全部来自腔场中的能量 $E_{\max} = N\omega_{\mathrm{a}}$ 并没有全部转移在原子上 (即存储能量 $E^{\mathrm{ID}}(t)$ 总是小于 $N\omega_{\mathrm{a}}$), 正如文献 [40] 阐明的一样, 只有当量子电池全部充满电, 才不会有涨落. 另外, 在不同的耦合常数下, 可得到的最好的能量量子涨落为 $\bar{\Sigma}^{\mathrm{ID}} = 1.577$, 对应的最大存储能量为 $E_{\max}^{\mathrm{ID}} = 7.313$. 而单光子 Dicke 模型中最好的能量量子涨落能达到 $\bar{\Sigma}^{\mathrm{1ph}} = 1.194$, 其对应更多最大存储能量 $E_{\max}^{\mathrm{1ph}} = 8.861$. 为了更直观显示基于 3 种 Dicke 模型的量子电池中最大存储能量、充电时间以及相应的能量量子涨落之间的比较关系, 将相关数据列于表 1 中.

3) 平均充电功率 $P^{\mathrm{ID}}(t)$ 和最大充电功率 $P_{\max}^{\mathrm{ID}}$. 从图 2(d)—(f) 可以明显地看出: 对于不同耦合常数, 平均充电功率 $P^{\mathrm{ID}}(t)$ 随无量纲时间参数 $\omega_{\mathrm{a}}t$ 呈现振荡变化. 特别地, 其最大充电功率 $P_{\max}^{\mathrm{ID}}$ 随着耦合常数的增加是单调增加的, 这与最大存储能量 $E_{\max}^{\mathrm{ID}}$ 的特征有明显的不同 ($E_{\max}^{\mathrm{ID}}$ 随着耦合常数的增加而时减时加). 特别地, 在某个时刻取得的最大充电功率通常是衡量量子电池性能的一个重要参数. 同单光子 Dicke 模型相比, 可得到在不同耦合常数下最大充电功率的比较情况, 如 $L_1^{g=0.005} = P_{\max}^{\mathrm{ID}}/P_{\max}^{\mathrm{1ph}} = 0.255/0.093 \approx 2.74$, $L_2^{g=0.1} = P_{\max}^{\mathrm{ID}}/P_{\max}^{\mathrm{1ph}} = 8.421/1.882 \approx 4.47$, $L_3^{g=0.5} = P_{\max}^{\mathrm{ID}}/P_{\max}^{\mathrm{1ph}} = 43.891/13.370 \approx 3.28$. 因此, 基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池在最大充电功率上会优于基于单光子 Dicke 模型的量子电池. 进一步, 也可同双光子 Dicke 模型进行比较, 可获得不同耦合常数下最大充电功率的比值, 如 $L_4^{g=0.005} = P_{\max}^{\mathrm{2ph}}/P_{\max}^{\mathrm{ID}} = 0.496/0.255 \approx 1.95$, $L_4^{g=0.005} = P_{\max}^{\mathrm{2ph}}/P_{\max}^{\mathrm{ID}} = 0.496/0.255 \approx 1.95$, $L_6^{g=0.5} = P_{\max}^{\mathrm{2ph}}/P_{\max}^{\mathrm{ID}} = 85.176/43.891 \approx 1.94$. 明显地, 基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池在最大充电功率上

表 1 在不同耦合常数 $g=0.005\to0.1\to0.5$ 下, 基于依赖强度、单光子和双光子 3 种 Dicke 模型的量子电池中最大存储能量 $E_{\max}(t_{\rm E})$ (以 $\omega_{\rm a}$ 为单位)、能量量子涨落 $\bar{\Sigma}\equiv\Sigma(t_{\rm E})$ (以 $\omega_{\rm a}$ 为单位) 及充电时间 $t_{\rm E}$ (以 $\omega_{\rm a}^{-1}$ 为单位) 等充电性能参数的比较. 在数值计算中, 量子单元数被设定为 $N=10$

Table 1. Comparisons of the maximum stored energy $E_{\max}(t_{\rm E})$ (in unit of $\omega_{\rm a}$), its fluctuations $\bar{\Sigma}\equiv\Sigma(t_{\rm E})$ (in units of $\omega_{\rm a}$) and corresponding charging time $t_{\rm E}$ (in units of $\omega_{\rm a}^{-1}$) for the intensity-dependent, single photon, and two-photon Dicke models in the different couplings $g=0.005\to0.1\to0.5$, and quantum cells $N=10$ in the calculation.

