

Λ 型四波混频中光学涡旋的相干转换及其相位演化*

王丹^{1)3)#†} 刘玉^{1)3)#} 周海涛¹⁾³⁾ 黄良辉²⁾³⁾

1) (山西大学物理电子工程学院, 太原 030006)

2) (山西大学光电研究所, 量子技术与器件全国重点实验室, 太原 030006)

3) (山西大学, 极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2025 年 11 月 19 日收到; 2025 年 12 月 19 日收到修改稿)

基于一个双泵浦非简并四波混频结构, 将光涡旋编码于任意输入光束的相位信息中, 探究了生成光束的相位分布及其对系统参数的依赖. 采用一阶微扰理论求解与原子介质极化相关的密度矩阵元, 建立了生成的探测光与共轭光在介质内传输的耦合波方程, 获得两光场拉比频率的解析表达式, 模拟了共振情况下光学涡旋在光束间的相干转换. 研究进一步重点揭示了频率失谐、退相率对涡旋光相位分布的影响. 文中指出双光子共振时, 可通过减小退相率来补偿单光子失谐引起的涡旋光相位失真; 双光子失谐时, 原子系统的相干条件被破坏, 涡旋相位分布更容易畸变, 且退相率越小畸变越显著. 本工作为原子介质内实现高保真的光学涡旋操控提供了可靠的理论依据与优化策略, 对推进基于轨道角动量的高维量子通信与信息处理具有重要意义.

关键词: 相干原子体系, 四波混频, 一阶微扰理论, 光学涡旋**DOI:** 10.7498/aps.75.20251575**CSTR:** 32037.14.aps.75.20251575

1 引言

涡旋光因其波前具有独特的螺旋相位结构, 已成为现代光学研究的前沿领域^[1,2]. 它不仅为光场调控引入了轨道角动量这一全新维度, 在驱动微米尺度粒子精确旋转的光学微操纵^[3,4]、转动相关的精密测量^[5,6]以及大容量光通信^[7,8]等领域展现出巨大潜力, 还可以作为构建空间高维希尔伯特空间的完备基矢, 为基于图像信息的光场调控^[9,10]、三维空间全息加密技术^[11]等研究开辟新途径.

在此背景下, 基于原子气室的四波混频 (four-wave mixing, FWM) 过程因其固有的空间多模特性, 与光学涡旋的结合展现出天然优势. 研究表明, 通过向 FWM 系统输入涡旋光束, 可实现光学涡旋

在不同光束间甚至不同波长间的相干转移与可控产生^[12,13]、涡旋转移的互易-非互易操控^[14]. 这一特性催生了一系列重要应用: 量子关联空间图像的制备^[9]、量子图像分束功能的演示^[15]、多个自由度下确定性的全光子隐形传态^[16]、部分无实体量子态传输协议和量子克隆^[17]、基于轨道角动量复用的确定性全光子纠缠码^[18]以及并行量子通信网络的构建^[8,19]. 若输入光学涡旋为截断拉盖尔-高斯模式时, FWM 产生的涡旋光束虽继承了其截断轮廓, 但在传播过程中其相位波前展现出自我修复的能力, 光束的空间强度分布在远场得以重建^[20], 可解决实际通信过程中由障碍物造成的损失.

近年来, 关于涡旋 FWM 的理论研究同样受到广泛关注, 相关研究覆盖了多种能级结构 (如双 Λ 型^[21-24]、钻石型^[25-27]与阶梯型^[28]等) 以及不

* 国家自然科学基金 (批准号: 12474266, 92065108) 资助的课题.

同等贡献作者.

† 通信作者. E-mail: wangdan63@sxu.edu.cn

同的相位匹配方式 (如同向 FWM^[21-23,26] 与反向 FWM^[24]). 该领域的研究载体也已从最初的原子系统拓展至半导体纳米结构等固态体系^[29]. 目前, 多数研究聚焦于泵浦失谐^[22,25] 或探测失谐^[27] 对 FWM 转换效率及光学涡旋波前的操控, 而关于双光子失谐^[21] 对涡旋交换的影响研究相对较少. 另外, 不同能级系统下光场间的能量转换机制各异, 介质的色散特性亦不相同, 导致频率失谐在光学涡旋交换过程中对波前演化产生不同的操控效果, 因此值得针对性研究.

基于本团队近期在实验上开展的双泵浦 Λ 型三能级原子体系下可同时发生的多个 FWM 过程^[12], 本文选取其中一个非简并 FWM 进行理论分析. 与以往的双 Λ 型双泵浦构型不同^[20,21,23], 在本系统中, 探测光与其中一束泵浦光始终保持频率一致, 而 FWM 所产生的共轭光则与另一束泵浦光同频, 且在该过程中探测光与共轭光是同步获得增益的. 本文采用一阶微扰理论首先求得系统的密度矩阵元, 其次由光场的耦合波方程得到输出光场拉比频率的解析表达式, 进而模拟光学涡旋在光束间的相干转移与可控生成. 结合单光子失谐、双光子失谐以及退相率等实际因素, 系统地探讨了它们对光学涡旋强度及相位分布的影响. 研究表明: 频率失谐不仅影响光和原子的相互作用强度及 FWM 效率, 还会对生成光束的涡旋波前进行调制, 产生

相位畸变. 减小系统的退相率可以确保在单光子失谐时, 光学涡旋的相干模式转移依然具有较高的相位保真性; 而当系统相干性保持得越好时, 双光子失谐则会引起涡旋光发生更显著的相位畸变. 因此, 要获得高保真的光学涡旋转移, 需同时减小退相率与双光子失谐. 该结果为实验研究提供了高保真光学涡旋转移的优化方案与理论支撑, 在涡旋四波混频的相关应用研究领域有重要参考意义.

2 理论模型

2.1 光-原子耦合系统的哈密顿量

图 1 为本文研究的 FWM 能级系统. 选取铯原子 D1 线的超精细能态 $F_g = 3, 4$ ($6^2S_{1/2}$) 分别作为两个基态能级 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$, 超精细能态 $F_e = 4$ ($6^2P_{1/2}$) 作为激发态能级 $|3\rangle$. 强泵浦场 (其频率为 ω_{p2}) 作用于 $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 跃迁, 弱探测场 ω_{pr} 作用于 $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 跃迁, 构成 Λ 型的相干原子体系, 在基态 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 之间建立起稳定的原子相干性. 随后另一束强泵浦场 ω_{p1} 作用在 $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 的跃迁, 三束光同向共线穿过原子样品, 原子经由 $|1\rangle \rightarrow |3\rangle \rightarrow |2\rangle \rightarrow |3\rangle \rightarrow |1\rangle$ 的 FWM 路径回到初始能态, 并伴随着辐射出一束新的光场 (共轭光) ω_{con} . 以原子的三个内态为基矢, 在电偶极近似和旋转波近似下, 系统的哈密顿量可以表示为如下矩阵形式:

$$\hat{H} = \hbar \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 & -(\Omega_{con}^* e^{i\omega_{con}t} + \Omega_{p2}^* e^{i\omega_{p2}t}) \\ 0 & \omega_2 & -(\Omega_{pr}^* e^{i\omega_{pr}t} + \Omega_{p1}^* e^{i\omega_{p1}t}) \\ -(\Omega_{con} e^{-i\omega_{con}t} + \Omega_{p2} e^{-i\omega_{p2}t}) & -(\Omega_{pr} e^{-i\omega_{pr}t} + \Omega_{p1} e^{-i\omega_{p1}t}) & \omega_3 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

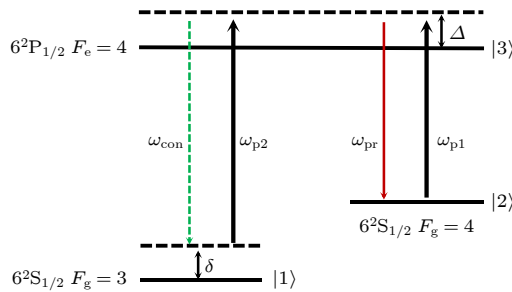


图 1 基于铯原子的双 Λ 型 FWM 能级图. 黑色、红色、绿色箭头分别表示由泵浦光、探测光以及共轭光驱动的跃迁, 箭头朝上表示原子吸收光子的过程, 箭头朝下表示辐射光子的过程

Fig. 1. Double Λ -type four-wave mixing energy level diagram based on cesium atoms. The black, red, and green arrows indicate the transitions driven by the pump, probe, and conjugate beams, respectively. Upward-pointing arrows represent the process of photon absorption by the atoms, while downward-pointing arrows represent the process of photon emission.

矩阵中的对角元素表示原子系统的自由哈密顿项, 其中 ω_i ($i = 1, 2, 3$) 表示原子系统三个能级所对应的本征频率. 非零的非对角元素表示光和原子之间的电偶极相互作用哈密顿项, 四个光场频率满足 $\omega_{pr} = \omega_{p1}$ 与 $\omega_{con} = \omega_{p2}$, $\Omega_i = \mu_{mn}\varepsilon_i/\hbar$ 为拉比频率, 描述光场与原子跃迁 $|m\rangle \leftrightarrow |n\rangle$ 之间的耦合强度, \hbar 为约化普朗克常量, μ_{mn} 为跃迁偶极矩, ε_i 为光场的电场振幅. 记 ω_{mn} 为原子能级 $|m\rangle$ 和 $|n\rangle$ 之间的共振跃迁频率, 则图 1 中的单光子失谐定义为 $\Delta = \omega_{pr(p1)} - \omega_{32}$, 双光子失谐 $\delta = (\omega_{pr(p1)} - \omega_{32}) -$

$(\omega_{p2(con)} - \omega_{31}) = \omega_{pr(p1)} - \omega_{p2(con)} + \omega_{21}$. (1) 式中数值为零的非对角元素表示原子能级 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 之间为偶极禁戒跃迁.

2.2 密度矩阵运动方程及其求解

以上光与原子耦合体系中, 系统密度矩阵的演化遵循光学布洛赫方程:

$$\dot{\hat{\rho}} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] + \hat{L}\rho, \quad (2)$$

其中衰减矩阵

$$\hat{L}\rho = \begin{pmatrix} \Gamma_1\rho_{33} & -\frac{1}{2}\gamma_{21}\rho_{12} & -\frac{1}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2)\rho_{13} \\ -\frac{1}{2}\gamma_{21}\rho_{21} & \Gamma_2\rho_{33} & -\frac{1}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2 + \gamma_{21})\rho_{23} \\ -\frac{1}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2)\rho_{31} & -\frac{1}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2 + \gamma_{21})\rho_{32} & -(\Gamma_1 + \Gamma_2)\rho_{33} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Γ_i 为由激发态 $|3\rangle$ 到基态 $|i\rangle$ ($i = 1, 2$) 态的自发辐射速率, 文中近似认为 $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$, γ_{21} 表示基态 $|2\rangle$ 与 $|1\rangle$ 之间的退相率. ρ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) 为密度矩阵元, 由此可得以下微分方程组:

$$\dot{\rho}_{11} = \Gamma\rho_{33} + i(e^{i\omega_{con}t}\Omega_c^* + e^{i\omega_{p2}t}\Omega_{p2}^*)\rho_{31} - i(e^{-i\omega_{con}t}\Omega_c + e^{-i\omega_{p2}t}\Omega_{p2})\rho_{13}, \quad (4a)$$

$$\dot{\rho}_{22} = \Gamma\rho_{33} + i(e^{i\omega_{pr}t}\Omega_{pr}^* + e^{i\omega_{p1}t}\Omega_{p1}^*)\rho_{32} - i(e^{-i\omega_{pr}t}\Omega_{pr} + e^{-i\omega_{p1}t}\Omega_{p1})\rho_{23}, \quad (4b)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{33} = & -2\Gamma\rho_{33} + i(e^{-i\omega_{con}t}\Omega_{con} + e^{-i\omega_{p2}t}\Omega_{p2})\rho_{13} + i(e^{-i\omega_{pr}t}\Omega_{pr} + e^{-i\omega_{p1}t}\Omega_{p1})\rho_{23} \\ & - i(e^{i\omega_{con}t}\Omega_{con}^* + e^{i\omega_{p2}t}\Omega_{p2}^*)\rho_{31} - i(e^{i\omega_{pr}t}\Omega_{pr}^* + e^{i\omega_{p1}t}\Omega_{p1}^*)\rho_{32}, \end{aligned} \quad (4c)$$

