

基于磁液变形镜的液体望远镜离轴像差校正系统*

徐毛毛¹⁾ 丁海春¹⁾ 王浩¹⁾ 钱梵梵²⁾ 牛淑贤¹⁾ 吴智政^{1)†}

1) (上海大学机电工程与自动化学院, 上海 200444)

2) (上海理工大学机械工程学院, 上海 200093)

(2025 年 11 月 26 日收到; 2026 年 1 月 30 日收到修改稿)

液体望远镜具有低成本、易于制造等优点, 为传统固体望远镜提供了一种经济有效的替代方案, 但是液体望远镜离轴观测时会产生较大的离轴像差, 本文为了校正液体望远镜的离轴像差从而扩大液体望远镜的观测区域, 设计了一种基于磁液变形镜的像差校正系统. 首先根据离轴像差特点设计了凸面反射镜进行像差初步校正, 然后根据残余像差设计磁液变形镜, 并结合磁液变形镜镜面模型, 设计了一种基于 Youla 参数化的镜面自适应控制器用于实时校正静态残余像差和动态时变像差, 最后搭建液体望远镜实验平台验证像差校正系统的有效性, 实验结果表明, 该磁液变形镜可实现超 100 μm 的大行程变形能力, 并将像差波前均方根值 (RMS) 误差从 53.9 μm 降低至 0.18 μm . 结果表明, 基于磁液变形镜的像差校正系统具有很好的超大离轴像差校正能力.

关键词: 磁液变形镜, 液体望远镜, 像差校正, 自适应控制

DOI: 10.7498/aps.75.20251610

CSTR: 32037.14.aps.75.20251610

1 引言

液体望远镜 (liquid mirror telescope, LMT) 是一种利用旋转液体在重力和离心力作用下形成抛物反射面的天文望远镜. 1850 年 Capocci 提出使用装有水银的旋转容器作为天文望远镜主镜, 直到 1872 年, 新西兰尼丁天文台的 Skey 才建造了第一台液体望远镜^[1]. 液体望远镜的主要优势在于成本低廉, 与传统的固体望远镜相比, 液体望远镜的成本仅为其 1%, 并且液体望远镜可以获得更大的有效口径, 至今液体望远镜已被许多机构用于科学研究. 1998 年, NASA 轨道碎片天文台的科学家建造了一台直径 3 m 的液体望远镜用于跟踪轨道上的目标物体, 并获得了其中 206 个目标的光谱能量分布图^[2]. 2005 年, Hickson 等^[3] 制造了一台直径 6 m 的液体望远镜用于天文观测, 成功获得了高

银河纬度区域的图像, 且其造价不足一百万美元. 2023 年, 由加拿大、欧洲和印度科学家在印度 Devasthal 国家天文台建造的直径 4 m 的国际液体望远镜正式投入运行, 其具备低对比度、低表面亮度天体的高灵敏度探测能力^[4,5]. 在许多光学应用中, 由于液体望远镜价格低廉、表面质量高、镜面尺寸设计灵活且易于制造, 因此具有广阔的应用前景.

然而, 由于液体望远镜的结构特性, 其观测范围受限于天顶方向, 通过离轴观测可在一定程度上扩大其观测区域, 但液体望远镜在离轴观测时会产生显著的静态离轴像差, 此外, 各种振动等干扰也会使镜面波动产生动态像差. 一般而言, 当离轴观测角度在约 1° 范围以内时, 系统产生的像差可通过传统被动光学校正方法加以补偿^[6], 而随着离轴角度进一步增大, 当其达到 5° 及以上时, 彗差和像散等离轴像差项显著增强, 像差 PV 值甚至可达厘

* 国家自然科学基金 (批准号: 52475598, 52075315) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhizhengwu@shu.edu.cn

米级, 系统已无法作为近轴光学系统处理, 必须引入特殊的像差补偿方案. 对于校正效果而言, 为实现接近衍射极限的成像质量, 工程上通常将波前像差均方根值 (RMS) 值小于 $\lambda/10$ 作为理想的成像质量指标.

小角度静态离轴像差通常可通过引入透镜组等光学元件校正. 拉瓦尔大学 2.7 m 直径的液体望远镜配备了由五个透镜组成的校正器, 能在 0.5° 视场范围内获得亚角秒级图像 [7]. Li 等 [8] 设计了一套波前校正透镜组, 可用于校正直径 1 m 液体望远镜在 $\pm 1^\circ$ 范围内的离轴像差. 但上述方法只能对小角度范围的离轴像差进行校正. 针对液态望远镜在宽视角下的观测问题, Moretto 和 Borra [6] 设计了一种瓶状 (Vase) 变形镜来校正抛物面镜的离轴像差, 该波前校正器以钢薄板为镜面材料, 但由于固体材料的特性, 产生最大行程小于 1 mm, 而且空间校正频率低, 所以未能得到实际应用. 利用动态波前校正器可实现对视场像差的实时校正, 其在自适应光学和主动光学系统中已得到广泛的应用, 主要包括液晶空间相位调节器和固态变形镜. 但这类波前校正器的动态调整范围普遍较小, 难以实现百微米级以上的大视场像差校正 [9]. 相比传统波前校正器, 本文设计的磁液变形镜 (magnetic fluid deformable mirror, MFD) 具有超大的变形行程和驱动器行程, 能够满足液体望远镜大像差校正需求.

本文结合凸面镜和磁液变形镜来共同校正液体望远镜的超大离轴像差. 首先, 根据离轴像差特性设计凸面反射镜用于低阶静态像差的初步补偿, 然后设计磁液变形镜结构, 并结合其镜面模型提出一种基于 Youla 参数化的自适应控制方法, 以进一步校正静态残余像差和动态扰动像差, 最后搭建实验平台验证校正系统的有效性.

2 液体望远镜的离轴像差分析

液体望远镜大角度下离轴像差主要由离焦、像散和彗差组成 [10]. 本文以直径 3 m、焦比 $f/4$ 液体望远镜为例在 ZEMAX 中模拟离轴像差, 其中入射光波长设置为 635 nm, 离轴角 15° . 由于 Zernike 多项式的第 1—3 项可通过调整光学元件的角度和位置来消除, 故本文主要研究其第 4—13 项的系数. 模拟仿真离轴像差的 Zernike 多项式系数如表 1 所列, 其离焦系数 Z_4 、像散系数 Z_6 和彗差系

数 Z_7 明显大于其他项. 如图 1(a) 所示为像差的点列图, 也可发现明显的像散和彗差特征. 基于 Zernike 多项式的系数, 在 MATLAB 中进行波前重构, 仿真结果如图 1(b) 所示, 可知离轴像差 PV 值约为 10000 波, 即 6.35 mm 左右.

表 1 液体望远镜离轴像差的 Zernike 多项式系数
Table 1. Zernike polynomial coefficients of the LMT off-axis aberration.

Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8
1370.48	0	-1938.17	-251.87	0
Z_9	Z_{10}	Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}
-28.19	0	-2.15	3.04	0

3 离轴像差校正系统设计

根据上述分析可知, 液体望远镜离轴观测产生的静态像差幅值较大, 此外, 旋转机构的振动等干扰也会使镜面波动产生小幅值的动态像差. 因此, 本文设计了一种基于凸面镜和磁液变形镜相结合的 Paul-Baker 像差校正系统, 光路如图 2 所示. 光束以 15° 的入射角照射到液体望远镜表面, 反射后的光束经凸面镜初步校正后再经过一组扩束镜将光斑扩束到合适尺寸, 并通过平面反射镜引导至磁液变形镜表面进行残余像差校正. 校正后的光束经同一平面镜至采集光路中, 经缩束镜、分光镜后分别进入相机和波前传感器, 波前传感器探测残余波前像差数据. 控制器根据像差数据计算产生相应的控制信号, 进而对每个驱动线圈输入相应的控制电流, 磁液变形镜在微型线圈产生的扰动磁场作用下产生变形, 实现对波前像差的校正.

