

基于多频共稀疏建模的浅海模态分离方法*

尹家瑞¹⁾²⁾³⁾ 曹然^{1)2)3)4)†} 李理¹⁾²⁾³⁾ 李德文⁵⁾ 殷敬伟¹⁾²⁾³⁾

1) (哈尔滨工程大学, 水声技术全国重点实验室, 哈尔滨 150001)

2) (极地海洋声学与技术应用教育部重点实验室(哈尔滨工程大学), 哈尔滨 150001)

3) (哈尔滨工程大学水声工程学院, 哈尔滨 150001)

4) (青岛哈尔滨工程大学创新发展基地, 青岛 266000)

5) (哈船蓝鲲(珠海)科技有限公司, 珠海 519000)

(2025年12月7日收到; 2026年1月2日收到修改稿)

浅海波导中利用水平线列阵对被动目标辐射信号(如舰船辐射噪声、机会声源信号等)进行准确模态分离是浅海被动探测的一大难题, 现有方法通常在各频点上相互独立地进行处理, 未能充分利用模态在不同频率上的相关性, 在模态分离时对阵列孔径和信噪比提出了较高要求. 针对这一问题, 本文将波导不变量作为物理先验, 在浅海模态色散关系约束下构建跨频一致的模态水平波数字典, 并在稀疏贝叶斯学习框架下实现多频共稀疏的模态分离. 数值仿真结果表明: 在设定波导环境下, 与现有代表性方法相比, 所提方法在分离全部模态时所需阵列孔径可降低20%以上, 在低信噪比条件下仍保持较高的分离准确性和稳健性, 且性能随频点间隔的减小而进一步提升; 即使在波导不变量存在较大失配的情况下, 低阶模态仍能较为准确地分离. 最后, 基于2021年南海某浅海区域水平线列阵被动探测试验数据对该方法进行验证, 海试结果进一步证明了所提方法在实际海洋环境中的可行性.

关键词: 浅海, 水平线列阵, 色散关系, 模态分离**DOI:** 10.7498/aps.75.20251685**CSTR:** 32037.14.aps.75.20251685

1 引言

根据模态理论, 浅海声场可表示为一组模态的线性叠加, 各阶模态可通过其对应的水平波数加以刻画. 模态水平波数蕴含了声传播特性及波导结构等关键信息, 在目标检测^[1]、被动定位^[2,3]和环境参数反演^[4]等水声工程问题中具有重要价值. 因此, 有效实现模态分离已成为浅海水声信号处理中的一个重要研究课题.

现有模态分离方法主要可以分为时域方法和波数域方法. 时域模态分离多基于单水听器观测,

尽管单水听器不具备空间孔径, 但当声源信号为脉冲信号时, 可利用 warping 变换将不同阶模态在时间轴上展开, 从而实现分离^[5-8]. 然而, 实际水声被动目标辐射信号(如舰船辐射噪声、机会声源信号等)形式较为复杂, 往往难以满足 warping 变换对信号形式的要求, 使得此类方法的适用场景受到一定限制. 与时域方法不同, 波数域模态分离则依赖阵列观测, 可以用于被动声源信号的模态分离. 对于垂直线列阵, 基于模态正交性的垂直阵模态滤波方法是应用最为广泛的模态分离方法之一^[9,10], 通过将接收数据投影到模态本征函数空间来实现模态分离. 但此类方法依赖较为准确的环境参数以构

* 山东省自然科学基金(批准号: ZR2024QA112)和黑龙江省自然科学基金优秀青年项目(批准号: YQ2023A008)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: cran@hrbeu.edu.cn

造模态空间,在实际海洋环境中往往难以严格满足.为减弱对环境先验信息的依赖,有学者提出了数据驱动的垂直阵模态分离方法^[11,12],通过“打靶法”构造模态空间并与接收数据进行匹配,避免了对于底质先验信息的依赖.但此类方法仍需要已知较为准确的声速剖面.另一方面,由于垂直阵孔径受限于海深,在水平波数域上的分辨能力有限,当各阶模态水平波数间隔较近时,仍难以实现有效分离.

水平线列阵是另一种被动声源信号模态分离常用的阵列构型.与垂直阵不同,水平线列阵直接在水平方向对声场进行采样,且阵列长度不受水深限制,在水平波数分辨率方面具有显著优势,因此特别适用于浅海波导中的模态分离.对于水平线阵,模态分离问题退化为谱估计问题.传统的水平阵模态分离方法多采用常规波束形成 (conventional beamforming, CBF), 通过在各个频点上对模态水平波数进行谱估计,从而实现分离.然而,受瑞利限和较高旁瓣的共同制约, CBF 方法在实际应用中常出现分辨率不足、谱峰展宽以及弱模态被强模态旁瓣淹没等问题.为此,子空间类方法^[13]和自回归方法^[14]被引入模态分离问题,这些方法在一定程度上提高了阵列的分辨能力,但对噪声依然较为敏感.亦有学者以 CBF 为基础,提出了解卷积 CBF 方法 (deconvolved conventional beamform, D-CBF)^[15],在保留前者稳健性的同时,提高了阵列的分辨能力.近年来,稀疏恢复类方法凭借较高的分辨率和稳健性,在水声信号处理领域得到广泛关注^[16-18].国内外学者基于稀疏重构思想,提出了多种浅海模态分离方法. Gerstoft 等^[19-21]将稀疏贝叶斯学习 (sparse Bayesian learning, SBL) 方法用于方位估计,该方法也可以直接用于水平线阵的模态分离. Bonnel 等^[22,23]利用压缩感知方法在各频点上估计水平波数谱,并结合粒子滤波后处理或逐频点递推以跟踪模态色散曲线.梁玉权等^[24]则将水平阵压缩感知和时域处理相结合,实现了复杂信号的时域模态分离.然而,上述方法普遍在不同频点上相互独立地进行模态分离,未能充分利用模态在不同频率上的相关性.因此处理增益有限,对于阵列孔径具有较高的要求,分离结果易受噪声干扰.针对上述问题,本文在浅海波导色散关系约束下对模态进行多频共稀疏建模,构造跨频一致的模态水平波数字典,并在稀疏贝叶斯学习框架下使同

阶模态的水平波数在不同频率上共享相同的稀疏超参数,从而在保证物理一致性的前提下充分利用多频信息,在降低对阵列孔径要求的同时,提高模态分离的准确性和稳健性.

本文结构如下:第2节在浅海波导色散关系约束下对模态进行多频共稀疏建模,并在稀疏贝叶斯学习框架下实现模态分离;第3节通过数值仿真分析所提方法的模态分离性能;第4节利用南海海试数据对所提方法的有效性进行验证;第5节给出全文的主要结论.

2 阵列信号模型及基于多频共稀疏建模的模态分离方法

2.1 阵列接收信号模型

在浅海环境中,低频声传播可由模态理论有效刻画.位于深度 z_s 的简谐点源在远场位置 (r, z) 处激发的频域声压,可表示为 M 阶传播模态的线性叠加^[1]:

$$p(f, r, z) = \sum_{m=1}^M a_m(f, r, z) e^{ik_{rm}r}, \quad (1)$$

模态幅度 $a_m(f, r, z)$ 可表示为

$$a_m(f, r, z) = S(f) \frac{e^{i\pi/4} \Psi_m(z_s) \Psi_m(z)}{\rho(z_s) \sqrt{k_{rm}r}}, \quad (2)$$

式中, $S(f)$ 为频率 f 下的声源强度, M 为波导中传播模态数, k_{rm} 和 Ψ_m 分别表示第 m 阶模态的水平波数和模态函数, $\rho(z_s)$ 为声源深度处的水体密度.

对于布放深度为 z_a 的 N 元水平均匀线阵,假设目标位于其端射方向,则阵列第 n 个阵元与声源间的水平距离为

$$r_n = r_0 + (n-1)d, \quad (3)$$

式中, r_0 表示声源与阵列第 1 个阵元间的水平距离, d 为阵元间距.当声源距离 r_0 远大于阵列孔径时,可将 $a_m(f, r_n, z_a)$ 近似为 $a_m(f, r_0, z_a)$,即同阶模态在阵列各接收点处的幅度变化可以忽略.

浅海声场通常由少数几阶传播模态主导,信号在水平波数域上呈现显著稀疏性.基于幅度近似,将 (3) 式代入 (1) 式,可得阵列频域稀疏信号模型.设快拍数为 L , 第 l 个快拍上的阵列接收向量 $\mathbf{y}^l(f)$ 可表示为

$$\mathbf{y}^l(f) = \mathbf{A}(f) \mathbf{x}^l(f) + \mathbf{n}^l(f), \quad (4)$$

式中 $\mathbf{x}^l(f) = [a_1^l(f, r_0, z_a), \dots, a_{\tilde{M}}^l(f, r_0, z_a)]^T \in \mathbb{C}^{\tilde{M} \times 1}$ 为快拍 l 上的稀疏模态系数向量, 对应点数为 \tilde{M} 的预设水平波数网格 $\{k_{r,1}, \dots, k_{r,\tilde{M}}\}$; \mathbf{T} 表示矩阵转置. 定义非零支撑集 $\mathcal{K}_l(f)$ 为

$$\mathcal{K}_l(f) = \{k \in \mathbb{N} \mid x_k^l(f) \neq 0\} = \{k_1, k_2, \dots, k_M\}, \quad (5)$$

式中, $x_k^l(f)$ 为 $\mathbf{x}^l(f)$ 的第 k 个分量; 集合 $\mathcal{K}_l(f)$ 标识了模态水平波数在网格上的位置, 对于第 m 阶传播模态, 满足 $k_{rm} = k_{r,k_m}$. 相应地, $\mathbf{A}(f) = [\mathbf{a}_1(f), \dots, \mathbf{a}_{\tilde{M}}(f)] \in \mathbb{C}^{N \times \tilde{M}}$ 为模态导向向量矩阵, 其第 k 个网格点对应的导向向量 $\mathbf{a}_k(f)$ 可写为

$$\mathbf{a}_k(f) = [1, e^{ik_{r,k}d}, \dots, e^{ik_{r,k}(N-1)d}]^T. \quad (6)$$

$\mathbf{n}^l(f) = [n_1^l(f), \dots, n_N^l(f)]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 为加性噪声向量, 各分量服从复高斯分布 $\mathcal{CN}(0, \sigma_f^2)$ 且在不同阵元与快拍上相互独立. 由 (4) 式可知, 阵列接收信号可表示为多模态叠加, 其空间相位由各阶模态的水平波数 k_{rm} 决定. 由于浅海波导中存在色散效应, k_{rm} 随频率而变化, 这一特性可通过色散关系加以描述.

2.2 浅海波导色散关系

在浅海波导中, 第 m 阶模态的水平波数可表示为

$$k_{rm}(\omega) = \frac{\omega}{c_0} - \delta_m(\omega), \quad (7)$$

式中, $\omega = 2\pi f$ 为声源角频率, c_0 为参考声速, $\delta_m(\omega)$ 为由波导色散效应引起的波数修正项. 对于传播模态, $\delta_m(\omega)$ 随频率变化近似满足幂律关系^[25,26]:

$$\delta_m(\omega) = \alpha_m \omega^{1/\beta}, \quad (8)$$

式中, β 为表征波导色散特性的波导不变量. 在理想 Pekeris 波导条件下, β 通常近似取为 1; 在具有温跃层的一般浅海波导中, β 取值通常大于 1. 值得注意的是, 对于存在较强负梯度的波导, 上述幂律色散模型在全频段内并不成立. 此时可对感兴趣的工作频段进行局部色散曲线斜率拟合, 以获得等效指数 β_{eff} , 其本质为频带内的有效色散表征参数, 而非传统意义上的波导不变量.