$$\dot{\rho}_{21} = -(\gamma_0 + i\omega_{21})\rho_{21} + i(e^{i\omega_{pr}t}\Omega_{pr}^* + e^{i\omega_{p1}t}\Omega_{p1}^*)\rho_{31} - i(e^{-i\omega_{con}t}\Omega_{con} + e^{-i\omega_{p2}t}\Omega_{p2})\rho_{23}, \quad (4d)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{31} = & -(\Gamma + i\omega_{31})\rho_{31} + i(e^{-i\omega_{pr}t}\Omega_{pr} + e^{-i\omega_{p1}t}\Omega_{p1})\rho_{21} + i(e^{-i\omega_{con}t}\Omega_{con} + e^{-i\omega_{p2}t}\Omega_{p2})\rho_{11} \\ & - i(e^{-i\omega_{con}t}\Omega_{con} + e^{-i\omega_{p2}t}\Omega_{p2})\rho_{33}, \end{aligned} \quad (4e)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{32} = & -(\Gamma + \gamma_0 + i\omega_{32})\rho_{32} + i(e^{-i\omega_{pr}t}\Omega_{pr} + e^{-i\omega_{p1}t}\Omega_{p1})\rho_{22} - i(e^{-i\omega_{pr}t}\Omega_{pr} + e^{-i\omega_{p1}t}\Omega_{p1})\rho_{33} \\ & + i(e^{-i\omega_{con}t}\Omega_{con} + e^{-i\omega_{p2}t}\Omega_{p2})\rho_{12}, \end{aligned} \quad (4f)$$

其中 $\rho_{ji} = \rho_{ij}^*$, $\gamma_{21}/2 = \gamma_0$. 为丢掉以上微分方程组中快速振荡的光频项, 这里采用慢变包络近似:

$$\rho_{31} = \tilde{\rho}_{31}e^{-i\omega_{p2}t} + \tilde{\rho}'_{31}e^{-i\omega_{con}t}, \quad \rho_{32} = \tilde{\rho}_{32}e^{-i\omega_{p1}t} + \tilde{\rho}'_{32}e^{-i\omega_{pr}t}, \quad \rho_{21} = \tilde{\rho}_{21}e^{-i(\omega_{con}-\omega_{p1})t}, \quad \rho_{ii} = \tilde{\rho}_{ii}. \quad (5)$$

将 (5) 式代入微分方程组 (4) 中, 得到:

$$\dot{\tilde{\rho}}_{11} = \Gamma\tilde{\rho}_{33} + i(\Omega_{p2}^* + \Omega_{con}^*)(\tilde{\rho}_{31} + \tilde{\rho}'_{31}) - i(\Omega_{p2} + \Omega_{con})(\tilde{\rho}_{13} + \tilde{\rho}'_{13}), \quad (6a)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{22} = \Gamma\tilde{\rho}_{33} + i(\Omega_{p1}^* + \Omega_{pr}^*)(\tilde{\rho}_{32} + \tilde{\rho}'_{32}) - i(\Omega_{p1} + \Omega_{pr})(\tilde{\rho}_{23} + \tilde{\rho}'_{23}), \quad (6b)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\rho}}_{33} = & -2\Gamma\tilde{\rho}_{33} - i(\Omega_{p2}^* + \Omega_{con}^*)(\tilde{\rho}_{31} + \tilde{\rho}'_{31}) - i(\Omega_{p1}^* + \Omega_{pr}^*)(\tilde{\rho}_{32} + \tilde{\rho}'_{32}) \\ & + i(\Omega_{p2} + \Omega_{con})(\tilde{\rho}_{13} + \tilde{\rho}'_{13}) + i(\Omega_{p1} + \Omega_{pr})(\tilde{\rho}_{23} + \tilde{\rho}'_{23}), \end{aligned} \quad (6c)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{21} = -\Gamma_{21}\tilde{\rho}_{21} + i(\Omega_{pr}^* + \Omega_{p1}^*)(\tilde{\rho}_{31} + \tilde{\rho}'_{31}) - i(\Omega_{con} + \Omega_{p2})(\tilde{\rho}_{23} + \tilde{\rho}'_{23}), \quad (6d)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{31} = -\Gamma_{31}\tilde{\rho}_{31} + i\Omega_{pr}\tilde{\rho}_{21} + i\Omega_{p2}(\tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{33}), \quad (6e)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}'_{31} = -\Gamma_{31}\tilde{\rho}'_{31} + i\Omega_{p1}\tilde{\rho}_{21} + i\Omega_{con}(\tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{33}), \quad (6f)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{32} = -\Gamma_{32}\tilde{\rho}_{32} + i\Omega_{con}\tilde{\rho}_{12} + i\Omega_{p1}(\tilde{\rho}_{22} - \tilde{\rho}_{33}), \quad (6g)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}'_{32} = -\Gamma_{32}\tilde{\rho}'_{32} + i\Omega_{p2}\tilde{\rho}_{12} + i\Omega_{pr}(\tilde{\rho}_{22} - \tilde{\rho}_{33}), \quad (6h)$$

其中 $\Gamma_{31} = \Gamma - i(\Delta + \delta)$, $\Gamma_{32} = (\Gamma + \gamma_0) - i\Delta$, $\Gamma_{21} = \gamma_0 - i\delta$, $\Gamma_{ji} = \Gamma_{ij}^*$, 并用到了 FWM 过程的能量守恒关系 $\omega_{p1} + \omega_{p2} = \omega_{pr} + \omega_{con}$. 因为泵浦光的强度远大于探测光和共轭光的强度, 即 $\Omega_{p1(2)} \gg \Omega_{pr(con)}$, 因此在求解微分方程组 (6) 的稳态 ($\dot{\rho} = 0$) 解析解时, 可将 Ω_{pr} 和 Ω_{con} 视为系统的一阶线性微扰^[20]. 首先将微分方程组 (6) 中与 Ω_{pr} 和 Ω_{con} 有关的项舍去, 求得表示能级粒子布居数的零阶稳态解:

$$N_{13} = \tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{33} = \frac{\Gamma\Gamma_{13}\Gamma_{31}(\Gamma_{23} + \Gamma_{32})|\Omega_{p1}|^2}{\Gamma\Gamma_{23}\Gamma_{32}(\Gamma_{13} + \Gamma_{31})|\Omega_{p2}|^2 + (\Gamma_{23} + \Gamma_{32})|\Omega_{p1}|^2[\Gamma\Gamma_{13}\Gamma_{31} + 3(\Gamma_{13} + \Gamma_{31})|\Omega_{p2}|^2]}, \quad (7a)$$

$$N_{23} = \tilde{\rho}_{22} - \tilde{\rho}_{33} = \frac{\Gamma\Gamma_{23}\Gamma_{32}(\Gamma_{13} + \Gamma_{31})|\Omega_{p2}|^2}{\Gamma\Gamma_{23}\Gamma_{32}(\Gamma_{13} + \Gamma_{31})|\Omega_{p2}|^2 + (\Gamma_{23} + \Gamma_{32})|\Omega_{p1}|^2[\Gamma\Gamma_{13}\Gamma_{31} + 3(\Gamma_{13} + \Gamma_{31})|\Omega_{p2}|^2]}. \quad (7b)$$

当 $|\Omega_{p1}|^2 = |\Omega_{p2}|^2$ 时 $N_{23} \approx N_{13}$, 原子在 $|1\rangle$ 能态和 $|2\rangle$ 能态上的布居数近似相等.

基于上述零阶解与微分方程组 (6), 可推导出原子相干项 $\tilde{\rho}'_{31}$ 和 $\tilde{\rho}'_{32}$ 的一阶解, 它具有如下形式:

$$\tilde{\rho}'_{31} = \alpha_{con}\Omega_{con} + \beta_{con}\Omega_{pr}^*, \quad \tilde{\rho}'_{32} = \alpha_{pr}\Omega_{pr} + \beta_{pr}\Omega_{con}^*, \quad (8)$$

其中对应系数

$$\alpha_{con} = \frac{i\Gamma_{31}(N_{13}\Gamma_{23}\Gamma_{21} + N_{13}|\Omega_{p2}|^2 - N_{23}|\Omega_{p1}|^2)}{\Gamma_{31}(\Gamma_{21}\Gamma_{23}\Gamma_{31} + \Gamma_{23}|\Omega_{p1}|^2 + \Gamma_{31}|\Omega_{p2}|^2)}, \quad (9a)$$

$$\beta_{con} = -\frac{i(N_{13}\Gamma_{23} + N_{23}\Gamma_{31})\Omega_{p1}\Omega_{p2}}{\Gamma_{31}(\Gamma_{21}\Gamma_{23}\Gamma_{31} + \Gamma_{23}|\Omega_{p1}|^2 + \Gamma_{31}|\Omega_{p2}|^2)}, \quad (9b)$$

$$\alpha_{pr} = \frac{i\Gamma_{32}(N_{23}\Gamma_{12}\Gamma_{13} + N_{23}|\Omega_{p1}|^2 - N_{13}|\Omega_{p2}|^2)}{\Gamma_{32}(\Gamma_{12}\Gamma_{13}\Gamma_{32} + \Gamma_{32}|\Omega_{p1}|^2 + \Gamma_{13}|\Omega_{p2}|^2)}, \quad (9c)$$

$$\beta_{pr} = -\frac{i(N_{13}\Gamma_{32} + N_{23}\Gamma_{13})\Omega_{p1}\Omega_{p2}}{\Gamma_{32}(\Gamma_{12}\Gamma_{13}\Gamma_{32} + \Gamma_{32}|\Omega_{p1}|^2 + \Gamma_{13}|\Omega_{p2}|^2)}. \quad (9d)$$

分析 (8) 式中解的形式, 其中第一项描述了光场经过原子样品时的吸收部分, 第二项则描述了原子气室内发生非线性 FWM 过程后光场的产生或放大, 比如 $\tilde{\rho}'_{31} \propto \Omega_{p1}\Omega_{p2}\Omega_{pr}^*$ ($\tilde{\rho}'_{32} \propto \Omega_{p1}\Omega_{p2}\Omega_{con}^*$).