3.1 凸面镜设计

Paul 首次引入两个球面镜来校正抛物面主镜的球差和彗差, 后经过 Baker 改进, 通过适当降低双镜系统的边缘, 可以校正三阶像差和五阶球差 [11]. 本文基于 Paul-Baker 校正系统设计凸面镜来校正离轴像差中的部分静态像差, 考虑到非球面镜的加工难度, 因此本文设计的凸面镜为球面镜. 凸面镜的校正效果与其直径、曲率半径、位置及倾斜角度相关, 通过 ZEMAX 对相关参数进行优化, 优化后的凸面镜曲率半径为 3500 mm, 直径为 600 mm, 与液态望远镜垂直距离为 10400 mm, 偏离光轴 2860 mm, 与光轴夹角呈 60° .

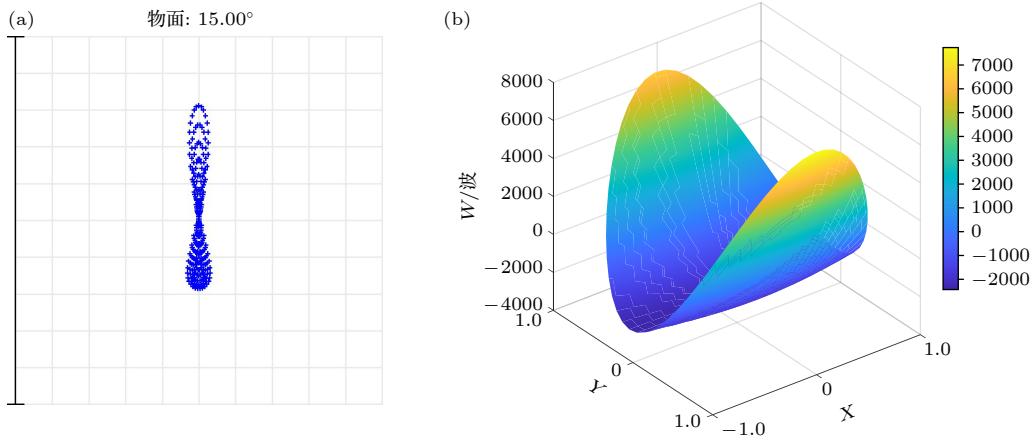


图 1 液体望远镜离轴像差图 (a) 点列图; (b) 波前图

Fig. 1. Diagram of off-axis aberration of the LMT: (a) Spot diagram; (b) wavefront map.

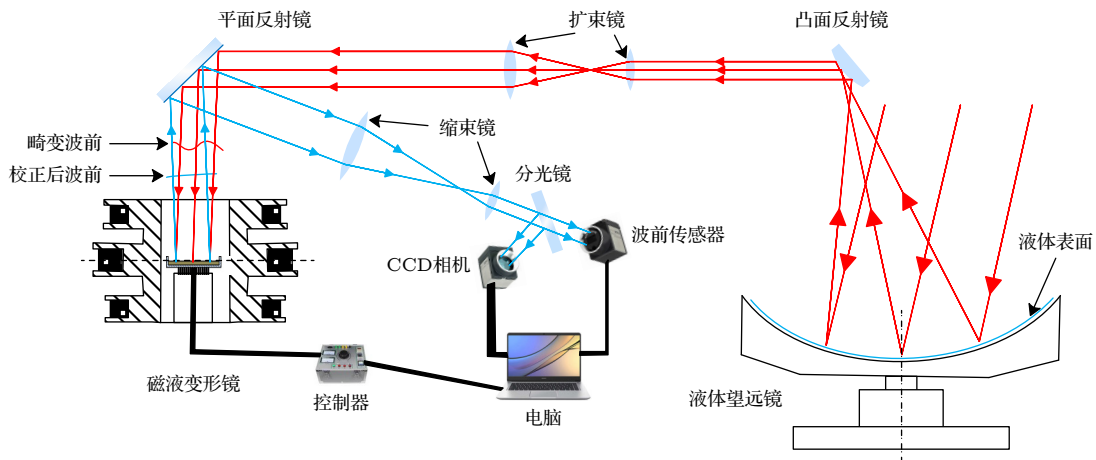


图 2 液体望远镜离轴像差校正系统图

Fig. 2. Diagram of off-axis aberration correction system for the LMT.

经凸面镜校正后的像差 Zernike 多项式系数如表 2 所示. 可见代表低阶像差的离焦系数 Z_4 , 像散系数 Z_6 和彗差系数 Z_7 与表 1 对应项相比都有显著减小, 而高阶项则有所增大, 这是因为凸面镜校正器引入了部分高阶像差. 经凸面镜校正后像差点列图如图 3(a) 所示, 点列图符合彗差特征. 为了分析校正后离轴像差的幅值特性, 在 MATLAB 中对校正后的像差进行波前重构, 如图 3(b) 所示, 可知残余像差约 1600 波, 幅值为 $1016 \mu\text{m}$. 残余像差

表 2 凸面镜校正后的像差 Zernike 多项式系数
Table 2. Zernike polynomial coefficients of aberration after the convex mirror correction.

Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8
175.5	0	-204.5	-92.2	0
Z_9	Z_{10}	Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}
-70.5	0	81.9	-63.9	0

将用磁液变形镜进一步校正.

3.2 磁液变形镜结构

磁液变形镜是一种新型波前校正器, 相比于传统的液晶空间光调制器和固态变形镜, 具有变形行程大、镜面连续光滑、易于扩展等优点. 其通过控制施加于微型线圈的电流, 使磁性液体表面产生与畸变波前相位共轭的反射面, 从而实现像差校正 [12]. 本文设计的磁液变形镜原理如图 4 所示, 装有磁性液体的圆形容器放置在微型线圈上方, 磁性液体的表面铺设有一层银纳米反射膜, 通过改变微型线圈的控制电流产生扰动磁场使磁性液体表面产生形变. 麦克斯韦线圈产生的大均匀磁场与扰动磁场叠加, 在使线圈的控制电流与表面响应线性化的同时, 增加磁液变形镜的变形行程 [13]. 在此基础上, 可以引入控制算法精准控制磁液变形镜的输出面形.

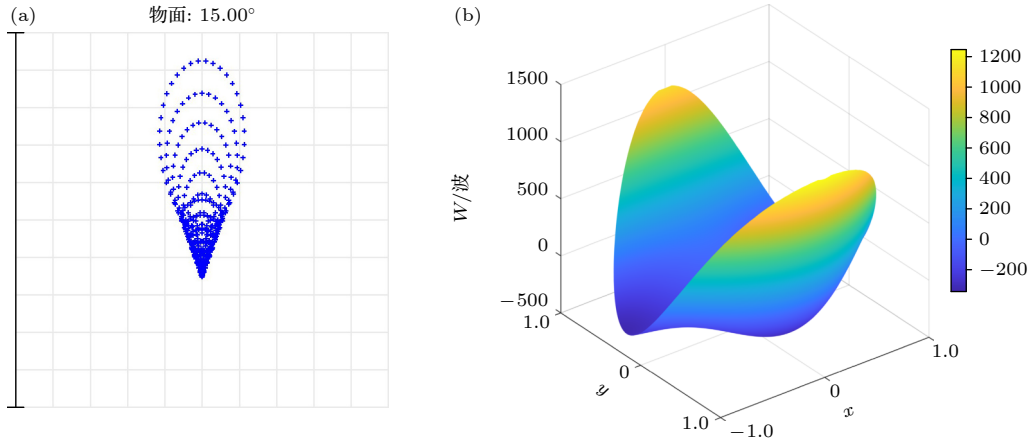


图 3 凸面镜校正后的离轴像差图 (a) 点列图; (b) 波前图

Fig. 3. Diagram of off-axis aberration after the convex mirror correction: (a) Spot diagram; (b) wavefront map.

