

量子近似优化算法求解战术聚类编组问题

黄晓婷 郑寇全 荆锋 郝满红 张毅军[†]

(国防科技大学, 试验训练基地, 西安 710106)

(2025 年 12 月 9 日收到; 2026 年 1 月 23 日收到修改稿)

针对战术行动中平台聚类编组的复杂约束问题, 本文提出一种基于量子近似优化算法 (quantum approximation optimization algorithm, QAOA) 的两阶段量子增强求解方法. 首先, 将问题拆分为资源匹配与平台归属两个关联子问题: 第 1 阶段基于整数背包问题构建量子伊辛模型, 设计 QAOA 量子线路并优化参数, 生成满足任务簇资源需求的候选平台簇集合; 第 2 阶段以精确覆盖问题为框架, 构建对应的量子模型并优化求解, 筛选满足平台唯一归属且全集覆盖的全局最优分簇方案. 通过经典问题向量子伊辛模型的映射, 结合参数化量子线路与经典优化器协同优化, 实现复杂约束下平台聚类的高效求解. 实验在基于 Python 3 框架的量子软件开发环境及量子计算云服务平台中完成, 结果表明, 所提方法在平台分配效率上较传统算法显著提升, 且在时间复杂度上明显优于其他传统算法. 与传统的多维动态列表规划法和多优先级列表动态规划法相比, 时间复杂度由 $O(n^2)$ 降低到 $O(5n + 5k)$.

关键词: 战术行动, 平台聚类编组, 量子近似优化算法, 量子伊辛模型

DOI: 10.7498/aps.75.20251690

CSTR: 32037.14.aps.75.20251690

1 引言

平台聚类编组问题作为军事指挥控制 (command and control, C2) 组织资源调度中的重点研究问题之一, 一直受到国内外研究人员的广泛关注^[1,2]. 现代战术行动中, 多平台协同编组是实现高效资源调度与动态任务分配的核心环节. 面对复杂战场环境中实时变化的平台位置、通信能力与任务优先级, 如何快速生成最优聚类方案以提升协同效能, 已成为军事运筹领域的关键挑战. 传统方法如 k-means++^[3] 或模拟退火算法虽能提供可行解, 但其计算复杂度随平台数量呈指数增长 ($O(2^n)$), 在大规模场景下面临严重的局部最优陷阱与收敛速度瓶颈. 例如, 当平台规模超过 50 时, 经典算法的聚类误差率骤增, 且无法满足分钟级规划需求. 这一矛盾在动态权重调整、异构资源匹配及硬性约束 (如通信链路稳定性) 的军事场景中尤为突出.

C2 组织中的任务规划问题^[4,5] 需要在充分考虑平台资源及其位置、任务资源及其位置等因素约束的前提下, 优化平台与任务、平台与平台之间的关联关系, 这属于大规模组合优化问题的范畴. 此类问题的求解通常基于启发式列表规划方法, 包括动态级别调度^[6]、多维动态列表调度 (multidimensional dynamic list scheduling, MDLS)^[7]、多优先级列表动态调度 (multipri list dynamic scheduling, MPLDS)^[8] 等方法. 这些方法通常以最小化整体任务完成时间或最大化资源利用率为优化目标. 以 MDLS 和 MPLDS 方法为例, 两者的时间复杂度均为 $O(mn^2)$ ^[7-9], 其中 m 为平台数量, n 为任务数量. 相比之下, C2 组织中的任务规划问题往往对时间要求更高, 尤其在战时场景下, 亟需复杂度更低的算法进行求解. 随着量子计算机硬件的发展, 一些在经典超级计算机上难以模拟的量子算法现已能在量子计算机上运行^[10-16].

近年来, 量子近似优化算法^[17-19] (quantum app-

[†] 通信作者. E-mail: zhangyijun_gfkjdx@163.com

roximation optimization algorithm, QAOA) 凭借其对于组合优化问题的指数级加速潜力, 为突破此类瓶颈提供了新范式. QAOA 最初主要应用于最大切割问题的求解, 被证明在求解速度上相对于现有经典算法具有指数级加速优势 [20-22]. 近年来研究成果 [23-28] 表明, QAOA 可以用来求解精确覆盖问题. 精确覆盖问题本质上属于 NP 问题, 在经典计算机上需要指数级时间开销; 而对于量子计算机来说, 只需要多项式级时间开销就可以求解. 这为 C2 组织任务规划问题求解提供了一定的理论借鉴. 为了缩短任务规划问题的求解时间, 采用 QAOA 求解 C2 组织中的任务规划问题, 是一种有理论意义且实践可行的方法.

由于战术行动中平台聚类编组问题涉及的平台种类和规模有限, 但对实时性要求较高, 所以本文选用新兴的变分量子算法 QAOA. 该算法不仅适用于解决最大切割问题, 还可以用于解决组合优化问题. Zhang 等 [29] 针对 NP 完全问题中的最小顶点覆盖问题, 通过构建对应的伊辛模型推导出问题哈密顿量, 并基于该哈密顿量设计了 QAOA 量子线路的求解方案. 仿真结果表明, 该方案能够在多项式时间内以高概率获得较优解. Brandhofer 等 [30] 将股票投资组合问题投资组合优化问题转化为二元二次优化问题, 并采用不同版本的 QAOA 对其进行详细研究, 取得了良好的效果. 2021 年, Koretsky 等 [31] 针对电力系统机组组合优化问题, 以最小化满足电力负荷的成本为目标函数, 采用 QAOA 进行优化计算, 并选用经典的最小优化器对 QAOA 进行扩展. Vikstål 等 [32] 针对目前航空公司面临的航班分配问题, 通过数学模型演变将航班分配问题映射为精确覆盖问题, 采用变分混合量

子经典 QAOA 求解, 并利用航空公司实际数据对算法进行了验证.

在上述研究的启发下, 针对战术行动中的平台聚类编组问题, 本文提出一种基于 QAOA 的量子增强求解方法. 该方法将问题拆分为两阶段求解: 第 1 阶段将问题建模为整数背包问题, 通过量子伊辛模型与 QAOA 量子线路优化参数, 生成任务簇对应的平台簇集合; 第 2 阶段基于精确覆盖问题构建量子模型, 利用 QAOA 筛选符合条件的平台簇组合; 最终整合两阶段结果, 在基于 Python 3 框架下的量子软件开发环境和量子计算云服务平台中完成实验, 输出平台聚类的较优解.

2 平台聚类问题模型构建

针对战术行动中的平台聚类编组问题, 本文将其拆解为两个关联子问题分步求解: 首先, 基于资源供需约束, 将问题建模为整数背包问题, 筛选出满足各任务簇需求的平台簇组合 (图 1); 其次, 结合平台唯一归属与全集覆盖约束, 将其转化为精确覆盖问题, 从候选组合中选出全局最优分簇方案. 两阶段分别解决资源匹配与集合划分问题, 最终整合生成平台聚类的较优解 (图 2).

2.1 第 1 阶段子问题模型构建

针对整数重量的背包问题, 可以构建一个经典伊辛模型 H'_1 :

$$H'_1 = \left(1 - \sum_{k'=1}^{W'} x_{k'}\right)^2 + \left(\sum_{k'=1}^{W'} k' x_{k'} - \sum_{e'} w_{e'} x_{e'}\right)^2, \quad (1)$$

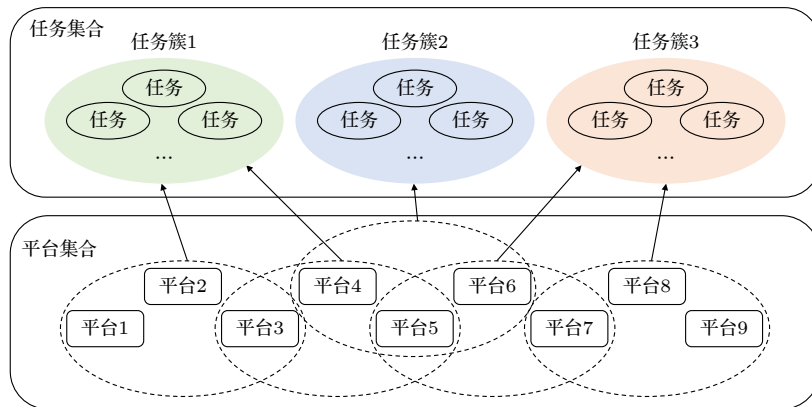


图 1 基于背包问题的平台聚类分簇效果图

Fig. 1. Effect diagram of platform clustering based on knapsack problem.

