

## 贝塞尔高斯光束经气泡尾流的散射特性\*

王姣<sup>1)†</sup> 强克林<sup>1)</sup> 赵莹珂<sup>1)</sup> 王向辉<sup>1)</sup> 田旭华<sup>1)</sup> 谭振坤<sup>2)</sup>

1) (陕西科技大学电子信息与人工智能学院, 西安 710021)

2) (西安工业大学光电工程学院, 西安 710021)

(2025年7月12日收到; 2026年1月6日收到修改稿)

在海洋监测中, 舰船尾流的识别与追踪具有重要研究价值. 舰船尾流是复杂的混合体, 研究较为困难, 可利用蓝绿激光的海水穿透性能研究舰船气泡尾流的散射特性. 本文基于广义洛伦兹 Mie 理论 (generalized Lorenz-Mie theory, GLMT), 结合积分局部近似方法, 推导了贝塞尔高斯 (Bessel-Gaussian, BG) 光束的波束因子解析式, 研究了 BG 光束经舰船气泡尾流后散射特性的变化情况. 结果表明, 对于单个球形气泡粒子, 散射效率因子随尺度参数增大呈现峰值, 且峰值随着光束拓扑荷数增大显著降低; 同时, 微分散射截面随光束拓扑荷数、束腰半径和圆锥角的增大而减小. 在气泡尾流整体特性方面, 同样观察到微分散射截面随光束拓扑荷数、束腰半径和圆锥角的增大而减小规律. 本研究为舰船气泡尾流的散射特性研究提供了理论基础, 对海洋监测目标探测等应用具有一定的理论指导意义.

**关键词:** 舰船气泡尾流, Bessel-Gaussian 光束, 散射**DOI:** 10.7498/aps.75.20250923**CSTR:** 32037.14.aps.75.20250923

## 1 引言

在现代海洋军事与民用航行中, 舰船尾流特性是一个重要的研究领域. 尾流中包含大量的物理和化学信息, 与周围海水存在明显差异, 研究舰船尾流散射特性不仅为舰船识别与追踪技术提供最基础的理论支撑, 也可给海洋监测、海底目标探测等相关领域提供技术指导.

舰船尾流长度一般为  $20L$ — $50L$  ( $L$  指船体长度), 持续时间可达  $10$ — $15$  min. 尾流宽度和舰船宽度关系为:  $W = 0.5B + 2vt \tan \alpha$  ( $W \leq 2.5B$ );  $W = 0.5B + 2vt \tan \alpha \beta - 2B \tan \beta / \tan \alpha$  ( $W > 2.5B$ ). 其中,  $W$  为舰船尾流宽度;  $B$  为舰船宽度;  $v$  为舰船航行速度;  $t$  为航行时间;  $\alpha$ ,  $\beta$  为舰船尾流的扩散角. 近程尾流一般为舰船到 3 倍舰船长度左右, 气泡尺

度较大, 一般在  $1000 \mu\text{m}$  以下, 主要集中在  $100$ — $500 \mu\text{m}$ , 数密度可达  $10^6$ — $3 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$ . 远程尾流气泡尺度一般为  $10$ — $300 \mu\text{m}$ , 其中以  $40$ — $80 \mu\text{m}$  居多, 数密度一般可达  $10^5$ — $6 \times 10^6 \text{ m}^{-3}$ , 气泡半径为  $10$ — $20 \mu\text{m}$  的气泡数密度最大.

舰船尾流信号探测主要分为声学<sup>[1-3]</sup>和光学方法. 其中, 光学探测方法最早于 1967 年由 Vallese<sup>[4]</sup>进行了潜艇尾流信号激光探测研究. Murphy<sup>[5]</sup>进行了舰船模型的尾流测试, 传统舰船尾流海试实验进入实验室阶段. Walther 等<sup>[6]</sup>利用实时布里渊散射激光雷达系统分别进行了实验室实验和实地试验. Abbaszadeh 等<sup>[7,8]</sup>证明近场大量夹带的气泡导致高消光, 远场尾流逐渐衰减, 通过拖曳仓实验验证了微小气泡对尾流持续性起主导作用. 冀邦杰等<sup>[9,10]</sup>研究了水中气泡光学散射特性, 通过前向消光特性来探测舰船尾流. 郭立平等<sup>[11]</sup>研究发现后

\* 陕西省科技厅重点研发计划 (批准号: 2025CY-YBXM-057, 2025CY-YBXM-058)、国家自然科学基金青年项目 (批准号: 62101313, 62301303)、陕西省自然科学基金基础研究计划 (批准号: 2023-JC-YB-484) 和陕西省教育厅科研计划项目-自然专项 (批准号: 24JK0478) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wangj\_922@163.com

向散射光强小于前向散射光强, 单气泡散射光强主要分布在透射方向. 宗思光等<sup>[12-14]</sup>基于蒙特卡罗模拟建立了舰船气泡尾流激光后向散射模型. 基于同步累积法构建了舰船尾流激光后向散射探测系统. 段子科等<sup>[15]</sup>基于激光主动照明探测模式, 运用结合工业相机与高重频激光器构建了一套舰船尾流成像探测系统. 综上所述, 目前舰船尾流相关研究大多基于蒙特卡罗方法模拟或是实验研究, 但关于光经过舰船气泡尾流散射的理论研究较少.

舰船气泡尾流散射特性较为复杂, 首先研究基础的球形粒子散射特性. Ren<sup>[16]</sup>引入积分局部近似方法计算波束因子. Mitri<sup>[17]</sup>使用广义洛伦兹 Mie 理论 (generalized Lorenz-Mie theory, GLMT) 积分法计算了高阶贝塞尔涡旋波束与均匀球形粒子的散射远场的三维分布. Han 等<sup>[18,19]</sup>利用 GLMT 解析法描述了均匀介质椭球对在轴零阶贝塞尔光束的散射, 给出了均匀介质椭球粒子在高阶贝塞尔光束照射下的散射解析解. Yu 等<sup>[20]</sup>使用表面积分方程法计算了非衍射贝塞尔三角波束入射多粒子远场的微分散射截面 (DSCS) 随散射角的分布. Bai 等<sup>[21,22]</sup>研究了任意偏振的高阶贝塞尔光束对双球及多层球产生的横向结合力. Qu 等<sup>[23]</sup>将高阶贝塞尔波束展开为球矢量波函数, 研究了多层手征粒子的散射特性. 徐强等<sup>[24,25]</sup>研究拉盖尔高光束单球粒子的散射特性, 高阶贝塞尔光束对球形气溶胶粒子的散射特性. Yao 等<sup>[26]</sup>首次推导了零阶贝

塞尔高斯 (Bessel-Gaussian, BG) 光束的波形因子, 仿真计算了均匀各向同性介质球对零阶 BG 光束的散射特性. 王明军等<sup>[27]</sup>研究了拉盖尔高斯光束对水下悬浮藻类粒子群的散射特性.

目前, 关于蓝绿激光经舰船气泡尾流后散射特性的理论研究较少, 相关研究也未考虑传播方向上的电磁场分量. 本文将气泡尾流中气泡粒子视作球形粒子, 先构建单球型气泡粒子散射模型并研究光束经单粒子散射特性; 在此基础上研究舰船气泡尾流散射特性. 模型假设球形粒子之间相互独立, 不会发生相干散射, 假设每个粒子都是在相同的, 原始的人射光下进行散射, 每个粒子只会发生一次散射, 也就是无多重散射. 本文基于 GLMT 结合积分局部近似法计算了 BG 光束的波束因子, 求解了在轴入射 BG 光束经气泡尾流散射的微分散射截面变化曲线, 分析了拓扑荷数、光束圆锥角等参数的变化对结果的影响, 计算结果为涡旋光束经舰船气泡尾流散射的研究和舰船气泡尾流的识别提供了理论基础.