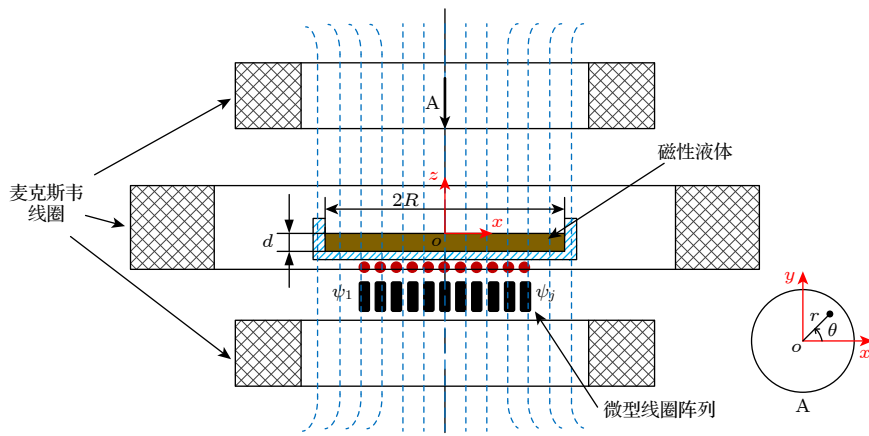


图 4 磁液变形镜原理图

Fig. 4. Schematic diagram of MFDM.

如图 4 所示, 假设容器的半径为 R , 磁性液体的厚度为 d . 在微型线圈的作用下, 镜面上任意一点处产生的变形位移用 $\zeta(r, \theta, t)$ 表示, 其中 (r, θ) 表示该点的极坐标, t 表示时间. 假设驱动线圈在变形镜下方产生的扰动磁场可被理想化为磁势点源 $\psi_j(t)$, 其中 $j = 1, 2, 3, \dots, n$, n 表示驱动线圈的数量. 根据麦克斯韦方程和流体力学动量守恒定律, 可得到磁液变形镜面的动力学方程为^[14]

$$\nabla^2 \phi = 0, \quad -d \leq z \leq \zeta, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \psi^{(i)} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

$$-\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \rho g \zeta + \chi B_0 \frac{\partial \psi^{(2)}}{\partial z} - \sigma \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \theta^2} \right) = 0, \quad z = \zeta, \quad (3)$$

其中 ϕ 是速度场的标量势; $\psi^{(i)} (i = 1, 2, 3)$ 分别表示磁液层上方、内部、下方的磁势; ρ 是磁液的密度;

χ 是磁液的磁化率; B_0 表示麦克斯韦线圈产生的磁感应强度; σ 是磁液的表面张力系数; g 表示重力加速度.

求解上述方程, 结合像差校正系统的离散采样特性, 磁液变形镜模型的离散状态空间表达式可表示为^[14]

$$P: \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(k), \\ \mathbf{y}(k) = \boldsymbol{\zeta}(k) = \mathbf{C}_d \mathbf{x}(k), \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{x}(k)$ 是系统状态向量; $\mathbf{u}(k) = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_J]^T_{(1 \times J)}$ 是输入的磁势矢量; $\mathbf{y}(k) = [\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_m]^T_{(1 \times m)}$ 是磁液变形镜在 m 个控制点的镜面变形矢量; $\mathbf{A}_d, \mathbf{B}_d, \mathbf{C}_d$ 为相应的系统矩阵.

3.3 磁液变形镜参数设计与仿真

基于上述解析模型, 磁液变形镜在驱动线圈产生的扰动磁场和麦克斯韦线圈产生的大均匀磁场

的共同作用下,液面的静态响应近似为

$$h = \frac{\chi B_0 b_z}{\rho g \mu}, \quad (5)$$

其中 h 表示磁性液体表面的变形量; b_z 表示微型线圈在镜面产生的磁感应强度; $\mu = (1 + \chi)\mu_0$ 为磁液磁导率, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ 为真空磁导率. 本文所用磁性液体材料饱和磁化强度为 22 mT, 密度为 1230 kg/m^3 , 黏性为 5.8 cp, 磁化系数为 1.78.

由 3.2 节可知残余像差 PV 值为 $1016 \mu\text{m}$, 根据相位共轭原理可知磁液变形镜应拟合的面形 PV 值为 $508 \mu\text{m}$, 则 (5) 式的单向 h 量应大于 $254 \mu\text{m}$, 本文取 $h = 300 \mu\text{m}$ 进行磁液变形镜的设计. 设定麦克斯韦线圈在磁液表面产生的磁感应强度 B_0 为 15 mT, 则微型线圈产生的扰动磁场 b_z 应为 0.47 mT.

麦克斯韦线圈有上中下三层线圈组成, 为了在其中心区域产生均匀磁场, 上下层线圈与中间层线圈匝数比须满足 49:64^[15]. 根据毕奥-萨伐尔定律, 三层线圈产生的总磁感应强度符合公式:

$$B_0 \approx \frac{15\mu_0 N_2 I}{16R_2}, \quad (6)$$

其中 N_2 表示中间层线圈的匝数; R_2 表示中间层线圈的半径; I 表示输入电流值.

为了使麦克斯韦线圈在磁液变形镜表面产生 15 mT 的均匀磁场, 并且均匀磁场足够覆盖磁液变形镜的磁液区域, 本文取 $R_2 = 180 \text{ mm}$, 当输入电流 I 为 500 mA 时, 可确定 N_2 为 4608 匝. 麦克斯韦线圈绕线规格为 AWG25, 额定电流为 641 mA, 上、中、下层线圈匝数分别为 3528, 4608, 3528, 线圈半径 R_2 为 180 mm

如图 5 所示为微型线圈结构示意图. 假设线圈轴线与磁液表面相交于点 P , 点 P 与线圈顶端距离设为 z_1 , 与线圈底端距离设为 z_2 , 微型线圈的内径和外径分别设为 r_i 和 r_o , 微型线圈的高度设为 L ,

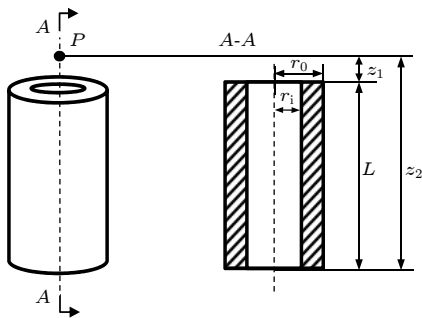


图 5 微型线圈结构

Fig. 5. Structure of the miniature coil.

则无磁液的情况下 P 点处产生的磁感应强度可由以下公式得出:

$$b_z = \frac{\mu_0 i N}{2L(r_o - r_i)} \left[z_2 \ln \frac{\sqrt{r_o^2 + z_2^2} + r_o}{\sqrt{r_i^2 + z_2^2} + r_i} - z_1 \ln \frac{\sqrt{r_o^2 + z_1^2} + r_o}{\sqrt{r_i^2 + z_1^2} + r_i} \right]. \quad (7)$$

根据扰动磁场 0.47 mT 的设计需求, 设定磁性液体的厚度为 1 mm, 同时考虑容器壁厚度, 设定 P 点与微型线圈顶端之间的距离 $z_1 = 2 \text{ mm}$, 线圈的高度 $L = 8 \text{ mm}$, 取线圈的内半径 $r_i = 1 \text{ mm}$, 外半径 $r_o = 2 \text{ mm}$. 微型线圈的绕线规格为 AWG33, 匝数为 330, 额定电流为 101 mA, 内、外径分别为 2 和 4 mm, 高度为 8 mm.

考虑到微型线圈的排列方式和数量会直接影响磁液变形镜的拟合精度. 微型线圈的排列方式有正方形和正六边形两类, 在线圈数量相同情况下, 正六边形排列拟合精度更高. 本文采用残余波前像差 RMS 表征拟合精度, 其公式如下:

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{(\mathbf{y} - \mathbf{y}')^T (\mathbf{y} - \mathbf{y}')}{m}}, \quad (8)$$

其中 \mathbf{y} 和 \mathbf{y}' 分别是磁液变形镜在 m 个采样点上的镜面变形量和待校正量. 为满足校正目标, 本文选取残余像差的 RMS 值小于 $\lambda/10$.

为了确定合适的微型线圈数量, 通过 MATLAB 求解不同线圈数量正六边形排列的对应磁液变形镜拟合精度, 如图 6 所示, 线圈数量越多, 拟合精度越高. 当线圈增加到 631 个时, 拟合精度可满足要求, 继续增加线圈数量, 拟合精度无明显提升, 故选取微型线圈数量为 631 个.