	Dicke 1ph			Dicke ID			Dicke 2ph		
	$E_{\max}$	$\bar{\Sigma}$	$\omega_{\rm a}t_{\rm E}$	$E_{\max}$	$\bar{\Sigma}$	$\omega_{\rm a}t_{\rm E}$	$E_{\max}$	$\bar{\Sigma}$	$\omega_{\rm a}t_{\rm E}$
$g=0.005$	8.861	1.194	127.353	7.313	1.577	40.760	7.095	1.410	19.173
$g=0.1$	7.931	1.390	5.428	6.408	3.381	0.875	6.815	3.523	0.462
$g=0.5$	6.766	3.472	0.585	6.973	3.547	0.183	6.994	3.554	0.094

表 2 在不同耦合常数 $g=0.005\to0.1\to0.5$ 下, 基于依赖强度、单光子和双光子 3 种 Dicke 模型的量子电池中最大充电功率 $P_{\max}(t_{\rm P})$ (以 $\omega_{\rm a}^2$ 为单位) 和充电时间 $t_{\rm P}$ (以 $\omega_{\rm a}^{-1}$ 为单位) 等充电性能参数上的比较, 量子单元数被设定为 $N=10$

Table 2. Comparisons of the maximum average charging power $P_{\max}(t_{\rm P})$ (in units of $\omega_{\rm a}^2$) and corresponding charging time $t_{\rm P}$ (in units of $\omega_{\rm a}^{-1}$) for the intensity-dependent, single photon, and two-photon Dicke models in the different couplings $g=0.005\to0.1\to0.5$, and quantum cell $N=10$.

	Dicke 1ph		Dicke ID		Dicke 2ph	
	$P_{\max}^{\rm 1ph}$	$\omega_{\rm a}t_{\rm P}$	$P_{\max}^{\rm ID}$	$\omega_{\rm a}t_{\rm P}$	$P_{\max}^{\rm 2ph}$	$\omega_{\rm a}t_{\rm P}$
$g=0.005$	0.093	68.347	0.255	19.033	0.496	9.482
$g=0.1$	1.882	1.775	8.421	0.634	17.008	0.334
$g=0.5$	13.370	0.420	43.891	0.132	85.176	0.069

是弱于双光子 Dicke 模型的量子电池. 因此, 基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池在最大充电功率上是强于单光子 Dicke 模型的量子电池, 但会弱于双光子 Dicke 模型的量子电池. 为了更清晰, 将基于依赖强度、单光子、双光子 Dicke 模型的量子电池在最大充电功率上的数据列于表 2 中.

前文已经讨论了在确定的量子单元数, 如 $N=10$ 下, 最大存储能量、充电时间、能量量子涨落以及最大充电功率在不同耦合常数下的变化特征, 并同单光子和双光子 Dicke 模型中的充电性能进行了详细的比较. 研究发现, 在充电时间和最大充电功率上, 基于依赖强度 Dicke 模型优于单光子 Dicke 模型, 但弱于双光子 Dicke 模型; 而 3 种 Dicke 模型在最大存储能量上没有一个确定的强弱关系, 同耦合常数密切相关.

为了更进一步证实依赖强度 Dicke 模型中最大存储能量和最大充电功率与耦合常数 g 的一般变化关系, 图 3 给出了最大存储能量 $E_{\max}^{\rm ID}$ 和最大充电功率 $P_{\max}^{\rm ID}$ 随耦合常数 g 的变化. 图 3 显示: 在不同的量子单元数 ($N=8\to10\to12\to14$) 下最大存储能量 $E_{\max}^{\rm ID}$ 随耦合常数 g 的增加不是简单的单调变化, 特别地, 当耦合参数达到某一强耦合机制时, 最大存储能量 $E_{\max}^{\rm ID}$ 达到一恒定值, 如图 3(a) 所示. 而最大充电功率 $P_{\max}^{\rm ID}$ 随耦合常数 g 的增加呈现不断增加的单调变化特征, 如图 3(b) 所示. 注意到, 在单光子 Dicke 模型 [4] 中最大存储能量和最大充电功率随耦合常数 g 也有类似的变化 (只是单光子 Dicke 模型中的最大充电功率是用 $P_{\bar{\lambda}}^{\rm 1ph}/(\bar{\lambda}N\sqrt{N})$ 表示的).

