

基于格子玻尔兹曼方法的各向异性多孔介质 渗透率模型研究*

周礼辉 吴迪 刘柳 周萍 黄荣宗 伍东玲†

(中南大学能源科学与工程学院, 长沙 410083)

(2025年10月19日收到; 2026年1月12日收到修改稿)

本文聚焦多孔介质微观结构对介质渗透率的影响机制, 采用四参数随机生长算法生成三维多孔介质微观结构, 重点提取并解析了包含各向异性在内的5种结构特征参数间的关联关系, 并采用多松弛格子 Boltzmann 方法进行多孔介质内渗流过程的数值模拟, 全面分析不同孔隙结构参数对多孔介质渗透率的影响规律. 结果表明, 多孔介质微观结构特征中, 各向异性因子独立于孔隙率、形状因子、比表面积和迂曲度, 影响介质中的渗流行为. 5种结构特征参数对渗透率的影响显著性由高到低分别是: 孔隙率、形状因子、迂曲度、各向异性因子和比表面积. 不考虑各向异性下, KC模型预测精度仅为0.8933. 为提升多孔介质模型的准确性, 本文建立了5种结构特征参数组成的多孔介质渗透率预测模型, 预测精度提升至0.9982, 拓展了当前KC模型的应用范围和预测精度.

关键词: 格子玻尔兹曼方法, 各向异性, 多孔介质, 渗透率

DOI: [10.7498/aps.75.20251421](https://doi.org/10.7498/aps.75.20251421)

CSTR: [32037.14.aps.75.20251421](https://cstr.net/urn:nid:CNKI:32037.14.aps.75.20251421)

1 引言

多孔介质内的流体流动行为, 即渗流, 广泛存在于生物医学、能源开采及岩土工程等诸多领域^[1,2]. 渗透率作为表征多孔介质运输能力的关键物理参数, 其数值大小直接决定了流体在介质内部的渗流性能^[3]. 因此, 深入理解渗透率与多孔介质孔隙结构之间的内在关联, 对于相关领域的发展至关重要.

传统的渗流研究多依赖于宏观实验或理论推导, 通过分析渗流条件对渗流性能的影响规律, 建立渗透率与孔隙率之间的关联. 如采用等径弯曲毛细管束构造简单的多孔结构, 通过理论推导, 得到了与孔隙形状有关的 Kozeny-Carman (KC) 方程^[4]. 作为一个广泛使用的经验公式, KC方程是

渗透率研究的基准, 为多孔介质研究中许多后续模型和理论的发展奠定了基础. 然而, KC方程作为一种基于规则结构多孔介质得到的半经验模型, 无法实现不规则孔隙结构下渗流特性的预测, 该模型的适用性十分有限^[5-7]. 因此, 该方程自提出后便被不断地修正与完善, 由此产生了新的渗透率解析模型 (见表1).

Ergun^[9]通过实验系统研究了气体流经颗粒堆积床的压降, 并基于 Kozeny^[8]的工作, 提出了一个结合颗粒粒径的渗透率计算模型, 在中高孔隙率范围内被广泛验证, 但在孔隙率较低时因颗粒接触效应显著而偏差较大. Rumpf和 Gupte^[10]通过实验测量了随机堆积球体构成多孔介质的渗透率, 并提出相应的经验关系式, 但该公式在孔隙率过低或过高的情况下适用性有限. 基于分形理论描述多孔介质, Pape等^[11]通过调整比表面积和颗粒直径的测

* 国家自然科学基金 (批准号: 52376086) 和中南大学研究生科研创新项目 (批准号: 1053320240881) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: dongling.wu@csu.edu.cn

表 1 基于实验与理论的多孔介质渗透率计算模型
Table 1. Permeability models of porous media based on experiments and theories.

编号	作者	渗透率模型	研究手段	多孔介质结构	流动条件
1	Kozeny, 1927 ^[8]	$k = \epsilon r^2 / (8\tau^2)$	理论	等径弯曲毛细管束	层流
2	Carman, 1937 ^[4]	$k = \frac{\epsilon^3}{f_s \tau^2 S_t^2}, k = \frac{1}{f_s \tau^2 S_t^2} \frac{\epsilon^3}{(1-\epsilon)^2}$	理论	等径弯曲毛细管束	层流
3	Ergun, 1952 ^[9]	$k = d^2 \epsilon^3 / [150(1-\epsilon)^2]$	实验	颗粒堆积床	$0.6 \leq \epsilon \leq 0.7$, 层流
4	Rumpf, 1975 ^[10]	$k = d^2 \epsilon^{5.5} / 5.6$	实验	随机球体颗粒	$0.35 \leq \epsilon \leq 0.7, Re < 10^2$
8	Pape, 2000 ^[11]	$k = \frac{\epsilon d^2}{2\tau^2} \left[\frac{2\epsilon}{3\tau^2(1-\epsilon)} \right]^{\frac{2}{D-1}}$	实验	砂岩	$0 \leq \epsilon \leq 0.35$, 层流
9	Rodriguez, 2004 ^[12]	$k = \frac{\epsilon^{n+1}}{C(1-\epsilon)^n}$	实验	天然纤维	$0.65 \leq \epsilon \leq 0.85$, 层流
10	Nishiyama, 2017 ^[13]	$k = 8.5(\epsilon_{\text{eff}} r_{\text{cr}}^2)^{1.3}$	实验	砂岩	$0.0071 \leq \epsilon \leq 0.5$, 层流

注: r 为孔隙半径, r_{cr} 为临界孔隙半径, d 为颗粒粒径, D 为分形维数, ϵ_{eff} 为有效孔隙率, C 为拟合常数.

量分辨率, 提出了适用于水力学过程的分形渗透率模型. Rodriguez 等^[12] 基于 KC 方程, 发展了一个用于拟合天然纤维渗透率-孔隙度关系的经验模型. Nishiyama 和 Yokoyama^[13] 使用排水法确定了临界孔隙半径, 即可以自由穿过多孔介质的最大球体的半径, 并获得了孔隙度-临界孔隙半径-渗透率关系.

传统的实验手段和理论模型为从宏观尺度上理解影响多孔介质渗透率的因素提供了有用的信息, 但此类方法难以揭示微观孔隙结构与渗透率之间的内在联系^[14]. 由于孔隙结构的复杂性, 即使具有相同孔隙度的介质也可能因其结构不同而表现出渗透率差异. 因此, 借助孔隙尺度下的数值模拟方法以直观呈现流体渗流过程, 对深入理解孔隙结构对渗透率的影响机制具有重要意义.

Lee 和 Yang^[15] 通过模拟流体在圆柱阵列多孔介质中的非达西流动, 提出了在孔隙率 0.2146—1、雷诺数 0—50 内适用的 Darcy-Forchheimer 关联式, 并指出在大孔隙率或高雷诺数条件下, Forchheimer 惯性阻力是主要的流动阻力来源. Koponen 等^[16] 采用格子气元胞自动机方法, 对由随机分布、可重叠的等尺寸矩形颗粒组成的二维多孔介质中不可压缩牛顿流体的流动进行了模拟, 在此基础上修正了 KC 方程, 引入了迂曲度、有效孔隙度和比表面积对渗透率的综合影响. Jeong^[17] 应用格子 Boltzmann 方法 (lattice Boltzmann method, LBM) 模拟了二维多孔介质 (含不同粒径颗粒) 以及三维结构 (均匀重叠与非均匀不重叠颗粒) 中的流动, 建立了基于等效颗粒直径和孔隙率的渗透率预测关系式. Zhang 等^[18] 基于 LBM 方法和机器学习

算法模拟真实岩心结构中的渗流流动, 提出了一个结合拓扑特征的新的渗透率预测模型, 揭示了孔隙几何形状、孔隙空间拓扑特征和渗透率之间的相互作用.