2.3 FWM 产生光场在介质内的传输

介质的极化强度正比于 $\tilde{\rho}'_{31}$ ($\tilde{\rho}'_{32}$), 由麦克斯韦

方程可知, 在慢变包络近似下探测光和共轭光在原子介质内传输的傍轴波动方程可通过其拉比频率描述为如下形式^[20]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)\Omega_{con} = \frac{i}{2k_{con}}\nabla_{\perp}^2\Omega_{con} + i\eta\tilde{\rho}'_{31}, \quad (10a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)\Omega_{pr} = \frac{i}{2k_{pr}}\nabla_{\perp}^2\Omega_{pr} + i\eta\tilde{\rho}'_{32}, \quad (10b)$$

其中 $\eta = 3N\Gamma\lambda^2/4\pi$, N 为原子数密度; c 为真空中光速; k 为光波数; λ 为光波长. 在连续光波的作用下, 时间微分项 $\partial\Omega_{pr(con)}/\partial t \approx 0$. 经估算光波在横向平面的衍射项 $\nabla_{\perp}^2\Omega_{con(pr)} \sim w^{-2}\Omega_{con(pr)}$ (w 为光束腰斑半径), 因此光束经过长度为 L 的原子气室后衍射效应积累的相位偏移 $L/2kw^2 = L\lambda/4\pi w^2 \ll 1$, (这里取 $L = 10^4 \mu\text{m}$, $\lambda = 895 \text{ nm}$, $w = 10^2 \mu\text{m}$), 衍射效应可以忽略不计, (10) 式将简化为

$$\frac{\partial\Omega_{con}}{\partial z} = i\eta\tilde{\rho}'_{31}, \quad (11a)$$

$$\frac{\partial\Omega_{pr}}{\partial z} = i\eta\tilde{\rho}'_{32}. \quad (11b)$$

微分方程组 (11) 可通过特征值法求解, 假设在气室输入端 $z = 0$ 处, $\Omega_{con}(0) = 0$, 则解的形式为

$$\Omega_{pr}(z) = \Omega_{pr}(0)\exp\left[\frac{-i\eta(\alpha_{con}^* - \alpha_{pr})}{2}z\right] \times \left[\cosh(\kappa^*z) + \frac{i\eta(\alpha_{pr} + \alpha_{con}^*)}{2\kappa^*}\sinh(\kappa^*z)\right], \quad (12a)$$

$$\Omega_{con}(z) = \Omega_{pr}^*(0)\exp\left[\frac{i\eta(\alpha_{con} - \alpha_{pr}^*)}{2}z\right]\frac{i\eta\beta_{con}}{\kappa} \times \sinh(\kappa z), \quad (12b)$$

其中,

$$\kappa = \eta \sqrt{\beta_{\text{pr}}^* \beta_{\text{con}} - (\alpha_{\text{con}} + \alpha_{\text{pr}}^*)^2 / 4}.$$

首先考虑单、双光子共振 ($\Delta = \delta = 0$) 且退相率为零 ($\gamma_0 = 0$) 的情况, 此时探测光与共轭光的拉比频率随传输距离 z 的变化将简化为

$$\Omega_{\text{pr}}(z) = \frac{\Omega_{\text{pr}}(0)}{|\Omega_{\text{p1}}|^2 + |\Omega_{\text{p2}}|^2} \left[|\Omega_{\text{p1}}|^2 e^{-N_{13}(\zeta/2L)z} + |\Omega_{\text{p2}}|^2 e^{N_{13}(\zeta/2L)z} \right], \quad (13a)$$

$$\Omega_{\text{con}}(z) = \frac{\Omega_{\text{p1}} \Omega_{\text{p2}} \Omega_{\text{pr}}^*(0)}{|\Omega_{\text{p1}}|^2 + |\Omega_{\text{p2}}|^2} \left[e^{N_{13}(\zeta/2L)z} - e^{-N_{13}(\zeta/2L)z} \right], \quad (13b)$$

其中 $\zeta = 3N\lambda_0^2 L / (2\pi)$, $\Omega_{\text{pr}}(0)$ 表示输入探测光的拉比频率. (13a) 式是输出探测光的拉比频率, 其中方括号中的第一项为非线性吸收项, 第二项为 FWM 过程获得的非线性增益项; (13b) 式是输出共轭光的拉比频率, 表示纯粹的增益过程. 本文旨在研究光学涡旋在 FWM 系统下的转移, 因此代表涡旋光的拉比频率应携带有螺旋相位因子 $\exp(il\varphi)$, 其中 $\varphi \in [0, 2\pi]$ 为方位角, 光束中心因相位奇点而表现为空心的强度分布. 光束中每个光子携带有 $l\hbar$ 的轨道角动量, 因此 l 也被称为光的轨道角动量量子数. 由 (13) 式可以看出, 探测光束的输出波前仅取决于其自身输入波前 $\Omega_{\text{pr}}(0)$; 而共轭光束的输出波前则由两个泵浦光束以及输入探测光束三者的波前联合确定, 即 $\Omega_{\text{con}}(z) \sim \Omega_{\text{p1}} \Omega_{\text{p2}} \Omega_{\text{pr}}^*(0)$. FWM 允许在任意光束上加载螺旋相位调制, 当三个输入光束均携带有轨道角动量时, 生成共轭光束的轨道角动量量子数就可以表示为 $l_{\text{con}} = l_{\text{p1}} + l_{\text{p2}} - l_{\text{pr}}$, 这也是 FWM 过程的轨道角动量守恒规则.

这里选取拉盖尔-高斯光束进行分析, 柱坐标系下其电场复振幅可以表示为

$$\Omega(r, \varphi, z) = \Omega_0 \frac{w_0}{w_z} \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|)!}} \left(\frac{\sqrt{2}r}{w_z} \right)^{|l|} L_p^{|l|} \left(\frac{2r^2}{w_z^2} \right) \times e^{-\frac{r^2}{w_z^2}} e^{ikz} e^{\frac{ikr^2}{2R_z}} e^{il\varphi} e^{-i\Phi_z}, \quad (14)$$

其中 Ω_0 和 w_0 分别为 $z = 0$ 处光场的拉比频率与束腰半径; $w_z = w_0 \sqrt{1 + (z/z_0)^2}$ 为 z 处的光斑半径; $R_z = z + z_0^2/z$ 为波前曲率半径, $z_0 = \pi w_0^2/\lambda$ 为瑞利长度; $\Phi_z = (2p + |l| + 1)\psi(z)$ 为与模阶数 (p, l) 有关的古伊相位, 其中 $\psi(z) = \arctan(z/z_0)$. 当径向指数 $p = 0$ 时, 拉盖尔多项式 $L_p^{|l|}(2r^2/w_z^2) = 1$. 本文

重点关注光束横截面的相位图案, 简单起见可认为在原子气室的空间长度下 $w_0/w_z \approx 1$ 即 $R_z \rightarrow \infty$, 因此由球面波前曲率造成的径向相位变化 $e^{ikr^2/2R_z}$ 非常小可忽略, 由衍射引起的古伊相位 $e^{-i\Phi_z}$ 也忽略不计, (14) 式可简化为

$$\Omega(r, \varphi) = \sqrt{2/\pi} \Omega_0 (\sqrt{2}r/w_0)^{|l|} e^{-r^2/w_0^2} e^{il\varphi}.$$

3 光学涡旋交换的理论模拟

光场之间通过 FWM 过程进行能量转移时, 其携带的轨道角动量也会发生转移. 如前所述, 转移过程遵循轨道角动量守恒. 在输入的任意三束光上加载螺旋相位调制时, 虽然光学涡旋的转移结果是可预知的, 但情况稍有差别, 接下来分三种不同情形进行理论模拟.

3.1 输入探测光为涡旋光束

由 (13) 式知, 当输入探测光束携带有光学涡旋, 而两个泵浦光束均为高斯模式时, 输出的探测光束 $\Omega_{\text{pr}}(z)$ 的光学涡旋不变, 而与之呈现相位共轭的共轭光束 $\Omega_{\text{con}}(z)$ 则携带有反向的光学涡旋. 理论模拟详见图 2, 用 $|\Omega_{\text{pr}}|^2$ 和 $|\Omega_{\text{con}}|^2$ 表示输出探测光和共轭光在横截面处的光强分布, 它们都是中心为暗斑的空心光束; 用 $\arg(\Omega_{\text{pr}})$ 和 $\arg(\Omega_{\text{con}})$ 表示二者的相位变化, 其中探测光束沿着方位角顺时针方向呈现 $-\pi-\pi$ 的相位改变, 共轭光束则沿着方位角逆时针方向呈现 $-\pi-\pi$ 的相位改变. 即在探测光上编码光学涡旋时, 生成的共轭光束的空间强度为探测光的完美复刻, 其空间相位分布与探测光互为共轭.

3.2 泵浦光为涡旋光束

当输入探测光束为高斯模式, 而其中一个泵浦光束携带有光学涡旋时, 输出的探测光束 $\Omega_{\text{pr}}(z)$ 仍为高斯光束, 而共轭光束 $\Omega_{\text{con}}(z)$ 将携带与泵浦光相同的光学涡旋. 理论模拟详见图 3, 共轭光束的强度分布与相位分布均与预测一致, 当 $l_{\text{p1}} = 1$ 时, 呈现顺时针方向由 $-\pi-\pi$ 的相位改变, 当 $l_{\text{p2}} = -1$ 时, 呈现逆时针方向由 $-\pi-\pi$ 的相位改变; 而探测光束则呈现相位均匀的空心光束, 相位均匀说明探测光束不携带光学涡旋, 光束中心的暗区则是由于电磁感应透明 (EIT) 效应的空间依赖性 [21,30]. 具体可解释为: 在 Λ 型 FWM 系统下, FWM 过程的发

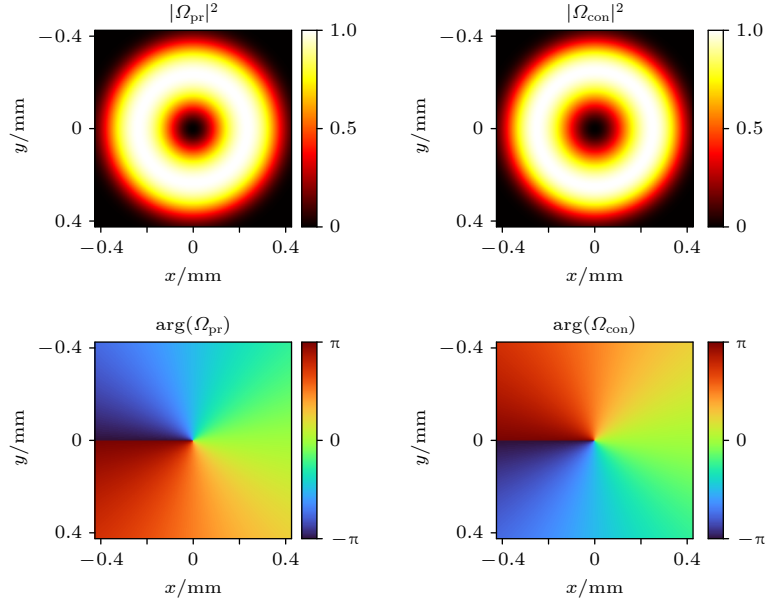


图 2 当输入探测光为 $l_{pr} = 1$ 的涡旋光束时, 输出探测光与共轭光在 $z = 5$ mm 横截面处的强度图 $|\Omega_{pr/con}|^2$ (上排) 与相位图 $\arg(\Omega_{pr/con})$ (下排). 归一化强度分布图中颜色由深到浅表示光强由小到大; 相位分布图中颜色由蓝到红表示数值由 $-\pi$ 变化到 π . 其余参数: $w_{p1} = w_{p2} = 365 \mu\text{m}$, $w_{pr} = 200 \mu\text{m}$, $\Delta = \delta = 0$, $|\Omega_{p1}| = |\Omega_{p2}| = \Gamma$, $|\Omega_{pr}| = 0.1\Gamma$, $\gamma_0 = 0.01\Gamma$, $\Gamma = 2\pi \times 4.576$ MHz, $\lambda = 895$ nm, $N = 10^{16} \text{m}^{-3}$

Fig. 2. Intensity $|\Omega_{pr/con}|^2$ (top) and phase $\arg(\Omega_{pr/con})$ (bottom) patterns of the output probe and conjugate beams at the cross section $z = 5$ mm, resulting from an input vortex probe beam with $l_{pr} = 1$. In the normalized intensity patterns, the darker the color, the lower the intensity, while the lighter the color, the higher the intensity; in the phase patterns, the color changes from blue to red indicates that the value changes from $-\pi$ to π . Other parameters: $w_{p1} = w_{p2} = 365 \mu\text{m}$, $w_{pr} = 200 \mu\text{m}$, $\Delta = \delta = 0$, $|\Omega_{p1}| = |\Omega_{p2}| = \Gamma$, $|\Omega_{pr}| = 0.1\Gamma$, $\gamma_0 = 0.01\Gamma$, $\Gamma = 2\pi \times 4.576$ MHz, $\lambda = 895$ nm, $N = 10^{16} \text{m}^{-3}$.