3.3 最大存储能量、能量量子涨落以及最大充电功率与量子单元数的关系

接下来, 进一步讨论最大存储能量 $E_{\max}^{\rm ID}$、能量量子涨落 $\bar{\Sigma}^{\rm ID}$ 以及最大充电功率 $P_{\max}^{\rm ID}$ 在不同的耦合常数下随量子电池中量子单元数 N 的变化. 对于基于单光子 Dicke 模型的量子电池, Ferraro 等 [4] 揭示: 在量子单元数较大且有限时, 其最大存储能量 $E_{\max}^{\rm 1ph}$、能量量子涨落 $\bar{\Sigma}^{\rm 1ph}$ 以及最大充电功率 $P_{\max}^{\rm 1ph}$ 同量子单元数 N 之间分别存在以下幂律关系: $E_{\max}^{\rm 1ph}\propto N$, $\bar{\Sigma}^{\rm 1ph}\propto N$, $P_{\max}^{\rm 1ph}\propto N^{3/2}$. 特别地, 最大充电功率 $P_{\max}^{\rm 1ph}$ 同量子单元数 N 之间的幂律关系如 $P_{\max}^{\rm 1ph}\propto N^{3/2}$, 这与并行充电方式 ($P_{\max}\propto N$) 相比, 他们的集体充电方式有一个 $\sqrt{N}$ 提高的量子优势. 后来, 对于基于双光子 Dicke 模型的量子电池, Crescente等 [6] 发现: 最大存储能量 $E_{\max}^{\rm 2ph}$ 和能量量子涨落 $\bar{\Sigma}^{\rm 2ph}$ 与量子单元数 N 之间的幂律关系同单

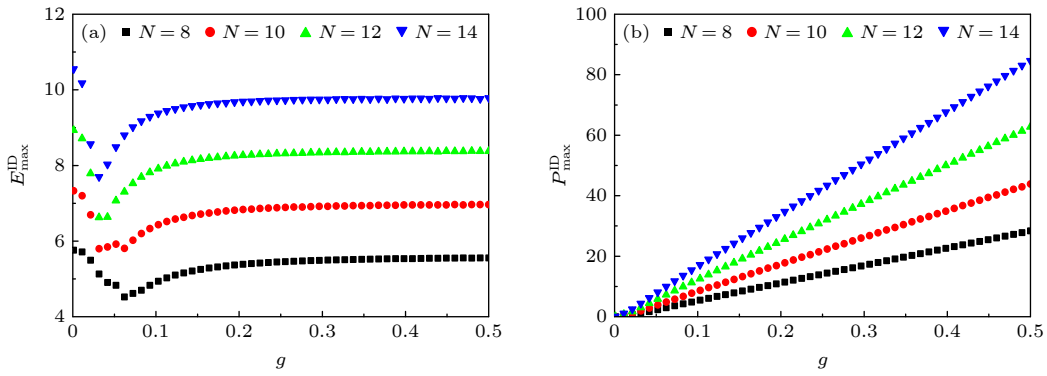

图 3 在不同的量子单元数 ($N=8\rightarrow 10\rightarrow 12\rightarrow 14$) 下, 基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池中 (a) 最大存储能量 $E_{\max}^{\mathrm{ID}}$ (以 ω_{a} 为单位) 和 (b) 最大充电功率 $P_{\max}^{\mathrm{ID}}$ (以 $g\omega_{\mathrm{a}}^2$ 为单位) 随耦合常数 g 的变化

Fig. 3. (a) The maximum stored energy $E_{\max}^{\mathrm{ID}}$ (in units of ω_{a}) and (b) maximum charging power $P_{\max}^{\mathrm{ID}}$ (in units of ω_{a}^2) versus the couplings constant g for the intensity-dependent Dicke model in the different quantum cells $N=8\rightarrow 10\rightarrow 12\rightarrow 14$.