上述研究已取得了丰厚的成果 (见表 2), 但现有的大多数渗透率解析模型或经验公式均建立在规则且高度简化的多孔介质基础上 (如球形或简单形状颗粒的堆积体), 并普遍假定孔隙结构为各向同性. 而真实多孔介质 (如沉积岩层、土壤、油气储层等)^[19-21] 往往表现出强烈的各向异性, 现有模型由于未系统考虑各向异性这一关键结构特征, 导致其应用过程中存在明显局限性^[22]. 此外, 不同学者所建立的渗透率与孔隙度之间的关系也存在明显不一致, 部分模型结果如图 1 所示 (实验结果经无量纲化处理).

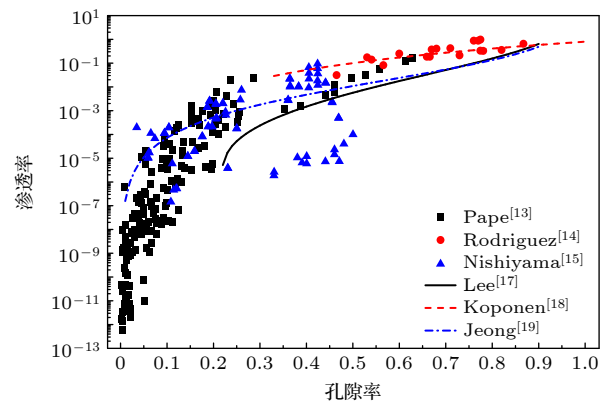


图 1 部分渗透率模型与实验结果对比

Fig. 1. Comparison of some permeability models with experimental results.

鉴于此, 本文聚焦多孔介质微观结构对介质渗透率的影响机制, 基于四参数随机生长法构建出不

表 2 基于数值模拟的多孔介质渗透率模型
Table 2. Permeability models of porous media based on numerical simulation.

编号	作者	渗透率模型	模拟方法	多孔介质结构	流动条件
1	Lee, 1997 ^[15]	$k = \frac{d^2 \varepsilon^3 (\varepsilon - 0.2146)}{31(1 - \varepsilon)^{1.3}}$	APPLE算法	二维圆柱阵列	$0.2146 \leq \varepsilon \leq 1,$ $0 \leq Re \leq 50$
2	Koponen, 1997 ^[16]	$k = \varepsilon_{\text{eff}}^3 / (C\tau^2 S^2)$	格子气元胞自动机	等尺寸矩形	$0.33 \leq \varepsilon \leq 1,$ 层流
3	Jeong, 2010 ^[17]	$k = d^2 \exp \left\{ C_1 \ln \left[\frac{\varepsilon^{11/3}}{(1 - \varepsilon)^2} \right] - C_2 \right\}$	LBM	球体、立方体颗粒	$Re \leq 0.1$
4	Zhang, 2024 ^[18]	$k = 0.683\varepsilon \left(\frac{d_p^2 d_t}{\tau l} \right) C_c$	LBM+机器学习	真实岩心结构	$0.1 \leq \varepsilon \leq 0.52,$ 层流

注: d 为颗粒粒径, ε_{eff} 为有效孔隙率, d_p 为孔径, d_t 为喉径, l 为喉长, C_c 为邻近中心度, C, C_1, C_2 为拟合常数.

同孔隙结构的三维各向异性多孔介质模型, 重点提取并解析包含各向异性在内的 5 种结构特征参数间的关联关系, 并运用多松弛 LBM 方法 (multiple-relaxation-time lattice Boltzmann method, MRT-LBM) 对流体渗流进行数值模拟, 直观呈现不同孔隙区域内的渗流速度与流线分布特征, 进而系统分析多孔介质孔隙结构特征对介质渗透率的影响. 而后, 在 LBM 模拟结果的指导下, 建立 5 种结构特征参数组成的多孔介质渗透率预测模型, 耦合多孔介质的微观结构属性, 拓展当前 KC 模型的应用范围和预测精度.

2 多孔介质的生成与特征解析

2.1 多孔介质生成方法

四参数随机生长法 (quartet structure generation set, QSGS)^[23,24] 是一种用于生成多孔介质微观结构的算法, 通过四个核心参数来描述微观结构的随机生长过程, 从而生成与实际材料相似的多孔结构. QSGS 方法已被广泛证明能够有效重构各向异性多孔介质的微观结构特征, 其生成模型在孔隙形态、空间分布及连通性等方面与实际多孔介质高度相似. 张季如和钟思维^[25] 将 QSGS 模型与实际土壤进行对比, 发现 QSGS 模型在微观孔隙形态、分布规律以及分形特性上均与实际土壤表现出高度相似性. 李滔^[26] 利用 QSGS 重构了三维各向异性多孔介质的微观孔隙结构, 研究储层岩石内的油水两相流动. 张学羿和窦智^[27] 构造具有各向异性孔隙结构的黏土多孔介质, 模拟可溶性污染物在孔隙中的运移过程, 从而深化对微观结构影响宏观迁移规律的认识.

以上研究共同表明, 通过调整 QSGS 中的方

向性生长概率等参数, 能够可控地生成一系列具有不同各向异性程度的代表性微观结构. 基于此, 本研究通过修改 QSGS 生成参数以得到不同孔隙结构的各向异性多孔介质, 具体生成参数见表 3. 经过生长并去除孤立孔隙后, 得到 378 个不同孔隙率下 $100 \times 100 \times 100$ 格点大小的多孔介质模型, 部分结构如图 2 所示.

表 3 多孔介质生成参数
Table 3. Generation parameters of porous media.

孔隙率 ε	固相生长核 概率 P_t	其他方向 生长概率 D_x	x 方向生长 概率 D_x
0.2, 0.3	0.01		0.01, 0.05, 0.1, 0.15
0.4, 0.5	0.005	0.01	0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6
0.6	0.0025		0.7, 0.8, 0.9, 1.0

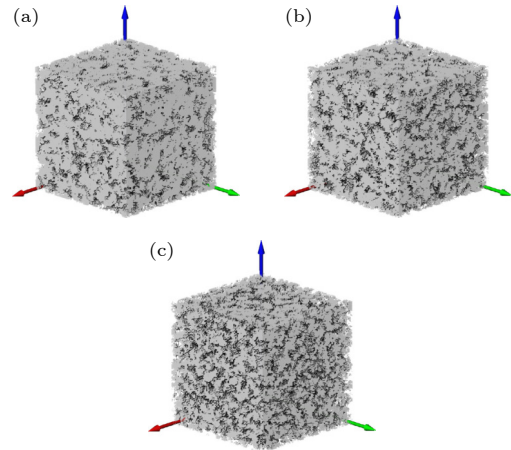


图 2 不同孔隙率的多孔介质模型 (a) $\varepsilon = 0.4$; (b) $\varepsilon = 0.5$; (c) $\varepsilon = 0.6$

Fig. 2. Models of porous media with different porosity: (a) $\varepsilon = 0.4$; (b) $\varepsilon = 0.5$; (c) $\varepsilon = 0.6$.

2.2 孔隙结构表征

本文选择了 5 个参数来表征多孔介质, 包括孔隙率 ε 、各向异性因子 A 、迂曲度 τ 、比表面积 S_t 、

形状因子 f_s , 其中孔隙率、各向异性因子、迂曲度、比表面积是基于整个计算域的全局特征, 而形状因子是局部特征, 是基于每个孔隙的统计平均值.

基于重构的三维多孔介质模型, 可采用 Wang 等^[28] 基于形态学原理的理论公式来定量计算多孔介质的各向异性因子:

$$A = (n_y + n_z)/(2n_x), \quad (1)$$

其中, n_x 为使用一条线沿平行于流动方向穿过多孔介质, 单位长度线遇到的平均孔隙数; n_y, n_z 为使用一条线沿垂直于流动方向穿过多孔介质, 单位长度线遇到的平均孔隙数. 对每个多孔介质, 设定线条的间隔距离为 5 个格子单位, 进而使用 (1) 式计算三维多孔介质的各向异性因子.