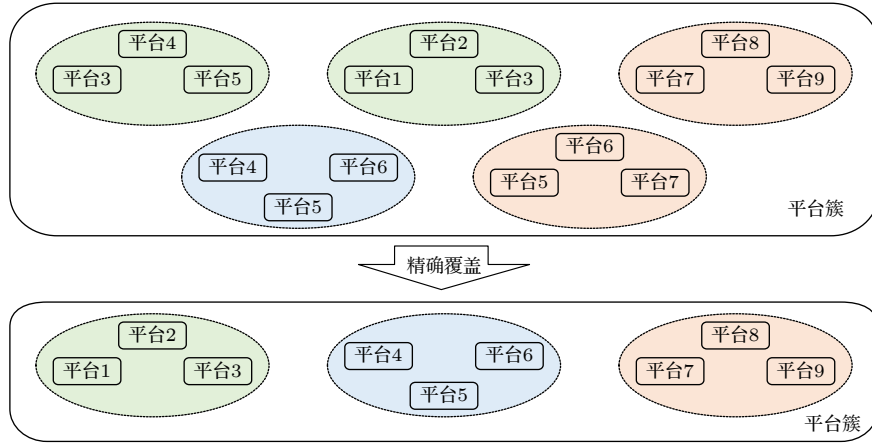


图 2 基于精确覆盖问题的平台聚类分簇效果图

Fig. 2. Effect diagram of platform clustering based on accurate coverage problem.

其中 $x_{e'}$ 为一个布尔变量, 当第 e' 个物体在背包中, $x_{e'} = 1$, 当第 e' 个物体不在背包中, $x_{e'} = 0$; k' 为整数, 当 $1 \leq k' \leq W'$ 且 k' 等于背包总重量时, $x_{k'} = 1$, 否则, $x_{k'} = 0$.

对于战术行动中平台聚类编组问题, 设任意一个任务簇 $\{t_1, t_2, \dots, t_n\} \in T$, 其中 t_1, t_2, \dots, t_n 为该任务簇包含的任务种类, n 为任务簇包含的任务种类数量. 设该任务簇需求的作战资源为 $\{r_1, r_2, \dots, r_{12}\} \in r$, 其中 r_1, r_2, \dots, r_{12} 分别代表 12 种作战资源类型, 设各作战资源类型对应的数量为 $N_{r_1}, N_{r_2}, \dots, N_{r_{12}}$. 设平台集合为 $\{p_1, p_2, \dots, p_{23}\} \in p$, 其中 p_1, p_2, \dots, p_{23} 为平台个数, 设每个平台提供的作战资源为 $\{R_1, R_2, \dots, R_{12}\} \in R$, 每个平台提供的作战资源对应的数量为 $N_i^{R_1}, N_i^{R_2}, \dots, N_i^{R_{12}}$, 其中 $i \in \{p_1, p_2, \dots, p_{23}\}$. 参照 (1) 式, 将平台看作物体, 将平台所提供的作战资源看作重量, 设定一个背包, 不同之处是这个背包设定了最低装载重量, 而背包的上限装载重量根据本文实际问题具体设定, 这样就可以构建一个针对平台聚类问题的经典伊辛模型 H_1 :

$$\begin{aligned}
 H_1 = & \left(1 - \sum_{k_1=N_{r_1}}^{a_{r_1}} x_{k_1}^{r_1}\right)^2 + \left(1 - \sum_{k_2=N_{r_2}}^{a_{r_2}} x_{k_2}^{r_2}\right)^2 + \dots \\
 & + \left(1 - \sum_{k_{12}=N_{r_{12}}}^{a_{r_{12}}} x_{k_{12}}^{r_{12}}\right)^2 + \left(\sum_{k_1=N_{r_1}}^{a_{r_1}} k_1 x_{k_1}^{r_1} - \sum_{e \in p} w_e^{R_1} x_e\right)^2 \\
 & + \left(\sum_{k_2=N_{r_2}}^{a_{r_2}} k_2 x_{k_2}^{r_2} - \sum_{e \in p} w_e^{R_2} x_e\right)^2 + \dots \\
 & + \left(\sum_{k_{12}=N_{r_{12}}}^{a_{r_{12}}} k_{12} x_{k_{12}}^{r_{12}} - \sum_{e \in p} w_e^{R_{12}} x_e\right)^2, \quad (2)
 \end{aligned}$$

其中, $a = \{a_{r_1}, a_{r_2}, \dots, a_{r_{12}}\}$ 为实际问题中平台簇提供各种作战资源的上限取值, k_1, k_2, \dots, k_{12} 为整数, 当 $N_{r_1} \leq k_1 \leq a_{r_1}, N_{r_2} \leq k_2 \leq a_{r_2}, \dots, N_{r_{12}} \leq k_{12} \leq a_{r_{12}}$ 且 k_1, k_2, \dots, k_{12} 分别等于平台簇提供的各种作战资源数量时, $x_{k_1}^1, x_{k_2}^2, \dots, x_{k_{12}}^{12}$ 分别等于 1, 否则, $x_{k_1}^1, x_{k_2}^2, \dots, x_{k_{12}}^{12}$ 分别等于 0, e 表示平台集合 p 中的任意一个平台, x_e 为一个布尔变量, 当平台 e 在背包中时, $x_e = 1$, 当平台 e 不在背包中时, $x_e = 0$, $w_e^{R_1}, w_e^{R_2}, \dots, w_e^{R_{12}}$ 表示平台 e 分别提供作战资源 R_1, R_2, \dots, R_{12} 的数量.

2.2 第 2 阶段子问题模型构建

基于精确覆盖问题可以描述为: 对于一个集合 $U' = \{1, 2, \dots, n'\}$, 集合 V'_i 是集合 U' 的任意子集合, 即 $V'_i \subseteq U'$, 它们之间关系可以表示为

$$U' = \cup_i V'_i. \quad (3)$$

在上述条件基础上, 求出一个子集 Q' , 该子集由若干个 V'_i 组成, 这些 V'_i 子集之间不相交并且并集为集合 U' . 针对该问题可以构建一个经典伊辛模型 H'_2 :

$$H'_2 = \sum_{a'=1}^{n'} \left(1 - \sum_{i: a' \in V'_i} x'_i\right)^2 \quad (4)$$

其中, a' 表示集合 U' 中任意元素, x'_i 为一个布尔变量, 当集合 V'_i 中含有元素 a' 时, $x'_i = 1$, 当集合 V'_i 中没有含有元素 a' 时, $x'_i = 0$.

对于平台聚类问题, 设通过 (2) 式获得的平台分簇的集合为 $Q = \{V_1, V_2, \dots, V_{N_q}\}$, 其中 N_q 为获得集合的数量. 将平台集 $p = \{p_1, p_2, \dots, p_{23}\}$ 作

为总集合, 结合 (4) 式, 可以计算推导出求解问题较优解对应的伊辛模型 H_2 :

$$H_2 = \sum_{a=p_1}^{p_{23}} \left(1 - \sum_{i=1}^{N_q} x_i \right)^2, \quad (5)$$

其中, a 表示平台集 p 中任意元素, x_i 为一个布尔变量, 当集合 V_i 中含有元素 a 时, $x_i = 1$, 当集合 V_i 中没有含有元素 a 时, $x_i = 0$.

3 问题对应的哈密顿量

背包问题与精确覆盖问题均属于典型的 NP 完全问题, 如果想采用量子算法解决这些 NP 完全问题, 就需要首先建立起 NP 完全问题与量子算法之间的联系. 根据文献 [29, 33] 相关内容, 一个 NP 完全问题对应的经典伊辛模型与该问题对应的量子伊辛模型之间是有联系的, 通过选择合适的旋转算子, 利用问题的经典伊辛模型可以推导出与之对应的量子伊辛模型. 在量子绝热系统中, 问题的量子伊辛模型可以表示出量子系统对应的哈密顿量, 而哈密顿量在演化过程中逐渐趋于量子能量最低对应的本征态, 这样可以建立起问题经典伊辛模型与量子哈密顿量对应的本征态之间的联系. 而 QAOA 就是通过初态哈密顿量和末态哈密顿量构造的西变换进行交替量子演化求出问题的较优解, 所以如果可以求出问题对应的哈密顿量就为 QAOA 提供了技术支撑.