## 2 模型构建

以 BG 光束为光源, 搭建舰船气泡尾流的激光散射模型 (如图 1 所示). 先建立单球气泡粒子对蓝绿激光散射的模型, 研究光束经单粒子散射特性; 在此基础上研究蓝绿激光经舰船气泡尾流散射特性.

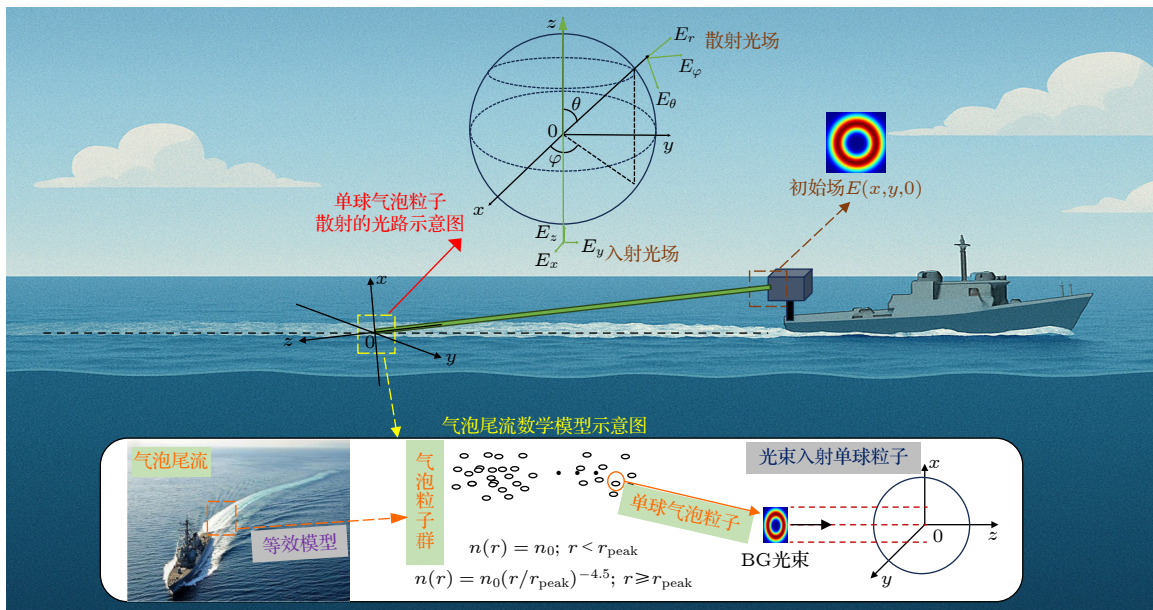


图 1 蓝绿激光经舰船气泡尾流散射示意图

Fig. 1. Schematic diagram of blue-green laser scattering through the ship's bubble wake.

在发射端源平面上, 具有  $x$  方向线偏振 BG 光束的电场可表示为

$$E(x, y, 0) = E_0 J_l(k\rho \sin \alpha_b) \exp\left(il\varphi - \frac{\rho^2}{\omega_0^2}\right), \quad (1)$$

式中,  $E(x, y, 0)$  为 BG 光束的电场强度,  $E_0$  为电场振幅,  $J_l(\cdot)$  为  $l$  阶贝塞尔函数,  $k = 2\pi/\lambda$  是波数,  $\lambda$  是光在介质中的波长, 整数  $l$  为拓扑荷数,  $\omega_0$  为束腰半径,  $\rho^2 = x^2 + y^2$ ,  $\alpha_b$  是圆锥角,  $\varphi = \arctan(y/x)$ .

BG 光束不同参数下的光强和相位图如图 2—图 4 所示, 在不做特殊说明的情况下, 参数取光束波长  $\lambda = 532$  nm, 拓扑荷数  $l = 1$ , 圆锥角  $\alpha_b = 5^\circ$ , 束腰半径  $\omega_0 = 5\lambda$ . 图 2 为不同拓扑荷数下 BG 光

束, 图 3 为不同束腰半径下 BG 光束, 图 4 为不同圆锥角下 BG 光束. 从图 2 可以看出, 随着拓扑荷数的增大, 相位随之发生改变, 且光强中心暗斑孔径  $D$  增大. 从图 3 可以看出, 随着束腰半径的增大, 相位不变, 但整体光斑增大. 从图 4 可以看出, 随着圆锥角的增大, 相位不变, 但光斑和中心暗斑明显增大.

结合角谱理论, 在舰船气泡尾流处构建直角坐标系  $O-xyz$ , 可得 BG 光束分别在  $x, y, z$  各分量上的电磁场表达式为

$$E_x(x, y, z) = \frac{1}{2} \frac{(-1)^l i k z \omega_0^2 E_0}{x^2 + y^2 + z^2} A(x, y, z), \quad (2)$$

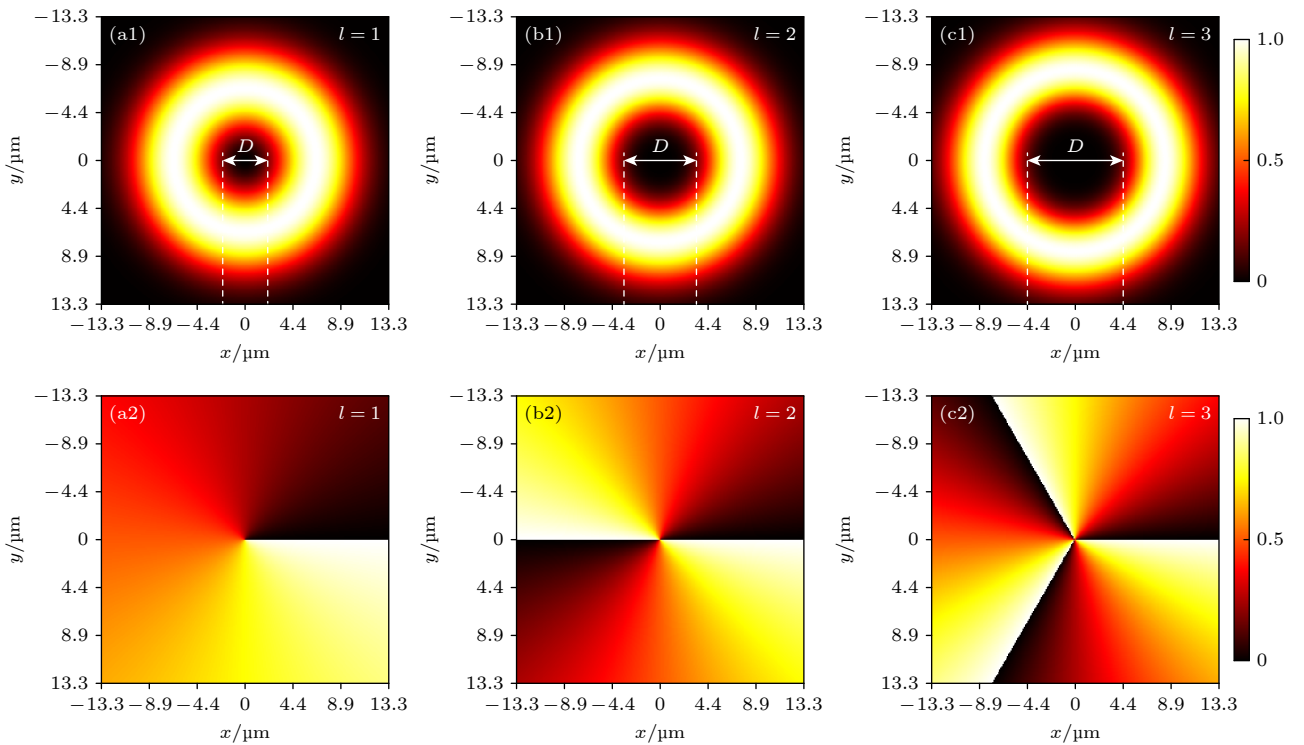


图 2 不同拓扑荷数下 BG 光束的光强图 (a1)—(c1) 和相位图 (a2)—(c2)

Fig. 2. (a1)–(c1) Intensity profiles and (a2)–(c2) phase profiles of BG beams with different topological charges.