迂曲度是衡量多孔介质中流体流动路径曲折程度的核心参数, 其定义为流体实际流经的路径长度与多孔介质在流动方向上直线距离之比. Duda 等^[29] 提出了一种直接通过流体速度场计算迂曲度的方法, 不需要确定流线分布, 其表达式如下:

$$\tau = \langle u \rangle / \langle u_x \rangle, \quad (2)$$

其中, $\langle u \rangle$ 为流体在整个流动区域的平均速度, $\langle u_x \rangle$ 为流体在整个流动区域沿 x 方向上的平均速度.

将 QSGS 生成的二值化矩阵数据导入 Avizo 中进行三维重建, 再通过阈值调整, 提取多孔介质模型的三维孔隙结构, 并基于孔隙网络模型获得孔隙结构的比表面积和形状因子, Avizo 提取孔隙结构的流程如图 3 所示.

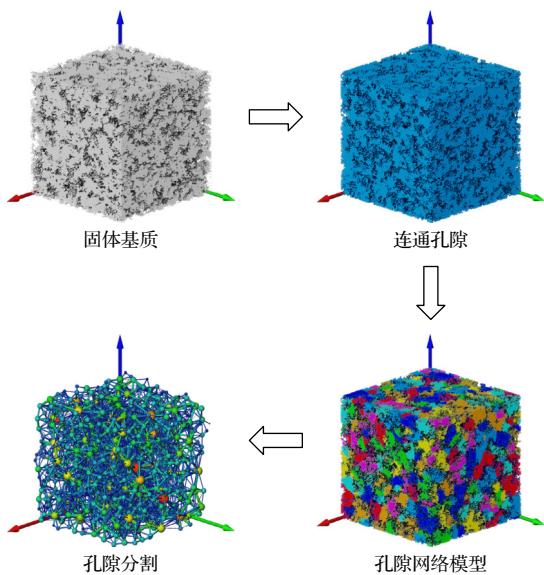


图 3 多孔介质孔隙网络模型

Fig. 3. Pore network model of porous media.

多孔介质的比表面积可以定义为单位总体积的多孔介质的孔隙表面积, 是衡量多孔介质结构复杂性的重要参数, 表达式为

$$S_t = \frac{S_{\text{pore}}}{V_{\text{porous}}}. \quad (3)$$

孔隙网络模型中通过定义形状因子 f_s 来描述孔隙空间的不规则程度. 孔隙形状因子大小对渗透性有着显著的影响. 一般来说, 孔隙形状因子越小, 孔隙的几何形状越复杂, 流体在其中的流动路径越长, 从而导致渗透性降低. 反之, 孔隙形状因子较大、孔隙形状较简单的多孔介质具有较高的渗透性. Avizo 中采用 (4) 式计算孔隙形状因子, 当孔隙为球形时, $f_s = 1$.

$$f_s = \frac{\sqrt[3]{36\pi V^2}}{S}, \quad (4)$$

其中, V 为孔隙体积, S 为孔隙面积.

2.3 孔隙结构特征分析

基于 2.2 节计算得到的多孔介质各向异性因子、迂曲度、比表面积及形状因子等关键结构特征参数, 本节将深入分析这些孔隙结构特征的统计分布规律与内在关联关系, 进而揭示微观孔隙结构对介质渗流性能的影响机制.

图 4(a) 为不同孔隙率下多孔介质各向异性因子分布图. 如图 4(a) 显示, 不同孔隙率多孔介质的各向异性因子介于 0.98—2.78 之间. QSGS 生成多孔介质的各向异性主要受生长概率 D_i 控制, 因此不同孔隙率下各向异性因子的分布范围相近. 而随着多孔介质孔隙率增大, 不同孔隙率下的各向异性因子最大值逐渐增大, 表明更高的孔隙率为形成更显著的方向性孔隙通道提供了空间, 导致多孔介质的各向异性更为明显.

图 4(b) 展示了不同孔隙率下多孔介质迂曲度的统计分布. 随着孔隙率增加, 多孔介质迂曲度的中位数和整体分布有明显的下降趋势, 且分布变得更加集中. 迂曲度是描述多孔介质中流体流动路径弯曲程度的参数, 以上结果表明, 高孔隙率有效地优化了流体流动路径, 使得流体渗流性能更好. 而迂曲度异常值的存在表明了多孔介质微观孔隙结构的复杂性, 即使在同一孔隙率下, 不同多孔介质样本的微观孔隙结构可能存在显著差异.

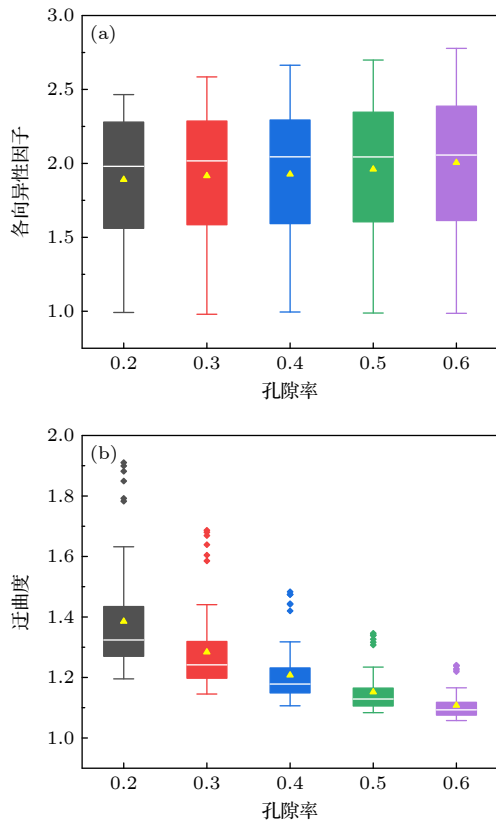


图 4 多孔介质孔隙特征分布 (a) 各向异性因子; (b) 迂曲度
Fig. 4. Pore characteristic distribution in porous media: (a) Anisotropic factor; (b) tortuosity.

图 5(a) 为不同孔隙率下多孔介质比表面积分布图. 当孔隙率小于 0.5 时, 多孔介质比表面积的中位数和分布范围随孔隙率增大而增大; 当孔隙率大于 0.5 时, 多孔介质比表面积的增长趋于饱和. 在低孔隙率下, 孔隙通常是孤立、简单且连通性较差的. 当孔隙率开始增加时, 新的孔隙不断生成, 同时原有的孔隙通道开始连接并形成更复杂的网络, 多孔介质比表面积逐渐增加; 而在高孔隙率下, 固体基质反而变成孤立区域, 此时孔隙率增大不再是生成新的孔隙, 而是原有的小孔隙相互合并、连通, 形成更大、更简单的孔隙通道, 多孔介质比表面积趋于稳定.

图 5(b) 为不同孔隙率下多孔介质形状因子的统计分布. 随着孔隙率从 0.2 增加到 0.6, 多孔介质形状因子的中位数呈现显著的上升趋势, 同时分布范围也显著变窄, 孔隙率增加使形状因子的分布更为集中. 形状因子是衡量孔隙接近球形程度的参数, 其中位数上升意味着孔隙的平均形状变得更规则和圆滑. 在低孔隙率下, 固体基质占主导, 孔隙

通常是孤立、细小且形状不规则的 (如狭长的裂缝), 导致形状因子较低且数据分散; 随着孔隙率增加, 相邻的小孔隙会相互合并、连通, 形成更大的孔隙, 其形状会更趋向于球形, 从而提高平均的形状因子.