3.1 第 1 阶段子问题对应的哈密顿量

对于战术平台中聚类编组问题, 本文已经分别构建了两个子问题对应的经典伊辛模型. 下面先详细计算推导第 1 阶段子问题的经典伊辛模型对应的哈密顿量.

根据伊辛模型 H_1 组成结构, 发现其主要由两种结构的计算表达组成, 所以可以先对伊辛模型 H_1 中部分计算表达式进行计算推导 (前 12 项), 再扩展到整个伊辛模型 H_1 中, 这样可以简化计算推导过程. 在伊辛模型 H_1 中, 提取第 1 项表达式如下:

$$H_3 = \left(1 - \sum_{k_1=N_{r_1}}^{a_{r_1}} x_{k_1}^{r_1} \right)^2. \quad (6)$$

根据 (6) 式, 定义一个旋转变量 $s_{k_1}^{r_1} \in \{1, -1\}$, 则可以得到如下表达式:

$$x_{k_1}^{r_1} = (s_{k_1}^{r_1} + 1)/2. \quad (7)$$

将 (7) 式代入 (6) 式中, 经过计算推导可以得到如下表达式:

$$H_3 = \frac{1}{4} \sum_{k=N_{r_1}}^{a_{r_1}} s_k^{r_1} \sum_{j=N_{r_1}}^{a_{r_1}} s_j^{r_1} + \frac{1}{2} (a_{r_1} - N_{r_1} - 1) \sum_{k=N_{r_1}}^{a_{r_1}} s_k^{r_1} + \left[\frac{1}{4} (a_{r_1} - N_{r_1} + 1)^2 + N_{r_1} - a_{r_1} \right]. \quad (8)$$

在 (8) 式中, $(a_{r_1} - N_{r_1} + 1)^2/4 + N_{r_1} - a_{r_1}$ 是一个常数, 可以用 const 表示, 设 $A_{r_1} = (a_{r_1} - N_{r_1} - 1)$, 加之 $s_k^{r_1} s_j^{r_1}$ 的系数具有对称性, 则 (8) 式可以进一步简化为

$$H_3 = \frac{1}{2} \sum_{N_{r_1} \leq j < k \leq a_{r_1}} s_k^{r_1} s_j^{r_1} + \frac{1}{2} A_{r_1} \sum_{k=N_{r_1}}^{a_{r_1}} s_k^{r_1} + \text{const}. \quad (9)$$

经过分析, 在伊辛模型 H_1 公式中前 12 个表达式都是形如 (6) 式, 所以可以采用上述同样的计算推理过程, 将剩下的 11 个表达式也转化为 (9) 式的形式. 具体结果如下:

$$H_b = \frac{1}{2} \left(\sum_{N_{r(b-2)} \leq j < k \leq a_{r(b-2)}} s_k^{r(b-2)} s_j^{r(b-2)} + A_{r(b-2)} \sum_{k=N_{r(b-2)}}^{a_{r(b-2)}} s_k^{r(b-2)} \right) + \text{const}, \quad (10)$$

其中, $4 \leq b \leq 14$ 取整数, s_j^{ra} ($2 \leq a \leq 11$, a 取整数) 与 s_j^{rb} ($2 \leq b \leq 12$, b 取整数) 均为取值范围为 $\{-1, 1\}$ 的对应旋转变量. 变量 $A_{rb} = (a_{rb} - N_{rb} - 1)$ ($2 \leq b \leq 12$), b 取整数和 $(a_{rb} - N_{rb} + 1)^2/4 + N_{rb} - a_{rb}$ ($2 \leq b \leq 12$) a 取整数, 等均为常数, 可以用 const 表示.

在伊辛模型 H_1 中, 在未转化部分继续提取第 13 项表达式如下:

$$H_{15} = \left(\sum_{k_1=N_{r_1}}^{a_{r_1}} k_1 x_{k_1}^{r_1} - \sum_{e \in p} w_e^{R_1} x_e \right)^2. \quad (11)$$

同理, 根据 (11) 式, 定义两个旋转变量 $s_{k_1}^{r_1} \in \{1, -1\}$, $s_e \in \{1, -1\}$, 则可以得到如下表达式:

$$x_{k_1}^{r_1} = (s_{k_1}^{r_1} + 1)/2, \quad (12)$$

$$x_e = (s_e + 1)/2. \quad (13)$$

将 (12) 式、(13) 式代入 (11) 式中, 经过计算推导可以得到:

$$\begin{aligned}
 H_{15} = & \left(\sum_{k=1}^{a_{r1}} \frac{k1(s_k^{r1} + 1)}{2} - \sum_{e \in p} \frac{w_e^{R1}(s_e + 1)}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \sum_{k=N_{r1}}^{a_{r1}} \sum_{j=N_{r1}}^{a_{r1}} kjs_k^{r1}s_j^{r1} \\
 & + \frac{1}{4} \sum_{e \in p} \sum_{\alpha \in p} w_e^{R1} w_\alpha^{R1} s_e s_\alpha - \frac{1}{2} \sum_{k=N_{r1}}^{a_{r1}} \sum_{e \in p} k s_k^{r1} w_e^{R1} s_e + \frac{1}{2} \left(\sum_{k=N_{r1}}^{a_{r1}} k - \sum_{e \in p} w_e^{R1} \right) \sum_{k=N_{r1}}^{a_{r1}} k s_k^{r1} \\
 & - \frac{1}{2} \left(\sum_{k=N_{r1}}^{a_{r1}} k - \sum_{e \in p} w_e^{R1} \right) \sum_{e \in p} w_e^{R1} s_e + \frac{1}{4} \left(\sum_{k=N_{r1}}^{a_{r1}} k - \sum_{e \in p} w_e^{R1} \right)^2. \quad (14)
 \end{aligned}$$

式中, $\left(\sum_{k=N_{r1}}^{a_{r1}} k - \sum_{e \in p} w_e^{R1}\right)^2/4$ 为一个常数, 可以用 const 表示, 设 $B_{r1} = \left(\sum_{k=N_{r1}}^{a_{r1}} k - \sum_{e \in p} w_e^{R1}\right)$, 加之 $s_k^{r1}s_j^{r1}$ 与 $s_e s_\alpha$ 的系数具有对称性, 则 (14) 式可化为

$$\begin{aligned}
 H_{15} = & \frac{1}{2} \sum_{N_{r1} \leq j < k \leq a_{r1}} kjs_k^{r1}s_j^{r1} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha, e \in p, \alpha < e} w_e^{R1} w_\alpha^{R1} s_e s_\alpha - \frac{1}{2} \sum_{k=N_{r1}}^{a_{r1}} \sum_{e \in p} kw_e^{R1} s_k^{r1} s_e + \frac{1}{2} B_{r1} \sum_{k=N_{r1}}^{a_{r1}} k s_k^{r1} \\
 & - \frac{1}{2} B_{r1} \sum_{e \in p} w_e^{R1} s_e + \text{const}. \quad (15)
 \end{aligned}$$

同理, 在伊辛模型 H_1 公式中后 12 个表达式均形如 (15) 式, 可以采用上述同样的计算推理过程将其余 11 个表达式也转化为 (15) 式的形式. 具体结果如下:

$$\begin{aligned}
 H_A = & \frac{1}{2} \sum_{N_{rb} \leq j < k \leq a_{rb}} kjs_k^{rb}s_j^{rb} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha, e \in p, \alpha < e} w_e^{Rb} w_\alpha^{Rb} s_e s_\alpha - \frac{1}{2} \sum_{k=N_{rb}}^{a_{rb}} \sum_{e \in p} kw_e^{Rb} s_k^{rb} s_e + \frac{1}{2} B_{rb} \sum_{k=N_{rb}}^{a_{rb}} k s_k^{rb} - \frac{1}{2} B_{r2} \sum_{e \in p} w_e^{Rb} s_e \\
 & + \text{const}, \quad (16)
 \end{aligned}$$

其中, $16 \leq A \leq 26$, A 取整数, $2 \leq b \leq 12$, b 取整数.

同时, s_k^a ($2 \leq a \leq 12$, a 取整数) 和 s_j^b ($2 \leq b \leq 12$, b 取整数) 以及 s_α, s_e 均为取值范围为 $\{1, -1\}$ 的对应旋转变量, 变量 $B_{rb} = \left(\sum_{k=N_{rb}}^{a_{rb}} k - \sum_{e \in p} w_e^{Rb}\right)$, $2 \leq b \leq 12$, b 取整数和 $\left(\sum_{k=N_{rb}}^{a_{rb}} k - \sum_{e \in p} w_e^{Rb}\right)^2/4$, $2 \leq b \leq 12$ 等均为常数, 可以用 const 表示.