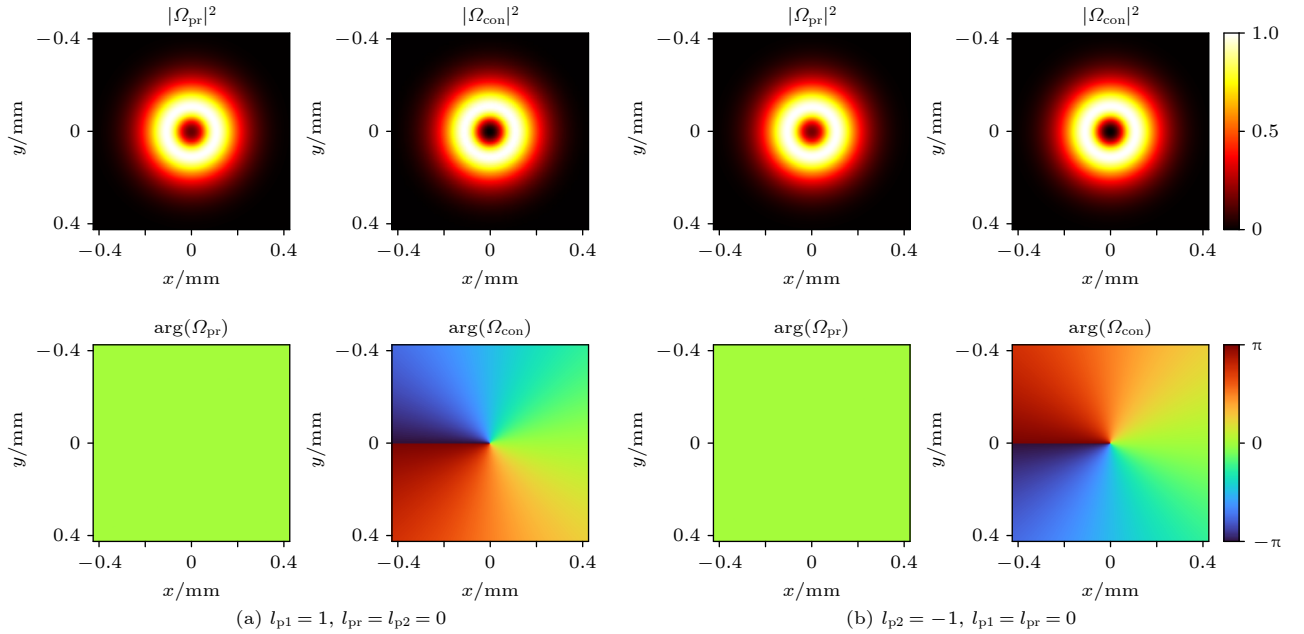


图 3 当泵浦光为涡旋光束时, 输出探测光与共轭光在 $z = 5$ mm 横截面处的强度图 $|\Omega_{pr/con}|^2$ (上排) 与相位图 $\arg(\Omega_{pr/con})$ (下排). 归一化强度分布图中颜色由深到浅表示光强由小到大; 相位分布图中颜色由蓝到红表示数值由 $-\pi$ 变化到 π (a) $l_{p1} = 1$; (b) $l_{p2} = -1$. 其余参数均与图 2 一致

Fig. 3. Intensity $|\Omega_{pr/con}|^2$ (top) and phase $\arg(\Omega_{pr/con})$ (bottom) patterns of the output probe and conjugate beams for a vortex pump beam with (a) $l_{p1} = 1$, (b) $l_{p2} = -1$. In the normalized intensity patterns, the darker the color, the lower the intensity, while the lighter the color, the higher the intensity; In the phase patterns, the color changes from blue to red indicates that the value changes from $-\pi$ to π . The other parameters are the same as those in Fig. 2.

生依赖于 EIT, 因为 EIT 效应不仅可减小原子对光场的共振吸收还能提升原子介质的非线性极化率, 但是 EIT 需要泵浦光束与探测光束能量在原子气室内空间重合. 因此, 当其中一个泵浦光束为空心涡旋光束而探测光为高斯光束时, 在外围重叠区域原子介质对探测光束是透明的且存在非线性放大, 而中心区域的探测光束缺乏两泵浦光的同时操控则被原子介质吸收, 所以模拟结果中探测光也表现为环形光束.

3.3 输入的探测光与两泵浦光均为涡旋光束

如上所述, 当两泵浦光束中任意一束为具有光学涡旋的空心光束时, 由于空间 EIT 效应, 即使输入探测光束为高斯模式, 其输出强度图中中心也是暗斑. 因此, 接下来研究两个泵浦光与输入探测光均为携带光学涡旋的空心光束. 在轨道角动量守恒规则 $l_{\text{con}} = l_{p1} + l_{p2} - l_{pr}$ 的约束下, 我们可以预知生成光束的轨道角动量. 理论模拟结果如图 4 所示, 当输入探测光与泵浦光 P1 具有相同的光学涡旋

$l_{pr} = l_{p1} = 1$ 时, 那么生成的共轭光束会将泵浦光 P2 的光学涡旋转移过来, 即 $l_{\text{con}} = l_{p2} = -1$ (见图 4(a)); 当输入探测光与泵浦光 P2 具有相同的光学涡旋 $l_{pr} = l_{p2} = -1$ 时, 生成的共轭光束则会将泵浦光 P1 的光学涡旋转移过来, 即 $l_{\text{con}} = l_{p1} = 1$ (见图 4(b)). 因此, 在没有空间 EIT 效应干扰的情况下, 理论模拟结果的光斑图与相位图均与预期一致.

Λ 型 FWM 过程的发生, 需要在基态 $|2\rangle$ 和 $|1\rangle$ 之间建立稳定的量子相干性, 而退相率 γ_0 的大小则反映了系统维持量子相干性的能力. 由 (13) 式可知, 当 $|\Omega_{p1}|^2 = |\Omega_{p2}|^2$ 时, 布居数差 $N_{13} = 1/(1 + \gamma_0/\Gamma + 6|\Omega_{p1}|^2/\Gamma^2)$ 随 γ_0 的减小而增大, 此时输出光束的强度分布为

$$|\Omega_{pr}(z)|^2 = |\Omega_{pr}(0)|^2 \cosh^2 [N_{13}(\zeta/2L)z], \quad (15a)$$

$$|\Omega_{con}(z)|^2 = |\Omega_{pr}^*(0)|^2 \sinh^2 [N_{13}(\zeta/2L)z]. \quad (15b)$$

由双曲函数的数学性质, 探测光与共轭光的强度均随退相率的减小而增加. 因此, 图 5 展示了不同退相率时, 输出的涡旋光光斑横截面内距离光轴 $r = 0.15 \text{ mm}$ 处的光强随传输距离 z 的变化. 结果

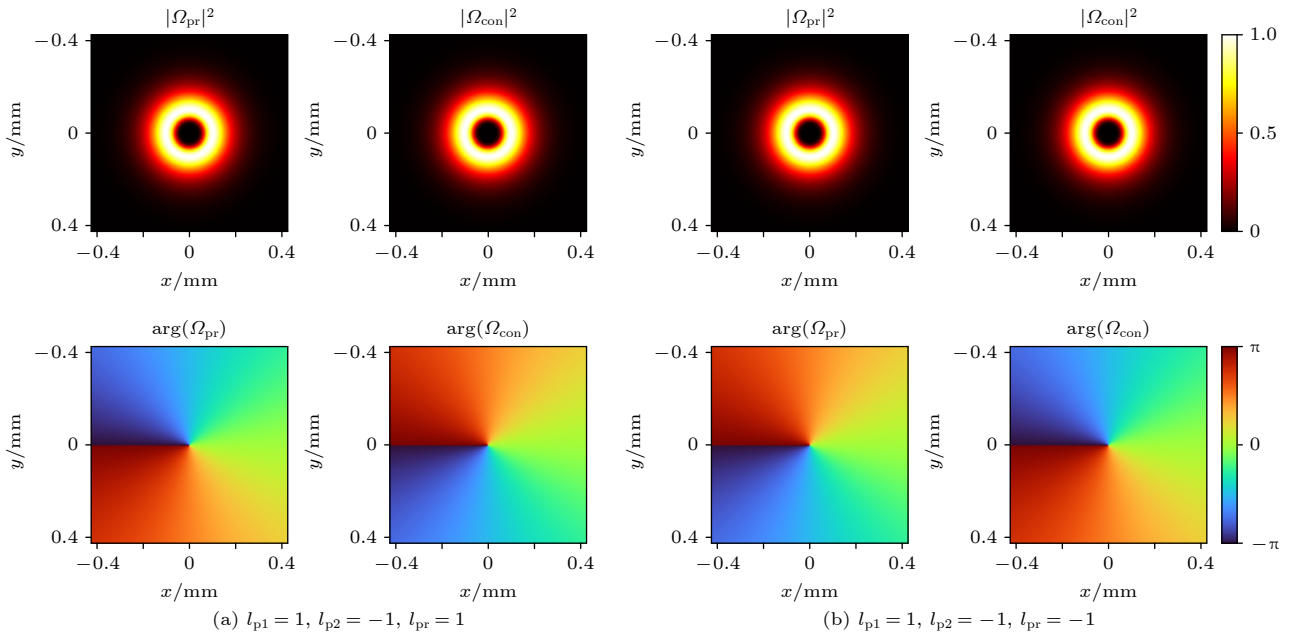


图 4 当 FWM 输入的四束光均为涡旋光时, 输出探测光与共轭光在 $z = 5 \text{ mm}$ 横截面处的强度图 $|\Omega_{pr/con}|^2$ (上排) 与相位图 $\arg(\Omega_{pr/con})$ (下排). 归一化强度分布图中颜色由深到浅表示光强由小到大; 相位分布图中颜色由蓝到红表示数值由 $-\pi$ 变化到 π (a) $l_{pr} = l_{p1} = 1$ 且 $l_{p2} = -1$; (b) $l_{pr} = l_{p2} = -1$ 且 $l_{p1} = 1$. 其余参数均与图 2 一致

Fig. 4. Intensity $|\Omega_{pr/con}|^2$ (top) and phase $\arg(\Omega_{pr/con})$ (bottom) patterns of the output probe and conjugate beams when all three input beams for four-wave mixing are vortex beams with (a) $l_{pr} = l_{p1} = 1$ and $l_{p2} = -1$, (b) $l_{pr} = l_{p2} = -1$ and $l_{p1} = 1$. In the normalized intensity patterns, the darker the color, the lower the intensity, while the lighter the color, the higher the intensity; In the phase patterns, the color changes from blue to red indicates that the value changes from $-\pi$ to π . The other parameters are the same as those in Fig. 2.

表明固定 γ_0 时, 探测光与共轭光的强度变化几乎一致: 在接近原子气室的输入端时, 探测光束 Ω_{pr} 刚刚进入, 共轭光束 Ω_{con} 尚未生成, 此时探测光束存在吸收损耗; 随着光场深入原子气室 ($z > 2 \text{ mm}$), FWM 过程使探测光束与共轭光束同时获得增益, 其光强随着传输距离的增大呈指数增加. 此外, 经过相同的传输距离, 当系统基态之间的量子相干性越稳定 (γ_0 越小) 时, 非线性 FWM 效率越高, 因此输出光束获得的光强也越大, 如图 5 的实线 ($\gamma_0 = 0.01\Gamma$)、虚线 ($\gamma_0 = 0.02\Gamma$) 以及点线 ($\gamma_0 = 0.05\Gamma$) 所示: 在 $z = 5 \text{ mm}$ 处, 当退相率由 $\gamma_0 = 0.05\Gamma$ 减小到 $\gamma_0 = 0.01\Gamma$ 时, 输出光束强度由 $0.6\Gamma^2$ 提升至 $2.6\Gamma^2$.