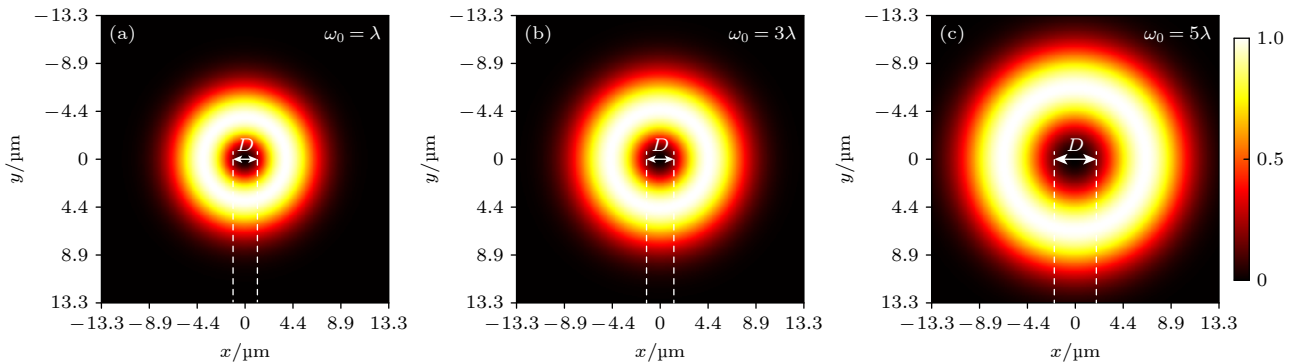


图 3 不同束腰半径下 BG 光束的光强图 (a)  $\omega_0 = \lambda$ ; (b)  $\omega_0 = 3\lambda$ ; (c)  $\omega_0 = 5\lambda$

Fig. 3. Intensity profiles of BG beams with different waist radii: (a)  $\omega_0 = \lambda$ ; (b)  $\omega_0 = 3\lambda$ ; (c)  $\omega_0 = 5\lambda$ .

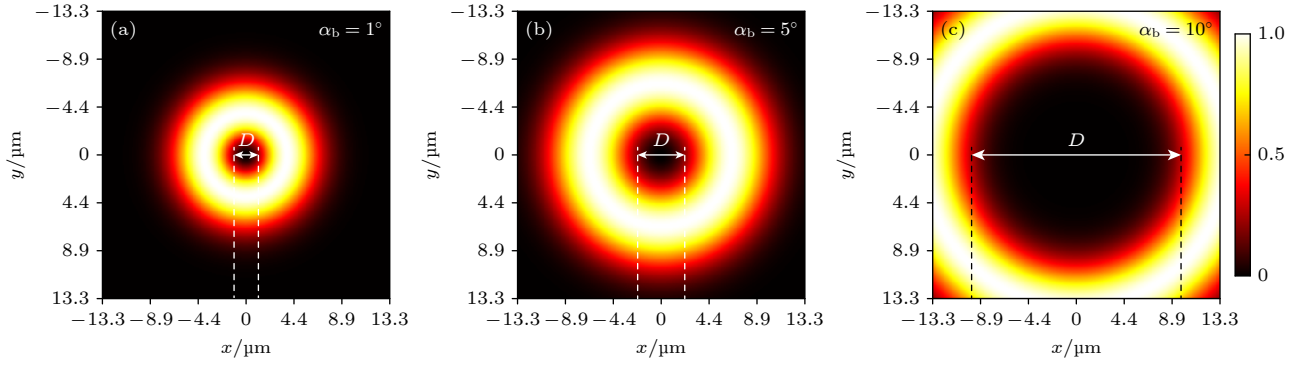

 图 4 不同圆锥角下 BG 光束的光强图 (a)  $\alpha_b = 1^\circ$ ; (b)  $\alpha_b = 5^\circ$ ; (c)  $\alpha_b = 10^\circ$ 

 Fig. 4. Intensity profiles of BG beams with different cone angles: (a)  $\alpha_b = 1^\circ$ ; (b)  $\alpha_b = 5^\circ$ ; (c)  $\alpha_b = 10^\circ$ .

$$E_y(x, y, z) = 0, \quad (3)$$

$$E_z(x, y, z) = \frac{1}{2} x \frac{(-1)^l i k \omega_0^2 E_0}{x^2 + y^2 + z^2} A(x, y, z), \quad (4)$$

$$H_x(x, y, z) = \frac{-1}{(\mu/\varepsilon)^{1/2}} \frac{1}{2} \frac{(-1)^l i k x y \omega_0^2 E_0}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} A(x, y, z), \quad (5)$$

$$H_y(x, y, z) = \frac{1}{(\mu/\varepsilon)^{1/2}} \frac{1}{2} \frac{(-1)^l i k (x^2 + z^2) \omega_0^2 E_0}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} A(x, y, z), \quad (6)$$

$$H_z(x, y, z) = \frac{-1}{(\mu/\varepsilon)^{1/2}} \frac{1}{2} \frac{(-1)^l i k y z \omega_0^2 E_0}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} A(x, y, z), \quad (7)$$

$$A(x, y, z) = \exp\left[il\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right)\right] \exp\left(-\frac{1}{4}\gamma^2\omega_0^2\right) \exp\left(-\frac{1}{4}\frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}k^2\omega_0^2\right) \\ \times I_l\left(\frac{1}{2}\gamma k \omega_0^2 \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)\right) \exp\left(ik\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right); \quad (8)$$

$E_i(x, y, z)$  ( $i = x, y, z$ ) 分别为  $x, y, z$  方向电场强度分量;  $H_i(x, y, z)$  ( $i = x, y, z$ ) 分别为  $x, y, z$  方向磁场强度分量;  $\gamma = k \sin \alpha_b$ ,  $\varepsilon$  为介电常数,  $\mu$  为磁导率.

考虑到波束因子计算的复杂度, 需结合积分局部近似方法, 将直角坐标系下电磁场强度的各分量表达式转化成球坐标系下, 求解波束因子. 其中, 令  $kr \rightarrow n+1/2$  ( $n$  为自然数),  $\theta \rightarrow \pi/2$ , 电场强度径向分量  $E_r$  和磁场强度径向分量  $H_r$  的表达式分别为

$$E_r(r, \theta, \varphi) = E_x(x, y, z) \sin \theta \cos \varphi + E_y(x, y, z) \sin \theta \sin \varphi + E_z(x, y, z) \cos \theta \\ = \frac{1}{2} \cos \theta \frac{(-1)^l i k z \omega_0^2 E_0}{r^2 + z^2} \exp\left[il\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right)\right] \exp\left(-\frac{1}{4}\gamma^2\omega_0^2\right) \exp\left[-\frac{1}{4}\frac{(n+1/2)^2}{r^2 + z^2}\omega_0^2\right] \\ \times I_l\left(\frac{1}{2}\gamma k \omega_0^2 \left(\frac{r}{\sqrt{r^2 + z^2}}\right)\right) \exp\left(ik\sqrt{r^2 + z^2}\right) \cos \varphi, \quad (9)$$

$$H_r(r, \theta, \varphi) = H_x(x, y, z) \sin \theta \cos \varphi + H_y(x, y, z) \sin \theta \sin \varphi + H_z(x, y, z) \cos \theta \\ = \frac{(-1)^l i \omega_0^2 k z^2 H_0}{2(r^2 + z^2)^{3/2}} \exp\left[il\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right)\right] \exp\left(-\frac{1}{4}\gamma^2\omega_0^2\right) \exp\left[-\frac{1}{4}\frac{(n+1/2)^2}{r^2 + z^2}\omega_0^2\right] \\ \times I_l\left(\frac{1}{2}k\omega_0^2\gamma \left(\frac{r}{\sqrt{r^2 + z^2}}\right)\right) \exp\left(ik\sqrt{r^2 + z^2}\right) \sin \varphi, \quad (10)$$

式中,  $H_0$  为磁场振幅.