经过上述计算推导, 可以将伊辛模型 H_1 对应的量子伊辛模型 H_{27} 写成如下形式:

$$\begin{aligned}
 H_{27} = & \sum_{i=1}^{12} \left(\frac{1}{2} \sum_{N_{ri} \leq j < k \leq a_{ri}} s_k^{ri} s_j^{ri} + \frac{1}{2} A_{ri} \sum_{k=N_{ri}}^{a_{ri}} s_k^{ri} \right) + \sum_{i=1}^{12} \left(\frac{1}{2} \sum_{N_{ri} \leq j < k \leq a_{ri}} kjs_k^{ri} s_j^{ri} \right) \\
 & + \sum_{i=1}^{12} \left(\frac{1}{2} \sum_{\alpha, e \in p, \alpha < e} w_e^{Ri} w_\alpha^{Ri} s_e s_\alpha - \frac{1}{2} \sum_{k=N_{ri}}^{a_{ri}} \sum_{e \in p} kw_e^{Ri} s_k^{ri} s_e + \frac{1}{2} B_{ri} \sum_{k=N_{ri}}^{a_{ri}} k s_k^{ri} \right) - \sum_{i=1}^{12} \left(\frac{1}{2} B_{ri} \sum_{e \in p} w_e^{Ri} s_e \right) \\
 & + \text{const}. \quad (17)
 \end{aligned}$$

最后, 将 (17) 式中的旋转变量转化为对应的泡利 Z 算子, 因为公式中的常数项只会改变哈密顿量的整体相位, 而对哈密顿量对应的本征态或最小能量状态没有影响, 所以可以去掉常数项, 这样就可以将哈密顿量表达简化为

$$\begin{aligned}
 H_{27} = & \sum_{i=1}^{12} \left(\frac{1}{2} \sum_{N_{ri} \leq j < k \leq a_{ri}} \sigma_{Zk}^{ri} \sigma_{Zj}^{ri} + \frac{1}{2} A_{ri} \sum_{k=N_{ri}}^{a_{ri}} \sigma_{Zk}^{ri} \right) + \sum_{i=1}^{12} \left(\frac{1}{2} \sum_{N_{ri} \leq j < k \leq a_{ri}} kjs_k^{ri} \sigma_{Zk}^{ri} \sigma_{Zj}^{ri} \right) \\
 & + \sum_{i=1}^{12} \left(\frac{1}{2} \sum_{\alpha, e \in p, \alpha < e} w_e^{Ri} w_\alpha^{Ri} \sigma_Z^e \sigma_Z^\alpha - \frac{1}{2} \sum_{k=N_{ri}}^{a_{ri}} \sum_{e \in p} kw_e^{Ri} \sigma_{Zk}^{ri} \sigma_Z^e + \frac{1}{2} B_{ri} \sum_{k=N_{ri}}^{a_{ri}} k \sigma_{Zk}^{ri} \right) \\
 & - \sum_{i=1}^{12} \left(\frac{1}{2} B_{ri} \sum_{e \in p} w_e^{Ri} \sigma_Z^e \right). \quad (18)
 \end{aligned}$$

3.2 第 2 阶段子问题对应的哈密顿量

在计算推导出第 1 阶段子问题对应的哈密顿量后,接着在经典伊辛模型 ((5) 式) 的基础上,详细计算推导第 2 阶段子问题对应的哈密顿量. 根据伊辛模型 H_2 组成结构, 定义一个旋转变量 $s_i \in \{1, -1\}$, 则可以得到如下表达式:

$$x_i = (s_i + 1)/2, \quad (19)$$

将 (19) 式代入 (5) 式中, 经过计算推导可以得到如下表达式:

$$H_2 = \sum_{a=p1}^{p23} \left[\frac{1}{4} \sum_{i=1}^{N_q} s_i \sum_{j=1}^{N_q} s_j - \left(1 - \frac{1}{2} N_q\right) \sum_{i=1}^{N_q} s_i + \left(1 - \frac{1}{2} N_q\right)^2 \right]. \quad (20)$$

式中, $\left(1 - \frac{1}{2} N_q\right)^2$ 是一个常数, 可以用 const 表示, $s_i s_j$ 的系数具有对称性, 则 (20) 式可以进一步简化为

$$H_2 = \sum_{a=p1}^{p23} \left[\frac{1}{2} \sum_{1 \leq j < i \leq N_q} s_i s_j - \left(1 - \frac{1}{2} N_q\right) \sum_{i=1}^{N_q} s_i + \text{const} \right]. \quad (21)$$

同理, 根据 (21) 式, 将式中的旋转变量转化为对应的泡利 Z 算子, 因为式中的常数项只对量子系统的整体状态和相位产生影响, 不影响量子系统的哈密顿量本征态或最小能量状态, 所以可以将常数项去掉, 这样就得到对应的哈密顿量表达式:

$$H_{28} = \sum_{a=p1}^{p23} \left[\frac{1}{2} \sum_{1 \leq j < i \leq N_q} \sigma_Z^i \sigma_Z^j - \left(1 - \frac{1}{2} N_q\right) \sum_{i=1}^{N_q} \sigma_Z^i \right]. \quad (22)$$

4 基于 QAOA 的量子线路设计

设量子系统的初始基态为均匀分布的量子叠加态 $|+\rangle^{\otimes N}$, 与其对应的哈密顿量为 $\sum_{n=1}^N \sigma_n^X$, 用 H_B 表示, 设量子系统的末态对应的哈密顿量为 H_C . 量子线路中两个酉变换可以表示为

$$U(H_C, \gamma_i) = e^{-i\gamma_i H_C}, U(H_B, \beta_i) = e^{-i\beta_i H_B}, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (23)$$

其中 H_C 为要解决问题对应的哈密顿量 ((18) 式) 和

(22) 式), γ_i 为参数; H_B 为 $\sum_{n=1}^N \sigma_n^X$, 即所谓的混合哈密顿量, β_i 为参数.

根据量子演化原理, 将酉变换 $U(H_C, \gamma_i)$ 和 $U(H_B, \beta_i)$ 交替作用在量子初始叠加态 $|+\rangle^{\otimes N}$ 上, 实现量子系统的演化, 得到如下量子态形式:

$$|\psi_k(\gamma, \beta)\rangle = U(H_B, \beta_k) U(H_C, \gamma_k) \dots U(H_B, \beta_1) U(H_C, \gamma_1) |+\rangle^{\otimes N}, \quad (24)$$

其中 $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k)$, $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)$, k 为交替演化次数.

量子态演化完毕后, 计算 H_C 在 $|\psi_k(\gamma, \beta)\rangle$ 上的期望值, 并利用标准计算基 $|0\rangle$ 或者 $|1\rangle$ 对量子态 $|\psi_k(\gamma, \beta)\rangle$ 进行测量:

$$F_k(\gamma, \beta) = \langle \psi_k(\gamma, \beta) | H_C | \psi_k(\gamma, \beta) \rangle. \quad (25)$$

通过 (25) 式可以分析得出, 当 $F_k(\gamma, \beta)$ 表示的期望值越小, 表示能量越低的哈密顿量 H_C 本征值对应的本征态出现的概率越高, 该本征态对应问题较优解. H_C 的最小化期望值所对应的参数 γ 和 β 取值可以表示为

$$(\gamma^*, \beta^*) = \arg \min_{\gamma, \beta} F_k(\gamma, \beta), \quad (26)$$

其中 (γ^*, β^*) 表示参数经过优化后所取得的数值.

图 3 为基于 QAOA 量子线路的求解思路图, 由量子处理器和经典处理器两部分组成, 量子处理器部分主要完成量子态演化和测量; 经典处理器部分主要辅助量子处理器部分完成对参数 γ 和 β 的优化和调整. 在基于 QAOA 量子线路的求解思路基础上, 接下来需要对两个子问题对应的量子线路进行设计构建.