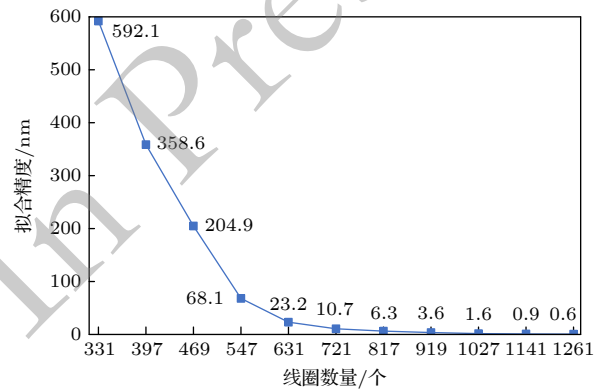


图 6 磁液变形镜拟合精度与微型线圈数量关系

Fig. 6. The relationship between fitting accuracy and the number of miniature coils of MFDM.

基于 COMSOL/Multiphysics 仿真软件, 模拟麦克斯韦线圈和微型线圈的磁场分布如图 7 所示. 为了验证磁液变形镜的控制效果, 在 COMSOL 和 MATLAB 中进行联合仿真, 对麦克斯韦线圈通入 523 mA 电流, 微型线圈输入 100 mA 电流, 对应镜面的静态响应如图 8 所示, 与通过 (5) 式求解的变形量符合. 残余像差波前如图 9 所示, 校正结果满足精度要求.

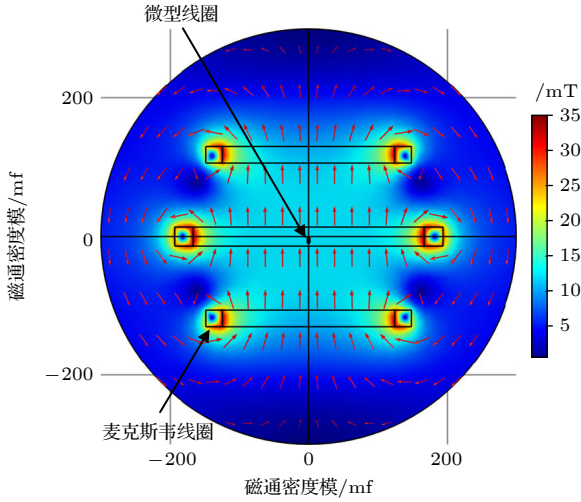


图 7 线圈磁场分布

Fig. 7. The distribution of the magnetic field in the coils.

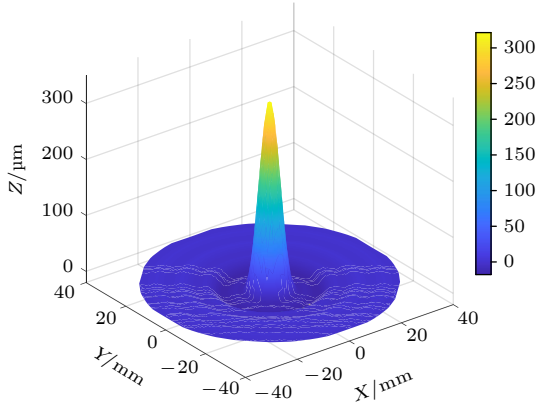


图 8 中心微型线圈施加 100 mA 电流时镜面静态响应

Fig. 8. The MFDM static response when the center miniature coil is driven with a current of 100 mA.

4 磁液变形镜控制

随着变形镜技术的发展, 相关控制算法也得到了广泛研究, 例如 LQG 控制器 [16,17]、 H_∞ 鲁棒控制器 [18] 和 PID 控制器 [19,20] 等在自适应光学的像差校正中均取得了良好的效果. 然而液体望远镜在离轴观测时, 除存在大幅值静态像差外, 还受到旋

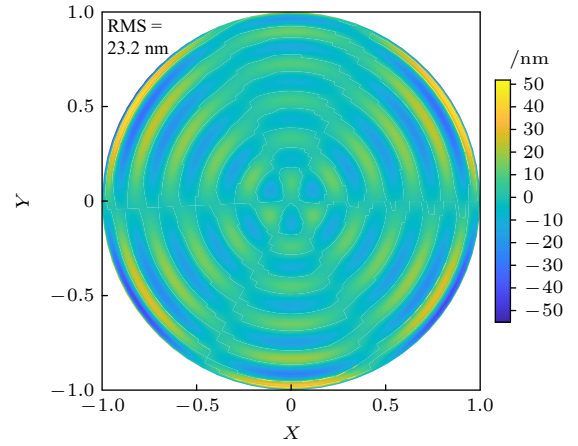


图 9 631 个微型线圈驱动时残余像差图

Fig. 9. Residual aberration diagram with 631 miniature coils.

转机构振动及气流扰动等干扰影响产生动态像差. 这类动态像差通常包含具有带限特性的随机干扰和窄带特性的确定性干扰, 而上述控制方法在抑制未知确定性干扰时效果有限. 因此, 本文设计一种 Youla 参数化自适应控制器应用于磁液变形镜控制, 相比于传统的控制方法, 基于 Youla 参数化的自适应控制算法对有限带宽随机干扰和窄带确定性干扰同时具有很好的抑制能力.

4.1 模型解耦

在凸面镜对离轴像差进行初步校正后, 基于磁液变形镜模型设计 Youla 参数化自适应控制器以校正残余像差. 由于磁液变形镜为多输入多输出系统, 各通道之间存在耦合, 考虑到磁液变形镜低频保持特性, 本文采用直流增益解耦方法. 变形镜系统 G 的直流增益为 $G_0 = C_d(I - A_d)^{-1}B_d$, 则解耦后的系统为 $G' = G_0^{-1}G$. 直流增益解耦后, 针对每个独立通道分别设计自适应控制器. 假设有 n 个通道, 第 i 个通道的控制器定义为 K_i , 则解耦系统的控制器可表示 $\bar{K} = [K_1, K_2, \dots, K_n]^T$. 系统的闭环控制框图如图 10 所示, 广义系统的控制器为 $K = \bar{K}G_0^{-1}$.

由于驱动器正六边形排列具有对称性, 所以直流增益解耦后的系统单通道离散模型基本相似, 可表示为

$$\sum_p: \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k), \\ y(k) = e(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + w(k), \end{cases} \quad (9)$$

其中 $w(k)$ 是对应通道需要校正的畸变波前, $u(k)$ 是控制器的输出, $e(k)$ 是残余畸变波前, \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} 是对应的系统矩阵.

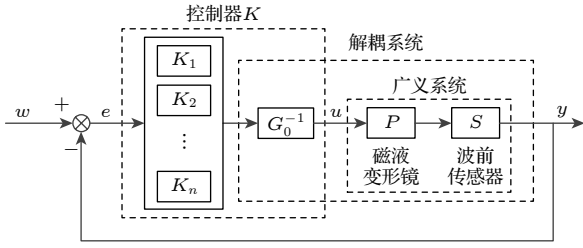


图 10 闭环系统整体控制框图

Fig. 10. Overall control block diagram of the closed-loop system.

4.2 自适应控制器设计

由于动态像差具有未知且时变的特性, 本文为每个通道设计基于 Youla 参数化的自适应控制器. 自适应控制器的设计可分为三个步骤: 第一步设计基控制器以抑制带限随机干扰, 第二步对基控制器增广 Q 参数形成全局稳定的控制器, 最后基于 RLS 在线调谐 Q 参数收敛到期望值实现对窄带确定性干扰的抑制. 控制系统框图如图 11 所示.

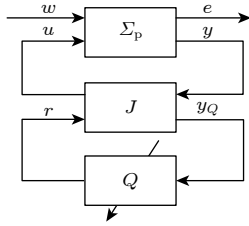


图 11 Youla 参数化自适应控制原理图

Fig. 11. Diagram of Youla parameterized adaptive control.