为便于后续信号处理, 对 (7) 式进行变换, 选定参考频率 ω_0 , 可得 α_m 的显式表达式:

$$\alpha_m = \frac{\delta_m(\omega_0)}{\omega_0^{1/\beta}}. \quad (9)$$

将 (8) 式和 (9) 式代入 (7) 式, 可得

$$k_{rm}(\omega) = \frac{\omega}{c_0} - \delta_m(\omega_0) \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{1/\beta}, \quad (10)$$

式中

$$\delta_m(\omega_0) = \frac{\omega_0}{c_0} - k_{rm}(\omega_0).$$

(10) 式表明, 浅海波导中的模态色散特性可由波导不变量 β 进行刻画, 其大小反映了声场相位结构对频率变化的敏感程度. 由 (10) 式可知, β 的值越大, 波导色散效应越显著. 这一色散关系不仅揭示了模态水平波数随频率的变化规律, 也为本文提出的多频共稀疏建模提供了理论依据.

2.3 基于多频共稀疏的 SBL 模态分离

记频率 f 下 L 个快拍的阵列接收信号集合为 $\mathbf{Y}(f) = [\mathbf{y}^1(f), \dots, \mathbf{y}^L(f)] \in \mathbb{C}^{N \times L}$, 相应的模态系数集合为 $\mathbf{X}(f) \in \mathbb{C}^{\tilde{M} \times L}$, 噪声为 $\mathbf{N}(f) \in \mathbb{C}^{N \times L}$, 由 (4) 式得阵列的频域稀疏信号模型:

$$\mathbf{Y}(f) = \mathbf{A}(f)\mathbf{X}(f) + \mathbf{N}(f). \quad (11)$$

为建立 SBL 模型, 首先假设 $\mathbf{x}^l(f)$ 服从复高斯分布, 且在不同快拍和频率间相互独立. 则 $p(\mathbf{x}^l(f)) = \mathcal{CN}(\mathbf{x}^l(f) \mid \mathbf{0}, \mathbf{\Gamma}_f)$, 其中 $\mathbf{\Gamma}_f$ 为对角超参数协方差矩阵, 即 $\mathbf{\Gamma}_f = \text{diag}(\gamma_{1f}, \dots, \gamma_{\tilde{M}f})$. 由此可得 $\mathbf{X}(f)$ 的先验分布为

$$p(\mathbf{X}(f)) = \prod_{l=1}^L \mathcal{CN}(\mathbf{x}^l(f) \mid \mathbf{0}, \mathbf{\Gamma}_f). \quad (12)$$

由于色散效应, 模态水平波数 k_{rm} 随频率 f 变化, 导致在均匀离散网格下, 不同频率对应的非零支撑集 $\mathcal{K}_l(f)$ 不再一致, 因此难以直接实现跨频稀疏建模. 为保证各频率支撑集 $\mathcal{K}_l(f)$ 的一致性, 可根据 (10) 式中的色散关系对网格进行约束. 设处理频率集合为 $\mathcal{F} = [f_1, f_2, \dots, f_F]$, 选取参考频率 f_1 , 相应的预设水平波数网格为 $\mathcal{G}_{f_1} = \{k_{r,1}(f_1), \dots, k_{r,\tilde{M}}(f_1)\}$. 根据 (10) 式, 可由参考网格 \mathcal{G}_{f_1} 推算其他频点上的网格 \mathcal{G}_{f_i} :

$$k_{r,m}(f_i) = \frac{2\pi f_i}{c_0} - \delta_m(f_1) \left(\frac{f_i}{f_1} \right)^{1/\beta}, \quad (13)$$

式中, 修正项 $\delta_m(f_1) = \frac{2\pi f_1}{c_0} - k_{r,m}(f_1)$. 根据上述关系, 通过网格约束可对齐各频率下同阶模态的水平波数, 使支撑集 $\mathcal{K}_l(f)$ 在频率维保持一致. 值得

注意的是, 部分模态在低频段可能处于截止状态, 但能量并未完全消失, 而是以倏逝形式衰减, 故不影响支撑集的频率一致性. 进一步假设观测时段内模态结构稳定, 则支撑集在快拍间亦可视为恒定, 即 $\mathcal{K}_l(f) = \mathcal{K}$.

在色散约束网格的基础上, 引入跨频共享超参数:

$$\boldsymbol{\Gamma}_{f_1} = \cdots = \boldsymbol{\Gamma}_{f_F} = \boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}(\gamma_1, \cdots, \gamma_{\tilde{M}}), \quad (14)$$

该约束保证第 m 阶模态在不同频率上均由相同超参数 γ_m 控制, 使得 SBL 算法可整体处理跨频的同阶模态. 在跨频一致的基础上继续完善贝叶斯模型. 考虑到不同快拍及频率下的观测向量 $\mathbf{y}^l(f)$ 相互独立, 因此联合证据函数 $p(\mathbf{Y}(f_1), \mathbf{Y}(f_2), \cdots, \mathbf{Y}(f_F))$ 可写为

$$p(\mathbf{Y}(f_1), \mathbf{Y}(f_2), \cdots, \mathbf{Y}(f_F)) = \prod_{i=1}^F \prod_{l=1}^L \mathcal{CN}(\mathbf{y}^l(f_i) | \mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_{f_i}), \quad (15)$$

协方差矩阵

$$\boldsymbol{\Sigma}_{f_i} = \sigma_{f_i}^2 \mathbf{I} + \mathbf{A}(f_i) \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{A}^H(f_i). \quad (16)$$

估计超参数 $\hat{\gamma}_m$ 通过最大化联合证据函数获得 $\{\hat{\gamma}_1, \cdots, \hat{\gamma}_{\tilde{M}}\} = \arg \max_{\{\gamma_1, \cdots, \gamma_{\tilde{M}}\}} p(\mathbf{Y}(f_1), \mathbf{Y}(f_2), \cdots, \mathbf{Y}(f_F))$

$$\propto \arg \min_{\{\gamma_1, \cdots, \gamma_{\tilde{M}}\}} \left\{ \sum_{i=1}^F L \log |\boldsymbol{\Sigma}_{f_i}| + \text{Tr} \left(\mathbf{Y}^H(f_i) \boldsymbol{\Sigma}_{f_i}^{-1} \mathbf{Y}(f_i) \right) \right\}. \quad (17)$$

令对数证据函数对超参数 γ_m 的偏导为 0:

$$\frac{\partial}{\partial \gamma_m} \left\{ \sum_{i=1}^F L \log |\boldsymbol{\Sigma}_{f_i}| + \text{Tr} \left(\mathbf{Y}^H(f_i) \boldsymbol{\Sigma}_{f_i}^{-1} \mathbf{Y}(f_i) \right) \right\} = 0, \quad (18)$$

通过固定点迭代方法求解 (18) 式^[27], 可以得到 γ_m 的更新法则:

$$\gamma_m^{\text{new}} = \gamma_m^{\text{old}} \frac{\sum_{i=1}^F \|\mathbf{Y}^H(f_i) \boldsymbol{\Sigma}_{f_i}^{-1} \mathbf{a}_m(f_i)\|_2^2}{L \sum_{i=1}^F \mathbf{a}_m^H(f_i) \boldsymbol{\Sigma}_{f_i}^{-1} \mathbf{a}_m(f_i)}, \quad (19)$$

式中, \mathbf{H} 表示矩阵共轭转置; \mathbf{I} 表示单位矩阵; $|\cdot|$ 和 $\text{Tr}(\cdot)$ 分别表示矩阵的行列式与迹; $\|\cdot\|_p$ 则为向量的 p -范数. (19) 式迭代求解超参数优化问题, 鉴于每次迭代均需根据 (16) 式重新计算 $\boldsymbol{\Sigma}_{f_i}$, 故还

需推导噪声功率 $\sigma_{f_i}^2$ 的更新式.

将支撑集 \mathcal{K} 中各元素对应的导向向量组成的集合记为 $\mathbf{A}_{\mathcal{K}}(f_i)$, 估计噪声功率 $\sigma_{f_i}^2$ 可通过下式迭代获得^[27]:

$$(\sigma_{f_i}^2)^{\text{new}} = \frac{1}{N - M} \text{Tr} \left\{ \left[\mathbf{I}_N - \mathbf{A}_{\mathcal{K}}(f_i) \mathbf{A}_{\mathcal{K}}^\dagger(f_i) \right] \mathbf{R}_{f_i} \right\}, \quad (20)$$

式中, M 的真实值实际中通常未知, 可取为绝对硬海底理想波导条件下的传播模态数估计值. $\mathbf{A}_{\mathcal{K}}^\dagger(f_i)$ 是 $\mathbf{A}_{\mathcal{K}}(f_i)$ 的伪逆; $\mathbf{R}_{f_i} = \frac{1}{L} \mathbf{Y}(f_i) \mathbf{Y}^H(f_i)$ 为频率 f_i 下阵列接收信号的估计协方差矩阵.

在 SBL 算法中, (19) 式及 (20) 式交替迭代实现超参数与噪声功率的估计, 超参数协方差矩阵的迭代初值常取为单位阵^[28]. 为保证收敛精度的同时控制计算量, 常引入最大迭代次数 N_{max} 与迭代误差阈值 ϵ_{min} . 当迭代次数大于 N_{max} 或满足 $\epsilon = \|\boldsymbol{\gamma}^{\text{new}} - \boldsymbol{\gamma}^{\text{old}}\|_1 / \|\boldsymbol{\gamma}^{\text{old}}\|_1 < \epsilon_{\text{min}}$ 时, 即认为算法收敛并停止迭代. 迭代完成后, 可利用超参数及噪声更新结果计算后验均值, 据此估计模态幅度:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}(f_i) &= \mathbb{E} \{ \mathbf{X}(f_i) | \mathbf{Y}(f_i); \hat{\boldsymbol{\gamma}}, \hat{\sigma}_{f_i}^2 \} \\ &= \hat{\boldsymbol{\Gamma}} \mathbf{A}^H(f_i) \boldsymbol{\Sigma}_{f_i}^{-1} \mathbf{Y}(f_i), \end{aligned} \quad (21)$$

式中 $\mathbb{E}\{\cdot\}$ 代表均值运算, $\hat{\boldsymbol{\Gamma}} = \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\gamma}})$ 为迭代输出的超参数协方差矩阵. 相应地, 令 $\mathbf{P}(f_i) = [P_1(f_i), P_2(f_i), \cdots, P_{\tilde{M}}(f_i)]^T$ 表示频率 f_i 处各水平波数网格点上的模态功率向量. 第 m 个水平波数网格点的功率 $P_m(f_i)$ 可定义为其后验幅度在快拍上的能量平均, 即

$$P_m(f_i) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L |\mu_m^l(f_i)|^2, \quad (22)$$

式中, $\mu_m^l(f_i)$ 为 $\boldsymbol{\mu}(f_i)$ 第 m 行第 l 列的分量. 为便于说明算法流程, 基于上述推导给出伪代码实现, 如算法 1 所示. 综上所述, 所提方法基于色散关系对网格进行约束, 使得 SBL 算法能够充分利用多频模态信息, 实现了跨频一致的稀疏估计. 此外, 本文推导基于端射传播假设, 若声源相对阵列端射方向存在水平方位角 θ , 则模态水平波数在阵列方向进行余弦投影, 此时只需在字典构造阶段将 $k_{r,m}(f_i)$ 替换为 $k_{r,m}(f_i) \cos \theta$, 算法即可用于非端射情形, 无需改变跨频模态一致约束及多频共稀疏建模框架.