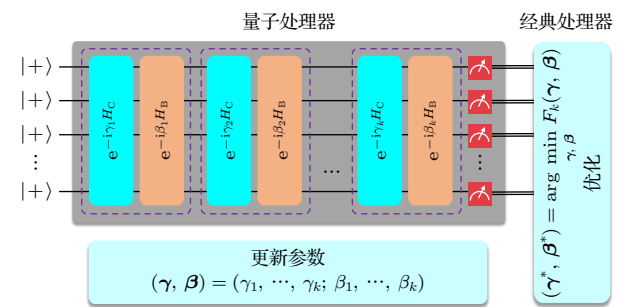


图 3 基于 QAOA 量子线路的求解思路图

Fig. 3. Solution idea diagram of QAOA-based quantum circuit.

4.1 第 1 阶段子问题对应的量子线路

针对第 1 阶段子问题, 下面详细构建和设计一

个基于 QAOA 的量子增强求解方法. 量子态演化主要在初始哈密顿量 H_B 和问题哈密顿量 H_C 基础上, 实现 (23) 式中 $U(H_C, \gamma_i)$ 和 $U(H_B, \beta_i)$ 两个酉变换乘积的累积, 这里用 $U(\gamma, \beta)$ 来表示. 如 (27) 式所示, 两个酉变换之间的乘积与每一步的量子线路相对应, k 代表演化的步数, γ_i 和 β_i 为每一次演化对应的参数. 其中第 1 部分量子态制备和第 3 部分量子态测量较为容易实现, 在补充材料 A (online) 中推导了第 2 部分量子态演化对应的量子线路:

$$U(\gamma, \beta) = \prod_{i=1}^k U(H_B, \beta_i) U(H_C, \gamma_i). \quad (27)$$

根据 (27) 式, 在 $U(H_B, \beta_i)$ 和 $U(H_C, \gamma_i)$ 对应的量子线路基础上, 可以设计构造出 $U(\gamma, \beta)$ 对应的量子线路, 结合量子态制备和量子态测量, 就可以生成一个针对第 1 阶段子问题的基于 QAOA 的量子增强求解方法. 具体的量子线路如图 4 所示, 第 2 部分为演化步数 $k = 1$, 如果演化步数 $k > 1$ 时, 对应的第 2 部分量子线路重复 k 次. 因此第 1 阶段使用了 47 个量子比特、电路深度为 $7k+2$, 门操作次数为 $13k+2$.

4.2 第 2 阶段子问题对应的量子线路

下面针对第 2 阶段子问题, 也设计构建一个基于 QAOA 的量子增强求解方法. 在 4.1 节中对基于 QAOA 的量子线路主要组成部分已经进行了详细说明, 其中量子态制备和量子态测量部分对应的量子线路结构基本相同, 这里只对量子态演化部分对应的量子线路进行详细计算推导. 量子态演化部分对应的酉变换形如 (27) 式, 其中 H_B 为初始态哈密顿量, 等于 $\sum_{n=1}^N \sigma_n^X$, 所以对于 $U(H_B, \beta_i)$ 这样以 H_B 为生成元, β_i 为参数的酉变换参照之前的计

算推导可以得到补充材料 (A3) 式的形式. H_C 为末态哈密顿量, 这里具体形式为

$$H_C = \sum_{a=p1}^{p23} \left[\frac{1}{2} \sum_{1 \leq j < i \leq N_q} \sigma_Z^i \sigma_Z^j - \left(1 - \frac{1}{2} N_q \right) \sum_{i=1}^{N_q} \sigma_Z^i \right]. \quad (28)$$

对于 $U(H_C, \gamma_i)$ 这样以 H_C 为生成元, γ_i 为参数的酉变换, 可以通过 CNOT 量子逻辑门和 RZ 量子逻辑门的组合操作或者 RZ 量子逻辑门的单独操作在量子线路中实现. 具体的计算推导过程见补充材料 B (online).

以酉变换 $U(H_C, \gamma_i)$ 对应的量子线路为基础, 结合量子态制备与量子态测量的量子线路构成, 就可以构造出一个针对第 2 阶段子问题的基于 QAOA 的量子增强求解方法. 具体的量子线路如图 5 所示, 与图 4 采用相似简化, 图中第 2 部分为演化步数 $k = 1$, 如果演化步数 $k > 1$ 时, 对应的第 2 部分量子线路重复 k 次. 因此第 2 阶段使用了 N_q 个量子比特、电路深度为 $15k + 2$, 门操作次数为 $21k + 2$.

5 实验与分析

本实验主要是在基于 Python3 框架下的量子软件开发环境和量子计算云服务平台中完成的, 实验所用平台数据共涉及 9 类平台, 23 个平台, 任务簇数 4 个, 各平台包含的具体资源属性类型有 12 种, 同类型的不同平台采用不同字符进行表示. 总共使用了 $47 + N_q$ 个量子比特, 电路深度为 $22k + 4$, 门操作次数为 $34k + 4$.

5.1 迭代次数与演化步长优化与分析

本文两个阶段子问题对应的基于 QAOA 的量子增强求解方法中待优化参数均为 (γ, β) , 在经典

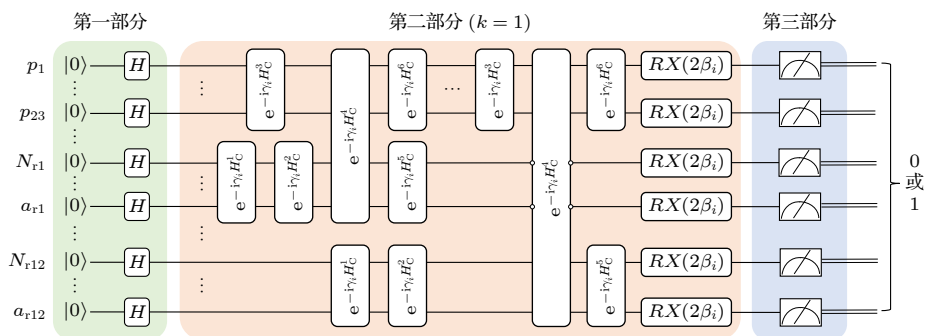


图 4 针对第 1 阶段子问题的基于 QAOA 的量子线路图

Fig. 4. QAOA-based quantum circuit diagram for the first stage sub problem.

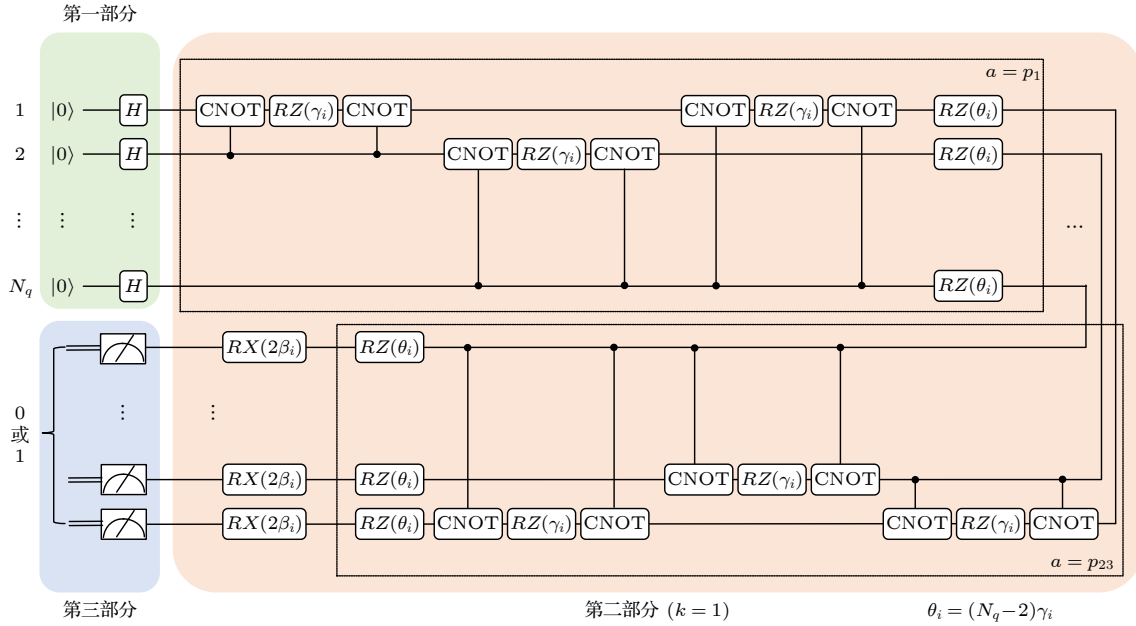


图 5 针对第 2 阶段子问题的基于 QAOA 的量子线路图

Fig. 5. QAOA-based quantum circuit diagram for the second stage problem.