全局稳定控制器主要由 J 模块和 Q 模块组成, 其中 J 模块可表示为

$$J: \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(k+1) = (\mathbf{A} + \mathbf{LC}) \\ + \mathbf{BK}\hat{\mathbf{x}}(k) - \mathbf{L}y(k) + \mathbf{B}y_Q(k), \\ u(k) = \mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}(k) + y_Q(k), \\ r(k) = y(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k). \end{cases} \quad (10)$$

上式中, \mathbf{K} 为状态反馈增益矩阵, \mathbf{L} 为观测器增益矩阵, 可采用 LQG 控制器设计方法获得. Q 模块采用加权 Ritz 型 Q 参数:

$$Q(z) = \sum_{i=1}^{n_q} \theta_i z^{1-i} H(z), \quad i = 1, \dots, n_q, \quad (11)$$

其中 $H(z)$ 为调节 $Q(z)$ 动态性能的稳定器. 令 q^{-l} 表示 l 步时间延迟因子, 定义 $\bar{Q}_k = \sum_{i=1}^{n_q} \theta_i(k-1)q^{1-i}$ 和 $Q_k = \bar{Q}_k H(q^{-1})$, 则性能变量 $e(k)$ 可以表示为

$$e(k) = T_{11}(q^{-1})w(k) + T_{12}(q^{-1})\bar{Q}_k H(q^{-1})r(k), \quad (12)$$

其中 $T_{11} := \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{BK} & \mathbf{BK} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} + \mathbf{LC} & -\mathbf{L} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$, $T_{12} := \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{BK} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$, $r(k)$ 作为 J 模块的输出之一, 可在每一步计算得到. 令 θ^0 表征期望 Q 参数值, 对应的性能变量为 $e^0(k)$, 定义自适应误差:

$$\tilde{e}(k) = e(k) - [T_{12}(q^{-1})\bar{Q}_k - \bar{Q}_k T_{12}(q^{-1})]H(q^{-1})r(k). \quad (13)$$

则可得 $\tilde{e}(k) = \phi^T(k)\tilde{\theta}(k) + e^0(k)$, 其中:

$$\tilde{\theta}(k) = [(\theta_1^0 - \hat{\theta}_1(k)), \dots, (\theta_{n_q}^0 - \hat{\theta}_{n_q}(k))]^T, \quad (14)$$

$$\phi(k) = [-v(k), \dots, -v(k - n_q + 1)]^T,$$

$$v(k) = T_{12}(q^{-1})H(q^{-1})r(k). \quad (15)$$

采用带时变遗忘因子的递归最小二乘法调谐 Q 参数, 可得

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \frac{\mathbf{P}(k)\phi(k)}{1 + \phi^T(k)\mathbf{P}(k)\phi(k)}\tilde{e}(k), \quad (16)$$

$$\mathbf{P}(k+1) = \frac{1}{\lambda(k)} \left[\mathbf{P}(k) - \frac{\mathbf{P}(k)\phi(k)\phi^T(k)\mathbf{P}(k)}{1 + \phi^T(k)\mathbf{P}(k)\phi(k)} \right], \quad (17)$$

其中 $\mathbf{P}(k)$ 为自适应增益, $\lambda(k)$ 为遗忘因子, 且满足 $0 < \lambda(k) \leq 1$, 根据不同的干扰特性选取不同的 $\lambda(k)$. 自适应算法可将 Q 参数收敛到期望值从而同时实现对静态像差和未知动态干扰像差的校正.

5 离轴像差校正实验

为了验证基于凸面镜和磁液变形镜相结合的 Paul-Baker 系统对离轴像差的校正能力, 本文设计并制作了直径 30 cm、焦比 $f/4$ 的小型液体反射镜, 并根据 3.1 节所述方法优化设计曲率半径为 300 mm 的凸面镜. 分析凸面镜校正后的像差可知, 其 RMS 值为 53.9 μm , PV 值达 240 μm , 则磁液变形镜产生的镜面行程需大于 60 μm , 取 100 μm 行程作为设计目标. 针对凸面镜校正后的像差, 经拟合计算得 37 个微型线圈驱动的磁液变形镜可使残余像差 RMS 值降为 86 nm. 因此为验证校正系统的设计方案和磁液变形镜控制算法的有效性, 设计 37 个微型线圈驱动的磁液变形镜原型样机如图 12 所示. 其中麦克斯韦线圈绕线规格为 AWG25, 额定电流为 641 mA, 上、中、下层线圈匝数分别为 883, 1152, 883, 线圈半径 R_2 为 100 mm, 微型线圈绕线规格为 AWG36, 匝数为 496, 额定电流为

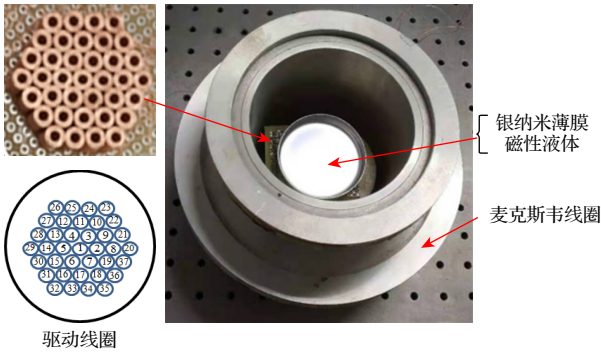


图 12 磁液变形镜原型样机
Fig. 12. Prototype of the MFDM.

50 mA, 内、外径分别为 2 和 4 mm, 高度为 8 mm.

5.1 磁液变形镜镜面线性响应验证

为了分析磁液变形镜镜面响应特性, 使用 Polytec OFV5000/552 和 Polytec VIB-A-T31 测量中心微型线圈 (#1) 驱动镜面输出点的变形量. 设定麦克斯韦线圈的驱动电流为 500 mA, 每隔 10 mA 向中心微型线圈施加电流测得输出点变形量如图 13 所示, 可知中心线圈输出点镜面响应与驱动电流呈线性关系, 且峰值变形量达到双向 100 μm 以上. 图 14 所示是验证磁液变形镜在微型线圈镜面对应点处响应的线性叠加结果, 其中保持麦克斯韦线圈电流值不变. 图 14(a) 中, “○” 标记的点表示中心线圈 (#1) 分别输入 20 和 -10 mA 电流时的镜面响应, 其对应的响应曲线算术叠加结果以红色实线表示, 绿色虚线表示该线圈在输入电流为 10 mA 时的镜面响应. 图 14(b) 中, “×” 标记的点分别表示 #1 线圈和其右侧的 #2 线圈在输入电流分别为 -10 mA 和 20 mA 时产生的镜面响应,

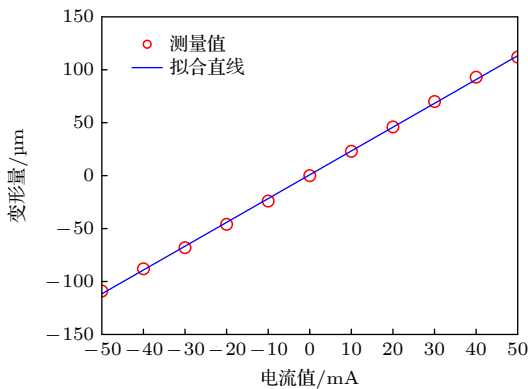


图 13 磁液变形镜中心线圈驱动静态响应
Fig. 13. Static response under the central actuator of the MFDM.

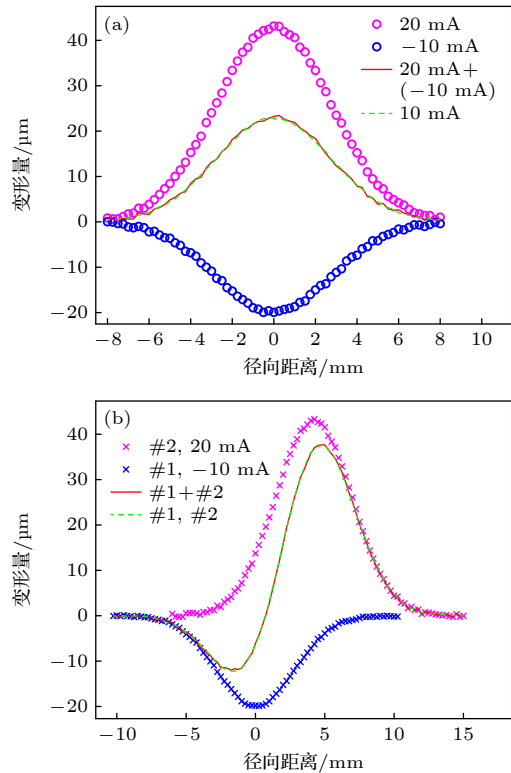


图 14 镜面响应的线性叠加性 (a) 同一线圈输入不同电流; (b) 不同位置线圈输入不同电流
Fig. 14. Linear addition of surface deflection: (a) A single coil with different currents; (b) coils in different position with different currents.