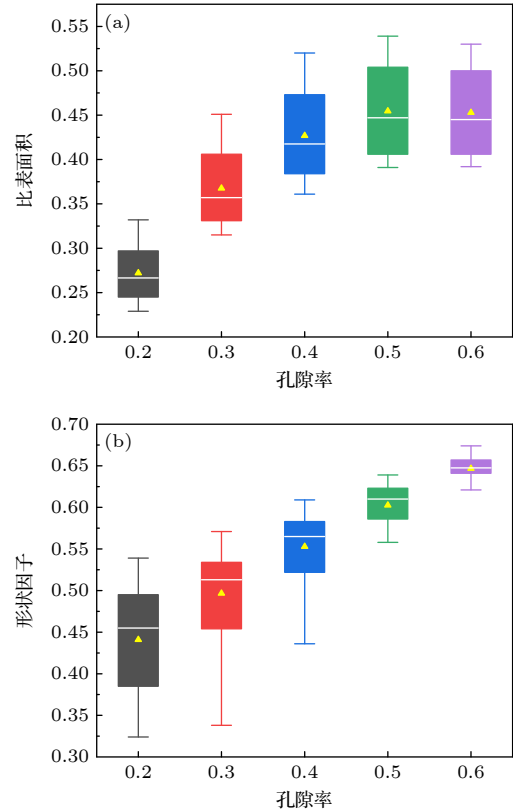


图 5 多孔介质孔隙特征分布 (a) 比表面积; (b) 形状因子
Fig. 5. Pore characteristic distribution in porous media: (a) Specific surface area; (b) shape factor.

结合图 4 和图 5 可以看出, 孔隙率的变化会系统地改变多孔介质的内部结构特征, 进而从根本上影响其渗流性能, 表明孔隙率是多孔介质的核心结构参数. 为揭示多孔介质各孔隙结构参数之间的内在关联, 本文采用皮尔逊相关系数方法 ((5) 式) 计算多孔介质 5 种结构特征参数间的相关系数, 结果如图 6 所示. 孔隙率作为核心结构参数, 与比表面积和形状因子呈现强正相关, 表明孔隙增加会显著地增大介质内部表面积, 且高孔隙率下的孔隙形状更趋圆滑; 各向异性因子与形状因子呈现中等正相关, 表明各向异性在增大孔隙方向性的同时, 也会使孔隙趋于圆滑. 而孔隙率、各向异性因子、形状因子与迂曲度存在极强的负相关, 表明多孔介质孔隙越大、方向性越强、形状越规则, 则流动路径越短、阻力越小; 各向异性因子、形状因子与比表

面积呈现弱负相关关系,表明多孔介质孔隙的方向性增大及形状规则化过程可能伴随着部分微小孔隙的合并与简化,使得比表面积略微降低。

$$r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (5)$$

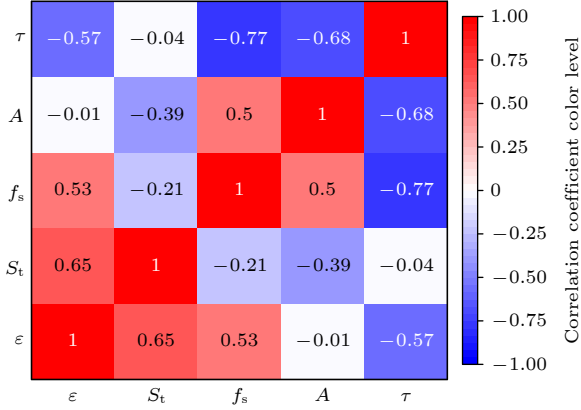


图 6 孔隙特征相关系数分布图

Fig. 6. Distribution of correlation coefficients of pore characteristics.

3 渗流流动的 LBM 模型及验证

3.1 多松弛 LBM 模型

在计算三维流动问题时,考虑到多松弛碰撞算子具有较高计算精度和稳定性^[30],故本文中采用 MRT-LBM 模型对流动过程进行求解,其演化方程如下:

$$f_\alpha(x + e_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = f_\alpha(x, t) - M^{-1} S [m_\alpha(x, t) - m_\alpha^{\text{eq}}(x, t)], \quad (6)$$

其中 $f_\alpha(x, t)$ 为 t 时刻流体在位置 x 的密度分布函数; e_α 为格子离散速度,对于三维工况,本文采用经典的 D3Q19 模型^[31],具体表达为

$$e_\alpha = \begin{cases} (0, 0, 0), & \alpha = 0 \\ (\pm 1, 0, 0), (0, \pm 1, 0), (0, 0, \pm 1), & \alpha = 1-6 \\ (\pm 1, \pm 1, 0), (\pm 1, 0, \pm 1), (0, \pm 1, \pm 1), & \alpha = 7-18 \end{cases} \quad (7)$$

S 为对角松弛矩阵:

$$S = \text{diag}(s_c, s_e, s_\epsilon, s_c, s_q, s_c, s_q, s_c, s_q, s_v, s_\pi, s_v, s_\pi, s_v, s_v, s_l, s_l, s_l), \quad (8)$$

式中,不同矩阵元表示不同物理量(动量矩、应力

矩、能量矩)的弛豫速率.为保证在多孔骨架边界上准确实现无滑移速度边界条件,需满足^[32]

$$s_q = \frac{8(2 - s_v)}{(8 - s_v)}. \quad (9)$$

另外, M 为正交变换矩阵, $m_\alpha(x, t) = M f_\alpha(x, t)$ 为密度分布的矩函数, $m_\alpha^{\text{eq}}(x, t)$ 为对应的平衡态矩函数^[33].

流体宏观密度、速度、压力的计算如下:

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^{18} f_\alpha, \quad u = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha=0}^{18} f_\alpha e_\alpha, \quad p = \rho c_s^2. \quad (10)$$

3.2 渗流流动条件

本文采用 MRT-LBM 模拟的多孔介质渗流模型计算域大小为 $100 \times 100 \times 100$,将 x 方向设置为流体渗流方向,并设定模型初始压差 $\Delta p = 0.01667$.模型边界条件设置如下:在 x 方向应用非平衡外推压力边界^[34],在 y, z 方向应用周期性边界,对固体节点应用半步长反弹边界^[35].计算结果的收敛性由收敛参数 E_{err} 判定,当 $E_{\text{err}} < 10^{-6}$ 时,计算结果视为收敛.

$$E_{\text{err}} = \sqrt{\frac{\sum_{i,j,k} [u(i, j, k, t + \Delta t) - u(i, j, k, t)]^2}{u(i, j, k, t + \Delta t)^2}}. \quad (11)$$

稳态条件下 LBM 模拟所得多孔介质渗透率可由达西定律计算^[36]:

$$k_0 = \frac{\rho v}{c_s^2 \nabla \rho} \frac{1}{n_x n_y n_z} \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_y} \sum_{k=1}^{n_z} u_x(i, j, k), \quad (12)$$

其中, v 为流体运动黏度; $\nabla \rho$ 为密度梯度; c_s 为格子声速, $c_s = 1/\sqrt{3}$; n_x, n_y, n_z 为 x, y, z 方向网格数.

3.3 模型验证

为验证文中 LBM 算法的准确性,本文基于 D3Q19 MRT 模型对体心立方 (BCC) 多孔结构内的流体运移进行模拟.设定 BCC 结构孔隙率为 0.46,采用 $L^3 (L = 50, 100, 150)$ 的网格系统开展模拟计算,采用 (12) 式计算 BCC 结构的渗透率,并将结果与 BCC 结构的渗透率解析解^[37,38]进行对比(见图 7).

结果显示,随着网格数量的增加, LBM 模拟得到的渗透率逐渐趋近于解析解.受限于模拟中球体半径与理论值之间的固有偏差, LBM 结果无法

与解析解完全吻合. 在 $L = 100$ 时, MRT 模型的模拟结果与解析解相对偏差仅为 1.72%, 验证了算法的正确性.

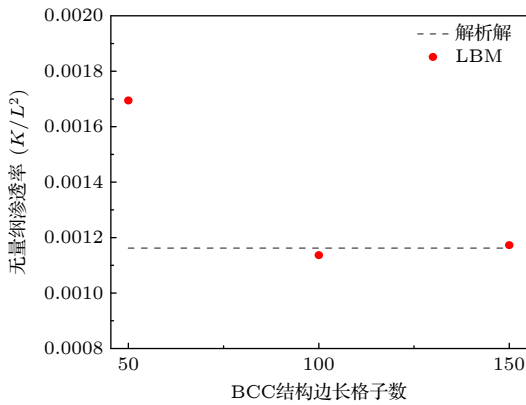


图 7 LBM 模拟渗透率与解析解比较
Fig. 7. Comparison of LBM simulated permeability with analytical solutions.