波束因子是描述光束特性的参数, 反映光束的拓扑荷数、束腰半径、圆锥角等参数, 具体可表示为<sup>[16]</sup>

$$\begin{bmatrix} g_{n,\text{TM}}^m \\ g_{n,\text{TE}}^m \end{bmatrix} = \frac{Z_n^m}{2\pi} \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} E_r(r, \theta, \varphi) / E_0 \\ H_r(r, \theta, \varphi) / H_0 \end{bmatrix} \exp(-im\varphi) d\varphi, \quad (11)$$

其中,  $m$  为整数,  $\theta$  为球坐标天顶角;  $g_{n,\text{TM}}^m$  为 TM 波波束因子;  $g_{n,\text{TE}}^m$  为 TE 波波束因子; 传输因子  $Z_n^m$  为

$$Z_n^m = \begin{cases} \frac{2n(n+1)i}{2n+1}, & m=0, \\ \left(\frac{-2i}{2n+1}\right)^{|m|-1}, & m \neq 0. \end{cases} \quad (12)$$

将 (9) 式和 (10) 式代入 (11) 式, 并利用指数函数和三角函数的正交性, 可得

$$\begin{aligned} g_{n,\text{TM}}^m &= \frac{Z_n^m}{2\pi} \exp\left(-\frac{1}{4}\gamma^2\omega_0^2\right) \frac{(-1)^l ikz\pi\omega_0^2}{2(r^2+z^2)} \exp\left(\frac{il\pi}{2}\right) \exp\left[-\frac{1}{4}\frac{(n+1/2)^2}{r^2+z^2}\omega_0^2\right] \\ &\quad \times I_l\left(\frac{1}{2}\omega_0^2\gamma\left(\frac{n+1/2}{\sqrt{r^2+z^2}}\right)\right) \exp\left(ik\sqrt{r^2+z^2}\right), \quad m=l\pm 1, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} g_{n,\text{TE}}^m &= \frac{Z_n^m}{2\pi} \frac{\pi\omega_0^2 kz^2}{2(r^2+z^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{1}{4}\gamma^2\omega_0^2\right) \exp\left(\frac{il\pi}{2}\right) \exp\left[-\frac{1}{4}\frac{(n+1/2)^2}{r^2+z^2}\omega_0^2\right] \\ &\quad \times I_l\left(\frac{1}{2}\omega_0^2\gamma\left(\frac{n+1/2}{\sqrt{r^2+z^2}}\right)\right) \exp\left(ik\sqrt{r^2+z^2}\right) \begin{cases} (-1)^l, & m=l+1, \\ (-1)^{l+1}, & m=l-1, \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

其他情况均为零, 即当  $m \neq l \pm 1$  时,  $g_{n,\text{TE}}^m = 0$ ,  $g_{n,\text{TM}}^m = 0$ .

在计算远场散射时, 不考虑散射场的  $r$  分量, 只有  $\theta$  和  $\varphi$  分量, 故总散射电场强度为  $|E^{\text{sca}}|^2 = |E_{\text{sca}\theta}|^2 + |E_{\text{sca}\varphi}|^2$ , 散射电场强度的  $\theta$  和  $\varphi$  分量可以表示为

$$\begin{bmatrix} E_{\theta}^{\text{sca}} \\ E_{\varphi}^{\text{sca}} \end{bmatrix} = \frac{E_0 \exp(-ikr)}{kr} \begin{bmatrix} iS_2 \\ -S_1 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

式中,  $S_1, S_2$  为散射电场强度的振幅, 表达式为

$$\begin{aligned} S_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{2n+1}{n(n+1)} [ma_n g_{n,\text{TM}}^m \pi_n(\cos\theta) + ib_n g_{n,\text{TE}}^m \tau_n(\cos\theta)] \exp(im\varphi), \\ S_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n g_{n,\text{TM}}^m \tau_n(\cos\theta) + imb_n g_{n,\text{TE}}^m \pi_n(\cos\theta)] \exp(im\varphi), \end{aligned} \quad (16)$$

其中,  $\tau_n = dP_{(1)n}(\cos\theta)/d\theta$ ,  $P_n^{(1)}(\cdot)$  为第一类连带勒让德函数;  $\pi_n = dP_{(1)n}(\cos\theta)/\sin\theta$ ;  $a_n, b_n$  为 Mie 散射系数, 表达式为

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{\mu_1 j_n(x) [m'x j_n(m'x)]' - \mu_0 m'^2 j_n(m'x) [x j_n(x)]'}{\mu_1 h_n^{(1)}(x) [m'x j_n(m'x)]' - \mu_0 m'^2 j_n(m'x) [x h_n^{(1)}(x)]'}, \\ b_n &= \frac{\mu_0 j_n(x) [m'x j_n(m'x)]' - \mu_1 j_n(m'x) [x j_n(x)]'}{\mu_0 h_n^{(1)}(x) [m'x j_n(m'x)]' - \mu_1 j_n(m'x) [x h_n^{(1)}(x)]'}, \end{aligned} \quad (17)$$

$m'$  为相对折射率,  $\mu_0$  是背景介质磁导率,  $\mu_1$  是介质磁导率,  $j_n(\cdot)$  是第一类球贝塞尔函数,  $h_n^{(1)}(\cdot)$  是第一类球汉克尔函数.

光束与球形气泡粒子散射的散射效率因子  $Q_{\text{sca}}$ 、消光效率因子  $Q_{\text{ext}}$  和吸收效率因子  $Q_{\text{abs}}$  的表达式为

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{sca}} &= \frac{1}{\pi r^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} (I_\theta^+ + I_\varphi^+) r^2 \sin\theta d\theta d\varphi \\
 &= \frac{\lambda^2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!} \left( |a_n|^2 |g_{n,\text{TM}}^m|^2 + |b_n|^2 |g_{n,\text{TE}}^m|^2 \right), \quad (18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{ext}} &= \frac{1}{\pi r^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \text{Re} \left( E_\varphi^i H_\theta^{s*} + E_\varphi^s H_\theta^{i*} - E_\theta^i H_\varphi^{s*} - E_\theta^s H_\varphi^{i*} \right) r^2 \sin\theta d\theta d\varphi \\
 &= \frac{\lambda^2}{\pi} \text{Re} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!} \left( a_n |g_{n,\text{TM}}^m|^2 + b_n |g_{n,\text{TE}}^m|^2 \right) \right], \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$Q_{\text{abs}} = Q_{\text{ext}} - Q_{\text{sca}}, \quad (20)$$

式中,  $I_\theta^+$ ,  $I_\varphi^+$  是球坐标系下散射光强的  $\theta$  分量和  $\varphi$  分量;  $E_\theta^i$ ,  $E_\theta^s$  为入射电场和散射电场球坐标系下的  $\theta$  分量;  $I_\varphi^i$ ,  $I_\varphi^s$  为入射电场和散射电场球坐标系下的  $\varphi$  分量;  $H_\theta^{i*}$ ,  $H_\theta^{s*}$  为入射磁场和散射磁场球坐标系下的  $\theta$  分量;  $H_\varphi^{i*}$ ,  $H_\varphi^{s*}$  为入射磁场和散射磁场球坐标系下的  $\varphi$  分量.