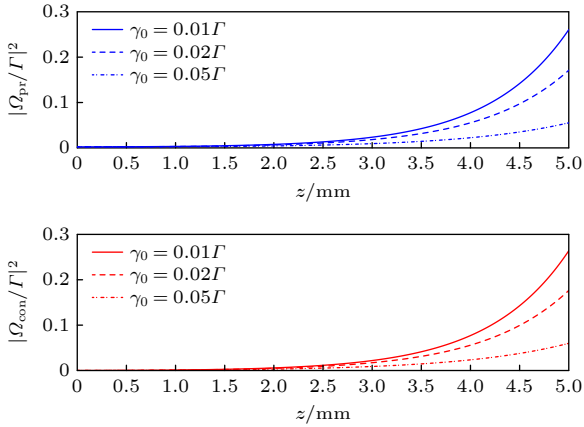


图 5 不同退相率时, 输出光束横截面内距离光轴 $r = 0.15 \text{ mm}$ 处的光强随传输距离的变化. 蓝色曲线表示探测光, 红色曲线表示共轭光. 其余参数与图 4(a) 相同

Fig. 5. Intensity of the output beams at a displacement $r = 0.15 \text{ mm}$ from the optical axis versus the propagation distance z under different dephasing rates. The blue curve corresponds to the probe beam, while the red curve represents the conjugate beam. The other parameters are the same as those in Fig. 4(a).

4 频率失谐和退相率对输出光强度与涡旋相位的影响

以上模拟结果使用了 (13) 式所描述的解析解, 因为假定了 $\Delta = \delta = 0$, 式中输出光场的相位仅依赖于输入光场的相位. 在实验中, 还需要考虑光场频率失谐量、退相率等实际因素对结果的影响. 因为频率失谐会影响介质的折射率、干扰量子相干, 从而影响光学涡旋的稳定性. 因此接下来针对 $l_{\text{pr}} = l_{\text{p1}} = 1$ 且 $l_{\text{con}} = l_{\text{p2}} = -1$ 的情形, 探究频率失谐量对输出光场强度和相位的影响.

4.1 单光子失谐及退相率对输出光束的影响

当单光子失谐 $\Delta \neq 0$ 但双光子共振 $\delta = 0$ 时, (12) 式的解析解将具有如下形式:

$$\Omega_{\text{pr}}(z) = \Omega_{\text{pr}}(0)e^{-Az} [\cosh(\kappa z) - iB \cdot \sinh(\kappa z)], \quad (16a)$$

$$\Omega_{\text{con}}(z) = \Omega_{\text{p1}}\Omega_{\text{p2}}\Omega_{\text{pr}}^*(0)e^{-Az}(i\Delta + \Gamma) \cdot C \cdot \sinh(\kappa z), \quad (16b)$$

式中,

$$A = \gamma_0\Gamma\eta N_{13}/D_1,$$

$$B = 2\gamma_0\Delta\Gamma|\Omega_{\text{p1}}|^2\sqrt{\Delta^2 + \Gamma^2}/D_2,$$

$$C = 4\Gamma^2|\Omega_{\text{p1}}|^2/D_2\sqrt{\Delta^2 + \Gamma^2},$$

$$D_1 = 2\Gamma|\Omega_{\text{p1}}|^2 + \gamma_0(\Gamma^2 + \Delta^2),$$

$$D_2 = 4\Gamma^2|\Omega_{\text{p1}}|^4 - (\gamma_0\Delta)^2(\Delta^2 + \Gamma^2).$$

当 $|\Omega_{\text{p1}}|^4 \geq \gamma_0^2\Delta^2(\Delta^2 + \Gamma^2)/4\Gamma^2$ 时, 有

$$\kappa = \eta N_{13}\sqrt{4\Gamma^2|\Omega_{\text{p1}}|^4/(\Delta^2 + \Gamma^2) - (\gamma_0\Delta)^2}/D_1,$$

κ 也是实数.

介质在极化过程中其电极化率随频率发生变化, 表现出折射率的频率依赖性, 即色散. 观察 (16) 式发现, $\Delta \neq 0$ 时 $\cosh(\kappa z) - iB \cdot \sinh(\kappa z)$ 是一个复数, 其幅角必然会对输出光的相位有贡献. 因此, 输出探测光的相位不仅取决于输入探测光 $\Omega_{\text{pr}}(0)$ 的相位, 也将受到来自复数部分 $\cosh(\kappa z) - iB \cdot \sinh(\kappa z)$ 的调制, 在泵浦场的亮区即 ($|\Omega_{\text{p1}}|^4 \geq \gamma_0^2\Delta^2(\Delta^2 + \Gamma^2)/4\Gamma^2$), 相位因子由原来的 $\exp(i l_{\text{pr}}\varphi)$ 改变为 $\exp\{i l_{\text{pr}}\varphi - i \arctan[B \cdot \sinh(\kappa z)/\cosh(\kappa z)]\}$; 同理, 共轭光束的相位除了携带有 $\Omega_{\text{p1}}\Omega_{\text{p2}}\Omega_{\text{pr}}^*(0)$ 的相位信息外, 也将受到来自复数部分 $i\Delta + \Gamma$ 的调制, 相位因子由原来的 $\exp[i(l_{\text{p1}} + l_{\text{p2}} - l_{\text{pr}})\varphi]$ 改变为 $\exp[i(l_{\text{p1}} + l_{\text{p2}} - l_{\text{pr}})\varphi + i \arctan(\Delta/\Gamma)]$.

相位模拟结果如图 6 所示, 在不同单光子频率失谐下, 相位依然呈现连续的螺旋分布, 旋向不变且相位奇点稳定. 当退相率 $\gamma_0 \neq 0$ 时, 相位调制项 $\exp\{-i \arctan[B \cdot \sinh(\kappa z)/\cosh(\kappa z)]\} \neq 0$, 频率失谐会引起输出探测光的螺旋相位发生畸变, 随着 $|\Delta|$ 的增大, 螺旋形态出现非线性扭曲, 蓝色与红色区域边界弯曲加剧; 当失谐 $\Delta > 0$ 时, 其螺旋形态沿顺时针方向扭曲, 当失谐 $\Delta < 0$ 时, 相位沿逆时针方向扭曲, 见图 6 $\arg(\Omega_{\text{pr}})$ 的模拟结果. 输出共轭光

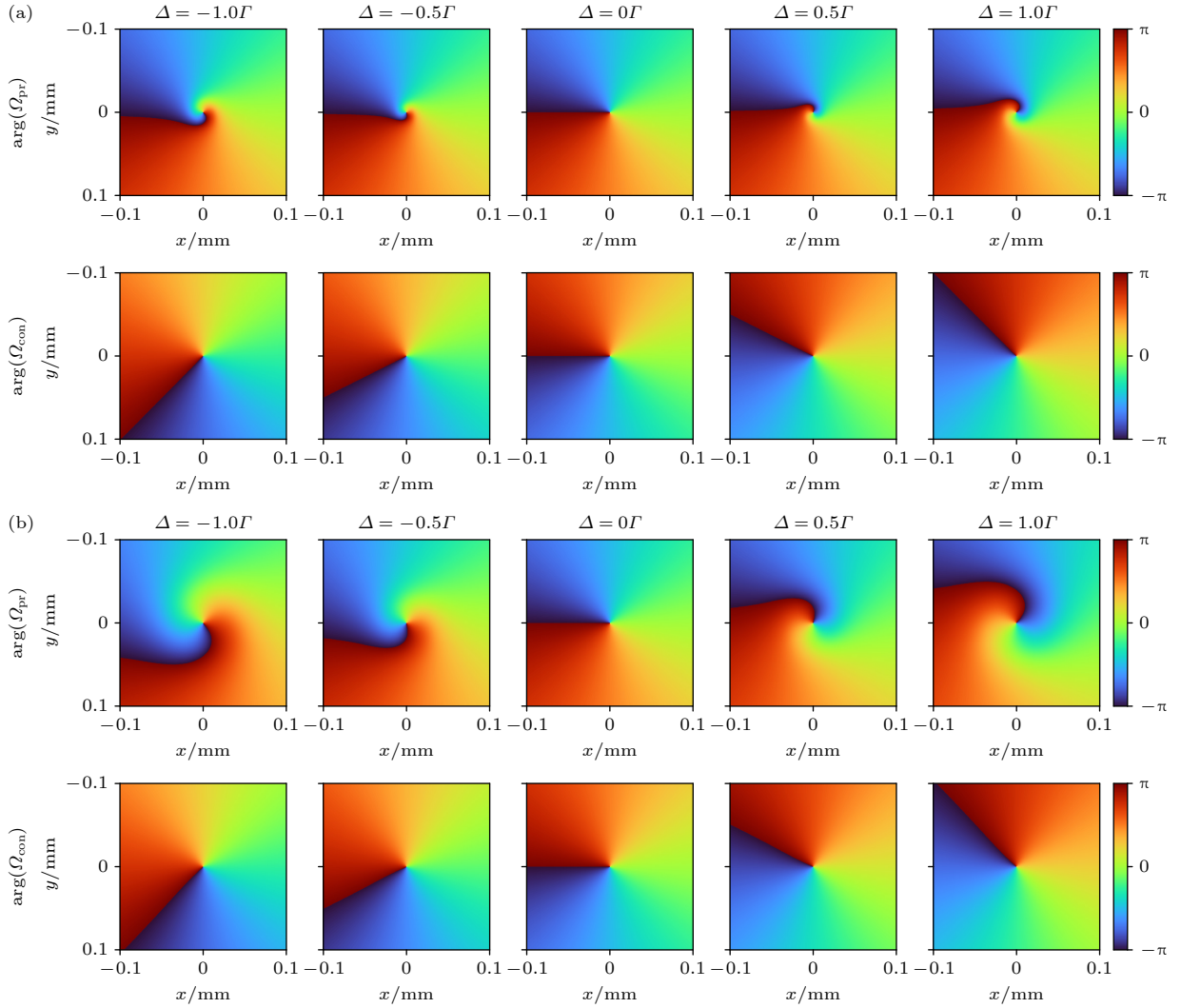


图 6 不同单光子失谐下输出光的相位分布, 其中 $\arg(\Omega_{\text{pr}})$ 表示探测光相位, $\arg(\Omega_{\text{con}})$ 表示共轭光相位 (a) 退相率 $\gamma_0 = 0.005\Gamma$; (b) 退相率 $\gamma_0 = 0.05\Gamma$. 这里 $\delta = 0$, 其余参数均与图 4(a) 一致

Fig. 6. The phase patterns at different single-photon detuning for the output beams with dephasing rate for (a) $\gamma_0 = 0.005\Gamma$ and (b) $\gamma_0 = 0.05\Gamma$. Where, $\arg(\Omega_{\text{pr}})$ stands for the phase of probe field, $\arg(\Omega_{\text{con}})$ represents for the phase of conjugate field. Here, $\delta = 0$, all other parameters are the same as those in Fig. 4(a).

的螺旋相位形态不变, 而是在因子 $\exp[i \arctan(\Delta/\Gamma)]$ 的调制下, 相位分布随频率失谐整体转动. 转动方向与失谐量的正负有关, 转动角度与失谐量的大小有关. 特别地当 $\Delta = \pm\Gamma$ 时, 相位整体转动了大约 $\pm\pi/4$, 见图 6 $\arg(\Omega_{\text{con}})$ 的模拟图. 对比图 6(a) 与图 6(b) 的结果可见, 退相率较小时, 探测光相位由单光子失谐引起的非线性扭曲程度明显减弱; 相比之下, 退相率对共轭光相位的整体转动情况影响甚微. 因此, 减小退相率是确保在单光子失谐时, 光学涡旋依然可以获得高保真相干模式转移和生成的有效方式.