算法1: 基于多频共稀疏的SBL模态分离

```

1 Parameters:  $\epsilon_{\min} = 5 \times 10^{-4}$ ;  $N_{\max} = 2000$ ;
   Input:  $M, \mathcal{G}_{f_i}, \mathbf{Y}(f_i), \forall f_i \in \mathcal{F}$ 
2 Initialization:  $\gamma^{\text{old}} = \mathbf{1}, \sigma_{f_i}^2 = 0.1, \forall f_i \in \mathcal{F}, j = 0$ 
3 Step 1: 按(13)式构建色散约束网格  $\mathcal{G}_{f_i}, \forall f_i \in \mathcal{F}$ , 保证
   不同频率下模态水平波数对齐;
4 Step 2: 根据色散网格  $\mathcal{G}_{f_i}$  计算模态导向向量矩阵
    $\mathbf{A}(f_i), \forall f_i \in \mathcal{F}$ 
5 while:  $\epsilon > \epsilon_{\min}$  and  $j < N_{\max}$  do
6     1. 计算超参数协方差矩阵  $\mathbf{\Gamma}^{\text{old}} = \text{diag}(\gamma^{\text{old}})$ ;
7     2. 计算协方差矩阵
        $\mathbf{\Sigma}_{f_i} = (\sigma_{f_i}^2)^{\text{old}} \mathbf{I} + \mathbf{A}(f_i) \mathbf{\Gamma}^{\text{old}} \mathbf{A}^H(f_i)$ ;
8     3. 按(19)式更新超参数  $\gamma^{\text{new}}$ ;
9     4. 选取  $\gamma^{\text{new}}$  中幅值最大的  $M$  个峰值得到支撑集  $\mathcal{K}$ ;
10    5. 按(20)式更新噪声功率  $(\sigma_{f_i}^2)^{\text{new}}, \forall f_i \in \mathcal{F}$ ;
11    6. 计算迭代误差  $\epsilon = \|\gamma^{\text{new}} - \gamma^{\text{old}}\|_1 / \|\gamma^{\text{old}}\|_1$ ;
12    7. 参数更新  $\gamma^{\text{old}} = \gamma^{\text{new}}, (\sigma_{f_i}^2)^{\text{old}} = (\sigma_{f_i}^2)^{\text{new}},$ 
        $j = j + 1$ ;
13 end
14 Step 3: 收敛后令  $\hat{\gamma} = \gamma^{\text{old}}, \hat{\mathbf{\Gamma}} = \text{diag}(\hat{\gamma})$ ;
15 Step 4: 按(21)式计算后验均值  $\boldsymbol{\mu}(f_i)$ , 并按(22)式计算
   模态功率向量  $\mathbf{P}(f_i), \forall f_i \in \mathcal{F}$ ;
   Output:  $\mathcal{K}, \hat{\gamma}, \hat{\sigma}_{f_i}^2, \boldsymbol{\mu}(f_i), \mathbf{P}(f_i), \forall f_i \in \mathcal{F}$ 
    
```

3 数值仿真与分析

本节通过数值仿真开展研究, 首先给出 CBF, D-CBF, 单频 SBL^[18] 和所提方法的模态分离性能对比与分析; 随后分别讨论信噪比、阵列孔径、波导不变量失配、频点间隔以及复杂波导环境对所提方法性能的影响. 仿真采用 Pekeris 浅海波导模型, 海深为 60 m, 水体声速为 1500 m/s; 海底设定为密度 1.8 g/cm³, 声速 2000 m/s, 衰减系数 0.2 dB/λ 的液态沉积层. 考虑与距离无关的波导环境, 假设阵列列为 48 元海底水平线列阵, 阵元间距为 10 m; 声源位于阵列端射方向, 与阵列的水平距离为 5 km, 深度为 20 m. 仿真中声场由 KRAKEN 程序计算, 频率 f 上的信噪比 (signal-to-noise ratio, SNR) 定义为 $\text{SNR}(f) = 10 \log_{10} \left(\frac{\mathbb{E}\{\|\mathbf{A}(f)\mathbf{x}^l(f)\|_2^2\}}{\mathbb{E}\{\|\mathbf{n}^l(f)\|_2^2\}} \right)$. 不失一般性, 本文仿真中假设各频点上的信噪比相等.

3.1 方法对比与分析

假设声源辐射信号的频率范围为 80—100 Hz, 在上述仿真环境下得到的传播模态的水平波数如图 1 所示.

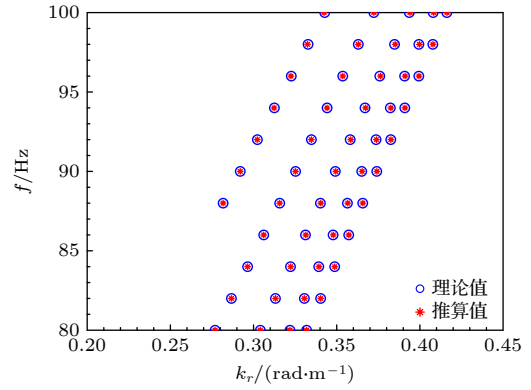


图 1 理论与 (10) 式推算的模态水平波数

Fig. 1. Modal horizontal wavenumbers from theory and from the calculation using Eq. (10).

图 1 给出了由 KRAKEN 计算得到的理论和由 (10) 式推算的模态水平波数. 推算过程中, 取波导不变量 $\beta = 1$. 考虑到截止频率的影响, 第 1—4 阶模态以 80 Hz 为参考频率, 第 5 阶模态则以 88 Hz 为参考. 可以看出, 两者在整个频带内具有较好的一致性, 说明 (10) 式能够较为准确地推算不同频率下的模态水平波数, 从而保证多频共稀疏建模的有效性.

在信噪比分别为 -10 dB, -5 dB 和 0 dB, 且快拍数为 20 的条件下, 采用 CBF, D-CBF, 单频 SBL 与所提方法进行模态分离仿真, 本文仿真与数据处理中, 前三种方法的水平波数网格范围均为 $0-k_{\max}$ (对应处理频段最高频率的波数), 网格数均为 801, 且在各频率上一致; 而所提方法在处理频段最低频率 f_1 上的网格为 $0-k_{\max}$, 网格数为 801, 其他频率上的网格基于 f_1 处网格由 (13) 式得到. 仿真得到的模态功率谱如图 2 所示, 为清晰展现分离结果, 图中横轴设置为模态水平波数所在区域范围, 同时为便于对比, 图中用白色圆圈标示了模态的理论水平波数值, 下文各图与此相同. 图 2(a) 展示了 CBF 方法得到的频率-水平波数谱, 谱图中主瓣较宽, 模态间能量分布存在明显重叠, 第 1 和第 2 阶模态难以有效分离. 随着信噪比的提高, 谱峰位置虽略有增强, 但主瓣展宽和旁瓣干扰依然显著, 色散曲线出现模糊与交叠现象, 表明 CBF 在模态分辨率和抗噪性能方面均存在不足. 采用 D-CBF 对 CBF 的输出结果进行后处理, 从图 2(b) 可以看出, D-CBF 虽然一定程度上降低了主瓣宽度和背景级, 但并未显著改变阵列的模态分辨能力, 前两阶模态存在明显混叠. 图 2(c) 表明, SBL 方法由于

引入了稀疏先验约束, 模态分辨率较高, 低阶模态分离性能得到一定提升. 然而, 该方法仅依赖单频点信息, 易受到噪声干扰, 所得色散曲线存在明显断续. 相比之下, 所提方法 (图 2(d)) 充分利用了不同频率间的模态相关性, 通过多频共稀疏建模实现

了模态水平波数的一致约束. 在所设置的三种信噪比条件下, 所提方法得到的结果与理论水平波数高度吻合, 所得的色散曲线连续且平滑, 背景噪声得到显著抑制. 特别是在低阶模态区域, 该方法仍能保持清晰的模态分离效果.

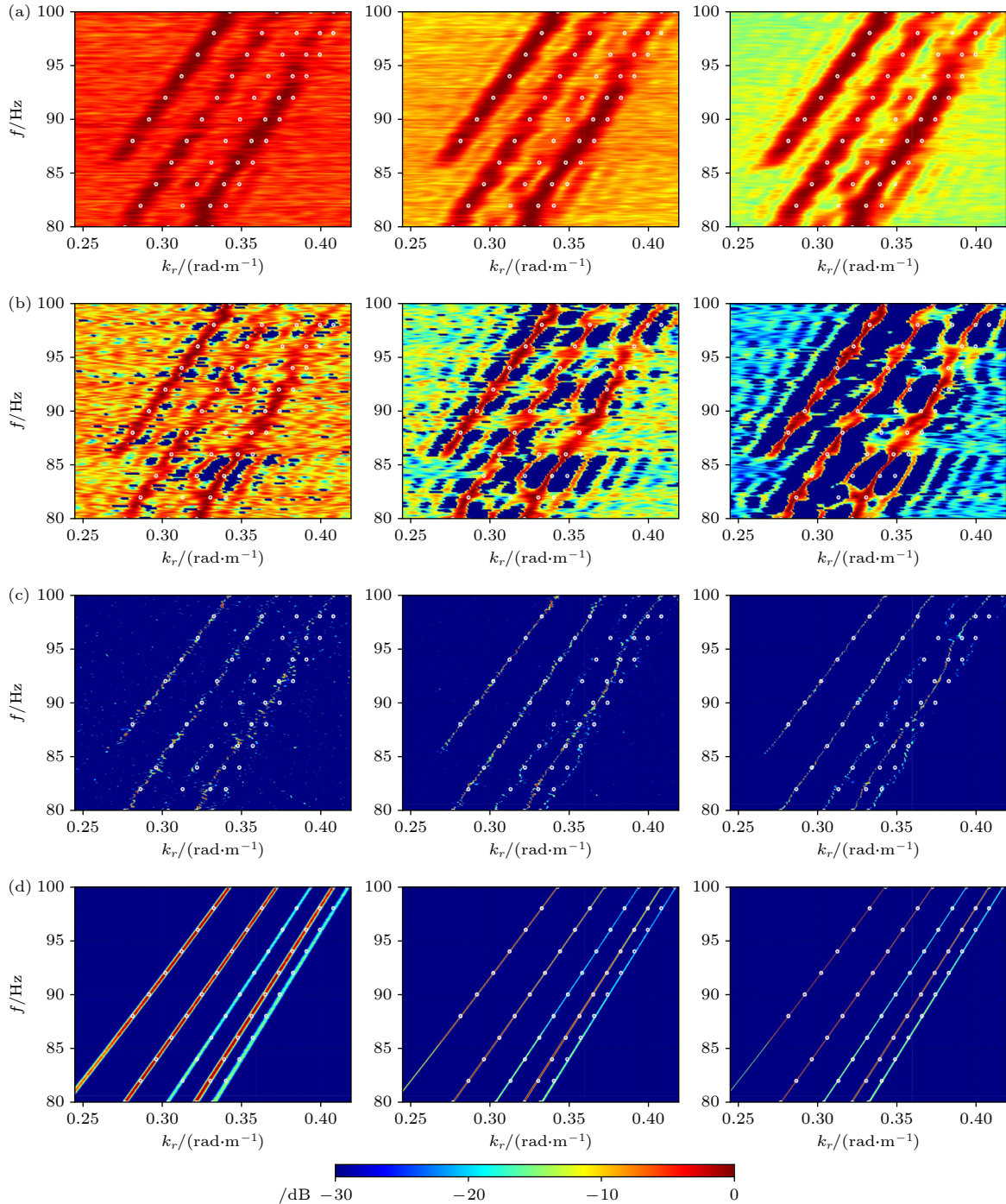


图 2 信噪比 -10 dB, -5 dB 和 0 dB 下, CBF, D-CBF, 单频 SBL 及所提方法模态分离结果 (a) CBF; (b) D-CBF; (c) 单频 SBL; (d) 所提方法