为进一步验证模型在随机多孔介质中的数值收敛性, 本文选取了一个随机多孔介质样本 ($\epsilon = 0.6$, $P_t = 0.025$, $D_x = 1.0$), 分别采用基准网格与 2 倍加密的网格进行模拟比较, 对比不同网格下的多孔介质渗透率结果 (见表 4).

表 4 不同网格下多孔介质渗透率对比
Table 4. Comparison of permeability of porous media under different grids.

100×100×100网格 模拟结果	200×200×200网格 模拟结果	相对误差
0.5949	0.5955	0.1%

结果显示, 在 2 倍加密的网格下, 模拟得到的多孔介质渗透率与基准网格结果之间的相对误差小于 1%, 表明 100×100×100 网格下的模拟结果已趋于网格无关解, 具备足够的数值收敛性.

4 结果与讨论

4.1 孔隙结构对渗透率的影响

基于 QSGS 重构技术生成的三维多孔介质模型, 采用 MRT-LBM 模型对不同孔隙结构的多孔介质进行渗流仿真模拟, 得到不同孔隙结构中的渗流情况及其对应的渗透率.

孔隙率是指多孔介质内部孔隙体积占总体积的比例, 是影响多孔介质渗透率的关键因素之一. 本文以 $P_t = 0.0025$, $D_x = 1.0$, $\epsilon = 0.2, 0.4, 0.6$ 为例, 分析孔隙率变化情况下, 流动稳定后多孔介质内渗流速度分布和渗透率变化规律. 图 8 展示了不同孔隙率的三维多孔介质内渗流稳定后的速度分布云图. 从图 8 可以看出, 多孔介质内流体流动主要发生在较大的连通孔隙中, 且孔隙率对多孔介质内流体的渗流速度存在显著的影响, 较大的孔隙率为流体提供更多更大的渗流通道, 有利于流体的快速流动, 显著提高流体的渗流能力. 相较之下, 小孔隙率多孔介质的内部孔隙较小、较少, 增加流体流动阻力, 使得渗流速度显著下降.

多孔介质的各向异性因子是描述其渗透率随方向变化的关键参数, 会显著改变多孔介质的迂曲度, 进而对流体渗流能力产生显著影响. 由此, 本文分析各向异性因子变化情况下, 流动稳定后多孔介质内渗流速度分布和渗透率变化规律. 图 9 展示了不同各向异性因子的三维多孔介质内渗流稳定后的流线分布图. 可知当 $A = 1.0$ 时, 多孔介质为各向同性, 孔隙在各个方向的分布和连通性没有优先取向, 迂曲度较高. 流体在流动时, 需要不断改变方向, 绕过固体障碍, 呈现出高度曲折、混乱的流线网络, 且渗流速度普遍较低. 当 $A = 2.033$

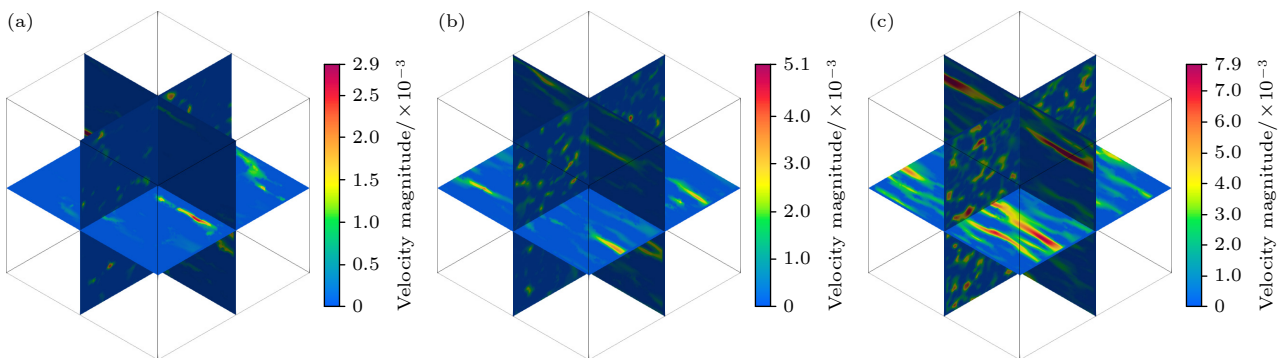


图 8 不同孔隙率多孔介质的渗流结果 ($P_t = 0.0025$, $D_x = 1.0$) (a) $\epsilon = 0.2$; (b) $\epsilon = 0.4$; (c) $\epsilon = 0.6$

Fig. 8. Seepage results of porous media with different porosity ($P_t = 0.0025$, $D_x = 1.0$): (a) $\epsilon = 0.2$; (b) $\epsilon = 0.4$; (c) $\epsilon = 0.6$.

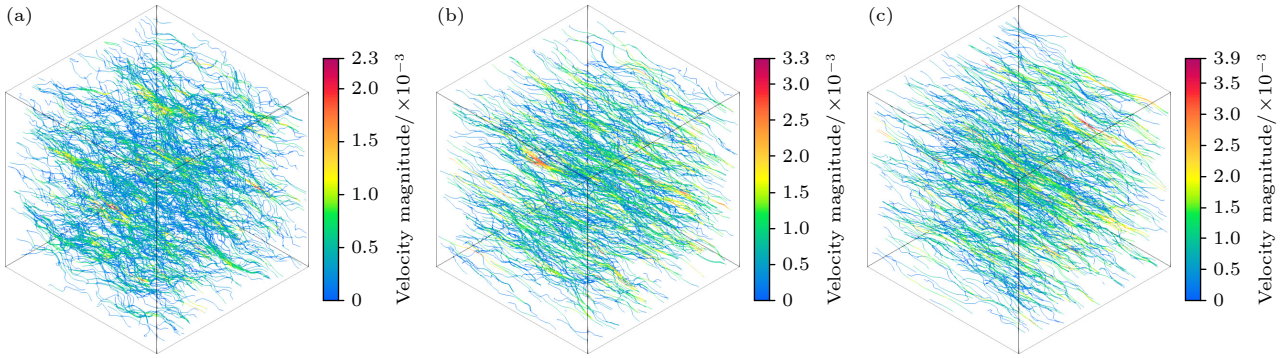


图 9 不同各向异性多孔介质渗流流线图 ($P_t = 0.01, \varepsilon = 0.6$) (a) $A = 1.0$; (b) $A = 2.033$; (c) $A = 2.691$

Fig. 9. Seepage flow diagrams of different anisotropic porous media ($P_t = 0.01, \varepsilon = 0.6$): (a) $A = 1.0$; (b) $A = 2.033$; (c) $A = 2.691$.

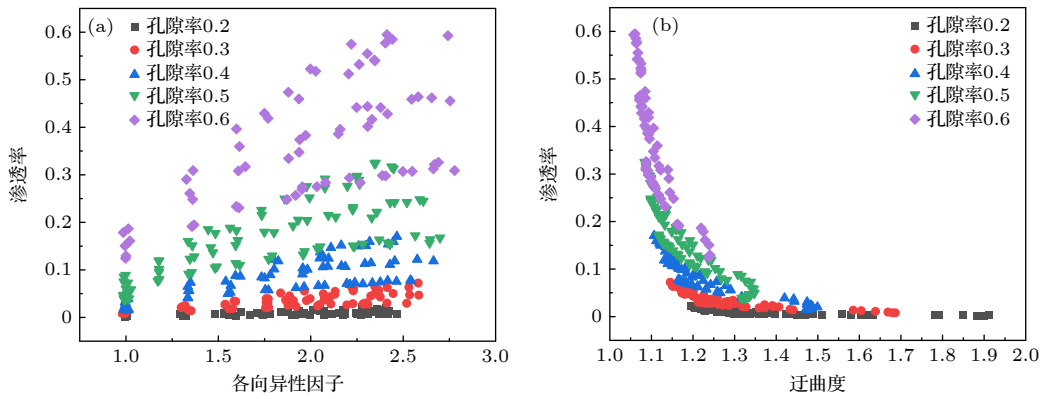


图 10 孔隙结构特征与渗透率的关系 (a) 各向异性因子; (b) 迂曲度

Fig. 10. Relationship between pore structure characteristics and permeability: (a) Anisotropic factor; (b) tortuosity.