图 7(a) 和图 7(b) 展示了固定退相率 $\gamma_0 = 0.01\Gamma$ 时, $z = 5 \text{ mm}$ 的横截面内位于 x 轴四个不同位置

处 ($y = 0, x = 0.01, 0.04, 0.06, 0.07 \text{ mm}$) 输出光的强度随单光子失谐的变化. 图 7(a) 和图 7(b) 中显示, 除了位于涡旋光中心暗区的 $(0.01, 0) \text{ mm}$ 位置处光强始终为零外, 亮区各点的探测光与共轭光强度均在单光子共振 ($\Delta = 0$) 处达到最大值, 并以 $\Delta = 0$ 为中心呈对称的洛伦兹型轮廓, 表明系统对正负失谐的响应相同. 如图 7(a) 和图 7(b) 的红色虚线、绿色虚点线以及橙色点线所示, $\Delta = 0$ 时最大光强分别为 $0.01\Gamma^2$, $0.13\Gamma^2$ 和 $0.24\Gamma^2$. 这说明在共振条件下光与原子之间的非线性耦合最强, 因此 FWM 增益最大, 失谐量 $|\Delta|$ 的增大会抑制非线性过程, 导致光强减弱, $|\Delta| > \Gamma$ 光强将变得极其微弱. 此外, 同一位置处探测光与共轭光的强度曲

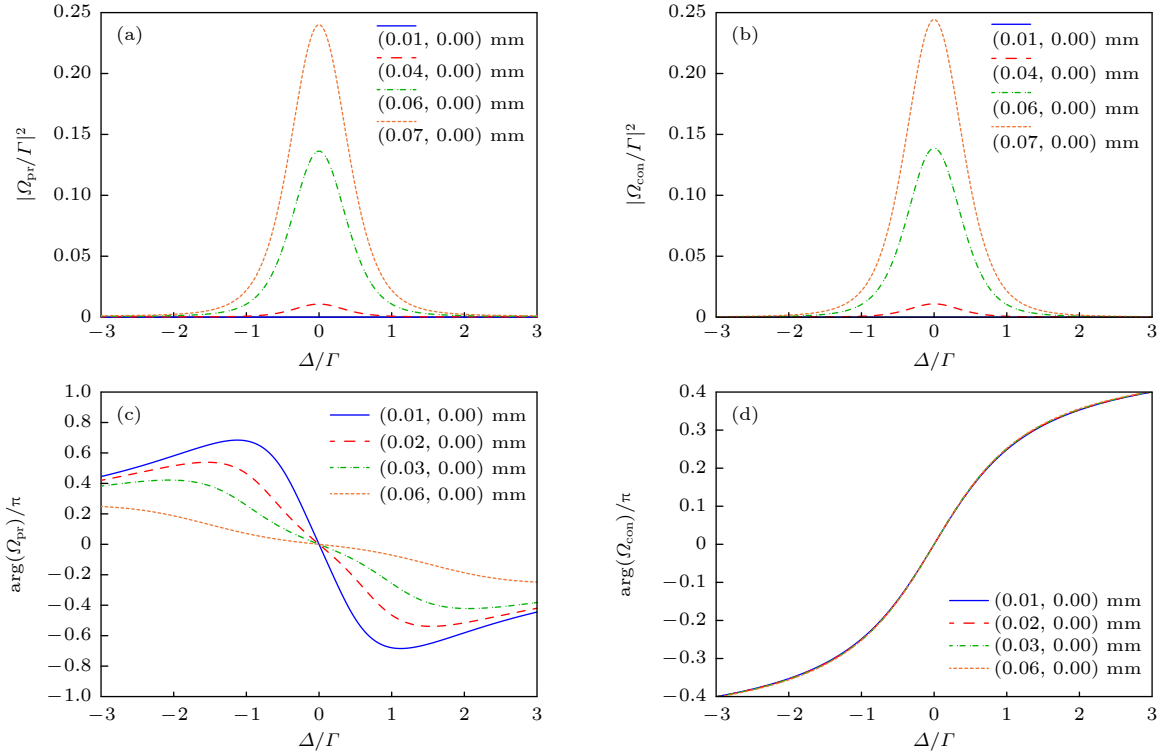


图 7 输出光束横截面内某点强度和相位随单光子失谐的变化 (a), (b) 分别表示探测光、共轭光在光束横截面内 $(x, y) = (0.01, 0)$ mm, $(0.04, 0)$ mm, $(0.06, 0)$ mm 和 $(0.07, 0)$ mm 四个不同位置处的光强变化; (c), (d) 分别表示探测光、共轭光在光束横截面内 $(x, y) = (0.01, 0)$ mm, $(0.02, 0)$ mm, $(0.03, 0)$ mm 和 $(0.06, 0)$ mm 四个不同位置处的相位变化. 这里 $\delta = 0$, 其余参数与图 4(a) 相同

Fig. 7. Intensity and phase of output beams versus the single-photon detuning for some positions in the beams' cross-section: (a), (b) The intensity variation of the probe and the conjugate beams, respectively, at four different positions: $(x, y) = (0.01, 0)$ mm, $(0.04, 0)$ mm, $(0.06, 0)$ mm, and $(0.07, 0)$ mm; (c), (d) the phase variation of the probe and the conjugate beams, respectively, at four different positions: $(x, y) = (0.01, 0)$ mm, $(0.02, 0)$ mm, $(0.03, 0)$ mm, and $(0.06, 0)$ mm. Here $\delta = 0$, the other parameters are the same as those in Fig. 4(a).

线形状和峰值几乎一致, 印证了在 FWM 过程中, 一对泵浦光子的能量分别转移给一个探测光光子和一个共轭光光子, 二者同步获得增益.

为了定量研究相位变化, 图 7(c) 和图 7(d) 展示了固定退相率 $\gamma_0 = 0.01\Gamma$ 时, 输出光束横截面内 x 轴上四个不同位置 ($y = 0, x = 0.01, 0.02, 0.03, 0.06$ mm) 的相位随单光子失谐的演变. 由图 7(c) 和图 7(d) 可知, 失谐为零时四个点的相位都为零, 失谐符号由负变正时, 相位变化随之反向; 探测光相位变化量随 $|\Delta|$ 的增大先增加后减小, 且光束不同位置处相位变化量不同, 表明螺旋相位分布发生了非线性扭曲. 如图 7(c) 所示, 当单光子失谐 $|\Delta|$ 由 0 增加到 3Γ 时, 距离光轴最近的点 $(0.01, 0)$ mm 处相位改变量达 0.65π , 而距离光轴最远的点 $(0.06, 0)$ mm 处相位仅变化了 0.25π . 这说明离光轴越近时, 相位对单光子失谐越敏感; 而距离光轴较远的点相位扭曲程度较弱. 相比之下, 图 7(d) 显

示共轭光相位随单光子失谐的增加而增加, 图中四条曲线几乎重合, 说明不同位置处相位改变量基本一致, 相位分布图发生的是整体转动, 当单光子失谐 $|\Delta|$ 由 0 增加到 Γ 时, 相位发生了大约 0.25π 的变化.

在相干原子体系中, 退相率显著影响输出涡旋光的强度和相位. 如图 8(a) 和图 8(b) 所示, 在单光子失谐 $\Delta = \Gamma$ 的条件下, 光束横截面内不同位置 ($y = 0, x = 0.01, 0.04, 0.06, 0.07$ mm) 的光强均随退相率的增加呈指数衰减, 且初始光强越弱的位置衰减越快. 具体而言, 在 $(0.04, 0)$ mm 处 (红色虚线), 当退相率从 0 增至 0.01Γ 时, 两束光光强从 $0.09\Gamma^2$ 迅速衰减到零; 而在 $(0.07, 0)$ mm 处 (橙色点线), 退相率增加到 0.04Γ 时, 光强从 $0.175\Gamma^2$ 衰减到零.

图 8(c) 和图 8(d) 定量展示了在固定单光子失谐 $\Delta = \Gamma$ 时, 输出光束横截面内 x 轴上不同位置

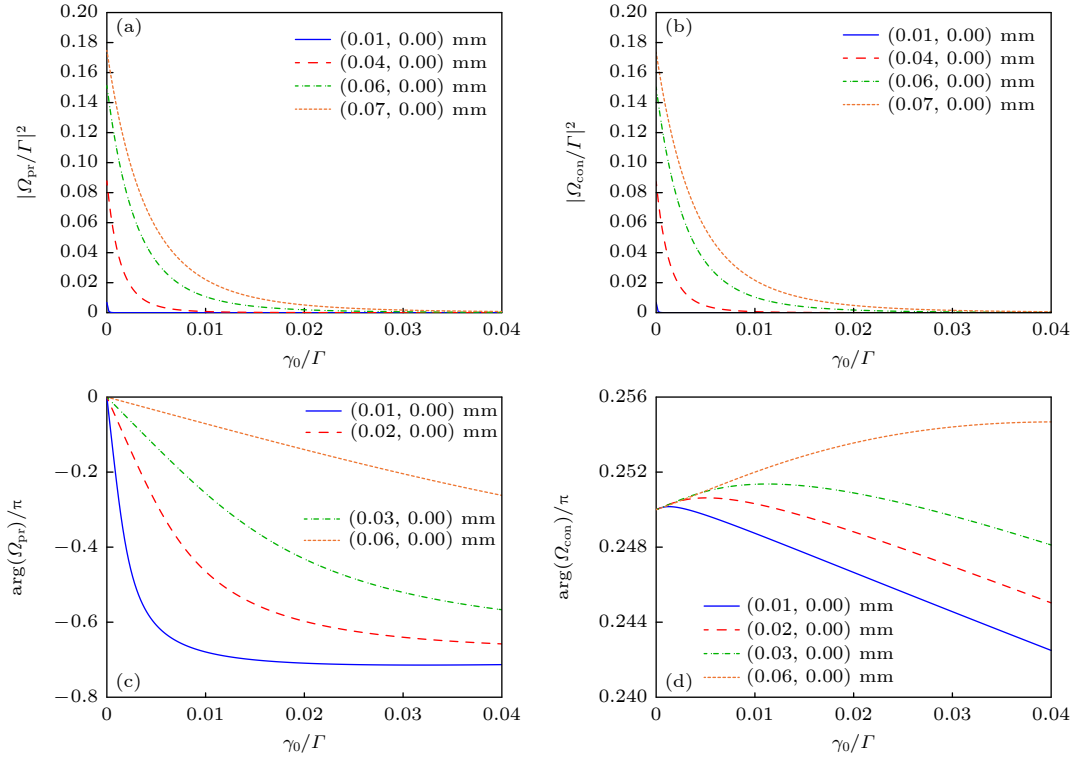


图 8 $\Delta = \Gamma$, $\delta = 0$ 时, 输出光束横截面内某点强度和相位随退相率的变化 (a), (b) 分别表示探测光、共轭光在光束横截面内 $(x, y) = (0.01, 0)$ mm, $(0.04, 0)$ mm, $(0.06, 0)$ mm 和 $(0.07, 0)$ mm 四个不同位置处的光强变化; (c), (d) 分别表示探测光、共轭光在光束横截面内 $(x, y) = (0.01, 0)$ mm, $(0.02, 0)$ mm, $(0.03, 0)$ mm 和 $(0.06, 0)$ mm 四个不同位置处的相位变化. 其余参数与图 4(a) 相同

Fig. 8. Intensity and phase of output beams versus the dephasing rate for some positions in the beams' cross-section at $\Delta = \Gamma$ and $\delta = 0$: (a), (b) The intensity variation of the probe and the conjugate beams, respectively, at four different positions: $(x, y) = (0.01, 0)$ mm, $(0.04, 0)$ mm, $(0.06, 0)$ mm, and $(0.07, 0)$ mm; (c), (d) the phase variation of the probe and the conjugate beams, respectively, at four different positions: $(x, y) = (0.01, 0)$ mm, $(0.02, 0)$ mm, $(0.03, 0)$ mm, and $(0.06, 0)$ mm. The other parameters are the same as those in Fig. 4(a).

($y = 0$, $x = 0.01, 0.02, 0.03, 0.06$ mm) 的相位随退相率的变化. 结果显示, 两束光的相位改变量随退相率的增加而增大, 并且探测光相位对退相率的响应相较于共轭光更为敏感. 如图 8(c) 所示, 当退相率由 0 增加到 0.04Γ 时, 探测光在距离光轴最近的点 $(0.01, 0)$ mm (蓝色实线) 相位变化量达 0.65π , 而在距离光轴最远的点 $(0.06, 0)$ mm (橙色点线) 相位变化量为 0.25π . 相比之下, 共轭光在相同条件下的相位变化量幅度较小, 其最大变化量仅为 0.007π , 如图 8(d) 中蓝色实线所示. 因此, 在单光子失谐时, 系统相干性保持得越好, 输出涡旋光的相位畸变越小.