Fig. 2. Modal separation results of CBF, D-CBF, single-frequency SBL, and the proposed method at SNRs of -10 dB, -5 dB and 0 dB: (a) CBF; (b) D-CBF; (c) single-frequency SBL; (d) the proposed method.

表 1 列出了在 100 Hz 处, 四种方法基于 200 次蒙特卡罗仿真得到的模态分离误差统计结果. 鉴于 CBF, D-CBF 以及单频 SBL 方法在该场景下仅能稳定分离第 2, 4, 5 阶三个模态, 故以此三阶模态的水平波数为统计对象, 计算总体均方根误差 (root-mean-square error, RMSE):

$$E = \sqrt{\frac{1}{3 \times 200} \sum_{i=1}^{200} (e_{2,i}^2 + e_{4,i}^2 + e_{5,i}^2)},$$

其中, $e_{m,i} = |k_{rm,i} - k_{rm}|/k_{rm}$ 为第 i 次试验中第 m 阶模态水平波数估计值 $k_{rm,i}$ 相对于真值 k_{rm} 的相对误差.

表 1 不同信噪比下四种方法的模态分离性能比较
Table 1. Comparison of modal separation performance of four different methods.

SNR	CBF	D-CBF	单频SBL	所提方法
-10 dB	0.4719%	0.4763%	0.4312%	0.0646%
-5 dB	0.2615%	0.2906%	0.1986%	0.0566%
0 dB	0.2040%	0.2191%	0.1053%	0.0553%

表 1 表明, 四种方法的模态分离误差均随信噪比的提高而减小; 在三种信噪比条件下, 所提方法的总体 RMSE 均显著低于其他三种方法, 表明该方法在低至中等信噪比环境下具有更高的分离精

度. 综上所述, 本文方法在模态分辨能力、准确性和稳健性方面均优于 CBF, D-CBF 和单频 SBL 方法, 在低信噪比情况下能够较为准确地分离仿真浅海波导中的全部五阶模态.

3.2 阵列孔径的影响

阵列孔径决定了阵列的水平波数分辨能力, 是影响模态分离的关键因素之一. 当阵列孔径较小时, 不同模态的水平波数成分易发生混叠, 在谱图上表现为主瓣展宽和能量重叠, 从而削弱模态分辨能力. 为评估本文方法在不同孔径条件下的性能, 在环境参数及频率范围不变的前提下, 设置信噪比为 10 dB, 分别在阵元数为 16, 32, 48, 64 四种孔径条件下利用所提算法进行模态分离, 阵元间距保持为 10 m, 结果如图 3 所示.

从图 3(a) 可以看出, 在阵元数为 16 的条件下, 算法能够较准确地分离出第 2, 4, 5 阶模态, 说明所提方法在小孔径条件下已具备一定的模态分离能力. 然而, 由于第 1, 3 阶模态能量较弱, 且与第 2 阶模态在波数域中间隔较小, 彼此间存在较强耦合, 因此未能被有效分离. 当阵列孔径进一步增大至 32 元时, 如图 3(b) 所示, 可观察到第 1 和第 3 阶模态被成功分离, 表明增大阵列孔径能够有效提

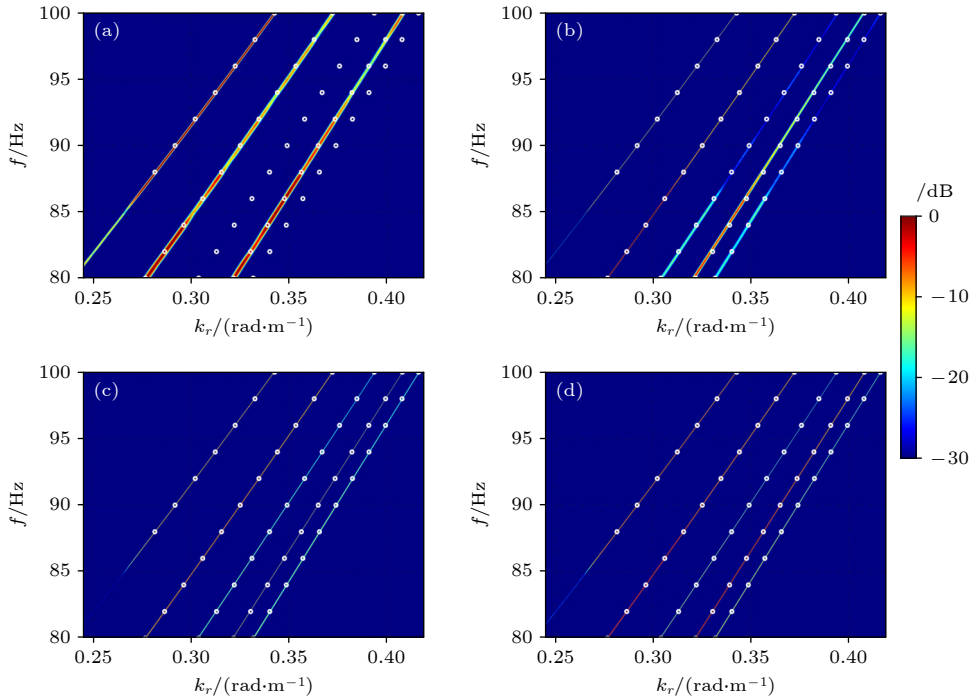


图 3 不同阵列孔径下所提方法模态分离结果 (a) 阵元数 16; (b) 阵元数 32; (c) 阵元数 48; (d) 阵元数 64

Fig. 3. Modal separation results of proposed method in different array apertures: (a) 16 array elements; (b) 32 array elements; (c) 48 array elements; (d) 64 array elements.

升算法的模式分辨能力. 然而, 由于孔径依然有限, 所得结果中这两阶模式能量较弱, 色散曲线清晰度有限, 尤其在高频段区域表现明显. 由图 3(c) 可知, 当阵元数增至 48 时, 各阶模式已能被准确分离, 色散曲线清晰且连续, 表明此时阵列孔径已足够大, 算法能够准确地分离各阶模式. 进一步将阵元数增至 64 元, 如图 3(d) 所示, 模式分离结果与前一情况相比几乎不发生明显变化, 各阶模式的色散曲线保持一致且稳定, 说明在当前仿真环境与频率范围下算法性能已基本趋于饱和.

为进一步研究阵列孔径对算法性能的影响, 在保持其他参数不变的前提下, 设置信噪比为 10 dB, 对 3.1 节中的三种方法以及所提方法进行 200 次的蒙特卡罗仿真, 统计不同阵元数下 100 Hz 处分离模式数量的均值, 结果如图 4 所示:

图 4 显示, CBF 和 D-CBF 方法均在阵元数达到 56 时可以完整分离五阶模式, 而单频 SBL 方法所需阵元数则为 40. 与上述三种方法相比, 所提方法分离全部模式所需阵元数为 32, 与之对应的孔径相比 CBF 和 D-CBF 方法减少 43%, 较单频 SBL 方法减少 20%.

综上所述, 所提方法在小孔径条件下虽难以分离较弱模式, 但较强模式仍可被准确识别; 当孔径

增大至一定规模后, 即可准确分离全部模式; 此后进一步增加阵列孔径, 对性能的提升作用有限. 相比于 CBF, D-CBF 和单频 SBL 方法, 所提方法在相同孔径下具有更高的模式分辨能力, 实现完整模式分离所需的孔径更小.

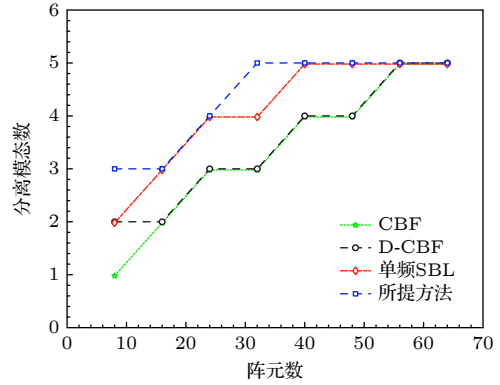


图 4 分离模式数量随阵元数的变化

Fig. 4. Number of separated modes versus the number of array elements.

3.3 波导不变量失配的影响

波导不变量刻画了水声波导的色散特性, 是本文所提方法的关键先验参数. 通常情况下, 其实际取值与理论典型值相差不大, 因而在多数分析与应用中可直接采用典型值. 然而, 波导不变量的精确

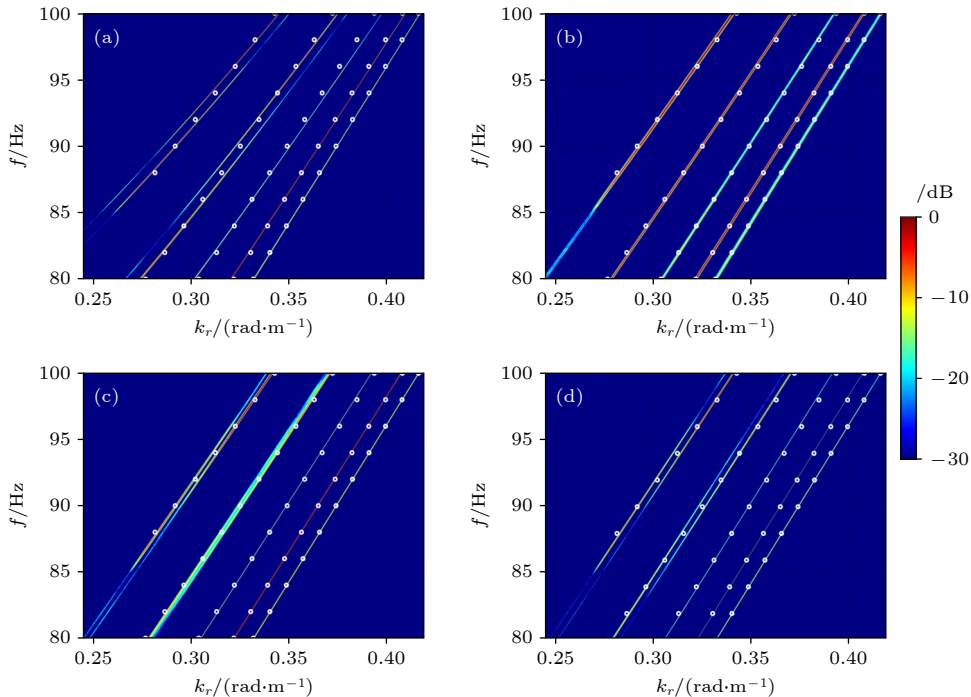


图 5 不同 β 取值下所提方法模式分离结果 (a) $\beta = 0.5$; (b) $\beta = 1.5$; (c) $\beta = 2$; (d) $\beta = 3$

Fig. 5. Modal separation results of proposed method for different β values: (a) $\beta = 0.5$; (b) $\beta = 1.5$; (c) $\beta = 2$; (d) $\beta = 3$.