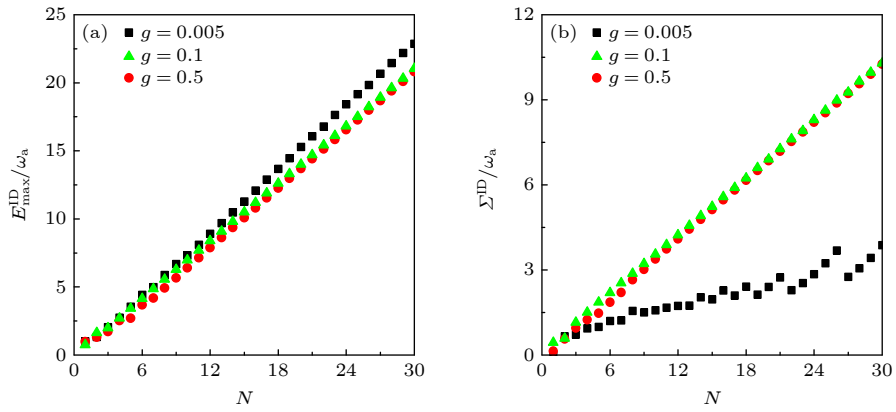

图 4 在不同的耦合常数 $g=0.005\rightarrow 0.1\rightarrow 0.5$ 下, 基于依赖强度 Dicke 模型的量子电池中 (a) 最大存储能量 $E_{\max}^{\mathrm{ID}}$ (以 ω_a 为单位) 和 (b) 能量量子涨落 Σ^{ID} (以 ω_a 为单位) 随量子单元数 N 的变化

Fig. 4. (a) The maximum stored energy $E_{\max}^{\mathrm{ID}}$ (in units of ω_a) and (b) its quantum fluctuation Σ^{ID} (in units of ω_a) versus the number of quantum cells N for the intensity-dependent Dicke model in the different couplings $g=0.005\rightarrow 0.1\rightarrow 0.5$.

光子 Dicke模型是相同的, 即 $E_{\max}^{\mathrm{2ph}}\propto N$, $\bar{\Sigma}^{\mathrm{2ph}}\propto N$, 但最大充电功率 $P_{\max}^{\mathrm{2ph}}$ 同量子单元数 N之间满足 $P_{\max}^{\mathrm{2ph}}\propto N^2$, 这意味着双光子 Dicke 模型有了一个 N 幂级改进的量子优势. 在 3.2 节中, 已经阐明了对于确定的量子单元数如 $N=10$, 基于依赖强度 Dicke 模型在最大充电功率上优于单光子 Dicke 模型, 但弱于双光子 Dicke 模型. 这是否意味着依赖强度 Dicke模型中最大充电功率随量子单元数的变化也会弱于双光子 Dicke 模型中的 $P_{\max}^{\mathrm{2ph}}\propto N^2$? 然而, 通过数值计算和数据拟合发现: 依赖强度 Dicke 模型和双光子 Dicke 模型具有相同的量子优势, 即 $P_{\max}^{\mathrm{ID}}\propto N^2$. 首先, 通过数值计算得到了最大存储能量 $E_{\max}^{\mathrm{ID}}$ 和能量量子涨落 $\bar{\Sigma}^{\mathrm{ID}}$ 随量子单元数的变化, 如图 4 所示. 从图 4(a) 可以清楚地看到, 最大存储能量 $E_{\max}^{\mathrm{ID}}$ 随量子单元数 N 从弱耦合到强耦合情况 ($g=0.005\rightarrow 0.1\rightarrow 0.5$) 都满足相同的幂律关系, 即 $E_{\max}^{\mathrm{ID}}\propto N$. 而能量量子涨落 $\bar{\Sigma}^{\mathrm{ID}}$ (图 4(b)) 在弱耦合情况 ($g=0.005$) 随量子单元数 N并不满足严格的线性关系, 但随着耦合常数的增加 ($g=0.1\rightarrow 0.5$) 也会满足 $\bar{\Sigma}^{\mathrm{ID}}\propto N$. 下面重点考察最大充电功率 $P_{\max}^{\mathrm{ID}}$ 随量子单元数 N 的变化, 这里采用文献 [8] 建议的数据拟合方法, 即假设最大充电功率 $P_{\max}^{\mathrm{ID}}$ 与量子单元数 N 之间有如下关系:

$$P_{\max}^{\mathrm{ID}}\propto aN^b, \tag{10}$$

其中, 幂指数 b 反映了量子电池在充电的过程中, 与并行充电方式相比具有的集体充电的量子优势. 为了较为准确地获得 a 和 b 的值, 这里采用线性拟合的方式. 为此, 在方程 (10) 的两边执行一个线性化处理, 即

$$\lg\left(P_{\max}^{\mathrm{ID}}\right)=\lg\left(a\right)+b\lg\left(N\right). \tag{11}$$