基于上述理论分析, 通过数值计算分析球形气泡粒子对 BG 光束的散射特性. 微分散射截面的定义为

$$\sigma(\theta, \varphi) = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|E^{\text{sca}}|^2}{|E_0|^2}, \quad (21)$$

式中,  $E^{\text{sca}}$  为总散射电场强度, 具体表达式见 (15) 式和 (16) 式.

考虑到实际舰船气泡尾流以气泡群形式存在, 利用 (21) 式进行统计平均可获得球形气泡粒子群对 BG 光束的微分散射截面, 即为

$$\langle \sigma \rangle = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \sigma(\theta, \varphi) n(r) dr, \quad (22)$$

式中  $n(r)$  为气泡群的分布函数, 具体形式如下:

$$\begin{cases} n(r) = n_0 (r/r_{\text{peak}})^{-4.5}, & r \geq r_{\text{peak}}, \\ n(r) = n_0, & r < r_{\text{peak}}, \end{cases} \quad (23)$$

其中  $n_0$  为气泡数密度, 本文取  $1 \times 10^9 \text{ m}^{-3}$ . (22) 式中对单粒子微分散射截面按粒子径向分布做统计平均的处理方式, 借鉴了平面波散射问题中对散射物理量进行空间分布加权平均的经典思路; (22) 式物理意义是粒子群整体的等效微分散射截面.

### 3 散射性能分析

若不特殊说明, 散射性能分析中光源参数波长设置为 532 nm, 束腰半径设置为 2660 nm, 拓扑荷

数设置为 1, 圆锥角设置为  $5^\circ$ . 介质参数中相对折射率设置为 0.75, 粒子半径设置如表 1 所列.

表 1 介质参数粒子半径设置

Table 1. Medium parameter particle radius setting.

模型类型	半径	数值/ $\mu\text{m}$
单球气泡粒子	粒子半径	10
	对照粒子半径	0.6
气泡尾流模型	最小半径	10
	最可几半径	20
	最大半径	80
	最小半径	0.6
尾流对照模型	最可几半径	0.8
	最大半径	1.0

#### 3.1 单个球形气泡粒子对蓝绿激光的散射

以单个球形气泡粒子为散射体, 研究其对蓝绿激光的散射特性.

图 5 所示为当拓扑荷数  $l = 1, 2, 3$  时, 不同粒子半径下 DSCS 随散射角的变化. 由图 5 可知, DSCS 关于散射角为  $180^\circ$  对称. 观察图 5(a) 可知在  $0^\circ$ — $180^\circ$  范围内: 随着散射角的增大, DSCS 振荡下降, 当散射角约为  $15^\circ$ , 下降趋势平缓, 随着散射角增大到约  $170^\circ$ , DSCS 逐渐开始上升, 但上升峰值明显低于较小散射角时的 DSCS, 这表明前向散射更强. 对比图 5(a), (b) 可知, 单球气泡粒子的半径较小时, 其 DSCS 的变化趋势和半径较大时相比整体不变, 但拓扑荷数的增大使得 DSCS 先上升后下降, 且散射角较大时 DSCS 的上升趋势不明显. 随着拓扑荷数的增大, 两种情况下的 DSCS 越小, 这是因为拓扑荷数的增大会导致光束中心暗斑增大, 导致 DSCS 的减小.

图 6 展示了当束腰半径  $\omega = 5\lambda, 10\lambda, 15\lambda$  时, 不同粒子半径下 DSCS 随散射角的变化. 由图 6(a)

可知, DSCS 关于散射角为  $180^\circ$  对称, 随着束腰半径的增大, DSCS 逐渐减小, 在  $0^\circ$ — $180^\circ$  范围内, 随着散射角的增大, DSCS 呈现出振荡下降趋势, 当散射角约为  $20^\circ$  时, DSCS 趋于振荡平缓, 随着散射角的继续增大到  $60^\circ$  左右, DSCS 继续下降,

但下降速度减缓, 当散射角增大到约  $170^\circ$  时, DSCS 开始上升, 但上升峰值明显低于较小散射角时的 DSCS, 这表明前向散射更强. 对比图 6(a), (b) 可知, 单气泡粒子半径较小时, 其 DSCS 变化趋势整体不变, 但在散射角接近  $180^\circ$  时上升趋势不明显.

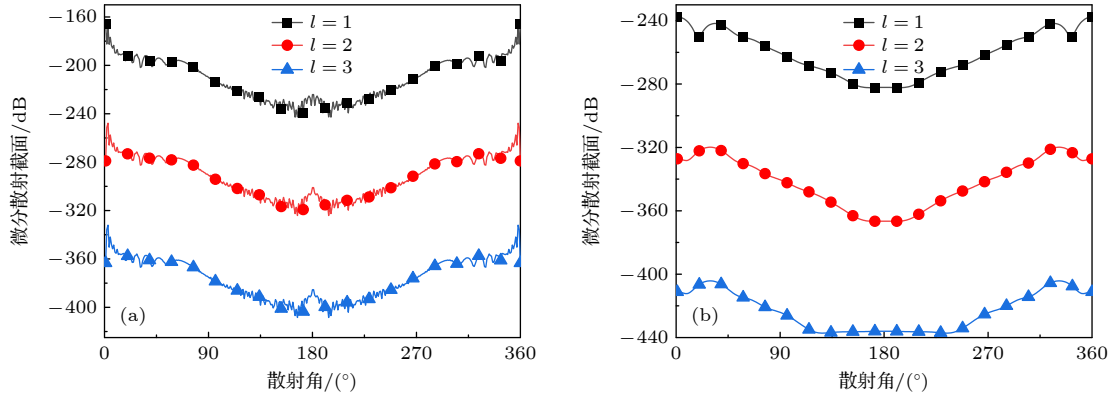


图 5 不同拓扑荷数下 BG 光束与单球气泡粒子散射的 DSCS 随散射角的变化 (a)  $r = 10 \mu\text{m}$ ; (b)  $r = 0.6 \mu\text{m}$

Fig. 5. Variation of DSCS with scattering angle for Bessel Gaussian beam scattered by single spherical bubble particles under different topological charge number: (a)  $r = 10 \mu\text{m}$ ; (b)  $r = 0.6 \mu\text{m}$ .

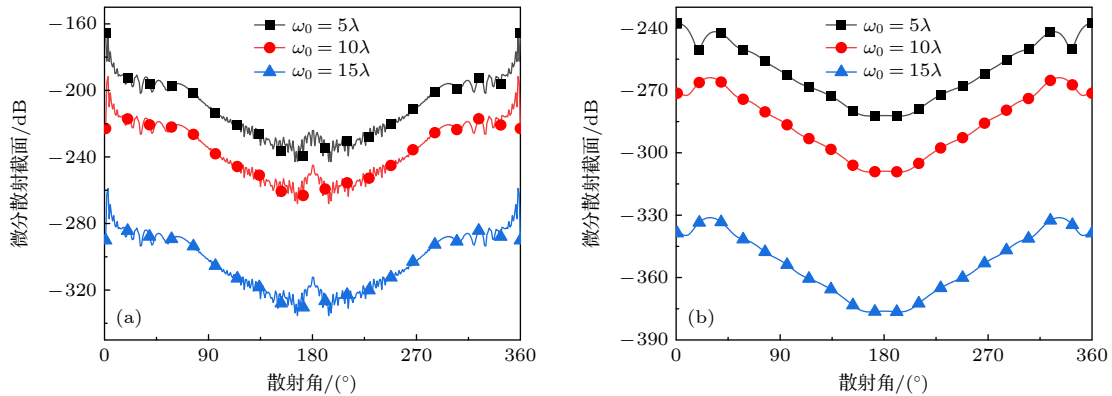


图 6 不同束腰半径下 BG 光束与单球气泡粒子散射的 DSCS 随散射角的变化 (a)  $r = 10 \mu\text{m}$ ; (b)  $r = 0.6 \mu\text{m}$

Fig. 6. Variation of DSCS with scattering angle for Bessel Gaussian beam scattered by single spherical bubble particles under different waist radius: (a)  $r = 10 \mu\text{m}$ ; (b)  $r = 0.6 \mu\text{m}$ .