红色实线为这两种响应的算术叠加结果, 绿色虚线为两线圈同时加载相应电流时测得的镜面响应.

图 14 实验结果表明, 单一线圈影响函数面形近似为高斯形, 相邻线圈耦合系数为 35%, 两种情况下红色实线和绿色虚线都基本重合, 结合图 13 可知, 磁液变形镜不仅在单线圈驱动下正上方输出点响应与输入电流呈线性关系, 其整个镜面面形各点的响应同样与输入电流保持线性关系, 并且不同驱动器之间的响应输出满足线性叠加原理. 因此, 本文设计的磁液变形镜具有镜面线性响应特性和大行程校正能力, 可采用广泛应用于固态变形镜的线性控制方法进行有效控制.

5.2 自适应光学平台搭建

根据图 2 设计的液体望远镜离轴像差校正系统搭建如图 15 所示实验平台. 实验平台由激光光源、平面镜、液体反射镜、凸面镜、扩束镜、缩束镜、分光镜、波前传感器、CCD 相机和控制系统组成. 激光光源可产生波长为 635 nm 的光束, 通过调整准直器使激光以扇形发射, 利用平面反射镜 I 将

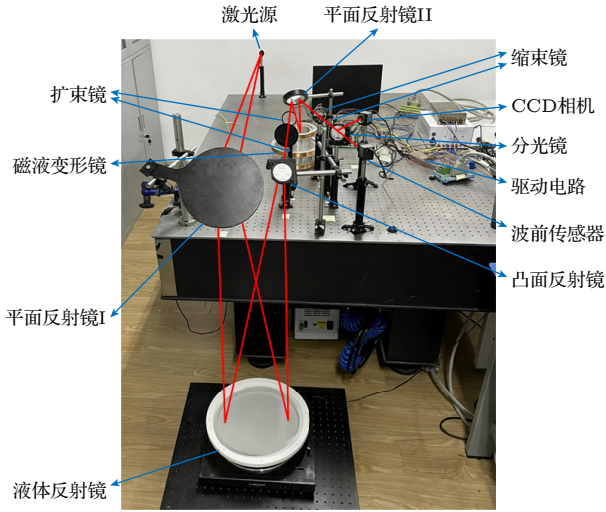


图 15 液体望远镜离轴像差校正系统实验平台

Fig. 15. Experimental setup of LMT off-axis aberrations correction system.

光束以 5° 入射角照射到液体望远镜表面, 此时光束大小基本覆盖液体镜面, 反射后的光束经凸面镜校正后再经过一组扩束镜将光斑扩束到合适尺寸, 并通过平面反射镜 II 引导至磁液变形镜表面进行残余像差校正. 校正后的光束再经平面反射镜 II 至采集光路中, 经缩束镜、分光镜后分别进入 CCD 相机和波前传感器, CCD 相机用于实时捕获光斑便于观察校正效果, 波前传感器探测残余波前像差数据. 控制器根据像差数据计算产生相应的控制信号, 通过驱动电路对每个线圈输入相应的控制电流, 磁液变形镜在通电微型线圈产生的扰动磁场作用下产生变形, 实现对波前像差的校正.

5.3 凸面镜校正验证

为了验证校正光路中所设计的凸面镜对静态像差的校正能力, 通过 CCD 相机捕获校正前后的光斑图, 如图 16 所示. 通过对比校正前后的光斑图可知, 凸面镜校正后的光斑相较于校正前更集

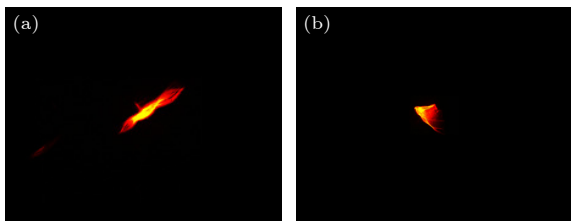


图 16 凸面反射镜校正前后光斑图 (a) 校正前; (b) 校正后

Fig. 16. Spot images before and after the convex mirror correction: (a) Before correction; (b) after correction.

中. 考虑到凸面镜校正后的光斑仍含有部分像差, 将使用磁液变形镜结合自适应控制算法进一步校正残余像差.

5.4 自适应算法实验验证

由于凸面镜校正后的残余像差 PV 值仍有 $240 \mu\text{m}$, 超出 WFS150-5 C 波前传感器的最大探测范围, 考虑到残余像差包括高阶静态像差和由旋转机构振动及外界干扰等因素引起的动态像差, 其中静态像差具有固定波前, 可通过对微型线圈输入偏置电流以降低对应输出点的像差幅值, 从而预校正静态像差, 偏置电流值可通过磁液变形镜解析模型求出. 校正后残余像差则可利用波前传感器探测, 某一时刻的波前如图 17 所示. 取波前传感器获得的残余像差作为校正对象, 利用 Youla 参数化自适应控制器驱动 37 个微型线圈进行像差校正.

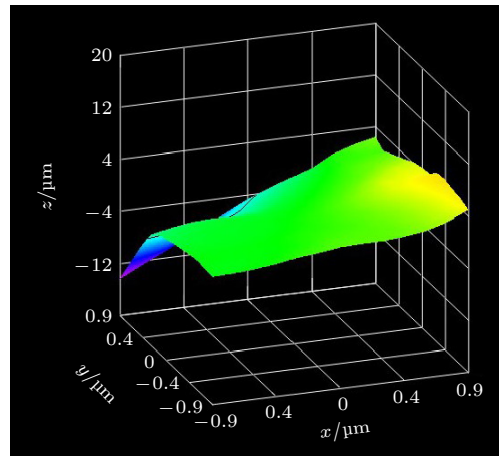


图 17 控制电流偏置后的残余像差波前图

Fig. 17. The residual aberration wavefront map under the biased current.

为了验证自适应控制算法的有效性, 选取图 12 中 #1, #2, #15, #25 四组通道对应的波前像差作为研究对象, 图 18 为开环和闭环控制的残余像差时域图, 其中 #1, #2, #15, #25 对应输出点的动态波前像差幅值分别约为 $9 \mu\text{m}$, $8.5 \mu\text{m}$, $4.5 \mu\text{m}$ 和 $8 \mu\text{m}$, 经自适应控制器驱动对应线圈进行校正, 校正后的波前像差 RMS 值下降至 $0.18 \mu\text{m}$. 如图 19 所示为四组通道对应的 PSD 图, 可知位于 0.6 Hz 和 1.2 Hz 处确定性干扰分别降低了 30 dB , 21 dB , 低频段的随机干扰也有显著降低. 本文中每个通道的自适应控制器 Youla 参数 θ 包含 8 个未知参数, 图 20 为四个通道对应 θ 值的收敛情况, 可知四个