通过数值计算和数据拟合, 不难确定方程 (10) 和

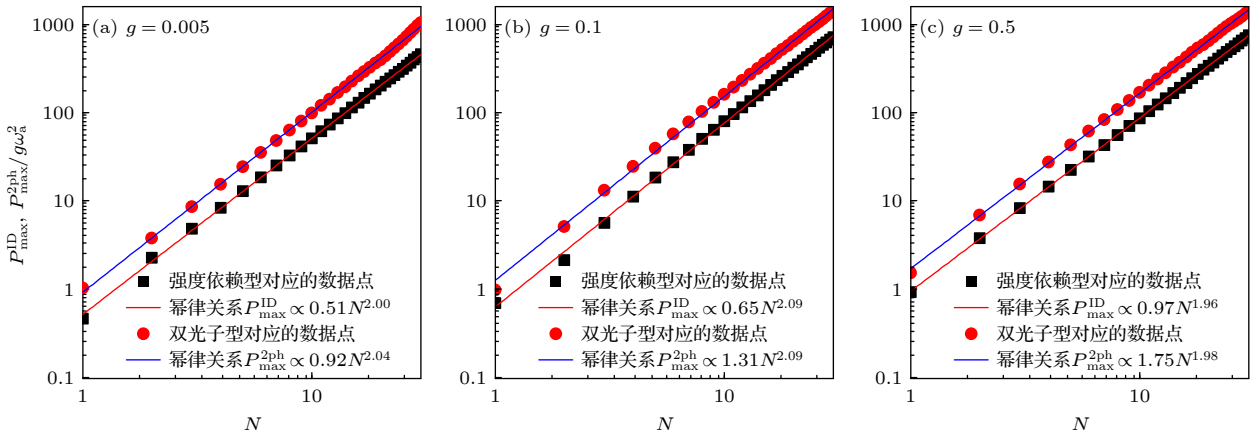

图 5 在不同的耦合常数 ($g = 0.005 \to 0.1 \to 0.5$) 下, 基于依赖强度 Dicke 模型和双光子 Dicke 模型的量子电池的最大充电功率 $P^{\rm ID}_{\rm max}$ 和 $P^{\rm 2ph}_{\rm max}$ (以 $g\omega_{\rm a}^2$ 为单位) 随量子单元数 N 的变化, 量子单元数 $N \in [1, 30]$

Fig. 5. Comparison of maximum charging power $P^{\rm ID}_{\rm max}$ and $P^{\rm 2ph}_{\rm max}$ (in units of $g\omega_{\rm a}^2$) versus the number of qubits N for the intensity-dependent Dicke model and two-photon Dicke model in the different couplings $g = 0.005 \to 0.1 \to 0.5$, quantum cells $N \in [1, 30]$.

表 3 在不同耦合常数 ($g = 0.005 \to 0.1 \to 0.5$) 下, 基于依赖强度 Dicke 模型中最大充电功率 $P^{\rm ID,2ph}_{\rm max} \propto aN^b$ (以 $\omega_{\rm a}^2$ 为单位) 和双光子耦合 Dicke 模型中最大充电功率 $P^{\rm 2ph}_{\rm max} \propto \alpha N^\beta$ (以 $\omega_{\rm a}^2$ 为单位) 的比较

Table 3. Comparisons of the maximum average charging power $P^{\rm ID}_{\rm max} \propto aN^b$ and $P^{\rm 2ph}_{\rm max} \propto \alpha N^\beta$ (in units of $\omega_{\rm a}^2$) for the intensity-dependent and two-photon Dicke models in the different couplings $g = 0.005 \to 0.1 \to 0.5$.

	Dicke ID		Dicke 2ph	
	a	b	α	β
$g = 0.005$	0.51	2.00	0.92	2.04
$g = 0.1$	0.65	2.09	1.31	2.09
$g = 0.5$	0.97	1.96	1.75	1.98

方程 (11) 中的 a 和 b 如图 5 所示. 为了将依赖强度 Dicke 模型和双光子 Dicke 模型中的最大充电功率随量子单元数的变化进行比较, 图 5 中也显示了双光子 Dicke 模型中的数值计算和数值拟合的结果, 即 $P^{\rm 2ph}_{\rm max} \propto \alpha N^\beta$. 从图 5 可以清楚地看到, 对于每一个量子单元数 N, 从弱耦合到强耦合机制 ($g = 0.005 \to 0.1 \to 0.5$) 依赖强度 Dicke 模型中最大充电功率弱于双光子 Dicke 模型中最大充电功率, 即 $P^{\rm ID}_{\rm max} < P^{\rm 2ph}_{\rm max}$ ($a < \alpha$). 然而, $P^{\rm ID}_{\rm max}$ 和 $P^{\rm 2ph}_{\rm max}$ 却遵守类似的幂指数规律, 如 $P^{\rm ID}_{\rm max} \propto N^2$ 和 $P^{\rm 2ph}_{\rm max} \propto N^2$ ($b \approx \beta \approx 2$). 为了更清楚地比较, 将相关的数据列于表 3 中. 因此, 通过以上研究可知, 虽然依赖强度 Dicke 模型在最大充电功率上会弱于双光子 Dicke 模型, 但在两个模型中都具有相同的量子优势.