时, 随着各向异性因子的增加, 虽然流线仍较为复杂, 但多孔介质内部开始出现定向孔隙, 流体更容易沿着优势方向流动. 当 $A = 2.691$ 时, 在强各向异性条件下, 多孔介质内部形成了非常明显的优势通道, 迂曲度大幅降低, 流体渗流速度显著增加. 各向异性因子 A 的增大, 显著改变了多孔介质内部的流动结构, 导致了更高效、更定向的流动路径, 从而极大地提升了多孔介质的渗透率.

图 10 为不同孔隙率下多孔介质各向异性因子、迂曲度与渗透率的关系图. 可以看出, 多孔介质渗透率与各向异性因子呈现强正相关, 与迂曲度呈现强负相关, 且随着孔隙率的增大, 相关性显著增大. 多孔介质各向异性因子较小时, 高迂曲度导致流体频繁转向, 黏滞阻力增大, 渗透率显著降低. 而随着各向异性因子增大, 优化了主流方向上的流体流动路径, 使流动路径平直化, 迂曲度减小, 降低流体流动阻力, 渗透率显著升高, 且对高孔隙率多孔介质尤其有效.

多孔介质的形状因子和比表面积是决定其渗

透率的核心微观参数, 二者通过不同的物理机制共同调控流体的渗流能力. 图 11 为不同孔隙率下多孔介质形状因子、比表面积与渗透率的关系图. 如图 11(a) 所示, 随着多孔介质孔隙形状因子逐渐增大, 孔隙形状越规则, 减少了因通道形状突变或弯曲造成的能量耗散, 流体流动阻力减小, 渗透率逐渐增大. 图 11(b) 中渗透率随比表面积增大而上升, 因为不同孔隙率下, 比表面积的增大源于连通孔隙数量的增多, 进而促进流体渗流; 而在同一孔隙率下, 高比表面积意味着更复杂的孔隙结构, 流体与固相接触面积增大, 流体在微小孔隙壁面受到更大的流动阻力, 多孔介质渗透率降低.

为验证各向异性因子对多孔介质渗透率的独立影响, 控制其他结构特征参数不变, 观察渗透率随各向异性因子的变化规律, 结果见表 5. 在控制其他结构特征参数不变的情况下, 随着各向异性因子的增大, 多孔介质渗透率也呈现上升趋势, 表明各向异性因子是影响多孔介质渗透率的独立因素.

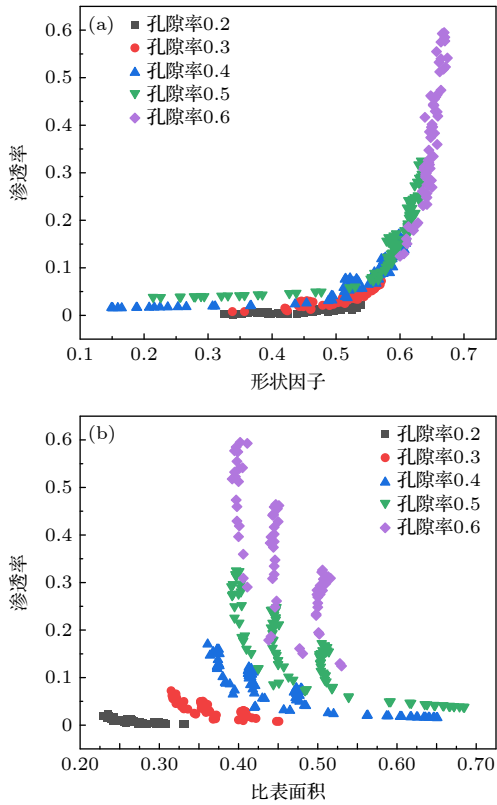


图 11 孔隙结构特征与渗透率的关系 (a) 形状因子; (b) 比表面积

Fig. 11. Relationship between pore structure characteristics and permeability: (a) Shape factor; (b) specific surface area.

表 5 渗透率随各向异性因子的变化规律
Table 5. Variation law of permeability with anisotropic factors.

组别	A	ϵ	S_t	f_s	τ	k
1	1.71	0.20	0.27	0.45	1.36	0.0072
	1.93	0.20	0.27	0.45	1.36	0.0086
2	2.03	0.30	0.40	0.45	1.26	0.024
	2.06	0.30	0.40	0.45	1.26	0.027
3	1.92	0.40	0.47	0.52	1.21	0.062
	1.96	0.40	0.47	0.52	1.21	0.064
4	2.19	0.40	0.47	0.53	1.18	0.071
	2.38	0.40	0.47	0.53	1.18	0.074
5	2.05	0.50	0.50	0.59	1.14	0.140
	2.23	0.50	0.50	0.59	1.14	0.150

图 12 为多孔介质渗透率与孔隙结构相关系数分布图, 直观地展示了 5 个结构参数与渗透率之间的相关性. 可以看出, 多孔介质的渗透率与孔隙结构特征参数之间存在显著的关联性, 其中各向异性因子独立于孔隙率、形状因子、比表面积和迂曲度, 影响介质中的流体渗流行为. 此外, 5 个结构参数对渗透率影响的显著性呈现明确顺序, 其背后的物

理机制分析如下. 孔隙率作为主导因素, 直接决定了流体可流通的空间体积, 是影响渗透率最根本的约束; 形状因子反映了孔隙横截面的几何特征, 通过改变流速分布直接影响孔隙内的有效渗流能力; 迂曲度描述孔隙通道的弯曲程度, 从流动路径的角度影响渗流行为; 各向异性因子体现介质在不同方向上的结构差异, 具有一定的方向依赖性, 其影响程度较前三者较为间接, 主要通过改变孔隙网络的定向连通性来调节渗透性能. 相对而言, 对于比表面积, 虽然较大的比表面积会增加流体与固体壁面的摩擦面积, 从而在一定程度上阻碍流动, 但在孔隙结构已具备较好连通性的情况下, 其对整体渗透率的制约作用较为有限, 因此比表面积的影响最弱.

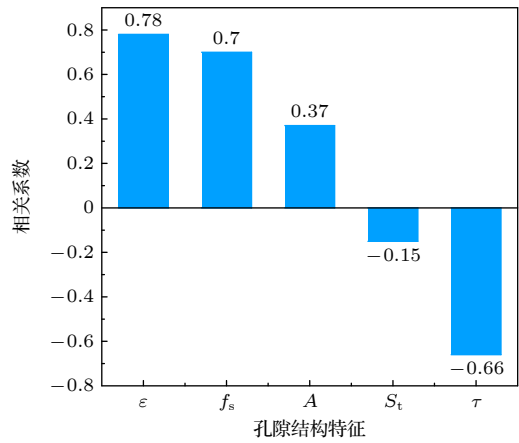


图 12 渗透率与孔隙结构相关系数分布图

Fig. 12. Distribution of the correlation coefficient between permeability and pore structure.

综上, 多孔介质渗透率受孔隙结构多参数协同调控, 影响显著性由高到低分别是: 孔隙率、形状因子、迂曲度、各向异性因子和比表面积. 这一顺序反映了从“空间大小”、“几何形态”到“路径结构”与“方向属性”的渐次影响机制.

4.2 五参数渗透率预测模型

本节使用传统经验公式来预测 QSGS 法生成多孔介质的计算渗透率, 并与 MRT-LBM 模型模拟结果进行对比. 在众多渗透率预测公式中, 以 Kozeny-Carman 公式的应用最为广泛, 其表达式如下:

$$k = \frac{\epsilon^3}{f_s \tau^2 S^2}. \quad (13)$$

图 13(a) 为 KC 方程的计算渗透率与 MRT-LBM 模拟结果的对比图. 如图 13(a) 所示, KC 方程能够预测部分多孔介质样本的渗透率, 但对于渗透率较低的多孔介质, 预测精度显著降低, KC 方程明显高估了其渗透率. 经计算, KC 方程与 MRT-LBM 模型模拟结果的决定系数 $R^2 = 0.8933$. 采用其他经验公式计算渗透率并与模拟所得渗透率对比, 结果见表 6.