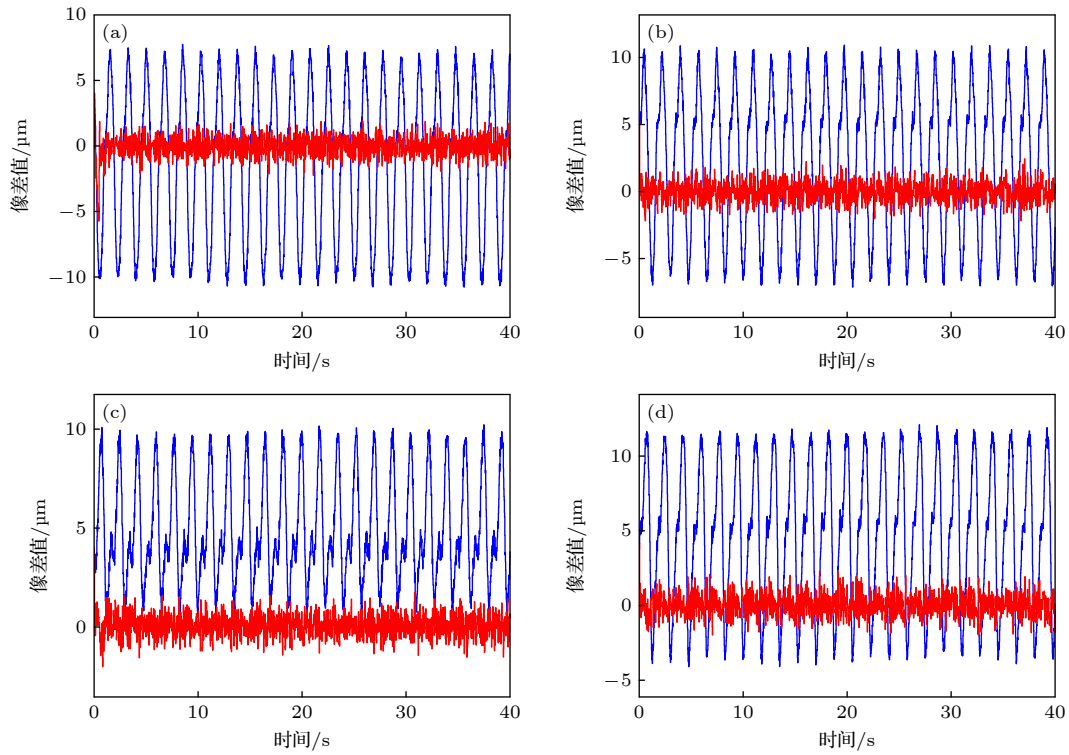


图 18 四个选定通道输出点处波前校正情况 (蓝色: 开环控制, 红色: 闭环控制) (a) #1; (b) #2; (c) #15; (d) #25

Fig. 18. The wavefront correction of the four selected channels (Blue: Open-loop control, Red: Closed-loop control): (a) #1; (b) #2; (c) #15; (d) #25.

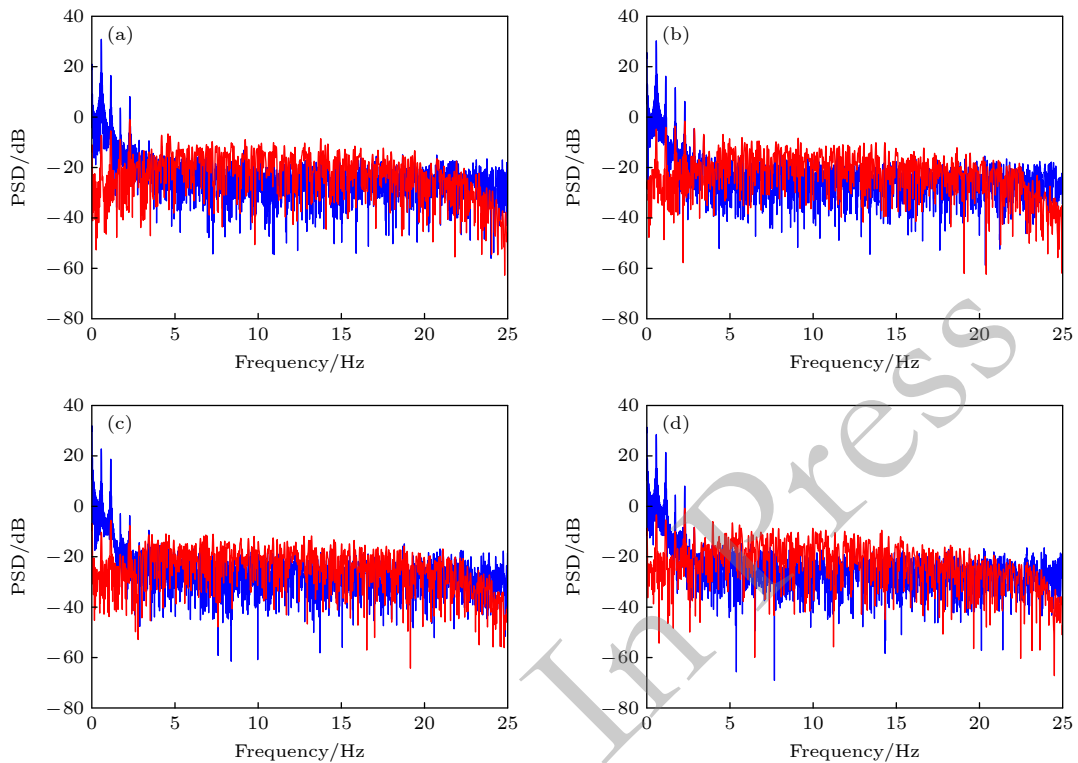


图 19 四个选定通道 PSD 图 (蓝色: 开环控制, 红色: 闭环控制)(a) #1; (b) #2; (c) #15; (d) #25

Fig. 19. The PSD diagrams of the four selected channels (Blue: Open-loop control, Red: Closed-loop control): (a) #1; (b) #2; (c) #15; (d) #25.

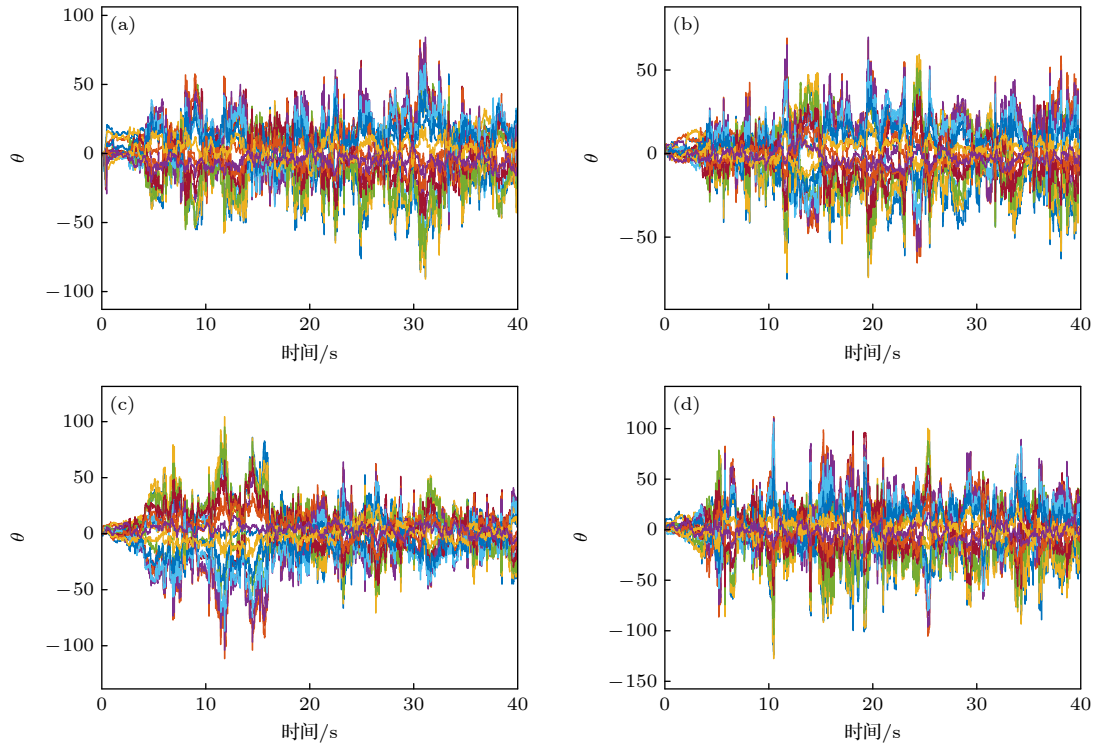


图 20 四个选定通道自适应控制器 θ 值 (a) #1; (b) #2; (c) #15; (d) #25

Fig. 20. The adaptive θ of the four selected channels: (a) #1; (b) #2; (c) #15; (d) #25.