4 结 论

本文通过一种精度较高的数值对角化方法, 求解了带有反旋波项的依赖强度 Dicke 模型 (N 个二能级原子通过非线性耦合方式共同与一个单模腔场发生相互作用). 进一步, 探索了基于该依赖强度 Dicke 模型的量子电池 (这里, 每个二能级原子作为一个电池单元, 单模腔场作为充电器) 中包括最大存储能量、充电时间、能量量子涨落以及最大充电功率等充电性能. 通过与基于单光子和双光子 Dicke 模型的量子电池中的充电性能作比较, 发现: 基于依赖强度耦合 Dicke 模型的量子电池在充电时间和最大充电功率上强于基于单光子 Dicke 模型的量子电池, 但弱于双光子 Dicke 模型的量子电池. 并且 3 种 Dicke 模型在最大存储能量上没有一个确定的强弱关系, 而是与耦合常数的选择有关. 另外, 揭示了基于该依赖强度耦合 Dicke 模型的量子电池中能体现量子优势的幂律关系: 当二能级原子数目很大且有限时, 量子电池中的最大充电功率与二能级原子数目的平方成正比. 令人感兴趣的是, 这一幂律关系优于基于单光子 Dicke 模型的量子电池中的幂律关系, 而与基于双光子 Dicke 模型的量子电池中的幂律关系是相同的. 最后需要指

出的是, 考虑到依赖强度 Dicke 模型和双光子 Dicke 模型中可能会出现能谱塌缩现象, 这里讨论使用的耦合参数不是很大 (采用同双光子 Dicke 模型 [6] 中相同的耦合参数). 近来, Liu 等 [41] 研究了通过引入一个非线性光子项对 B-S 模型的影响, 发现引入的非线性光子项不仅可以消除能级塌缩现象, 而且对模型中光子阻塞效应有重要的影响. 因此, 在依赖强度 Dicke 模型中是否可以引入一个非线性光子项来消除模型中的能谱塌缩问题, 且非线性光子项对量子电池中的充电性能是有正面还是负面的影响? 另外, 文中研究的依赖强度 Dicke 模型没有考虑原子之间的相互作用对充电性能性影响, 在其他模型如单光子 Dicke 模型 [8] 中已经显示原子之间的相互作用对最大充电功率有重要的影响. 这些有意思的问题值得今后进一步研究.