4.2 双光子失谐及退相率对输出光束的影响

当单光子共振 $\Delta = 0$ 但双光子失谐 $\delta \neq 0$ 时, (12) 式的解析解形式将变得非常复杂, 这里不再写出具体的公式, 直接给出模拟结果. 其相位分布的模

拟结果如图 9 所示, 对比图 6 单光子失谐对涡旋相位波前的调制效果相比, 双光子失谐 ($\delta \neq 0$) 对探测光和共轭光引起的相位畸变一致, 失谐量越大, 相位扭曲越明显. 此外, 在相同的失谐下退相率越小, 相位畸变反而越明显.

图 10(a) 和图 10(b) 展示了输出光束强度随双光子失谐的变化. 其变化趋势与图 7(a) 和图 7(b) 基本一致, 探测光与共轭光的输出强度均在双光子共振 ($\delta = 0$) 处达到最大值, 而偏离共振后增益迅速减弱, 且两光束的强度大小几乎一致. 与图 7 相比, 洛伦兹线型的增益曲线带宽更窄. 这是因为单光子失谐主要决定了原子与光场之间的耦合强度, 而双光子失谐则控制了系统的相干条件与 FWM 效率. 基于 EIT 的 Λ 型 FWM 系统, 在双光子共振时, 体系的相干性最佳, FWM 过程的能量转换效率最高, 偏离双光子共振点相干性下降明显, 如图 10 所示, 在 $|\delta| > 0.08\Gamma$ 后输出光束将不再有增益.

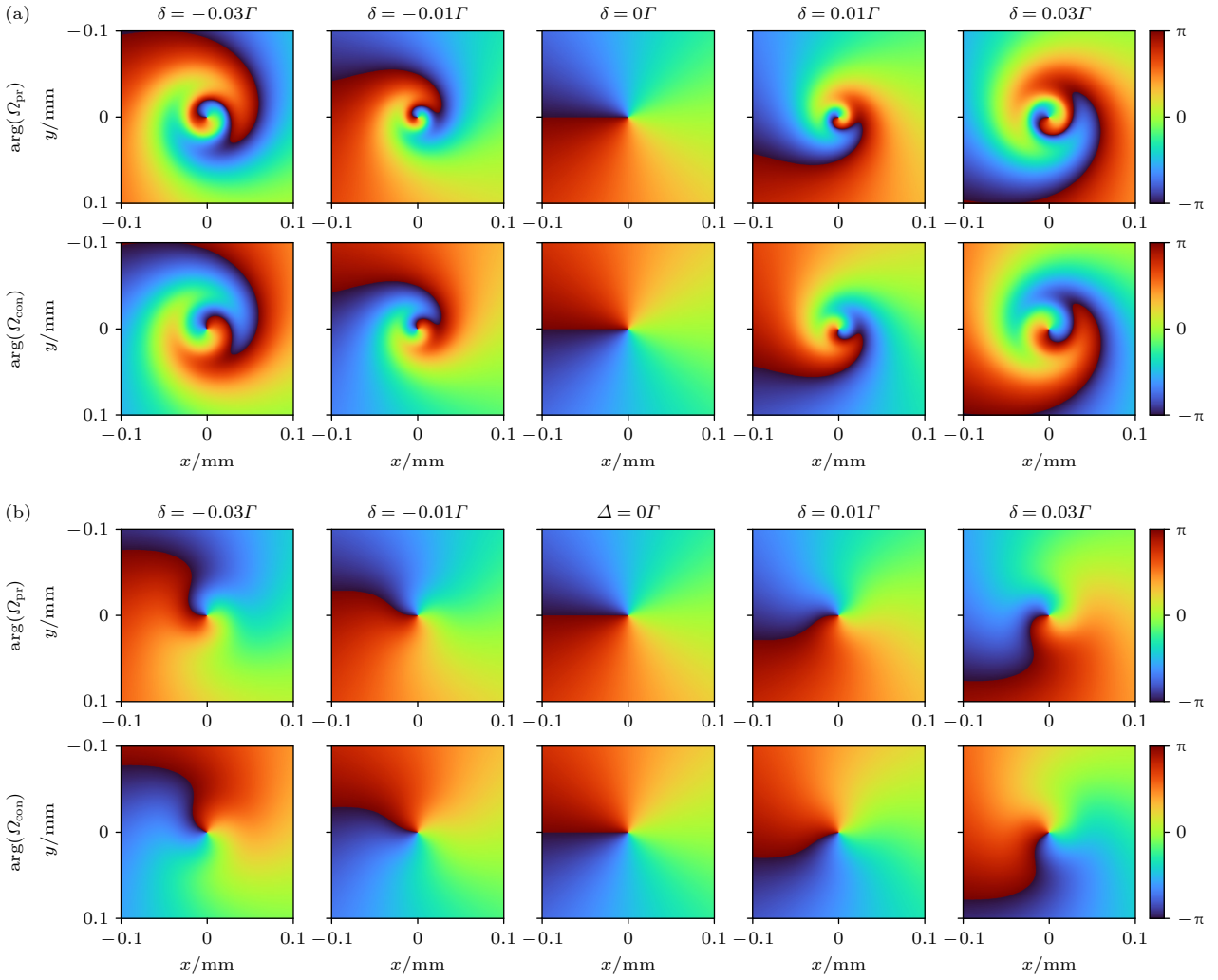


图 9 不同双光子失谐下输出光的相位分布, 其中 $\arg(\Omega_{\text{pr}})$ 表示探测光相位, $\arg(\Omega_{\text{con}})$ 表示共轭光相位. (a) 退相率 $\gamma_0 = 0.005\Gamma$; (b) 退相率 $\gamma_0 = 0.05\Gamma$. 这里 $\Delta = 0$, 其余参数均与图 4(a) 一致

Fig. 9. Phase patterns at different two-photon detuning for the output beams with dephasing rate for (a) $\gamma_0 = 0.005\Gamma$ and (b) $\gamma_0 = 0.05\Gamma$. Where, $\arg(\Omega_{\text{pr}})$ stands for the phase of probe field, $\arg(\Omega_{\text{con}})$ represents for the phase of conjugate field. Here, $\Delta = 0$, all other parameters are the same as those in Fig. 4(a).

关于固定退相率 $\gamma_0 = 0.01\Gamma$ 时, 双光子失谐引起光束相位变化的定量分析, 见图 10(c) 和图 10(d) 的结果. 除了 (0.01, 0) mm 位置处 (蓝色实线) 探测光与共轭光的相位变化稍有差别, 由于轨道角动量相反 ($l_{\text{pr}} = 1$, $l_{\text{con}} = -1$), 其余位置处两束光的相位变化几乎等量反向. 此外, 相位随双光子失谐的变化十分显著, 具体表现为双光子失谐越小, ($y = 0$, $x = 0.01, 0.02, 0.03, 0.06$ mm) 这四个不同位置处的相位差异越小, 相位分布图中的非线性畸变越小; 双光子失谐 $|\delta|$ 由 0 增加到 0.04Γ 时, (0.05, 0) mm (绿色虚线) 和 (0.07, 0) mm (橙色点线) 位置处光场相位大约发生了 π 的变化, 且四条曲线的相位值相差越来越大.

在单光子共振, 双光子失谐 $\delta = 0.01\Gamma$ 的条件下, 图 11(a) 和图 11(b) 展示了输出光强度随退相率的变化. 其结果与图 8(a) 和图 8(b) 一致, 当退相率从 0 增至 0.04Γ 时, 光束横截面内不同位置 ($y = 0$, $x = 0.04, 0.06, 0.07$ mm) 的光强均以指数形式衰减到零. 其相位随退相率的变化如图 11(c) 和图 11(d) 所示, 当退相率较小时, 光束横截面内 ($y = 0$, $x = 0.01, 0.02, 0.03, 0.06$ mm) 这四个位置处的相位数值相差较大, 随着退相率的增加, 它们之间的相位差异明显减少, 说明涡旋相位分布图的非线性扭曲减小, 相位畸变减弱, 这与图 9(b) 所示结果一致. 因此, 我们指出对于相干性保持较好的系统, 生成光学涡旋的相位波前对双光子失谐更敏感.

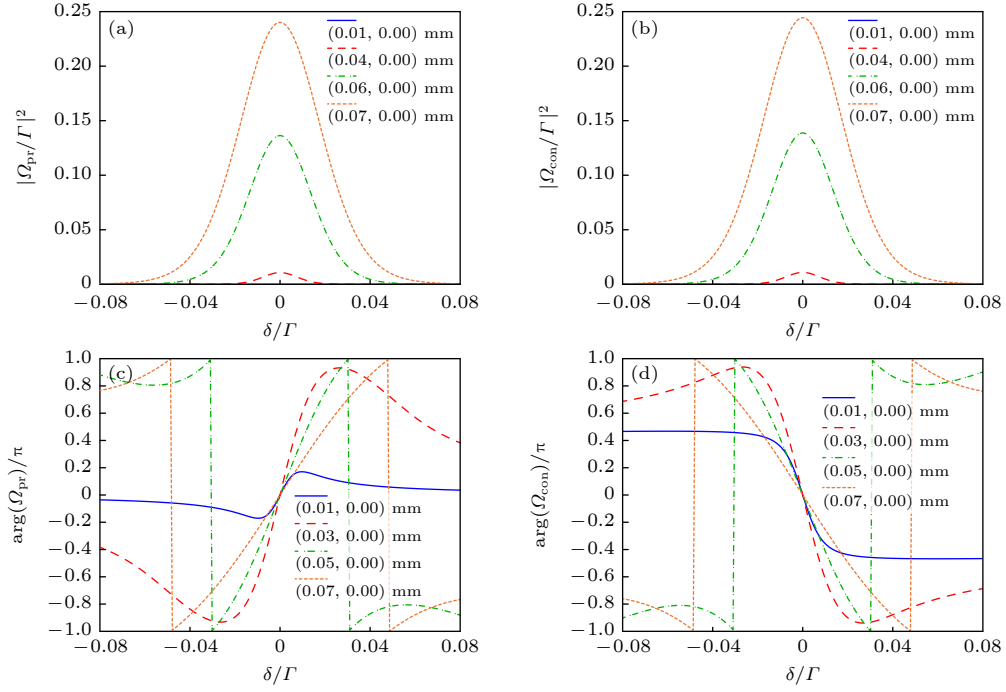


图 10 输出光束横截面内某点强度和相位随双光子失谐的变化 (a), (b) 分别表示探测光、共轭光在光束横截面内 (x, y) 四个不同位置处的光强变化; (c), (d) 分别表示探测光、共轭光在光束横截面内 (x, y) 四个不同位置处的相位变化. 这里 $\Delta = 0$, 其余参数与图 4(a) 相同

Fig. 10. Intensity and phase of output beams versus the two-photon detuning for some positions in the beams' cross-section: (a), (b) The intensity variation of the probe and the conjugate beams, respectively, at four different positions (x, y) ; (c), (d) the phase variation of the probe and the conjugate beams, respectively, at four different positions (x, y) . Here $\Delta = 0$, the other parameters are the same as those in Fig. 4(a).