通道的 θ 值逐渐收敛到期望值。

校正后的波前图和光斑图如图 21 所示, 经磁液变形镜校正后的波前像差值相比于未校正之前显著降低, 同时, 校正后的光斑更为集中. 上述结果表明, 本文设计的离轴像差校正系统能够有效地校正液体望远镜的离轴像差.

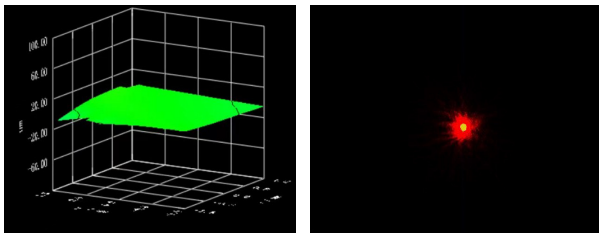


图 21 校正后波前图和光斑图

Fig. 21. The wavefront map and spot image after the aberration correction.

6 结 论

本文设计了一种基于凸面镜和磁液变形镜相结合的 Paul-Baker 像差校正系统用于校正液体望远镜的离轴像差. 首先优化设计凸面镜以校正低阶静态大离轴像差, 然后针对残余像差特性设计了磁液变形镜, 并结合磁液变形镜镜面模型, 设计了一

种基于 Youla 参数化的自适应控制器, 以校正未知的静态残余像差和动态时变像差, 最后搭建面向小型旋转液体反射镜的离轴像差校正系统进行实验验证, 实验结果显示, 所设计的磁液变形镜可实现超 100 μm 的大行程变形, 并将波前 RMS 误差从 53.9 μm 有效降低至 0.18 μm , 结果表明, 所设计的基于磁液变形镜像差校正系统以及自适应控制器对液体望远镜的离轴像差具有很好的校正能力.

数据可用性声明

支撑本研究成果的数据集可在科学数据银行 <https://doi.org/10.57760/sciencedb.j00213.00203> 中访问获取.

参考文献

- [1] Gibson B K 1991 *J. R. Astron. Soc. Can.* **85** 158
- [2] Cabanac R A, Borra E F, Beauchemin M 1998 *Astrophys. J.* **509** 309
- [3] Hickson P, Pfrommer T, Cabanac R A, Crotts A, Johnson B, De Lapparent V, Lanzetta K M, Gromoll S, Mulrooney M K., Sivanandam S, Truax B 2007 *Publ. Astron. Soc. Pac.* **119** 444
- [4] Surdej J, Hickson P, Misra K, Banerjee D, Ailawadhi B, Akhunov T, Borra E, Dubey M, Dukiya N, Filali S, Hellemeier J, Kharayat M, Kumar B, Kumar H, Kumar M, Kumar T S, Kumari P, Negi V, Pospieszalska-Surdej A, Prabhav S, Pradhan B, Pranshu K, Rawat H, Reddy B K,

- Sasidharan Pillai A, Singh K, Tremblay S, Turakhia S, Vijay S 2025 *Astron. Astrophys.* **694** A80
- [5] Surdej J, Ailawadhi B, Akhunov T, Borra E, Dubey M, Dukiya N, Fu J, Grewal B, Hickson P, Kumar B, Misra K, Negi V, Pospieszalska-Surdej A, Pranshu K, Sun E 2024 *Bull. Soc. R. Sci. Liège* **93** 1054
- [6] Moretto M, Borra E F 1997 *Appl. Opt.* **36** 2114
- [7] Hickson P, Borra E F, Cabanac R A, Content R, Gibson B K, Walker G A H 1994 *Astrophys. J.* **436** L201
- [8] Li K, Zheng L, Liu C, Li X, Tang Z 2019 *9th International Symposium on Advanced Optical Manufacturing and Testing Technologies: Large Mirrors and Telescopes* Chengdu, China, January 11, 2019 p108370E
- [9] Tyson R K, Frazier B W 2022 *Principles of Adaptive Optics* 5th Edition (Boca Raton: CRC Press) pp199–206
- [10] Wang M, Moretto G, Borra E F, Lemaitre G 1994 *Astron. Astrophys.* **285** 344
- [11] Yuan X Y, Su D Q, Cui X Q, Liu G R 2005 *Chin. J. Astron. Astrophys.* **5** 546
- [12] Zhang Z, Wu Z Z, Jiang X X, Wang Y Y, Zhu J L, Li F 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 034702 (in Chinese) [张柱, 吴智政, 江新祥, 王园园, 朱进利, 李峰 2018 *物理学报* **67** 034702]
- [13] Iqbal A, Amara F B 2008 *Int. J. Optomechatronics* **2** 126
- [14] Wu Z Z, Iqbal A, Amara F B 2013 *Modeling and control of magnetic fluid deformable mirrors for adaptive optics systems* (Berlin: Springer) pp99–125
- [15] Caprari R S 1995 *Meas. Sci. Technol.* **6** 593
- [16] Zhao B, Kong L X, Cheng Y, He R F, Wang S, Yang K J, Yang P 2025 *Chin. J. Lasers* **52** 1705001 (in Chinese) [赵棒, 孔令曦, 程勇, 何瑞峰, 王帅, 杨康建, 杨平 2025 *中国激光* **52** 1705001]
- [17] Galland N, Marquis L, Raynaud H F, Osborn J, De La Rosa J M, Garcia I M, Tubío O, García-Talavera M R, Kulcsár C 2024 *Proc. SPIE 13097, Adaptive Optics Systems IX* Yokohama, Japan August 27, 2024 p1309782
- [18] Song D, Li X, Peng Z 2016 *Opt. Eng.* **55** 094106
- [19] Escárate P, Coronel M, Carvajal R, Agüero J C 2023 *Sensors* **23** 9186
- [20] Liu Z W, Li Z D, Zhou Z Q, Yuan X W 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 014206 (in Chinese) [刘章文, 李正东, 周志强, 袁学文 2016 *物理学报* **65** 014206]

Off-axis aberration correction system for liquid mirror telescope based on magnetic fluid deformable mirror*

XU Maomao¹⁾ DING Haichun¹⁾ WANG Hao¹⁾ QIAN Fanfan²⁾
NIU Shuxian¹⁾ WU Zhizheng^{1)†}

1) (School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

2) (School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

(Received 26 November 2025; revised manuscript received 30 January 2026)

Abstract

The liquid mirror telescope (LMT) features low cost, high surface optical quality, and ease of fabrication, providing an economical and efficient alternative to conventional solid-mirror telescopes. However, owing to its structural characteristics, the observation direction of an LMT is typically restricted to the zenith. Although off-axis observations can partially expand the observable sky region, they inevitably introduce significant static off-axis aberrations. In addition, various disturbances, such as structural vibration and atmospheric turbulence, may cause mirror surface fluctuations, which lead to dynamic aberrations. To correct these aberrations and thereby expand the observable sky region of the LMT, this paper proposes an aberration correction system based on a magnetic fluid deformable mirror (MFDM). Compared with the traditional wavefront correctors, MFDM can provide both a large stroke and a large inter-actuator stroke. Specifically in this paper, a convex mirror is first employed to provide preliminary compensation of large low-order static off-axis aberrations. Subsequently, an MFDM is designed with respect to the residual aberrations, and a Youla-parameterized adaptive control algorithm is developed to achieve real-time correction of both residual static aberrations and dynamic time-varying aberrations. Finally, an experimental LMT platform is established to validate the proposed aberration correction system. The experimental results show that the MFDM can achieve a

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 52475598, 52075315).

† Corresponding author. E-mail: zhizhengwu@shu.edu.cn

deformation stroke exceeding 100 μm and reduce the wavefront RMS error from 53.9 to 0.18 μm . The results further demonstrate that the MFDM-combined aberration correction approach exhibits excellent capability in compensating the exceptionally large off-axis aberrations, and thus offers an effective solution for expanding the observable sky region of LMTs.

Keywords: magnetic fluid deformable mirror, liquid mirror telescope, aberration correction, adaptive control

DOI: [10.7498/aps.75.20251610](https://doi.org/10.7498/aps.75.20251610)

CSTR: [32037.14.aps.75.20251610](https://cstr.net.cn/32037.14.aps.75.20251610)

In Press