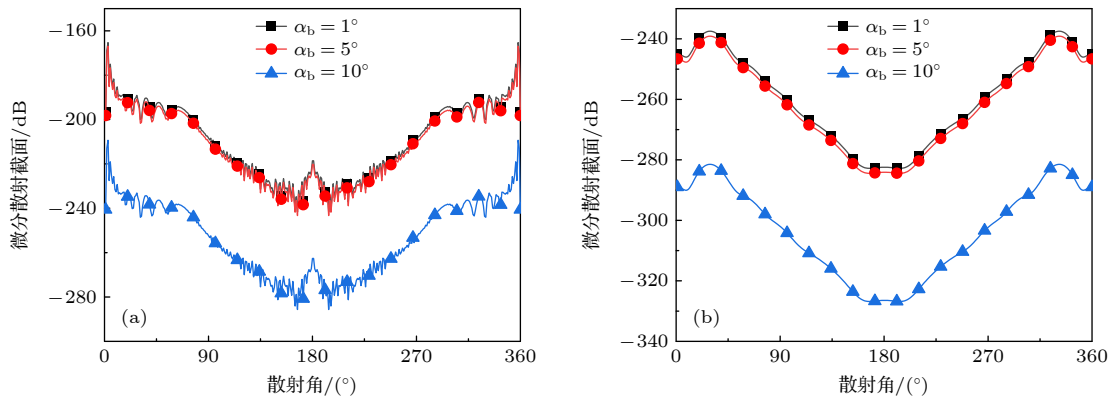


图 7 不同圆锥角下 BG 光束与单球气泡粒子散射的 DSCS 随散射角的变化 (a)  $r = 10 \mu\text{m}$ ; (b)  $r = 0.6 \mu\text{m}$

Fig. 7. Variation of DSCS with scattering angle variation for Bessel Gaussian beam scattered by single spherical bubble particles under different coning angle: (a)  $r = 10 \mu\text{m}$ ; (b)  $r = 0.6 \mu\text{m}$ .

因为束腰半径增大使光的峰值强度降低, 光束和粒子发生散射时, 粒子接收到的能量减小, 使得 DSCS 减小.

图 7 展示了当圆锥角  $\alpha_b = 1^\circ, 5^\circ, 10^\circ$  时, 不同粒子半径下 DSCS 随散射角的变化. 由图 7(a) 可知, DSCS 关于散射角为  $180^\circ$  对称, 随着圆锥角的增大, DSCS 逐渐减小, 在  $0^\circ-180^\circ$  范围内, 随着散射角的增大, DSCS 呈现出振荡下降趋势, 当散射角约为  $20^\circ$  时, DSCS 趋于振荡平缓, 随着散射角的继续增大到  $60^\circ$  左右, DSCS 继续下降, 但下降速度减缓, 当散射角增大到约为  $170^\circ$  时, DSCS 开始上升, 但上升峰值明显低于较小散射角时的 DSCS, 这表明前向散射更强. 对比图 7(a), (b) 可知, 单气泡粒子半径较小时, 随着散射角的增大, DSCS 先上升后下降. 此外, 圆锥角的变化几乎不改变 DSCS 随散射角的变化趋势, 这是因为光场极值点随圆锥角的变化不明显.

因球形气泡粒子的相对折射率没有虚部, 使吸收效率因子恒为 0, 因此只计算散射效率因子. 图 8 展示了当拓扑荷数  $l = 1, 2, 3$  时, 散射效率因子的变化情况. 随着尺度参数的增大, 散射效率因子呈现快速上升后缓慢波动下降的变化趋势, 随着拓扑荷数的增大, 散射效率因子的峰值出现明显的下降趋势, 且峰值对应的尺度参数逐渐增大.

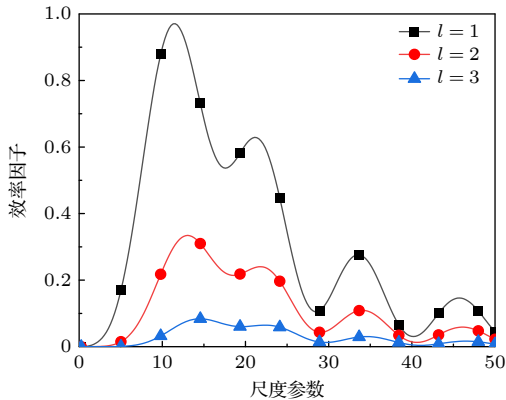


图 8 不同拓扑荷数下 BG 光束与单球气泡粒子散射的散射效率因子随尺度参数的变化  
Fig. 8. Scattering efficiency factors of Bessel Gaussian beams and single sphere bubble particles as a function of scale parameters under different topological charge number.

### 3.2 舰船气泡尾流对蓝绿激光的散射

图 9 展示了当拓扑荷数  $l = 1, 2, 3$  时, 气泡尾流 DSCS 随散射角的变化. 由图 9 可知, 随着拓扑

荷数的增大, 两种模型下的 DSCS 减小, 与单个气泡粒子对 BG 光束的散射结果类似, 但气泡尾流的 DSCS 图振荡不明显. 对比图 9(a), (b) 可知: 舰船气泡尾流和对照模型的 DSCS 随拓扑荷数增大产生的变化情况基本一致; 当拓扑荷数不变时, 舰船气泡尾流和对照模型的 DSCS 随散射角的变化存在差异, 与单气泡 DSCS 变化情况类似, 但是整体曲线更加平滑.

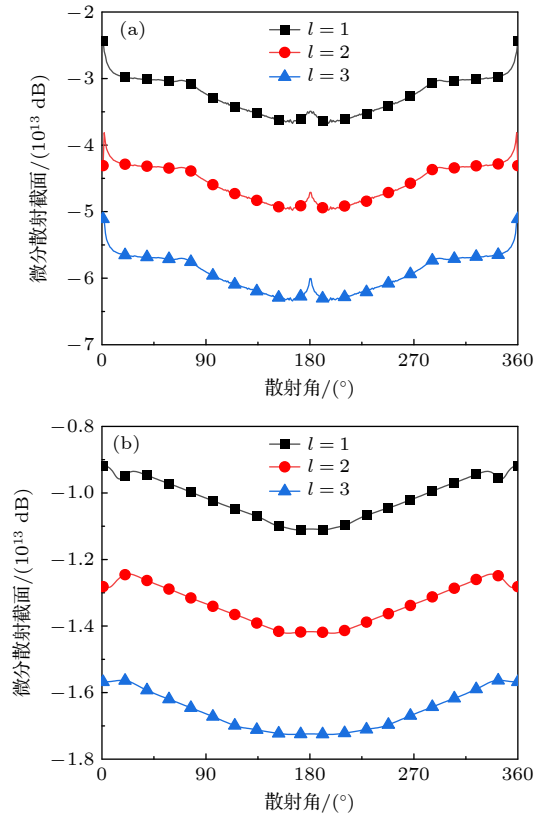


图 9 不同拓扑荷数下 BG 光束与气泡尾流散射的 DSCS 随散射角的变化 (a) 尾流模型; (b) 对照模型  
Fig. 9. Variation of DSCS with scattering angle for Bessel Gaussian beam scattered by bubble wake under different Topological charge number: (a) Wake model; (b) control model.

图 10 展示了当束腰半径  $\omega = 5\lambda, 10\lambda, 15\lambda$  时, DSCS 随散射角的变化. 由图 10 可知, 舰船气泡尾流 DSCS 的变化情况与单气泡类似, 但是整体曲线更加平滑; 对于对照模型的 DSCS, 其变化趋势与较小半径单气泡 DSCS 变化情况整体类似, 但散射角较小时整体不再有上升趋势的变化.