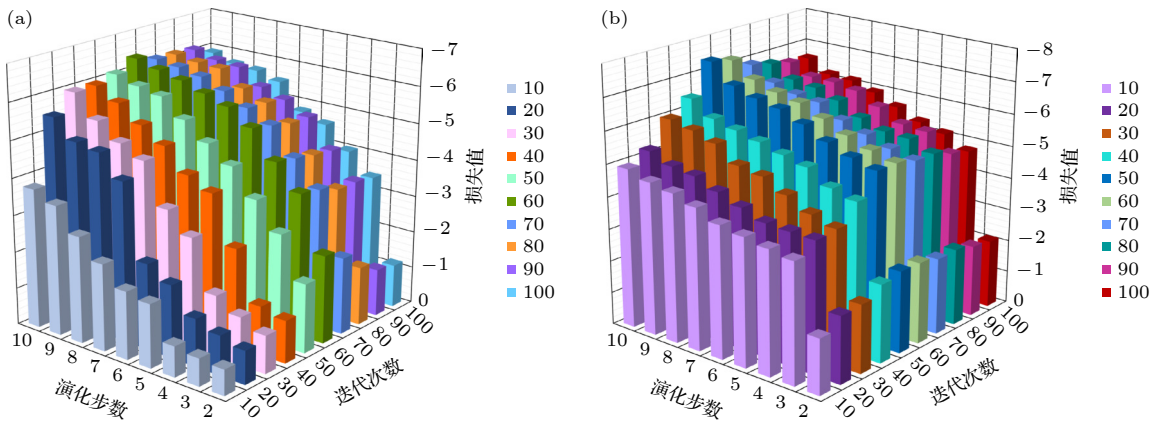


图 6 不同迭代次数和演化步数对应的损失值

Fig. 6. Loss values corresponding to different iterations and evolutionary steps.

优化过程中, 将迭代次数分别设置为 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 对参数 (γ, β) 展开调整优化并对结果进行对比分析. 接下来将对两个基于 QAOA 的量子增强求解方法的参数优化过程进行具体分析说明.

图 6(a), (b) 分别显示了两个基于 QAOA 的量子增强求解方法在实验过程中将迭代次数设置为 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 的情况下, 演化步数设置为 2—10 时, 目标函数对应的损失值数值. 在演化步数相同的情况下, 从图 6(a) 可以分析得出, 将迭代次数设置为 60 时, 其对应的损失值的绝对值数值最大; 而从图 6(b) 分析得出, 将迭代次数设置为 50 时, 其对应的损失值的绝对

值数值最大. 通过分析, 判断其原因主要是在经典优化算法优化过程中, 随着迭代次数的不断增加出现了过拟合现象. 在图 6(a) 中, 当迭代次数超过 60 后, 过拟合现象变得越来越严重, 优化结果变得也越来越差; 而在图 6(b) 中, 当迭代次数超过 50 后, 过拟合现象变得越来越明显. 在迭代次数相同的情况下, 无论是在图 6(a) 还是在图 6(b) 中, 随着演化步数的增加, 各个迭代次数对应下损失值的绝对值也都随之不断增大, 这种现象与量子线路相关理论是一致的.

图 7 为演化步数为 10 时, 迭代次数分别为 60—100 和 50—100 时, 两个基于 QAOA 的量子增强求解方法在实验过程中对应损失值的曲线图.

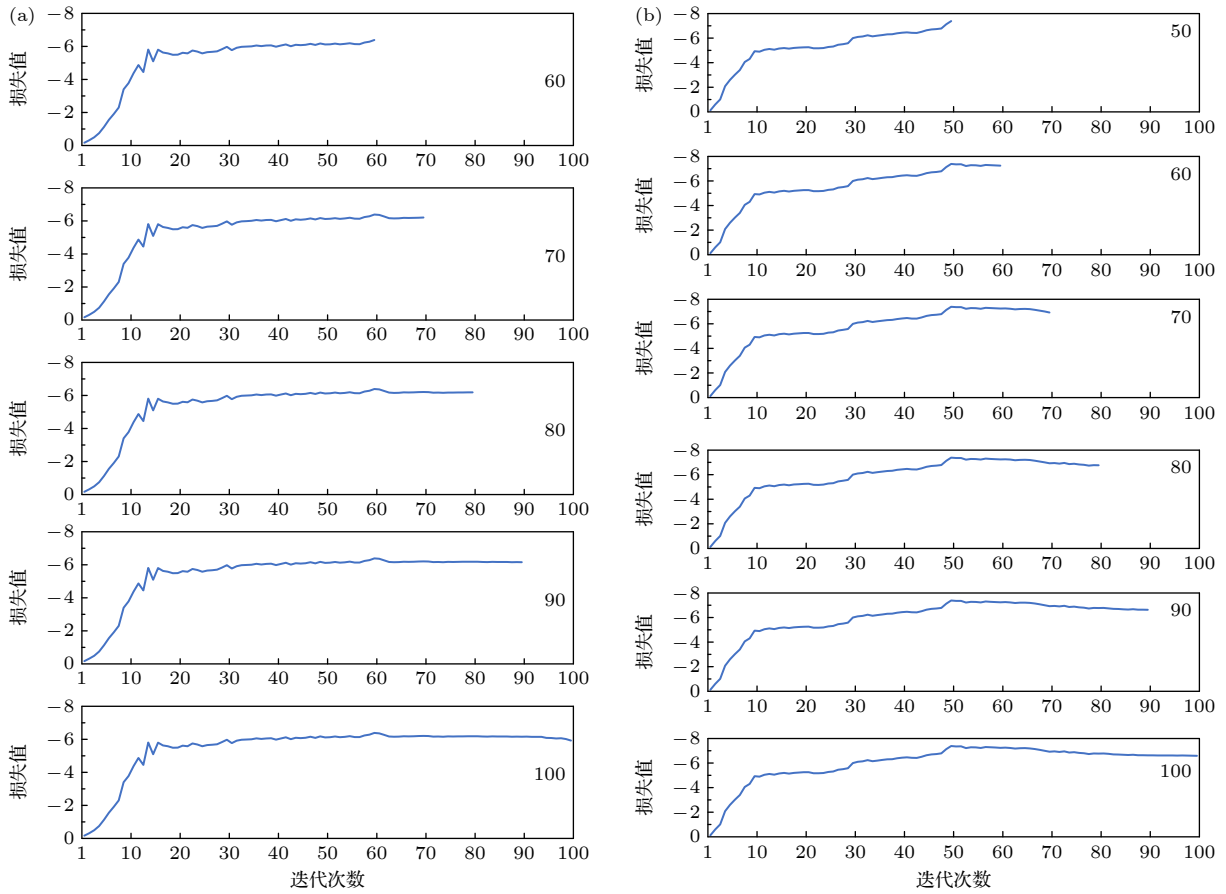


图 7 演化步数为 10, 迭代次数分别为 60—100 和 50—100 对应的损失值

Fig. 7. Number of evolution steps is 10, and the loss values corresponding to the iterations are 60–100 and 50–100, respectively.

从图 7(a) 中可以明显看出, 当迭代次数设置为 60 时, 相较于其他情况其损失值的绝对值为最大取值 (-6.38), 随着迭代次数不断增加, 分别取到 70, 80, 90, 100 时, 对应损失值的绝对值不断曲折下降. 同样从图 7(b) 可以明显看出, 当迭代次数设置为 50 时, 其损失值的绝对值取到最大值 (-7.41), 随着迭代次数不断增至 100 时, 对应损失值的绝对值出现曲折下降现象. 因此, 在接下来的实验过程中, 针对两个阶段子问题将迭代次数分别设置为 60 和 50, 并开展相关实验.

5.2 实验结果分析

本文的目标是在将战役模拟演习项目的某次战术行动中作战任务细化分割为 4 个任务簇的基础上, 结合该次战术行动的作战平台实际情况, 实现可为每个任务簇提供所需作战资源的平台分簇. 将平台聚类编组问题转化为两个子问题后, 总的基于 QAOA 的量子增强求解方法流程图见图 8.