数值同时受声速剖面分布、海底底质等环境因素的影响, 其实际值与典型值之间难免存在一定偏差. 若该参数取值出现失配, 将会导致模态色散关系发生偏移, 进而影响水平波数字典的构建精度和模态分离结果的可靠性.

为研究波导不变量失配对本文方法性能的影响, 在保持其他环境参数不变的条件下, 分别设置先验波导不变量为 0.5, 1.5, 2.0 和 3.0, 利用所提方法进行模态分离, 结果如图 5 所示.

图 5(a) 表明, 当 $\beta = 0.5$ 时, 前三阶模态仍能被分离, 但相较于无失配情形分离精度有所下降. 第 4 和第 5 阶模态则由于波导不变量失配, 导致对应的色散曲线分别穿过两簇共稀疏网格, 使算法在识别过程中将同一条色散曲线误判为对应两阶模态, 因而出现色散曲线分裂. 当 $\beta = 1.5$ 时, 从图 5(b) 可以看出, 尽管精度略有下降, 但所有模态均能被正确分离, 说明此时波导不变量失配对算法性能的影响较小. 当 $\beta = 2$ 时, 图 5(c) 显示, 前三阶模态仍可分离, 但第 4 阶模态主瓣展宽, 分离精度下降, 第 5 阶模态则因色散曲线发生分裂而难以被正确分离. 进一步将 β 增大至 3 时, 如图 5(d) 所示, 前三阶模态仍能较为准确地分离, 但第 4 和第 5 阶模态的色散曲线均出现明显分裂, 分离效果显著下降.

上述现象可由 (10) 式给出的色散关系进行解释. 假设参考角频率为 ω_0 , 则存在失配的情况下, 利用波导不变量 $\beta + \Delta\beta$ 在角频率 ω 处推算得到的第 m 阶模态水平波数与无失配时的差值 $\Delta k_{rm}(\omega)$ 可写为

$$\Delta k_{rm}(\omega) = \delta_m(\omega_0) \left[\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{1/\beta} - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{1/(\beta+\Delta\beta)} \right]. \quad (23)$$

图 6 给出了在 β 真值为 1, 频率为 100 Hz 时, 不同阶模态的 $\Delta k_{rm}(\omega)$ 随 $\Delta\beta$ 的变化. 可以看出, 随模态阶数 m 的增大, 水平波数误差 Δk_{rm} 对波导不变量失配的敏感性逐渐增强. 这是因为 Δk_{rm} 与修正项 $\delta_m(\omega_0)$ 成正比, 而该修正项随模态阶数的增加而增大, 导致高阶模态对波导不变量失配更为敏感. 同时, 当 $\Delta\beta < 0$ 时, 水平波数误差随 $\Delta\beta$ 的减小而迅速增大; 而当 $\Delta\beta > 0$ 时, 误差虽仍随 $\Delta\beta$ 的增加而增大, 但变化速率明显趋缓. 这一特性来源于 (23) 式中指数项 $(\omega/\omega_0)^{1/(\beta+\Delta\beta)}$ 的非线性影响, 使得在低估波导不变量时, 水平波数误差的增长更加显著.

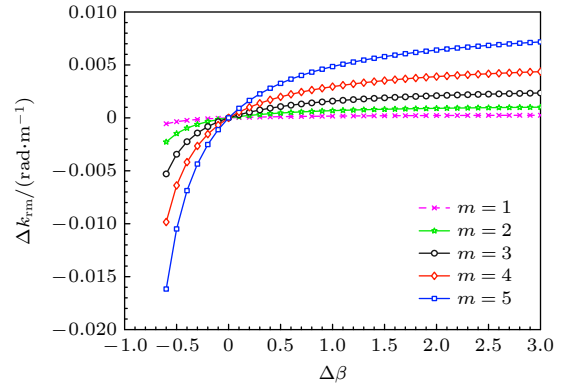


图 6 不同 β 失配下, 100 Hz 时各阶模态的水平波数误差
Fig. 6. Horizontal wavenumber errors of each mode at 100 Hz with different β mismatches.

综上所述, 波导不变量失配会导致模态分离精度下降; 当失配程度较大时, 部分模态的色散曲线可能发生分裂, 难以实现可靠分离. 在本文设定的波导环境下, 相较于高估波导不变量的情形, 低估其取值对模态分离性能的影响更为显著. 此外, 两种失配情况下对高阶模态的影响均明显大于对低阶模态的影响.

3.4 信噪比的影响

实际水声场景中, 目标辐射信号往往能量较弱, 易受噪声干扰, 因此研究信噪比对方法性能的影响具有重要意义. 3.1 节已对信噪比对算法的影响进行了初步分析, 结果表明, 与 CBF, D-CBF 和单频 SBL 方法相比, 所提方法在 -10 dB 的低信噪比条件下仍能较为准确地分离模态, 而其他三种方法在该场景下难以有效工作. 为进一步考察信噪比对所提方法的影响, 本节在环境参数、频率范围及阵列配置与 3.1 节一致的条件, 分别设置信噪比为 -15 和 -20 dB, 并采用所提方法进行模态分离仿真, 结果如图 7 所示.

由图 7(a) 可知, 当信噪比下降至 -15 dB 时, 所提方法依然可以分离全部五阶模态, 但由于噪声干扰增强, 算法的模态分离性能有所下降. 此时色散曲线的主瓣出现一定展宽, 能量向相邻模态区间扩散. 其中, 第 1 阶模态的分离精度下降最为明显. 这主要是因为该模态自身能量较弱, 且与第 2 阶模态在波数域上的间距较小, 更易受到邻近强模态及噪声的干扰. 当信噪比进一步降低至 -20 dB 时, 噪声能量占据主导. 分析图 7(b) 可以发现, 结果中出现了若干伪色散曲线, 这是由于在较低信噪比环境

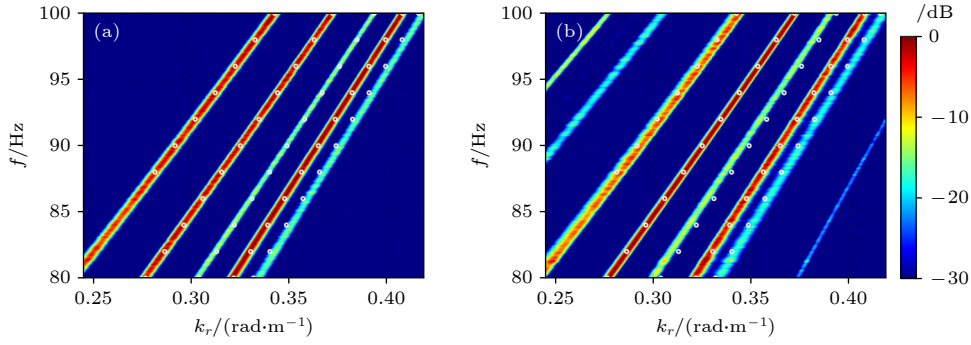


图 7 信噪比-15 dB (a) 和-20 dB (b) 下所提方法模态分离结果

Fig. 7. Modal separation results of proposed method with SNRs of -15 dB (a) and -20 dB (b).

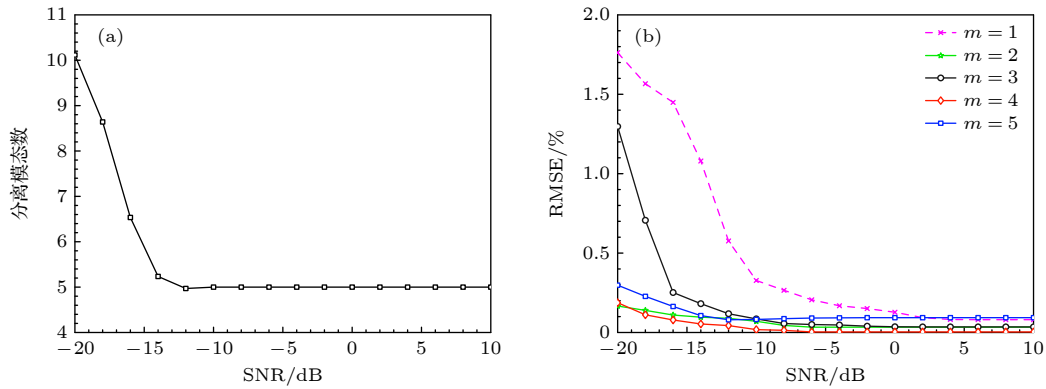


图 8 不同 SNR 下的蒙特卡罗仿真结果 (a) 模态分离数量随 SNR 的变化; (b) RMSE 随 SNR 的变化

Fig. 8. Monte Carlo simulation results for different SNR values: (a) Number of separated modes versus SNR; (b) RMSE versus SNR.

下, 算法在跨频估计过程中会将部分随机噪声误判为连续的模态成分, 从而产生伪峰. 同时, 注意到第 1—3 阶模态在波数域上的间距较小, 对噪声更为敏感, 分离误差相比于-15 dB 的情形进一步增大. 此外, 第 5 阶模态在两种信噪比条件下均出现较明显的低频泄漏. 按理论预期, 该模态在 86 Hz 以下应已截止, 因此能量极弱, 但在低信噪比条件下, 算法误将低频噪声识别为模态信号, 导致能量向低频段泄漏.

为进一步量化信噪比对所提方法性能的影响, 分别在不同信噪比下进行 200 次蒙特卡罗仿真, 图 8 给出了 100 Hz 处分离模态数量的均值及各阶模态的均方根相对误差 $E = \sqrt{\frac{1}{200} \sum_{i=1}^{200} e_{m,i}^2}$.

由图 8(a) 可知, 当信噪比较低时, 分离模态数大于真实模态数 5, 对应结果中出现了伪峰; 随着信噪比的提高, 伪峰数量逐渐减少, 当信噪比达到 -12 dB 时, 分离模态数收敛于真实模态数, 此后伪峰不再出现. 与此同时, 由图 8(b) 可以看出, 各阶模态的 RMSE 随信噪比的提高而降低, 由于第 1 和第 2 阶模态强度较弱, 且在波数域上与强度较高

的第 2 阶模态距离较近, 因此对噪声干扰较为敏感, 且模态相互间影响较强, 其 RMSE 相比于其他阶模态更大.