图 11 展示了当圆锥角  $\alpha_b = 1^\circ, 5^\circ, 10^\circ$  时, DSCS 随散射角的变化. 观察图 11 可知: 舰船气泡尾流 DSCS 的变化情况与单气泡 DSCS 类似, 但是整体曲线更加平滑; 对照模型 DSCS 的变化情况

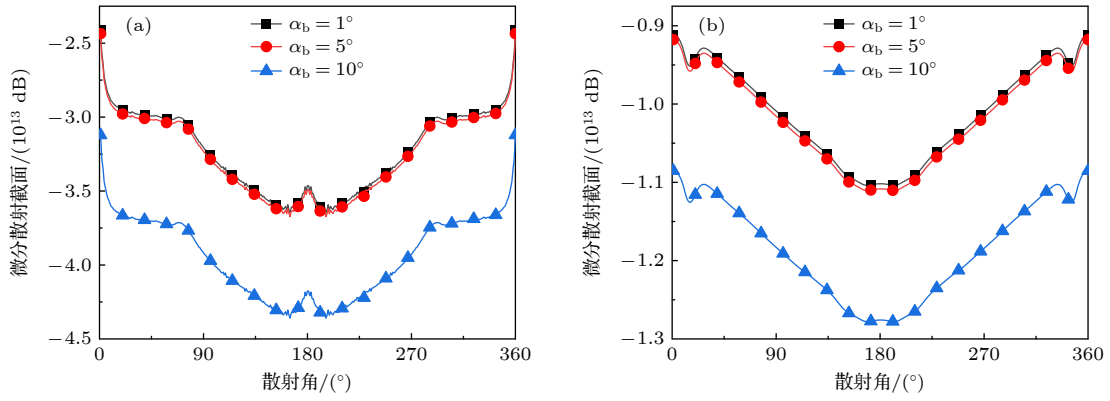


图 11 不同圆锥角下 BG 光束与气泡尾流散射的 DSCS 随散射角的变化 (a) 尾流模型; (b) 对照模型

Fig. 11. Variation of DSCS with scattering angle for Bessel Gaussian beam scattered by bubble wake under different coning angle: (a) Wake model; (b) control model.

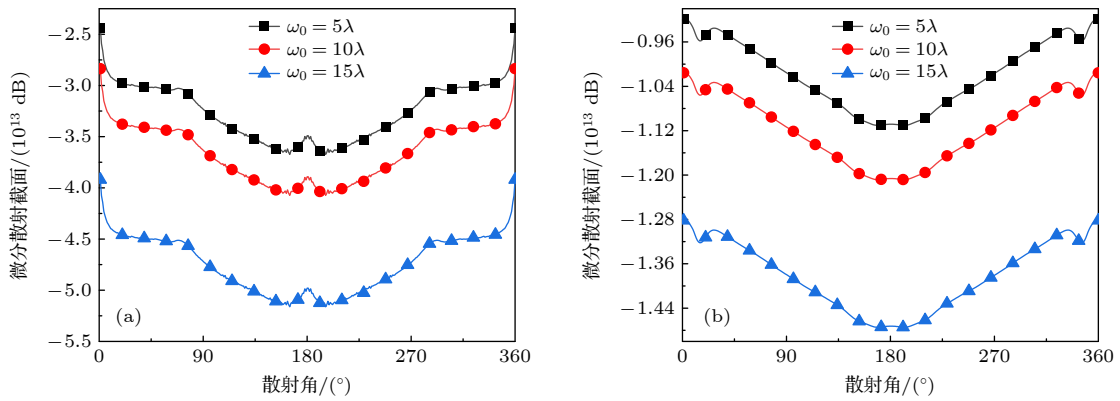


图 10 不同束腰半径下 BG 光束与气泡尾流散射的 DSCS 随散射角的变化 (a) 尾流模型; (b) 对照模型

Fig. 10. Variation of DSCS with scattering angle for Bessel Gaussian beam scattered by bubble wake under different waist radius: (a) Wake model; (b) control model.

与较小半径单气泡 DSCS 变化情况类似, 但散射角较小时整体不再有上升趋势.

## 4 结 论

本文以 BG 光束为基础, 结合 GLMT 建立了舰船气泡尾流对蓝绿激光的散射模型, 获得了单个球形气泡粒子在不同束腰半径、圆锥角和拓扑荷数影响下的 DSCS 和散射效率因子, 分析了舰船气泡尾流在不同束腰半径、圆锥角和拓扑荷数影响下的 DSCS. 结果表明: 单球气泡粒子 DSCS 随拓扑荷数、束腰半径和圆锥角的增大而减小; 粒子半径较大时, DSCS 随散射角增大振荡下降, 且散射角接近 180° 时上升趋势明显, 但上升峰值明显低于散射角较小时; 粒子半径较小时, DSCS 随散射角增大的变化趋势图较为平滑, 且散射角接近 180° 时上升趋势不明显. 气泡群的结果显示, DSCS 随光束拓扑荷

数、束腰半径和圆锥角的增大而减小, 对于舰船气泡尾流, 随着散射角增大, DSCS 先快速下降, 然后缓慢下降, 接着继续快速下降, 在散射角接近 180° 时会再次上升, 但上升峰值小于散射角较小时的 DSCS; 对于对照模型, 随着散射角的增大, DSCS 没有缓慢下降的趋势, 且在散射角接近 180° 时, 上升趋势不明显. 在实际情况中, 舰船气泡尾流往往以气泡群形式存在, 因此在对舰船气泡尾流进行水下研究时, 采用较小拓扑荷数、较小束腰半径和较小圆锥角的 BG 光束可以获得更佳研究结果; 同时舰船气泡尾流与较小半径气泡群结果存在显著差异, 可以根据该特征识别舰船气泡尾流是否存在; 探测距离因探测方式不同体现较大差异, 因海水吸收较大, 若从海面之上进行探测, 距离可达千米级, 若海面下探测, 距离锐减至百米级. 此外, 本文构建模型未考虑气泡间散射, 将把评估探测距离和考虑气泡间散射作为后续重点研究方向.