参考文献

[1] Alicki R, Fannes M 2013 *Phys. Rev. E* **87** 042123
[2] Hovhannisyan K V, Perarnau Llobet M, Huber M, Acin A 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 240401
[3] Zhang Y Y, Yang T R, Fu L, Wang X 2019 *Phys. Rev. E* **99** 052106
[4] Ferraro D, Campisi M, Andolina G M, Pellegrini V, Polini M 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 117702
[5] Quach J Q, McGhee K E, Ganzer L, Rouse D M, Lovett B W, Gauger E M, Keeling J, Cerullo G, Lidzey D G, Virgili T 2022 *Sci. Adv.* **8** eabk3160
[6] Crescente A, Carrega M, Sassetti M, Ferraro D 2020 *Phys. Rev. B* **102** 245407
[7] Lu W J, Chen J, Kuang L M, Wang X 2021 *Phys. Rev. A* **104** 043706
[8] Dou F Q, Lu Y Q, Wang Y J, Sun J A 2022 *Phys. Rev. B* **105** 115405
[9] Dou F Q, Zhou H, Sun J A 2022 *Phys. Rev. A* **106** 032212
[10] Le T P, Levinsen J, Modi K, Parish M M, Pollock F A 2018 *Phys. Rev. A* **97** 022106
[11] Ghosh S, Chanda T, Sen(De) A 2020 *Phys. Rev. A* **101** 032115
[12] Huangfu Y, Jing J 2021 *Phys. Rev. E* **104** 024129
[13] Zhao F, Dou F Q, Zhao Q 2022 *Phys. Rev. Research* **4** 013172
[14] Yao Y, Shao X Q 2022 *Phys. Rev. E* **106** 014138
[15] Peng L, He W B, Chesi S, Lin H Q, Guan X W 2021 *Phys. Rev. A* **103** 052220
[16] Liu J X, Shi H L, Shi Y H, Wang X H, Yang W L 2021 *Phys. Rev. B* **104** 245418
[17] Santos A C, Saguia A, Sarandy M S 2020 *Phys. Rev. E* **101** 062114
[18] Dou F Q, Wang Y J, Sun J A 2020 *Europhys. Lett.* **131** 43001
[19] Zheng R H, Ning W, Yang Z B, Xia Y, Zheng S B 2022 *New. J. Phys.* **24** 063031
[20] Binder F C, Vinjanampathy S, Modi K Goold J 2015 *New J. Phys.* **17** 075015
[21] Campaioli F, Pollock F A, Binder F C, Céleri L, Goold J, Vinjanampathy S, Modi K 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 150601
[22] Gyhm J, Šafránek D, Rosa D 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 140501
[23] Shi H L, Ding S, Wan Q K, Wang X H, Yang W L 2022 *Phys. Rev. Lett.* **129** 130602
[24] Yu W L, Zhang Y, Li H, Wei G F, Han L P, Tian F, Zou J 2023 *Chin. Phys. B* **32** 010302
[25] Jaynes E T, Cummings F W 1963 *Proc. IEEE* **51** 89
[26] Rabi I I 1936 *Phys. Rev.* **49** 324
[27] Braak D 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 100401
[28] Chen Q, Wang C, He S, Wang K 2012 *Phys. Rev. A* **86** 023822
[29] Dicke R H 1954 *Phys. Rev.* **93** 99
[30] Buck B, Sukumar C V 1981 *Phys. Lett. A* **81** 132
[31] Ng K M, Lo C F, Liu K L 2000 *Phys. A: Stat. Mech. Appl.* **275** 463
[32] Duan L, Xie Y F, Braak D, Chen Q H 2016 *J. Phys. A: Math. Theor.* **49** 464002
[33] Lo C F 2020 *Sci. Rep.* **10** 18761
[34] Liu X Y, Ren X Z, Wang C, Gao X L, Wang K L 2020 *Commun. Theor. Phys.* **72** 065502
[35] Valverde C, Gonalves V G, Baseia B 2016 *Phys. A: Stat. Mech. Appl.* **446** 171
[36] He W B, Chesi S, Lin H Q, Guan X W 2019 *Phys. Rev. B* **99** 174308
[37] Andolina G M, Farina D, Mari A, Pellegrini V, Giovannetti V 2018 *Phys. Rev. B* **98** 205423
[38] Friis N, Huber M 2018 *Quantum* **2** 61
[39] Johansson J, Nation P, Nori F 2013 *Comput. Phys. Commun.* **184** 1234
[40] Crescente A, Carrega M, Sassetti M, Ferraro D 2020 *New J. Phys.* **22** 063057
[41] Liu X Y, Cheng S J, Gao X L 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 134203 (in Chinese) [刘雪莹, 成书杰, 高先龙 2022 物理学报 **71** 134203]

Charging performance of quantum batteries based on intensity-dependent Dicke model*

Huang Bin-Yuan [1)] He Zhi [1)†] Chen Yu [2)]

1) (*College of Mathematics and Physics, Hunan University of Arts and Science, Changde* 415000)

2) (*School of Physics and Electronic Science, Guizhou Normal College, Guiyang* 550018)

(Received 11 April 2023; revised manuscript received 10 May 2023)