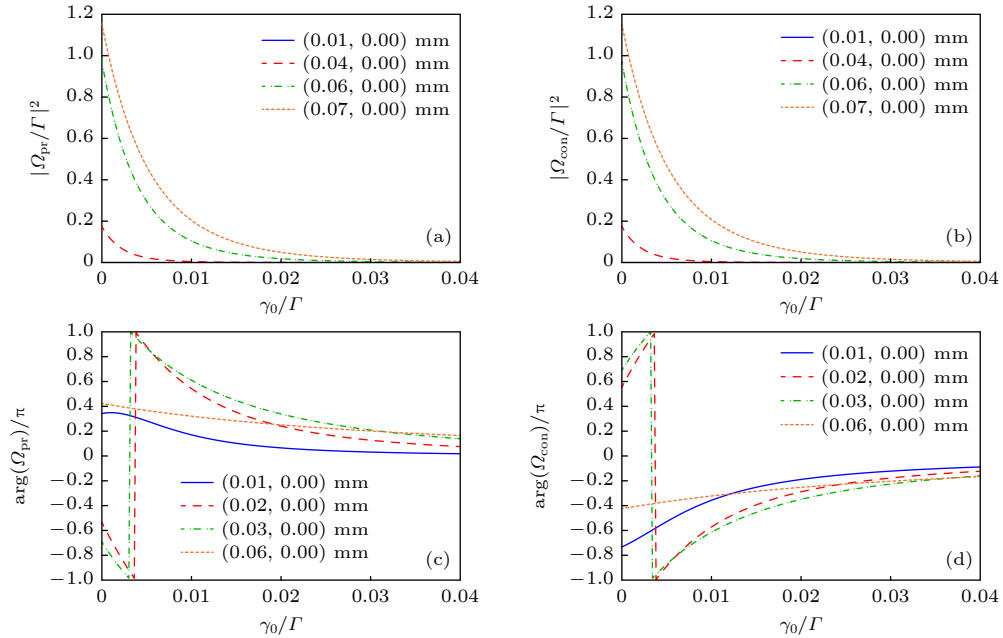


图 11 $\delta = 0.01\Gamma$, $\Delta = 0$ 时, 输出光束横截面内某点强度和相位随退相率的变化 (a), (b) 分别表示探测光、共轭光在光束横截面内 (x, y) 四个不同位置处的光强变化; (c), (d) 分别表示探测光、共轭光在光束横截面内 (x, y) 四个不同位置处的相位变化. 其余参数与图 4(a) 相同

Fig. 11. Intensity and phase of output beams versus the dephasing rate for some positions in the beams' cross-section at $\delta = 0.01\Gamma$ and $\Delta = 0$: (a), (b) The intensity variation of the probe and the conjugate beams, respectively, at four different positions (x, y) ; (c), (d) the phase variation of the probe and the conjugate beams, respectively, at four different positions (x, y) , and $(0.06, 0)$ mm. The other parameters are the same as those in Fig. 4(a).

5 结 论

本文从理论层面详细地探讨了光学涡旋调制下的双泵浦 Λ 型三能级非简并 FWM 系统. 理论模拟证实: 编码于任意输入光束的光学涡旋可以成功传递到生成光束中, 值得注意的是, 在泵浦光为涡旋光束而探测光为高斯光束时, 尽管 EIT 的空间依赖性会干扰生成光束的强度信息, 但光学涡旋的相位波前仍能有效传递. 进一步探究了单光子与双光子失谐对生成光束强度和相位分布的影响. 单光子共振时, 原子与光场之间的耦合最强, 反映了系统的非线性相互作用强度; 双光子共振时, 原子系统的相干性最佳, 体现了 FWM 的能量转换效率. 因此, 随着失谐的增加, 生成光束的强度下降, 且双光子失谐对强度的抑制作用远高于单光子失谐. 当仅存在单光子失谐时, 退相率与单光子失谐协同作用影响光学涡旋的相位: $0 < |\Delta| < \Gamma$ 时, 失谐增大, 探测光相位非线性扭曲越显著, 而共轭光的螺旋形态不变; 退相率越小, 失谐引起的非线性畸变越小. 因此可通过减小退相率来补偿频率失谐引起的相位失真. 当仅存在双光子失谐时, 输出涡旋光相位发生更显著的非线性畸变, 且两光束的螺旋相位波前沿相同方向发生几乎等量的畸变. 此时, 退相率越小, 相位畸变越明显. 本研究工作为相关实验研究提供了可靠的理论依据与有效的优化策略, 在基于光学涡旋的量子信息处理、全光开关和精密测量等领域具有重要应用价值.

感谢安徽大学研究生李哲的讨论.

参考文献

- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185
- [2] Stoyanov L, Topuzoski S, Paulus G G, Dreischuh A 2023 *Eur. Phys. J. Plus* **138** 702
- [3] Tao S H, Yuan X C, Lin J, Peng X, Niu H B 2005 *Opt. Express* **13** 7726
- [4] Liu H L, Liu J, Dou J T, Li B, Hu Y Y 2025 *Opt. Laser Eng.* **186** 108782
- [5] Yin B H, He Z, Ding D Z 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 174203 (in Chinese) [印必还, 何姿, 丁大志 2023 物理学报 **72** 174203]
- [6] Hadiqa A, Tan L T, Yu T, Xie W K, Liu J, Shao Z Z 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 168701 (in Chinese) [海迪且木·阿布都吾甫尔, 谭乐韬, 于涛, 谢文科, 刘静, 邵铮铮 2024 物理学报 **73** 168701]
- [7] He G L, Zheng Y Q, Zhou C D, Li S Y, Shi Z H, Deng Y H, Zhou Z K 2024 *Light: Sci. Appl.* **13** 98
- [8] Wang W, Zhang K, Jing J T 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 140501
- [9] Boyer V, Marino A M, Pooser R C, Lett P D 2008 *Science* **321** 544
- [10] Li Z, Wang Z P, Yu B L 2025 *Opt. Commun.* **574** 131084
- [11] Jia Y C, Zhang F R, Zhang J F, Kong L J, Zhang X D 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 094202 (in Chinese) [贾谊成, 张福荣, 张景风, 孔令军, 张向东 2024 物理学报 **73** 094202]
- [12] Wang D, Zhang Y, Bian M Y, Liu J L, Huang L H, Zhou H T, Zhang J X 2024 *Opt. Continuum* **4** 1092
- [13] Liu N, Wang X W, Yuan J P, Xiao L T, Jia S T, Wang L R 2023 *Laser Phys. Lett.* **20** 035204
- [14] Li R N, Xue J J, Song D, Li X, Wang D, Yang B D, Zhou H T 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 044203 (in Chinese) [李若楠, 薛晶晶, 宋丹, 李鑫, 王丹, 杨保东, 周海涛 2025 物理学报 **74** 044203]
- [15] Liu W, Ma R, Zeng L, Qin Z Z, Su X L 2019 *Opt. Lett.* **44** 2053
- [16] Liu S S, Lyu Y H, Wang X T, Wang J B, Lou Y B, Jing J T 2024 *Phys. Rev. Lett.* **132** 100801
- [17] Jing J T, Zhang K, Liu S S 2022 *Acta Opt. Sin.* **42** 0327003 (in Chinese) [荆杰泰, 张凯, 刘胜帅 2022 光学学报 **42** 0327003]
- [18] Lou Y B, Lv Y H, Wang J B, Liu S S, Jing J T 2024 *Phys. Rev. Lett.* **132** 040601
- [19] Liu S, Lou Y, Jing J T 2020 *Nat. Commun.* **11** 3875
- [20] Thachil J A, Patel C R, Verma O N, Kumar A 2024 *Phys. Rev. A* **110** 053520
- [21] Hamed H R, Ruseckas J, Juzeliunas G 2018 *Phys. Rev. A* **98** 013840
- [22] Qiu J, Wang Z P, Ding D S, Huang Z X, Yu B L 2020 *Phys. Rev. A* **102** 033516
- [23] Verma O N, Pandey R K, Yadav R R, Patel A 2022 *Phys. Rev. A* **106** 053713
- [24] Meng C, Shui T, Yang W X 2023 *Phys. Rev. A* **107** 053712
- [25] Ba N, Jiang M Q, Fei J Y, Wang D, Jiang H L, Wang L, Wang H H 2024 *Chin. Phys. B* **33** 044202
- [26] Mallick N S 2025 *Opt. Commun.* **582** 131608
- [27] Xiong W L, Zhang H, Wu Y H, Qi X Q, Chen A X 2025 *App. Phys. B* **131** 44
- [28] Wu C, Hamed H R, Kong C Y, Li W B, Wang Z P 2025 *Chaos, Solitons Fractals* **196** 116293
- [29] Wang Z P, Zhang Y F, Paspalakis E, Yu B L 2020 *Phys. Rev. A* **102** 063509
- [30] Verma O N, Kant N 2024 *Phys. Rev. A* **110** 013701

Coherent transfer and phase evolution of optical vortices in a Λ -type four-wave mixing system*

WANG Dan^{1)3)#†} LIU Yu^{1)3)#} ZHOU Haitao¹⁾³⁾ HUANG Lianghui²⁾³⁾

1) (*School of Physics Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

2) (*State Key Laboratory of Quantum Optics Technologies and Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

3) (*Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

(Received 19 November 2025; revised manuscript received 19 December 2025)

Abstract

The aim of this paper is to explore high-fidelity phase-front transfer for optical vortices via four-wave mixing. Based on a dual-pump non-degenerate four-wave mixing configuration, an optical vortex is encoded in the phase of an arbitrary input beam. We investigate the phase profile of the generated beam and its dependency on the system parameters. Using first-order perturbation theory, we solve the density matrix elements related to the atomic medium polarization, establish the coupled-wave equations for the propagation of the generated probe and conjugate beams within the medium, and obtain analytical expressions for the Rabi frequencies of the two optical fields. The coherent transfer of optical vortices among beams is simulated. Furthermore, the research highlights the impact of frequency detuning and dephasing rate on the vortex phase distribution. The results indicate that frequency detuning not only affects the strength of light-atom interaction and the efficiency of four-wave mixing but also modulates the vortex wavefront of the generated beams, leading to phase distortion. Reducing the dephasing rate of the system ensures that high-fidelity coherent mode transfer of the optical vortex can be achieved even under single-photon detuning. Conversely, when the system coherence is better preserved, two-photon detuning induces more pronounced phase distortion in the vortex beam. Therefore, to achieve high-fidelity optical vortex transfer, it is necessary to minimize both the dephasing rate and the two-photon detuning. These findings provide an optimized scheme and theoretical foundation for the experimental realization of high-fidelity optical vortex transfer, offering significant reference value in the application field of vortex four-wave mixing, such as high-dimensional quantum communication and information processing based on orbital angular momentum.

Keywords: coherent atomic system, four-wave mixing, first-order perturbation theory, optical vortex

DOI: [10.7498/aps.75.20251575](https://doi.org/10.7498/aps.75.20251575)

CSTR: [32037.14.aps.75.20251575](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20251575)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12474266, 92065108).

These authors contributed equally.

† Corresponding author. E-mail: wangdan63@sxu.edu.cn

Λ 型四波混频中光学涡旋的相干转换及其相位演化

王丹 刘玉 周海涛 黄良辉

Coherent transfer and phase evolution of optical vortices in a Λ -type four-wave mixing system

WANG Dan LIU Yu ZHOU Haitao HUANG Lianghui

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 070403 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20251575

CSTR: 32037.14.aps.75.20251575

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251575>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于室温里德伯原子四波混频的微波-光波转换特性

Microwave-to-optics conversion characteristics based on four-wave mixing of Rydberg atoms at room temperature

物理学报. 2025, 74(16): 164209 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250706>

双层石墨烯薄膜体系中的四波混频特性

Four-wave mixing properties in bilayer graphene nanosystem

物理学报. 2023, 72(12): 126801 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230012>

基于半导体量子阱中四波混频效应的高效光学非互易

Efficient optical nonreciprocity based on four-wave mixing effect in semiconductor quantum well

物理学报. 2024, 73(1): 014201 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231212>

基于级联四波混频过程产生四模簇态

Generation of four-mode cluster states based on cascade four-wave mixing process

物理学报. 2022, 71(16): 160304 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220433>

基于四波混频过程的纠缠光放大

Amplification of entangled beam based on four-wave mixing process

物理学报. 2022, 71(5): 050301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211324>

基于四波混频的调频连续波测距振动抑制方法

Vibration suppression method for frequency-modulated continuous wave ranging based on four wave mixing

物理学报. 2026, 75(5): 050301 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251416>