## 参考文献

- [1] Kouzoubov A, Wood S, Ellem R 2014 *Proceedings of Inter-Noise and Noise-Coc Congress and Conference Melbourne, Australia, November 16–19, 2014* p3685
- [2] Zhang Q G, Liu Z Q, Huang Q P, Lian L 2020 *Techn. Acoust.* **39** 660 (in Chinese) [张庆国, 刘竹青, 黄其培, 连莉 2020 声学技术 **39** 660]
- [3] Yang C S, Gou W B, Liang H 2023 *J. Unmanned Undersea Syst.* **31** 703 (in Chinese) [杨长生, 苟文博, 梁红 2023 水下无人系统学报 **31** 703]
- [4] Vallese L M 1967 *Investigation of a Laser System for Air-to-Sea Submarine Detection and Communication* (Nutley NJ: ITT Avionics Division) pp1–54
- [5] Murphy J C 2010 *A Novel Approach to Turbulence Stimulation for Ship-Model Testing* (Annapolis MD: Naval Academy) pp59–60
- [6] Walther T, Rupp D, Friman S, Trees C, Fournier G 2016 *The Ocean Sciences Meeting (OSM) 2016* New Orleans, LA, February 21–26, 2016 pS11A-01
- [7] Abbaszadeh M, Alishahi M M, Emdad H 2020 *Appl. Ocean Res.* **104** 102380
- [8] Abbaszadeh M, Alishahi M M, Emdad H 2022 *Ships Offshore Struct.* **17** 1812
- [9] Ji B J, Zhou D S, Zhang J S 2000 *Torpedo Technol.* **8** 40 (in Chinese) [冀邦杰, 周德善, 张建生 2000 鱼雷技术 **8** 40]
- [10] Zhang J S, Sun C D, Ji B J, Lu D 2000 *Torpedo Technol.* **8** 22 (in Chinese) [张建生, 孙传东, 冀邦杰, 卢笛 2000 鱼雷技术 **8** 22]
- [11] Guo L P, Zhai Y S, Wang Q L, Qi Z Y 2016 *Ship Sci. Technol.* **38** 1 (in Chinese) [郭露萍, 翟雨生, 王琦龙, 齐志央 2016 舰船科学技术 **38** 1]
- [12] Zong S G, Duan Z K, Zhang X, Liu Y F 2023 *Semiconductor Optoelectron.* **44** 741 (in Chinese) [宗思光, 段子科, 张鑫, 刘扬帆 2023 半导体光电 **44** 741]
- [13] Zong S G, Zhang X, Liang S Y, Cao J 2023 *Chin. J. Lasers* **50** 71 (in Chinese) [宗思光, 张鑫, 梁善永, 曹静 2023 中国激光 **50** 71]
- [14] Zong S G, Duan Z K, Zhang X, Yu Y, Wang B X 2024 *Chin. Opt.* **17** 1272 (in Chinese) [宗思光, 段子科, 张鑫, 余扬, 王柏雄 2024 中国光学 (中英文) **17** 1272]
- [15] Duan Z K, Zong S G, Yang S P, Chen B, Zhang X 2024 *Laser Infrared* **54** 635 (in Chinese) [段子科, 宗思光, 杨劭鹏, 陈报, 张鑫 2024 激光与红外 **54** 635]
- [16] Ren K F, Gouesbet G, Grehan G 1998 *Appl. Opt.* **37** 4218
- [17] Mitri F G 2011 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **59** 4375
- [18] Han L, Han Y, Wang J, Cui Z 2014 *JOSA A* **31** 1946
- [19] Han L 2018 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **211** 129
- [20] Yu M P, Han Y P, Cui Z W, Chen A T 2017 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **195** 107
- [21] Bai J, Wu Z S, Ge C X, Li Z J, Qu T, Shang Q C 2018 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **214** 71
- [22] Bai J, Wu Z S, Ge C X, Shang Q C, Li Z J, Gong L 2018 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **221** 183
- [23] Qu T, Wu Z, Shang Q, Wu J, Bai L 2018 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **217** 363
- [24] Xu Q, Li J G, Wang X, Han Y P, Wu Z S 2018 *Chin. J. Lasers* **45** 140 (in Chinese) [徐强, 李金刚, 王旭, 韩一平, 吴振森 2018 中国激光 **45** 140]
- [25] Xu Q, Li J G, Wang X, Han Y P, Wu Z S 2019 *Laser Optoelectron. Prog.* **56** 256 (in Chinese) [徐强, 李金刚, 王旭, 韩一平, 吴振森 2019 激光与光电子学进展 **56** 256]
- [26] Wen Y, Xi Q, Li R, Qin S, Ding C 2018 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **204** 165
- [27] Wang M J, Zhang J L, Wang Z Y, Zhang H Y 2022 *Acta Opt. Sin.* **42** 199 (in Chinese) [王明军, 张佳琳, 王主玉, 张华永 2022 光学学报 **42** 199]

# Scattering characteristics of Bessel Gauss beam through bubble wakes of ship\*

WANG Jiao<sup>1)†</sup> QIANG Kelin<sup>1)</sup> ZHAO Yingke<sup>1)</sup> WANG Xianghui<sup>1)</sup>  
TIAN Xuhua<sup>1)</sup> TAN Zhenkun<sup>2)</sup>

1) (*School of Electronic Information and Artificial Intelligence, Shaanxi University of Science and Technology, Xi'an 710021, China*)

2) (*School of Optoelectronic Engineering, Xi'an Technology University, Xi'an 710021, China*)

( Received 12 July 2025; revised manuscript received 6 January 2026 )

## Abstract

In ocean monitoring, the identification and tracking of ship wakes are crucial. Ship wakes are difficult to physically characterize because they are complicated multiphase combinations. It is possible to efficiently analyze the scattering features of ship-induced bubble wakes by utilizing the excellent penetrating capabilities of blue-green lasers in seawater. Bessel-Gaussian (BG) beam propagation properties are determined in this work by using the rigorous angular spectrum diffraction theory. An analytical equation for the beam shape coefficient of BG beams is derived by combining the integral local approximation approach with the generalized Lorenz-Mie theory (GLMT). Therefore, differences in the scattering properties of BG beams passing through ship bubble waves are therefore investigated systematically. The results demonstrate that the scattering efficiency factor for a single spherical bubble particle shows clear resonance peaks as the size parameter grows, and the peak values decrease significantly when the beam topological charge increases. Meanwhile, as the beam topological charge, beam waist radius, and cone angle increase, the differential scattering cross section decreases. Similar effects of the differential scattering cross section on the beam topological charge, beam waist radius, and cone angle are also seen for the collective bubble wake. This work provides theoretical support for relevant applications in ocean target identification and monitoring, as well as a theoretical foundation for studying the scattering characteristics of ship-induced bubble wakes.

**Keywords:** ship bubble wake, Bessel-Gaussian beam, scattering

**DOI:** [10.7498/aps.75.20250923](https://doi.org/10.7498/aps.75.20250923)

**CSTR:** [32037.14.aps.75.20250923](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20250923)

\* Project supported by the Key R&D Program of Shaanxi Province, China (Grant Nos. 2025CY-YBXM-057, 2025CY-YBXM-058), the National Natural Science Foundation of China (Youth Projects) (Grant Nos. 62101313, 62301303), the Natural Science Basic Research Program of Shaanxi Province, China (Grant No. 2023-JC-YB-484), and the Scientific Research Program of the Education Department of Shaanxi Province, China-Natural Science Special Program (Grant No. 24JK0478).

† Corresponding author. E-mail: [wangj\\_922@163.com](mailto:wangj_922@163.com)

## 贝塞尔高斯光束经气泡尾流的散射特性

王姣 强克林 赵莹珂 王向辉 田旭华 谭振坤

### Scattering characteristics of Bessel Gauss beam through bubble wakes of ship

WANG Jiao QIANG Kelin ZHAO Yingke WANG Xianghui TIAN Xuhua TAN Zhenkun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 060401 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20250923

CSTR: 32037.14.aps.75.20250923

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20250923>

当期内容 View table of contents: <https://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 双零阶贝塞尔波束的传播及对单轴各向异性球的散射特性

Propagation of double zero-order Bessel beam and its scattering properties to uniaxial anisotropic spheres

物理学报. 2022, 71(18): 180301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220491>

#### 金属目标对贝塞尔涡旋波束的近场电磁散射特性

Near-field electromagnetic scattering of Bessel vortex beam by metal target

物理学报. 2023, 72(10): 100302 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222192>

#### 高能带电粒子束对陡峭密度梯度区照相的散射效应解析模型

Analytical model for scattering effect of energetic charged-particle beam in radiography of steep density gradient region

物理学报. 2022, 71(11): 115201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20212269>

#### 基于Stokes矢量差分法的背景光偏振特性研究

Research on polarization characteristics of background light by modified polarization difference imaging method

物理学报. 2023, 72(24): 244201 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230639>

#### 计算偏振彩色傅里叶叠层成像: 散射光场偏振特性的复用技术

Computational polarized colorful Fourier ptychography imaging: a novel information reuse technique of polarization of scattering light field

物理学报. 2024, 73(12): 124202 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240268>

#### 基于双层多指标优化的水下偏振成像技术

Underwater polarization imaging based on two-layer multi-index optimization

物理学报. 2023, 72(7): 074202 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222017>