综上所述, 在低信噪比条件下, 算法性能退化主要表现为色散曲线主瓣展宽、分离精度下降以及伪色散曲线的出现, 这些现象均源于较强的噪声干扰. 但总体而言, 得益于多频共稀疏建模, 算法能够充分利用频带内的信息, 有效提高处理增益, 当信噪比达到 -12 dB 时, 即可较为准确地分离所有模态, 说明所提方法在较低信噪比下仍具有较强的稳健性.

3.5 频点间隔的影响

本文所提方法通过在频率维度引入共稀疏建模, 以充分利用多频信息, 从而提升模态分离的分辨率与稳健性. 频率信息的获取依赖于在多个离散频点上对接收信号进行联合处理, 因此频点间隔在所提方法中起着关键作用. 为分析该参数对模态分离性能的影响, 本节在其他环境参数保持不变, 信噪比为 -10 dB 的条件下通过改变频点间隔对所提方法的性能进行研究.

具体地, 分别设置频点间隔为 0.5 和 2 Hz, 利用所提方法进行模态分离, 结果如图 9 所示. 由图 9(a) 可见, 当频率间隔取 0.5 Hz 时, 所提方法能够准确分离全部五阶模态, 色散曲线清晰且与理论值符合良好. 当频率间隔增大至 2 Hz 时, 如图 9(b) 所示, 各阶模态仍可正确分离, 整体分离精度变化较小, 但结果中出现了较弱的伪色散曲线. 这是因为频点数量减少后, 随机噪声在不同频率上形成类跨频一致结构的概率增大, 使得算法在估计过程中可能将其误判为模态成分, 从而产生伪峰. 同时可以注意到, 对于能量较弱的第 1 阶模态, 其色散曲线在噪声干扰下变得模糊, 分离性能明显下降. 这主要是由于可联合利用的有效频点数量不足, 跨频一致性约束被显著削弱, 使得模态分离对噪声的敏感性提高.

为进一步量化频点间隔对所提方法性能的影响, 保持信噪比为 -10 dB, 分别在不同频点间隔 Δf 下进行 200 次蒙特卡罗仿真, 统计 100 Hz 处分离模态数量的均值和各阶模态的 RMSE, 如图 10

所示. 由图 10(a) 可知, 随着频点间隔的增大, 伪峰数量随之增多; 当频点间隔小于等于 0.2 Hz 时, 伪峰基本消失. 从图 10(b) 可以看出, 各阶模态的 RMSE 均随频点间隔的增大而增大, 其中第 1 和第 3 阶模态由于强度较弱, 在频点间隔增大时更易受到噪声影响, 因此 RMSE 变化更为显著.

综合来看, 频点间隔对所提方法的模态分离性能具有显著影响: 当频点间隔过大, 可用频点数量过少时, 共稀疏模型对多频信息的利用能力下降, 算法对噪声的敏感性增强, 从而易产生伪色散曲线并降低模态分离精度. 因此, 在实际应用中应结合信噪比条件与可利用带宽, 尽可能减小频点间隔, 以保证跨频共稀疏约束能够有效发挥其优势, 从而获得稳定、可靠的模态分离结果.

3.6 复杂声速剖面

前述仿真分析均在等声速的典型 Pekeris 浅海波导环境下进行. 然而, 实际浅海环境中声速往往随深度显著变化, 例如常见的温跃层剖面, 或在某

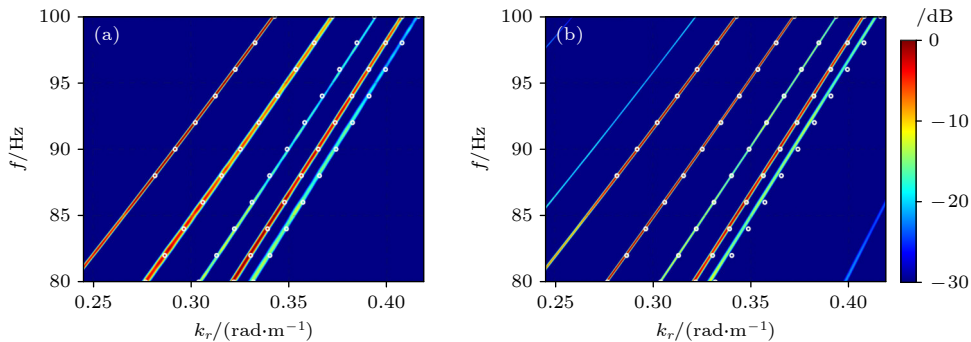


图 9 频点间隔 0.5 和 2 Hz 下所提方法模态分离结果 (a) 频点间隔 0.5 Hz; (b) 频点间隔 2 Hz

Fig. 9. Modal separation results of the proposed method with frequency spacings of 0.5 and 2 Hz: (a) Frequency spacing 0.5 Hz; (b) frequency spacing 2 Hz.

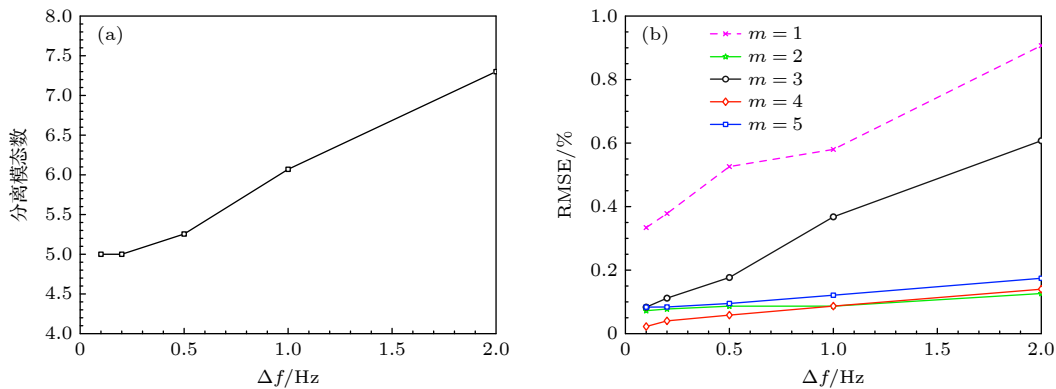


图 10 不同 Δf 下的蒙特卡罗仿真结果 (a) 模态分离数量随 Δf 的变化; (b) RMSE 随 Δf 的变化

Fig. 10. Monte Carlo simulation results for different values of Δf : (a) Number of separated modes versus Δf ; (b) RMSE versus Δf .

些季节与海域出现的负梯度剖面. 在此类情形下, 色散关系中的参数 β 不再固定为 1, 环境变化可能会对模态色散特性及其可分离性产生影响. 因此, 有必要进一步评估本文方法在复杂浅海声速剖面下的适用性. 本节在保持其他环境参数不变的前提下, 将声速剖面分别替换为图 11 所示的典型浅海温跃层剖面 and 负梯度剖面. 如图 11(a) 所示, 在海表面约 10 m 范围内存在等温层, 声速保持为 1540 m/s; 在 10—30 m 深度范围内出现温跃层, 声速由 1540 m/s 线性减小至 1530 m/s; 其后随深度增加, 声速保持不变. 相比之下, 图 11(b) 所示的负梯度剖面中, 声速自海表面起随深度呈线性递减, 由 1540 m/s 逐渐减小至海底附近的 1480 m/s.

图 12 分别给出了两种环境下由 KRAKEN 计算得到的理论和由 (10) 式推算的模态水平波数. 在温跃层环境下, 取 β 的值为 1.1. 而在负梯度环境下, 则将 β_{eff} 取为 1.5. 分析图 12(a) 可知, (10) 式

能够较为准确地描述该波导环境下模态水平波数随频率的变化趋势, 推算值与理论值高度一致; 而在图 12(b) 所示的负梯度剖面中, (10) 式仅可作为近似关系使用, 第 1, 2 阶模态在高频段出现轻微偏差, 但整体变化趋势仍保持一致, 因此该色散关系仍可用于多频共稀疏建模.

设置信噪比为 10 dB, 分别在两种环境下使用本文所提方法进行模态分离, 结果如图 13 所示. 可以看出, 在两种典型浅海波导环境下, 本文方法均能够较为准确地分离出全部五阶模态, 模态色散曲线清晰连续, 与理论结果符合良好. 表明该方法对于复杂声速剖面亦具有良好的适用性.

4 海试数据处理

海试数据来源于 2021 年 7 月南海浅海区域的一次水平阵被动探测试验. 试验海区水深约 104 m,

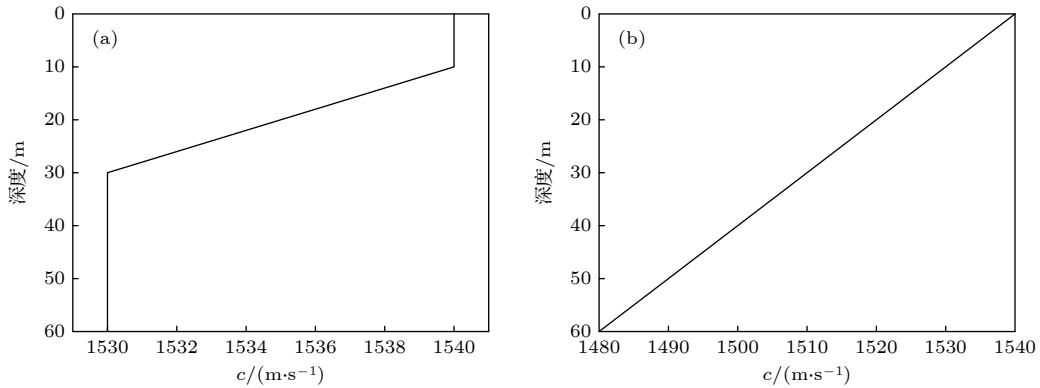


图 11 仿真所用的典型浅海声速剖面 (a) 温跃层声速剖面; (b) 负梯度声速剖面

Fig. 11. Typical shallow water sound speed profiles used in the simulations: (a) Thermocline sound speed profile; (b) negative-gradient sound speed profile.

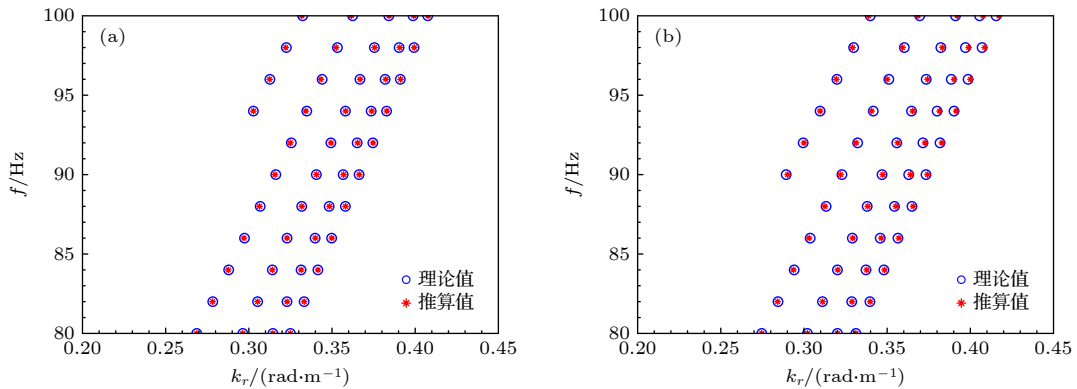


图 12 两种声速剖面下理论与 (10) 式推算的模态水平波数 (a) 温跃层声速剖面; (b) 负梯度声速剖面

Fig. 12. Modal horizontal wavenumbers from theory and from the calculation using Eq. (10) for two sound-speed profiles: (a) Thermocline sound speed profile; (b) negative-gradient sound speed profile.