图 9 表示迭代次数分别为 60 和 50 的情况下,

演化步数分别设置为 2—10 时, 两个阶段采用基于 QAOA 的量子增强求解方法分别取得对应问题较优解的概率. 图 9(a) 中较优解的概率值表示的是针对 4 个任务簇进行求解所得问题较优解的概率平均值. 从图 9(a), (b) 可以分析得出, 当演化步数逐渐增大时, 两个阶段取得对应问题较优解的概率都随之提升, 在演化步数为 10 时, 分别取得对应问题较优解的最大概率 (71.3% 和 72.4%). 这个结果与量子线路相关理论和之前的实验结果都相吻合.

图 10 表示迭代次数分别为 60 和 50 的情况下, 演化步数设置为 10 时, 两个阶段采用基于 QAOA 的量子增强求解方法分别取得的测量结果. 为了便于表示, 这里将由 0 和 1 组成的解空间样本用十进制数字表示, 例如 0101001 用十进制表示为 41. 图 10(a) 分别显示了第 1, 2, 3 和 4 任务簇对应的平台解空间样本, 在第 1 任务簇对应的平台解空间样本中, 问题的较优解 272, 280 和 274 等合并组成了问题较优解概率, 在第 2 任务簇对应的

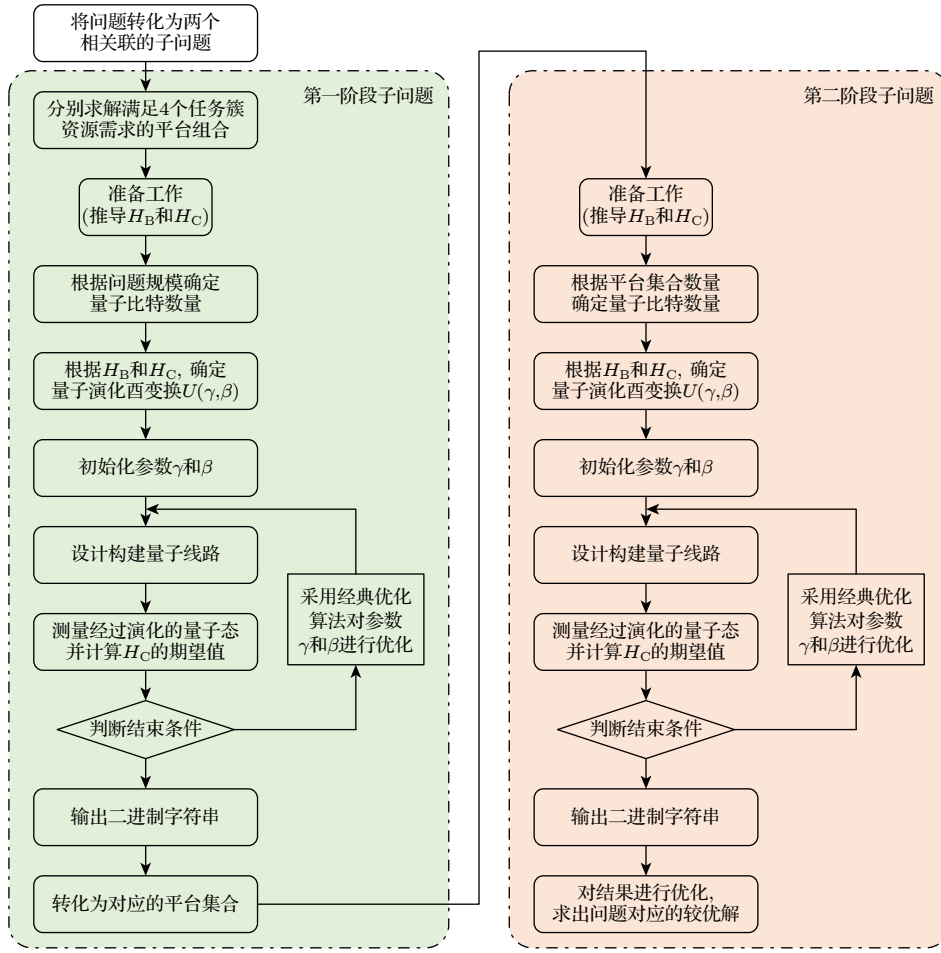


图 8 总的基于 QAOA 的量子增强求解方法流程图

Fig. 8. Overall QAOA-based quantum enhancement solution flow chart.

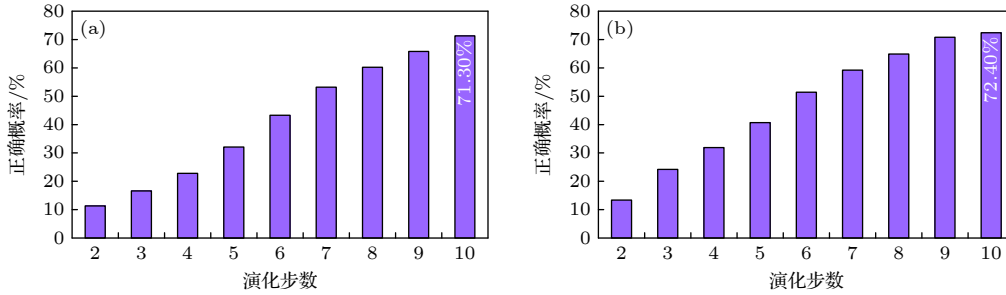


图 9 迭代次数分别为 60 和 50 的情况下, 演化步数为 2—10 对应的问题较优解概率

Fig. 9. The probability of optimal solution of the problem corresponding to the number of evolutionary steps from 2 to 10 when the number of iterations is 60 and 50, respectively.

平台解空间样本中, 问题的较优解 196, 197 和 204 等合并组成了问题较优解概率, 在第 3 任务簇对应的平台解空间样本中, 问题的较优解 33, 35 和 49 等合并组成了问题较优解概率, 在第 4 任务簇对应的平台解空间样本中, 问题的较优解 10, 26 和 42 等合并组成了问题较优解概率. 图 10(b) 中, 问题的较优解 557192, 1066000 和 2105604 等合并组成了问题较优解概率. 从图 10(a), (b) 都可

以看出, 问题较优解的概率明显高于其他解的概率. 从实验结果来看, 总体上可以表明本文提出的基于 QAOA 的量子增强求解方法可以解决战术行动中平台聚类编组问题.

与一些经典算法相比, 如多维动态列表规划法和多优先级列表动态规划法, 根据文献相关内容, 分析得出这两种算法时间复杂度约为 $O(n^2)$, 而本文提出的基于 QAOA 的量子增强求解方法总的

时间复杂为 $O(5n + 5k)$. 主要由针对第 1 阶段子问题的基于 QAOA 的量子增强求解方法与针对第 2 阶段子问题的基于 QAOA 的量子增强求解方法组成. 这两种方法的计算过程都是由经典处理器部分和量子处理器部分组成, 经典处理部分主要采用动量梯度下降法对参数 γ 和 β 进行优化, 属于启发式策略优化方法, 其时间复杂度为 $O(n)$, 其中 n 为迭代次数. 量子处理部分主要消耗资源的是量

子态的演化, 根据 Zhou 等^[33]的研究内容和本文实际设计的量子线路, 其时间复杂度为 $O(k)$, 其中 k 为演化步数, 因此这两种方法的时间复杂度都是 $O(n + k)$, 但由于在第 1 阶段子问题部分, 需要分别求解满足 4 个任务簇的平台簇, 所以该部分的时间复杂度为 $O(4n + 4k)$, 而第 2 阶段子问题部分的时间复杂度为 $O(n + k)$, 因此本文提出的方法总的时间复杂度为 $O(5n + 5k)$. 对于本文中具体计算的情况: 9 种平台类型, 23 个平台, 12 种资源属性类型, 4 组任务簇, MDLS 算法的时间复杂度为 $O(23 \times 4^2) = O(368)$, 而本文基于 QAOA 的量子算法的时间复杂度为 $O(5 \times 23 + 5 \times 10) = O(165)$. 如表 1 所示, 在时间复杂度有较大幅度降低. 所以针对战术行动中平台聚类编组问题, 本文提出的基于 QAOA 的量子增强求解方法在时间复杂度方面明显优于一些经典算法.