Abstract

Recently, quantum battery based on various physical models from quantum optics model to spin model and its enhancement of charging performance have attracted increasing interest. It has been demonstrated that quantum entanglement is beneficial to the speedup of work extraction. In this paper, by an exact diagonalization approach, we investigate the charging performance of the field intensity-dependent Dicke model (also called intensity-dependent Dicke model) quantum battery, which consists of N qubits collectively interacting with a single-mode cavity. The considered intensity-dependent Dicke model is a generalized Dicke model with a nonlinear-coupling fashion and different weights of energy conserved term and non-conserved term. Firstly, we consider the influences of energy non-conserved term (also called anti-rotating wave term) on the maximum stored energy and maximum charging power in quantum battery. It is shown that the maximum stored energy is not very sensitive to the increase of the weight of energy non-conserved term, but the maximum charging power undergoes a significant change with the increase of the weight of energy non-conserved term. We also show that the maximum charging power increases monotonically with the increase of coupling constant between qubits and cavity, but the maximum stored energy is not monotonically related to the increase of coupling constant. Then, we further examine in detail the characteristics of the maximum stored energy, charging time, energy quantum fluctuation and maximum charging power in the quantum battery under the same weight between energy conserved term and non-conserved term. By comparing the charging performances of quantum battery based on the single-photon-Dicke model with those based on the two-photon-Dicke model, we find that the performances, specifically, the charging time and maximum charging power of the intensity-dependent Dicke quantum battery are better than those of single-photon Dicke quantum battery, but weaker than those of two-photon Dicke quantum battery. Of particular interest is that the relationship of maximum charging power with large quantum cell number in intensity-dependent Dicke quantum battery has the same form as that in the two-photon Dicke quantum battery, i.e. their maximum values of charging power are both proportional to the large quantum cell number squared, specifically, $P_{\max}^{\mathrm{ID}} \propto N^2$ and $P_{\max}^{\mathrm{2ph}} \propto N^2$, which are consistent with the upper bound given by the paper (Gyhm J, Šafránek D, Rosa D 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 140501). It is worthwhile to mention that Dou et al. (Dou F Q, Zhou H, Sun J A 2022 *Phys. Rev. A* **106** 032212) showed that using the quantum advantage of maximum charging power in the quantum battery based on cavity Heisenberg-spin-chain model $P_{\max} \propto N^2$ can be obtained. Therefore, this study of the charging performance based on the intensity-dependent Dicke quantum battery may provide an alternative approach to the further research on quantum battery.

Keywords: intensity-dependent Dicke model, quantum battery, charging performance

PACS: 03.65.—w, 05.70.—a, 64.70.qd, 65.80.—g **DOI:** 10.7498/aps.72.20230578

* Project supported by the China Postdoctoral Science Foundation (Grant No. 2017M622582), the 2022 Doctoral Program of Guizhou Education University, China (Grant No. 2022BS008), and the Key Laboratory of Photoelectric Information Integration and Optical Manufacturing Technology of Hunan Province, China.

† Corresponding author. E-mail: hz9209@126.com

物理学报 Acta Physica Sinica
Chinese Physical Society
Institute of Physics, CAS

基于依赖强度Dicke模型的量子电池充电性能

黄彬源　贺志　陈雨

Charging performance of quantum batteries based on intensity-dependent Dicke model

Huang Bin-Yuan　He Zhi　Chen Yu

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 72, 180301 (2023)　DOI: 10.7498/aps.72.20230578
在线阅读 View online: https://doi.org/10.7498/aps.72.20230578
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn

您可能感兴趣的其他文章
Articles you may be interested in

激光强度依赖的阈下谐波产生机制
Mechanism of laser intensity-dependent below-threshold harmonic generation
物理学报. 2020, 69(7): 074203　https://doi.org/10.7498/aps.69.20191883

三量子比特Dicke模型中的两体和三体纠缠动力学
The dynamics of the bipartite and tripartite entanglement in the three-qubit Dicke model
物理学报. 2021, 70(4): 040301　https://doi.org/10.7498/aps.70.20201602

强场非次序双电离中再碰撞动力学的强度依赖
Intensity-dependent recollision dynamics in strong-field nonsequential double ionization
物理学报. 2019, 68(3): 033201　https://doi.org/10.7498/aps.68.20181811

反旋双色椭偏场中Ar非次序双电离电子关联的强度依赖
Intensity-dependent electron correlation in nonsequential double ionization of Ar atoms in counter-rotating two-color elliptically polarized laser fields
物理学报. 2022, 71(19): 193201　https://doi.org/10.7498/aps.71.20221044

基于电化学-热耦合模型研究隔膜孔隙结构对锂离子电池性能的影响机制
Mechanism of influence of separator microstructure on performance of lithium-ion battery based on electrochemical-thermal coupling model
物理学报. 2019, 68(1): 018201　https://doi.org/10.7498/aps.68.20181726

一种新的航天器外露介质充电模型
A new charging model for exposed dielectric of spacecraft
物理学报. 2018, 67(19): 195201　https://doi.org/10.7498/aps.67.20180532