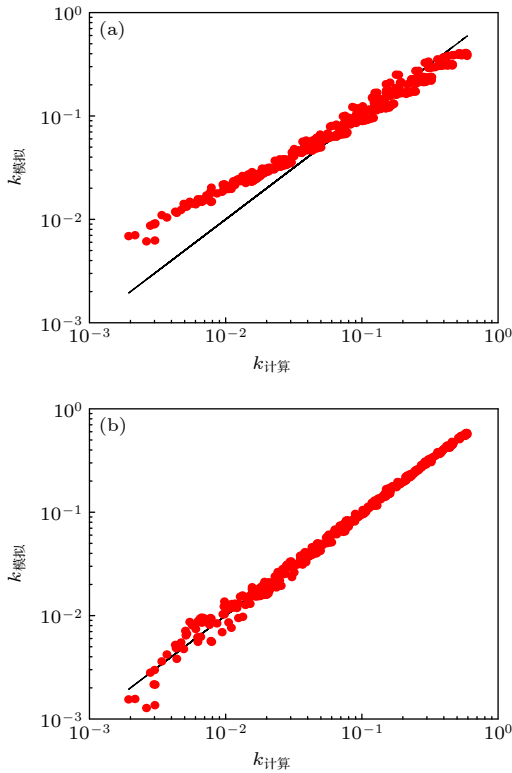


图 13 LBM 模拟值与模型预测值对比 (a) KC 模型; (b) 改进模型

Fig. 13. Comparison of the simulated results with the predicted results: (a) KC model; (b) improved model.

表 6 经验公式与模拟结果对比

Table 6. Comparison between empirical formulas and simulation results.

作者	渗透率模型	决定系数 R^2
Carman ^[4]	$k = \frac{\varepsilon^3}{C_{KC} S^2} (C_{KC} = 5)$	0.6431
Kozeny ^[8]	$k = \frac{\varepsilon}{8\tau^2} r^2$	0.6252
Rodriguez ^[12]	$k = \frac{\varepsilon^{n+1}}{C(1-\varepsilon)^n} (n = 2)$	0.6055
Lee ^[15]	$k = \frac{d^2 \varepsilon^3 (\varepsilon - 0.2146)}{31(1-\varepsilon)^{1.3}}$	0.7622
Koponen ^[16]	$k = \varepsilon_{\text{eff}}^3 / (C\tau^2 S^2)$	0.8459
Jeong ^[17]	$k = d^2 \exp \left\{ C_1 \ln \left[\frac{\varepsilon^{11/3}}{(1-\varepsilon)^2} \right] - C_2 \right\}$	0.8248

由上述分析可知, 传统经验公式对复杂多孔介质的渗透率计算误差较大, 故下面将提出改进的渗透率预测公式来计算复杂多孔介质的渗透率. 本研究基于 MRT-LBM 模型模拟所得的流体渗流结果, 采用 MATLAB 软件对多孔介质渗透率数据集进行了非线性回归建模, 基于扩展的 KC 方程构建了包含各向异性因子、孔隙度、比表面积、形状因子和迂曲度等多参数的渗透率预测模型. 基于非线性最小二乘法拟合, 并通过迭代优化确定了各特征参数的指数系数, 最终获得了具有明确物理意义的渗透率解析表达式:

$$k = 1.43 \frac{A^{0.52} \varepsilon^{4.38} f_s^{-0.28}}{(1-\varphi)^{-1.18} S_t^{2.23} \tau^{3.53}} (R^2 = 0.9982). \quad (14)$$

采用改进的渗透率模型预测多孔介质的计算渗透率, 并与 MRT-LBM 模型模拟结果进行对比, 结果如图 13(b) 所示. 计算渗透率与模拟结果拟合较好, 改进模型有效地预测了复杂各向异性多孔介质的渗透率, 且相较于传统经验公式, 本文提出的渗透率模型的预测精度显著提高.

5 结 论

本文采用四参数随机生长算法重构三维各向异性多孔介质模型, 并基于 MRT-LBM 模型进行流体渗流数值模拟, 分析不同孔隙结构参数 (孔隙率、各向异性因子、迂曲度、形状因子、比表面积) 对多孔介质渗透率的影响规律. 本研究的定量结论主要基于由四参数随机生长法在特定参数空间内生成的、具有连续相和离散孔隙特征的多孔介质数值模型. 该方法生成的模型在孔隙形态、连通性及各向异性等关键统计特征上, 能有效地反映许多真实多孔介质 (如砂岩、储层) 的典型结构, 因此所得规律对此类结构相近的材料具有重要参考价值. 基于上述模型与数值模拟, 本文主要得到以下结论.

1) 孔隙率是多孔介质结构特征中的核心参数, 其变化会系统性地改变多孔介质的内部结构特征. 其中, 孔隙率与比表面积和形状因子呈现强正相关, 各向异性因子与形状因子呈现中等正相关; 而孔隙率、各向异性因子、形状因子与迂曲度存在极强的负相关, 各向异性因子、形状因子与比表面积呈现弱负相关.

2) 多孔介质微观结构特征中, 各向异性因子独立于孔隙率、形状因子、比表面积和迂曲度, 影响

介质中的流体渗流行为. 且 5 种结构特征参数对多孔介质渗透率的影响显著性由高到低依次是: 孔隙率、形状因子、迂曲度、各向异性因子和比表面积.

3) 在不考虑各向异性情况下, 传统 KC 模型预测精度仅为 0.8933. 为提升多孔介质模型的准确性, 本文在传统 KC 模型基础上引入各向异性因子, 建立了 5 种结构特征参数组成的多孔介质渗透率预测模型, 预测精度提升至 0.9982, 拓展了当前 KC 模型的应用范围和预测精度.

数据可用性说明

本篇论文的关联数据可在科学数据银行 <https://doi.org/10.57760/sciencedb.j00213.00231> 中访问获取.