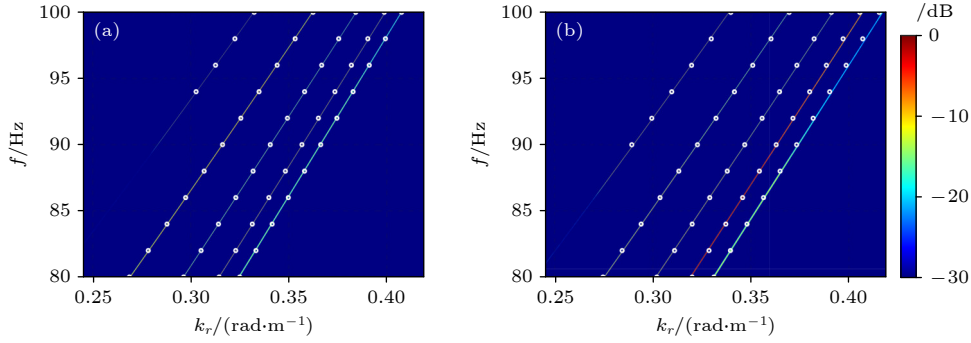


图 13 两种声速剖面下所提方法模态分离结果 (a) 温跃层声速剖面; (b) 负梯度声速剖面

Fig. 13. Modal separation results of proposed method in two sound speed profiles: (a) Thermocline sound speed profile; (b) negative-gradient sound speed profile.

海底地形较为平坦. 水体声速剖面如图 14 所示, 为典型的夏季浅海水文条件. 海表面 10 m 范围内存在等温层, 深度 10—56 m 之间为温跃层. 试验中, 声源为拖曳母船, 处理阵列为采样频率 8 kHz, 阵元数 48, 相邻阵元间距 8 m, 阵列深度 99 m 的拖曳均匀线列阵, 拖缆长度约 500 m, 拖曳速度约 6 节. 由于试验区域海底底质参数在低频段缺乏翔实的实测资料, 本文仅希望获得一组理论模态水平波数用于定性对比, 参照文献 [11] 中在缺乏底质信息海域获取参考模态水平波数的思路, 将海底简化为声速 2000 m/s, 密度 1.8 g/cm³ 的均匀高声速沉积层. 该理想化模型并不试图精确表征实际海底的物理性质和结构, 其主要目的在于保证 KRAKEN 计算得到的模态波数位于合理范围内, 且随频率变化的趋势在物理上自洽. 在此设定下获得的理论结果仅作为模态分离结果的定性参照, 而不能视作严格真值. 因此图中理论色散曲线的水平波数位置和估计结果可能存在系统偏差, 但其模态阶次和随频变化趋势仍具有参考意义.

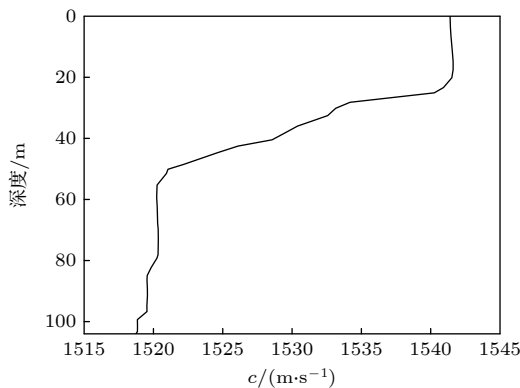


图 14 试验声速剖面

Fig. 14. Experimental sound speed profile.

选取处理频带范围为 80—120 Hz, 每隔 1 Hz 取一个频点进行处理. 处理过程中, 选取快拍数为 15, 每个快拍由时长为 2 s, 重叠率 50% 的数据生成. 分别采用 CBF, D-CBF, 单频 SBL 和本文所提方法进行模态分离, 处理时取 β 为 1.1, 在选定时间段内的处理结果如图 15 所示

由图 15(a) 可以看出, 所处理数据的信噪比较低, 几乎整个频带上都存在较强的噪声干扰, 再加之阵列孔径较短, 分辨率有限, 导致 CBF 得到的频率-波数谱背景级较高, 难以有效从中清晰分离出各阶模态. 图 15(b) 表明, 虽然 D-CBF 在一定程度上减小了 CBF 的主瓣宽度并减低了背景级, 但性能提升有限, 依然无法充分分离各阶模态. 由图 15(c) 可见, 单频 SBL 方法能够对噪声实现较为有效的抑制, 相比 CBF 背景级明显降低, 分辨率也有所提高, 在部分频段已能分离出若干阶模态. 然而, 由于该方法在各频点上相互独立地进行处理, 仅利用单一频点的信息, 因此对噪声仍较为敏感, 所得色散曲线连续性较差, 整体呈离散点状分布, 并伴随较多的干扰谱峰. 相比之下, 图 15(d) 显示, 本文所提方法能够在整个处理频带内较清晰地分离出约十阶模态, 色散曲线连续且跨频一致性良好, 与理论色散曲线在走势和模态数量上均具有较高的一致性. 值得注意的是, 受限于阵列孔径, 前三阶模态仍无法完全分离.

图 16 给出了 10 min 时间段内 110 Hz 切片上四种方法的模态分离结果. 由图 16(a) 可知, 在整个处理时段内, 尽管 CBF 能够给出较为连续的模态轨迹, 但受噪声与阵列孔径限制的共同影响, 难以有效分离各阶模态. 图 16(b) 显示, D-CBF 可以分离的模态数量相比于 CBF 略有提升, 但整体上

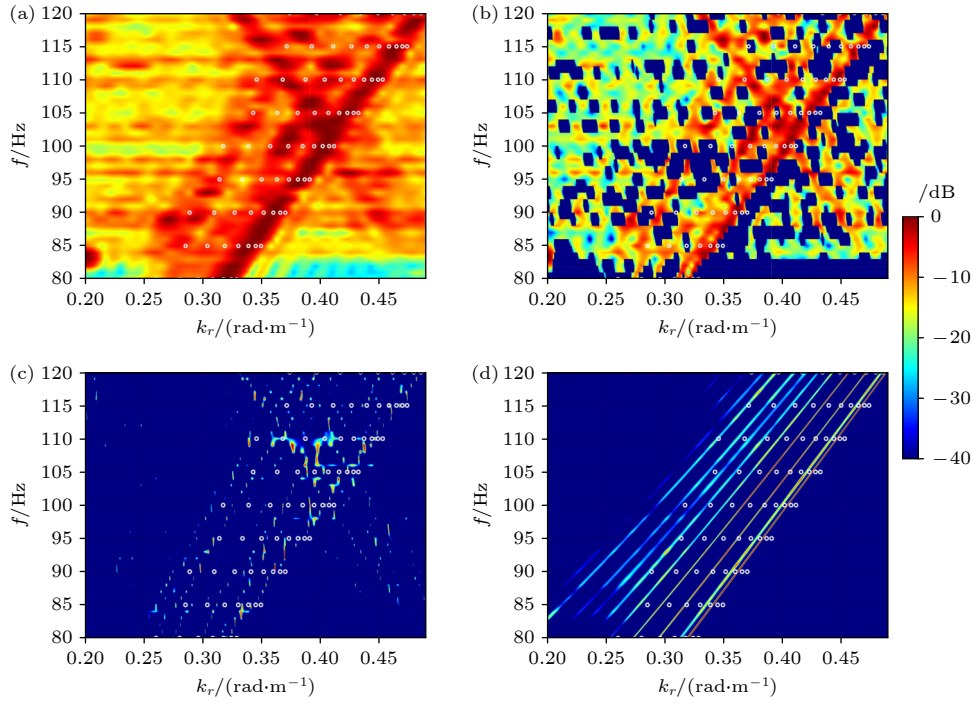


图 15 CBF, D-CBF, 单频 SBL 和所提方法的模态分离结果 (a) CBF; (b) D-CBF; (c) 单频 SBL; (d) 所提方法

Fig. 15. Modal separation results of CBF, D-CBF, single SBL and proposed method: (a) CBF; (b) D-CBF; (c) single frequency SBL; (d) proposed method.

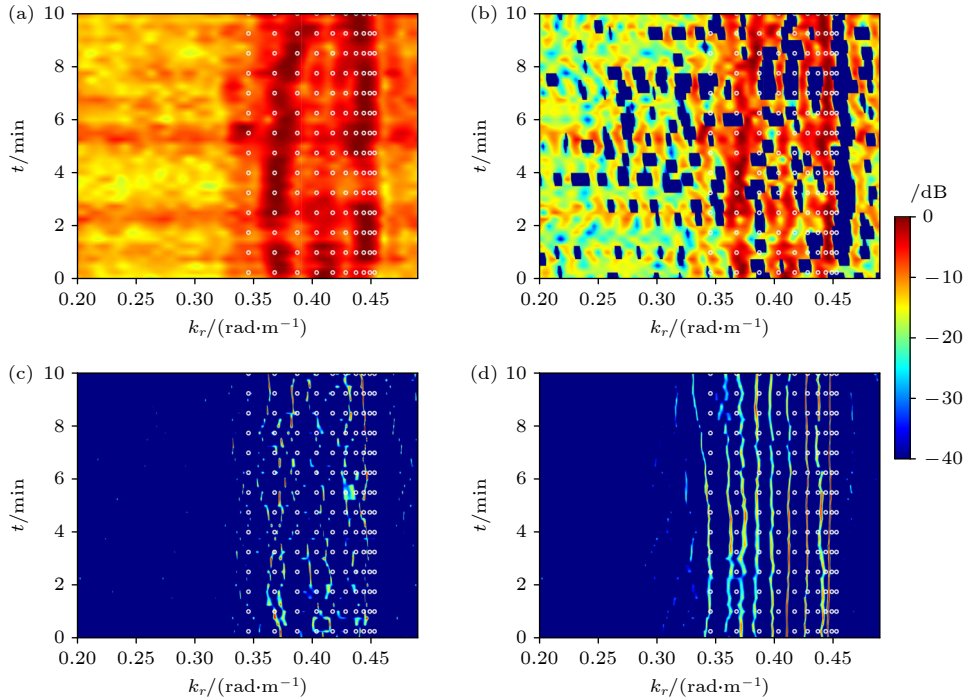


图 16 10 min 时段内, 四种方法在 110 Hz 处的模态分离结果 (a) CBF; (b) D-CBF; (c) 单频 SBL; (d) 所提方法

Fig. 16. Modal separation results of the four methods at 110 Hz over a 10 min interval: (a) CBF; (b) D-CBF; (c) single frequency SBL; (d) proposed method.