参考文献

- [1] Liu G J, Shao Z Y, Lou Q 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 054702 (in Chinese) [刘高洁, 邵子宇, 娄钦 2022 物理学报 **71** 054702]
- [2] Chen X T, Guo Z L 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 124702 (in Chinese) [陈晓彤, 郭照立 2025 物理学报 **74** 124702]
- [3] Xiong F S, Gan L D, Sun W T, Yang H 2021 *Chin. J. Eng. Geophys.* **64** 279 (in Chinese) [熊繁升, 甘利灯, 孙卫涛, 杨昊 2021 地球物理学报 **64** 279]
- [4] Carman P C 1937 *Chem. Eng. Res. Des.* **15** 150
- [5] Xing F, Zheng Q, Zhang H M, Li X F, Ma X K 2015 *Energy Storage Sci. Technol.* **4** 506 (in Chinese) [邢枫, 郑琼, 张华民, 李先锋, 马相坤 2015 储能科学与技术 **4** 506]
- [6] Fang Y G, Chen J, Gu R G, Ba L Z, Shu H K 2020 *Rock Soil Mech.* **41** 2547 (in Chinese) [房营光, 陈建, 谷任国, 巴凌真, 舒浩恺 2020 岩土力学 **41** 2547]
- [7] Feng Z Y, Dong X S, Chen R X 2023 *Coal Sci. Technol.* **51** 312 (in Chinese) [冯泽宇, 董宪姝, 陈茹霞 2023 煤炭科学技术 **51** 312]
- [8] Kozeny J 1927 *R. Acad. Sci., Vienna Proc. Class I* **136** 271
- [9] Ergun S 1952 *Chem. Eng. Prog.* **48** 89
- [10] Rumpf H, Gupte A R 1975 *Chem. Ing. Tech.* **43** 367
- [11] Pape H, Clauser C, Iffland J 2000 *Pure Appl. Geophys.* **157** 603
- [12] Rodriguez E, Giacomelli F, Vazquez A 2004 *J. Compos. Mater.* **38** 259
- [13] Nishiyama N, Yokoyama T 2017 *J. Geophys. Res. B: Solid Earth* **122** 6955
- [14] Kang Q, Li K Q, Fu J L, Liu Y 2024 *Comput. Geotech.* **168** 106163
- [15] Lee S L, Yang J H 1997 *Int. J. Heat Mass Transfer* **40** 3149
- [16] Koponen A, Kataja M, Timonen J 1997 *Phys. Rev. E* **56** 3319
- [17] Jeong N 2010 *Transp. Porous Media* **83** 271
- [18] Zhang J, Ma G, Yang Z B, Mei J Z, Zhang D R, Zhou W, Chang X L 2024 *Water Resour. Res.* **60** 037124
- [19] Du Q Z, Yang H Z 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2101 (in Chinese) [杜启振, 杨慧珠 2002 物理学报 **51** 2101]
- [20] Jiang X Y, Tao S, Li D G, Xiao Y Z, Jing L, Wei L L, Ming Z, Dai X F 2024 *Appl. Geophys.* **21** 606
- [21] Dai J C, Yan Y Y, Wei W, Xi C, Yang G G, Yao J 2025 *Front. Earth Sci.* **13** 1525693
- [22] Zakirov T R, Kolchugin A N, Galeev A A, Khramchenkov M G 2021 *Lobachevskii J. Math.* **42** 3048
- [23] Wang M R, Wang J K, Pan N, Chen S Y 2007 *Phys. Rev. E* **75** 036702
- [24] Miao Q F 2023 *M. S. Thesis* (Changsha: Central South University) (in Chinese) [缪沁峰 2023 硕士学位论文 (长沙: 中南大学)]
- [25] Zhang J R, Zhong S W 2018 *J. Hydraul. Eng.* **49** 814 (in Chinese) [张季如, 钟思维 2018 水利学报 **49** 814]
- [26] Li T 2018 *Ph. D. Dissertation* (Chengdu: SouthWest Petroleum University) (in Chinese) [李滔 2018 博士学位论文 (成都: 西南石油大学)]
- [27] Zhang X Y, Dou Z 2018 *Hydrogeol. Eng. Geol.* **45** 157 (in Chinese) [张学羿, 窦智 2018 水文地质工程地质 **45** 157]
- [28] Wang Z Y, Jin X, Wang X Q, Sun L, Wang M R 2016 *J. Nat. Gas Sci. Eng.* **34** 948
- [29] Duda A, Koza Z, Matyka M 2011 *Phys. Rev. E* **84** 36319
- [30] Saad A, Farzaneh H, Premnath K N 2021 *Comput. Phys. Commun.* **262** 107858
- [31] Yang H, Zhang X J, Huang R Z 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 134401 (in Chinese) [杨浩, 张销杰, 黄荣宗 2023 物理学报 **72** 134401]
- [32] Pan C X, Luo L S, Miller C T 2006 *Comput. Fluids* **35** 898
- [33] d'Humières D, Ginzburg I, Krafczyk M, Lallemand P, Luo L S 2002 *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* **360** 437
- [34] Guo Z L, Zheng C G, Shi B C 2002 *Chin. Phys.* **11** 366
- [35] Ziegler D P 1993 *J. Stat. Phys.* **71** 1171
- [36] Yang Y H, Sheng J L, Ye Z Y, Wang N, Zhou W 2025 *Chin. J. Theor. Appl. Mech.* **57** 273 (in Chinese) [杨一宏, 盛建龙, 叶祖洋, 王楠, 周文 2025 力学学报 **57** 273]
- [37] Sangani A S, Acrivos A 1982 *Int. J. Multiphase Flow* **8** 343
- [38] Lin J J, Chen H S 2019 *Particuology* **47** 41

Study of the permeability model of anisotropic porous media by lattice Boltzmann method*

ZHOU Lihui WU Di LIU Liu ZHOU Ping
HUANG Rongzong WU Dongling[†]

(*School of Energy Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China*)

(Received 19 October 2025; revised manuscript received 12 January 2026)

Abstract

Fluid seepage behavior in porous media exists widely in many fields, such as biomedicine, energy extraction, and geotechnical engineering. As a key physical parameter to characterize the transport ability of porous media, the permeability value directly determines the seepage performance of fluid in the media. Therefore, a comprehensive understanding of the intrinsic relationship between permeability and the pore structure of porous media is crucial for advancing related fields.

Traditional studies on seepage mostly rely on macroscopic experiments or theoretical derivations, establishing the relationship between permeability and porosity by analyzing the influence of seepage conditions on seepage performance. However, such methods fail to reveal the intrinsic relationship between the microscopic pore structure and permeability. Due to the complexity of pore structure, even media with the same porosity may exhibit different permeability due to their structural differences. Therefore, this paper focuses on the influence mechanism of the microscopic structure of porous media on the permeability of the media. Based on the Quartet Structure Generation Set, three-dimensional anisotropic porous media models with different pore structures are constructed. The correlation between five structural characteristic parameters, including anisotropy is extracted and analyzed. The multiple-relaxation-time Lattice Boltzmann method is used to numerically simulate fluid seepage, visually presenting the seepage velocity and streamline distribution characteristics in different pore regions, and systematically analyzing the influence of the pore structure characteristics of porous media on the permeability of the medium.

The results show that in the microstructure characteristics of porous media, the anisotropy factor is independent of porosity, shape factor, specific surface area and tortuosity, and affects the seepage behavior in the medium. The significance of the influence of the five structural characteristic parameters on permeability from high to low is as follows: porosity, shape factor, tortuosity, anisotropy factor, and specific surface area. Without considering anisotropy, the prediction accuracy of the KC model is only 0.8933. To enhance the accuracy of the porous medium model, this paper establishes a porous medium permeability prediction model composed of five structural characteristic parameters. The prediction accuracy is improved to 0.9982, expanding the application scope and prediction accuracy of the current KC model.

Keywords: lattice Boltzmann method, anisotropy, porous media, permeability

DOI: [10.7498/aps.75.20251421](https://doi.org/10.7498/aps.75.20251421)

CSTR: [32037.14.aps.75.20251421](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20251421)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 52376086) and the Postgraduate Research Innovative Project of Central South University (Grant No. 1053320240881).

[†] Corresponding author. E-mail: dongling.wu@csu.edu.cn

基于格子玻尔兹曼方法的各向异性多孔介质渗透率模型研究

周礼辉 吴迪 刘柳 周萍 黄荣宗 伍东玲

Study of the permeability model of anisotropic porous media by lattice Boltzmann method

ZHOU Lihui WU Di LIU Liu ZHOU Ping HUANG Rongzong WU Dongling

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 071002 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20251421

CSTR: 32037.14.aps.75.20251421

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251421>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

直通道内两相流动的格子玻尔兹曼方法模拟

Lattice Boltzmann method simulation of two-phase flow in horizontal channel

物理学报. 2023, 72(8): 084701 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222421>

多孔介质中含溶解反应的互溶驱替过程格子Boltzmann研究

A lattice Boltzmann study of miscible displacement containing dissolution reaction in porous medium

物理学报. 2022, 71(5): 054702 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211851>

基于Boltzmann方程的多孔介质中胶体输运模型

Boltzmann equation based model of colloidal transport in porous medium

物理学报. 2025, 74(12): 124702 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250288>

有限多孔介质诱导活性哑铃的聚集行为

Finite porous medium induced aggregation behavior of active dumbbells

物理学报. 2024, 73(16): 160502 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240784>

磁场作用下纳米流体自然对流的格子Boltzmann方法模拟

Numerical simulation of natural convection in nanofluids under magnetic field by lattice Boltzmann method

物理学报. 2026, 75(4): 160502 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20250770>

多孔介质内气泡Ostwald熟化特性三维孔网数值模拟

Three-dimensional numerical simulation of Ostwald ripening characteristics of bubbles in porous medium

物理学报. 2023, 72(16): 164701 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230695>