仍仅能分离少数几阶模态. 图 16(c) 则表明, 单频 SBL 方法相较 CBF 和 D-CBF 分辨率显著提高, 部分模态谱峰已能较为清晰地辨识, 但难以形成连

续、稳定的模态轨迹. 由图 16(d) 可以看出, 本文所提方法在整个 10 min 时段内均能够获得连续且清晰的模态轨迹, 与单频 SBL 方法所得轨迹在水平

波数位置上基本一致, 且与理论轨迹具有较高的相似度.

总体来看, 本文方法得到的结果在色散曲线形状和可分离模态的数量上均与理论模型下的色散曲线保持较好的相似性, 谱峰位置与单频 SBL 方法相近, 且相较 CBF, D-CBF 与单频 SBL 方法具有更高的分辨率和更强的稳健性, 这表明所提方法在实际海洋环境中具有较高的可行性.

5 结 论

本文针对浅海波导中基于水平线列阵的被动目标辐射信号(如舰船辐射噪声、机会声源信号等)的模态分离问题, 提出了一种基于多频共稀疏建模的浅海模态分离方法. 该方法在浅海模态色散关系约束下构造跨频一致的模态水平波数字典, 并在稀疏贝叶斯学习框架下实现多频联合模态分离, 从而相比传统方法能够更加充分地利用频率维信息.

数值仿真结果表明, 在设定波导环境下, 所提方法相较 CBF, D-CBF 和单频 SBL 方法, 对于阵列孔径和信噪比的要求更低, 在模态分辨能力与稳健性方面均具有显著优势, 且算法性能随阵列孔径的增大和信噪比的提高而进一步提升. 所提方法需要波导不变量作为物理先验, 当波导不变量存在轻微失配时, 对模态分离性能影响较小; 而当波导不变量严重失配时, 则会导致高阶模态的色散曲线出现分裂, 影响分离结果. 此外, 在处理带宽一定的前提下, 通过减小频点间隔可以有效提高处理增益, 从而进一步提升算法的性能. 在典型温跃层和负梯度声速剖面下的仿真结果表明, 所提方法在复杂浅海波导条件下仍具有良好的适用性. 基于南海浅海海试数据的处理结果进一步验证了所提方法在实际海洋环境中的可行性. 在实际观测条件下, 所提方法得到的模态水平波数与理论预测结果具有较高的相似度, 与对比方法相比, 色散曲线更加清晰且连续, 可分离模态数量显著增加, 有望为后续的目标定位和环境参数反演提供更加可靠的模态信息. 在此基础上, 进一步提升算法在小孔径与更低信噪比场景下的模态分离性能, 并将其拓展到海底地形起伏等更为复杂的环境条件下, 是下一步的研究方向.

参考文献

- [1] Wang X, Sun C, Li M Y, Zhang S D 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 084304 (in Chinese) [王宣, 孙超, 李明杨, 张少东 2022 物理学报 **71** 084304]
- [2] Zhou Y Y, Sun C, Xie L, Liu Z W 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 084302 (in Chinese) [周玉媛, 孙超, 谢磊, 刘宗伟 2023 物理学报 **72** 084302]
- [3] Lin Y T, Newhall A E, Lynch J F 2012 *J. Acoust. Soc. Am.* **131** 2
- [4] Bonnel J, Nicolas B, Mars J I, Walker S C 2010 *J. Acoust. Soc. Am.* **128** 2
- [5] Lu L C, Ma L 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 024305 (in Chinese) [鹿力成, 马力 2015 物理学报 **64** 024305]
- [6] Niu H Q, Zhang R H, Li Z L 2014 *J. Acoust. Soc. Am.* **136** 53
- [7] Qi Y B, Zhou S H, Zhang R H, Ren Y 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 074301 (in Chinese) [戚聿波, 周士弘, 张仁和, 任云 2015 物理学报 **64** 074301]
- [8] Bonnel J, Thode A, Wright D, Chapman R 2020 *J. Acoust. Soc. Am.* **147** 1897
- [9] Shang E C, Clay C S, Wang Y Y 1985 *J. Acoust. Soc. Am.* **78** 172
- [10] Yang T C 1987 *J. Acoust. Soc. Am.* **82** 1736
- [11] Niu H Q, Gerstoft P, Ozanich E, Li Z L, Zhang R H, Gong Z X, Wang H B 2020 *J. Acoust. Soc. Am.* **147** 3729
- [12] Akins F H, Kuperman W A 2022 *JASA Express Lett.* **2** 074802
- [13] Rajan S D, Bhatta S D 1993 *J. Acoust. Soc. Am.* **93** 378
- [14] Courtois F L, Bonnel J 2014 *JASA Express Lett.* **135** EL199
- [15] Yang T C 2017 *IEEE J. Oceanic Eng.* **43** 160
- [16] Guo Q J, Xie K A, Ye W B, Zhou T, Xu S 2025 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **74** 4505413
- [17] Du Z Y, Hao Y, Qiu L H, Li C M, Liang G L 2024 *J. Acoust. Soc. Am.* **156** 2989
- [18] Li X H, Liang G L, Shen T S, Luo Z L 2025 *Acta Acustica* **50** 77 (in Chinese) [李雄辉, 梁国龙, 沈同圣, 罗再磊 2025 声学学报 **50** 77]
- [19] Gerstoft P, Mecklenbräuker C F, Xenaki A, Nannuru S 2016 *IEEE Signal Process. Lett.* **23** 1469
- [20] Wu Y F, Wakin M B, Gerstoft P 2024 *IEEE Trans. Signal Process.* **72** 2006
- [21] Lee J, Park Y, Gerstoft P, Lee K 2025 *J. Acoust. Soc. Am.* **157** 5
- [22] Courtois F L, Bonnel J 2015 *J. Acoust. Soc. Am.* **138** 575
- [23] Paviet-Salomon T, Bonnel J, Dorffer C, Nicolas B, Chonavel T, Tollefsen D, Knobles D P, Wilson P S, Drémeau A 2022 *IEEE J. Oceanic Eng.* **47** 565
- [24] Liang Y Q, Zhou S H, Gong Z X, Qi Y B, Niu H Q, Wang Y 2020 *Acta Acustica* **45** 609 (in Chinese) [梁玉权, 周士弘, 宫在晓, 戚聿波, 牛海强, 王域 2020 声学学报 **45** 609]
- [25] Grachev G A 1993 *Acoust. Phys.* **39** 33
- [26] Gao D Z, Wang N, Wang H Z 2010 *J. Comput. Acoust.* **18** 245
- [27] Gemba K L, Nannuru S, Gerstoft P, Hodgkiss W S 2017 *J. Acoust. Soc. Am.* **141** 3411
- [28] Tong W T, Ge W, Han X, Yin J W 2024 *Signal Process.* **220** 109478

A shallow-water modal separation method based on multi-frequency joint sparse modeling*

YIN Jiarui¹⁾²⁾³⁾ CAO Ran^{1)2)3)4)†} LI Li¹⁾²⁾³⁾ LI Dewen⁵⁾ YIN Jingwei¹⁾²⁾³⁾

1) (*National Key Laboratory of Underwater Acoustic Technology, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

2) (*Key Laboratory for Polar Acoustics and Application of Ministry of Education (Harbin Engineering University), Harbin 150001, China*)

3) (*College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

4) (*Qingdao Innovation and Development Center of Harbin Engineering University, Qingdao 266000, China*)

5) (*Harbin Ship Lan Kun (Zhuhai) Technology Co., Ltd., Zhuhai 519000, China*)

(Received 7 December 2025; revised manuscript received 2 January 2026)

Abstract

A major challenge for underwater passive detection in shallow-water waveguides is the accurate separation of normal modes from passive target-radiated signals (such as ship-radiated noise and opportunistic source signals) using a horizontal line array. Existing methods typically handle each frequency independently, so they fail to fully utilize the correlation of modes across frequencies. As a result, stringent requirements are imposed on array aperture and signal-to-noise ratio (SNR) to achieve reliable modal separation. To address this issue, the waveguide invariant is incorporated as a physical prior, and a cross-frequency-consistent dictionary of modal horizontal wavenumbers is constructed under the constraint of the shallow-water modal dispersion relation. Based on this dictionary, multi-frequency jointly sparse modal separation is carried out within a sparse Bayesian learning framework. Numerical simulations in a benchmark shallow-water environment show that compared with representative existing methods, the proposed method achieves higher modal separation accuracy and reduces the array aperture required to separate all propagation modes by more than 20%, while maintaining high separation accuracy and robustness under low-SNR conditions. Its performance is further improved as the frequency spacing decreases. Moreover, this method benefits from a more precise waveguide invariant and is more sensitive to underestimation than overestimation. The low-order modes can still be separated with reasonably high accuracy even when there is a significant mismatch in the waveguide invariant. Finally, the proposed method is validated using passive experimental data collected from a horizontal line array deployed in a shallow-water region of the South China Sea in 2021. The sea-trial results further demonstrate its feasibility in realistic ocean environments.

Keywords: shallow-water, horizontal line array, dispersion relation, modal separation

DOI: [10.7498/aps.75.20251685](https://doi.org/10.7498/aps.75.20251685)

CSTR: [32037.14.aps.75.20251685](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20251685)

* Project supported by the Shandong Provincial Natural Science Foundation, China (Grant No. ZR2024QA112) and the Natural Science Foundation of Heilongjiang Province of China for the Excellent Youth Scholars (Grant No. YQ2023A008).

† Corresponding author. E-mail: cran@hrbeu.edu.cn

基于多频共稀疏建模的浅海模态分离方法

尹家瑞 曹然 李理 李德文 殷敬伟

A shallow-water modal separation method based on multi-frequency joint sparse modeling

YIN Jiarui CAO Ran LI Li LI Dewen YIN Jingwei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 061002 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20251685

CSTR: 32037.14.aps.75.20251685

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251685>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于简正波强度匹配的浅海水平阵目标深度估计方法

A target depth estimation method in shallow water based on matched normal mode intensity

物理学报. 2025, 74(14): 144301 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250419>

不确定浅海环境中水平阵角度域子空间检测

Detection by angle-domain subspace with horizontal array in uncertain shallow-water environment

物理学报. 2022, 71(8): 084304 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211742>

浅海内孤立波动态传播过程中声波模态强度起伏规律

Modal intensity fluctuation during dynamic propagation of internal solitary waves in shallow water

物理学报. 2022, 71(2): 024302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211132>

耦合Frenkel-Kontorova双链的格波解及其色散关系

Lattice wave solution and its dispersion relation of two coupled Frenkel-Kontorova chains

物理学报. 2022, 71(15): 154401 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212362>

基于波束-波数域非相干匹配的浅海运动声源深度估计方法

A method of estimating depth of moving sound source in shallow sea based on incoherently matched beam-wavenumber

物理学报. 2023, 72(8): 084302 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222361>

外尔半金属调制的范德瓦耳斯声子极化激元色散性质

Dispersion properties of van der Waals phonon polaritons modulated by Weyl semimetals

物理学报. 2023, 72(19): 197102 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230167>