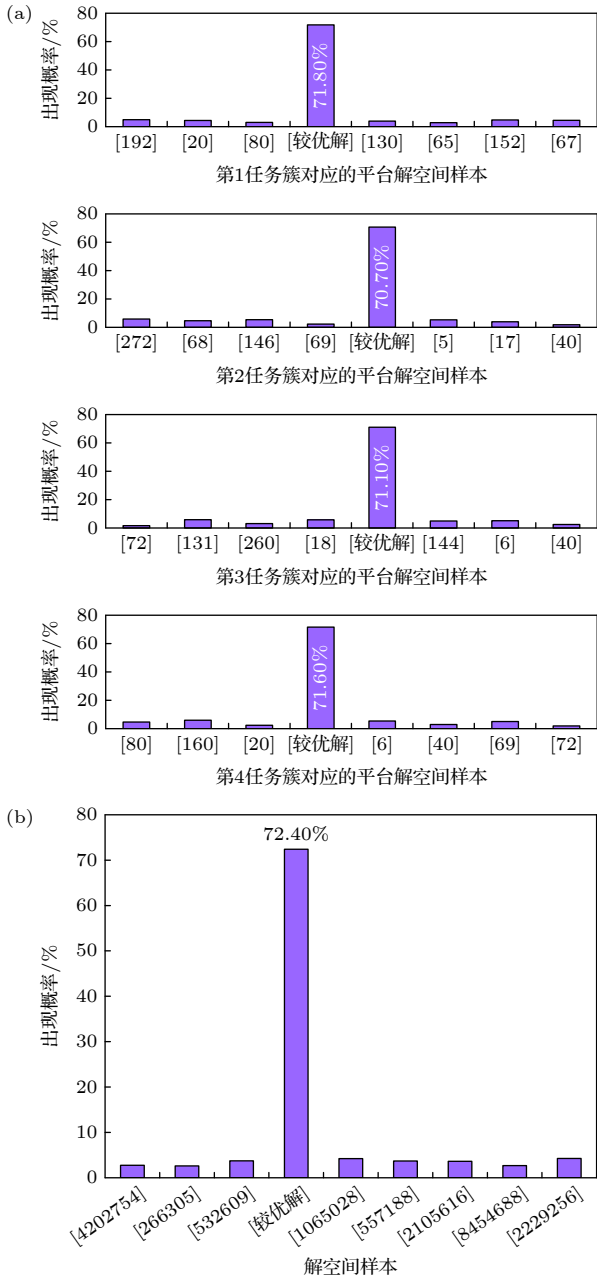


图 10 迭代次数分别为 60 和 50 的情况下, 演化步数为 10 对应的测量结果

Fig. 10. Measurement results corresponding to 10 evolutionary steps when the number of iterations is 60 and 50, respectively.

表 1 对比本文提出的量子算法与 MDLS 算法的时间复杂度

Table 1. Comparison of time complexity between the proposed quantum algorithm and the MDLS algorithm.

算法	时间复杂度	
MDLS	$O(mn^2)$	$O(368)$
QAOA	$O(5n + 5k)$	$O(165)$

6 结论

针对战术行动中的平台聚类编组问题, 本文提出了一种基于 QAOA 的量子增强求解方法. 该方法将战术行动中平台聚类编组问题转化为两个相互关联的子问题, 并分别构建对应的基于 QAOA 的量子增强求解模型. 第 1 阶段子问题模型主要是为了寻找满足各任务分簇资源需求的平台组合 (即平台簇); 第 2 阶段子问题模型则是为了在符合要求的平台簇中, 筛选出既能满足各任务簇的资源需求又互相不相交的平台簇集合. 实验结果表明, 所提出的方法可以有效解决战术行动中的平台聚类编组问题.

参考文献

- [1] Zhang S Y, Zhang W 2016 *J. Equip. Acad.* **27** 36 (in Chinese) [张守玉, 张炜 2016 *装备学院学报* **27** 36]
- [2] Wang X, Yao P Y, Zhang J Y, Wan L J, Jia F C 2019 *J. Syst. Eng. Electron.* **30** 110
- [3] Ahmed M, Seraj R, Islam S M S 2020 *Electronics* **9** 1295

- [4] Zhang Y J, Mu X D, Guo L M, Zhang P, Zhao D, Bai W H 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 070302 (in Chinese) [张毅军, 慕晓冬, 郭乐勐, 张朋, 赵导, 白文华 2023 物理学报 **72** 070302]
- [5] He Y, Zheng K Q, Jing F, Zhang Y J, Wang X, Liu Y, Zhao L 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 230305 (in Chinese) [何一, 郑寇全, 荆锋, 张毅军, 王勋, 刘颖, 赵乐 2024 物理学报 **73** 230305]
- [6] Sih G C, Lee E A 2002 *IEEE Trans. Parallel Distrib. Syst.* **4** 175
- [7] Levchuk G M, Levchuk Y N, Luo J, Pattipati K R, Kleinman D L 2002 *IEEE T Syst. Man. Cy. A* **32** 346
- [8] Yang D S, Zhang W M, Liu Z, Lu Y L 2006 *Syst. Eng. Theory Pract.* **26** 26 (in Chinese) [阳东升, 张维明, 刘忠, 鲁音隆 2006 系统工程理论与实践 **26** 26]
- [9] Lu Y L, Yang D S, Liu Z, Dai C H 2006 *Firepower Command Control* **31** 12 (in Chinese) [鲁音隆, 阳东升, 刘忠, 戴长华 2006 火力与指挥控制 **31** 12]
- [10] Arute F, Arya K, Babbush R, et al. 2019 *Nature* **574** 505
- [11] Farhi E, Harrow A W 2016 arXiv: 1602.07674 [quant-ph]
- [12] Lin C Y Y, Zhu Y 2016 arXiv: 1601.01744 [quant-ph]
- [13] Wecker D, Hastings M B, Troyer M 2016 *Phys. Rev. A* **94** 022309
- [14] Lechner W 2020 *IEEE Trans. Quantum Eng.* **1** 1
- [15] Yang Z C, Rahmani A, Shabani A, Neven H, Chamon C 2017 *Phys. Rev. X* **7** 021027
- [16] Zahedinejad E, Zaribafiyani A 2017 arXiv: 1708.05294 [quant-ph]
- [17] Farhi E, Goldstone J, Gutmann S A 2014 arXiv: 1411.4028 [quant-ph]
- [18] Wang Y J, Xi H M, Xiao Z Y, Wang Z B, Shi S 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 080301 (in Chinese) [王云江, 习汇明, 肖卓彦, 王增斌, 石莎 2025 物理学报 **74** 080301]
- [19] Zhang Y J, Mu X D, Liu X W, Wang X Y, Dong C, Wu T Y, Li K 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 230304 (in Chinese) [张毅军, 慕晓冬, 刘潇文, 王星宇, 东晨, 吴田宜, 李凯 2021 物理学报 **70** 230304]
- [20] Crooks G E 2018 arXiv: 1811.08419 [quant-ph]
- [21] Guerreschi G G, Matsuura A Y 2019 *Sci. Rep.* **9** 6903
- [22] Wang Z, Hadfield S, Jiang Z, Rieffel E G 2018 *Phys. Rev. A* **97** 022304
- [23] Farhi E, Goldstone J, Gutmann S, Lapan J, Lundgren A, Preda D 2001 *Science* **292** 472
- [24] Young A P, Knysh S, Smelyanskiy V N 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 020502
- [25] Altshuler B, Krovi H, Roland J 2010 *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* **107** 12446
- [26] Choi V 2011 *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* **108** E19
- [27] Wang H F, Wu L A 2016 *Sci. Rep.* **6** 2230
- [28] Graß T 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 120501
- [29] Zhang Y J, Mu X D, Liu X W, Wang X Y, Zhang X, Li K, Wu T Y, Zhao D, Dong C 2022 *Appl. Soft Comput.* **118** 1085544
- [30] Brandhofer S, Braun D, Dehn V, Hellstern G, Hüls M, Ji Y J, Polian I, Bhatia A S, Wellens T 2022 *Quantum Inf. Process.* **22** 25
- [31] Koretsky S, Gokhale P, Baker J M, Vizslai J, Zheng H, Gurung N, Burg R, Paaso E A, Khodaei A, Eskandarpour R, Chong F T 2021 *2021 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering (QCE)* Broomfield, CO, USA, October 17–22, 2021 p181
- [32] Vikstål P, Grönkvist M, Svensson M, Andersson M, Johansson G, Ferrini G 2020 *Phys. Rev. Appl.* **14** 034009
- [33] Zhou L, Wang S T, Choi S, Pichler H, Lukin M D 2020 *Phys. Rev. X* **10** 021067

Quantum approximate optimization algorithm for the tactical clustering and grouping problems

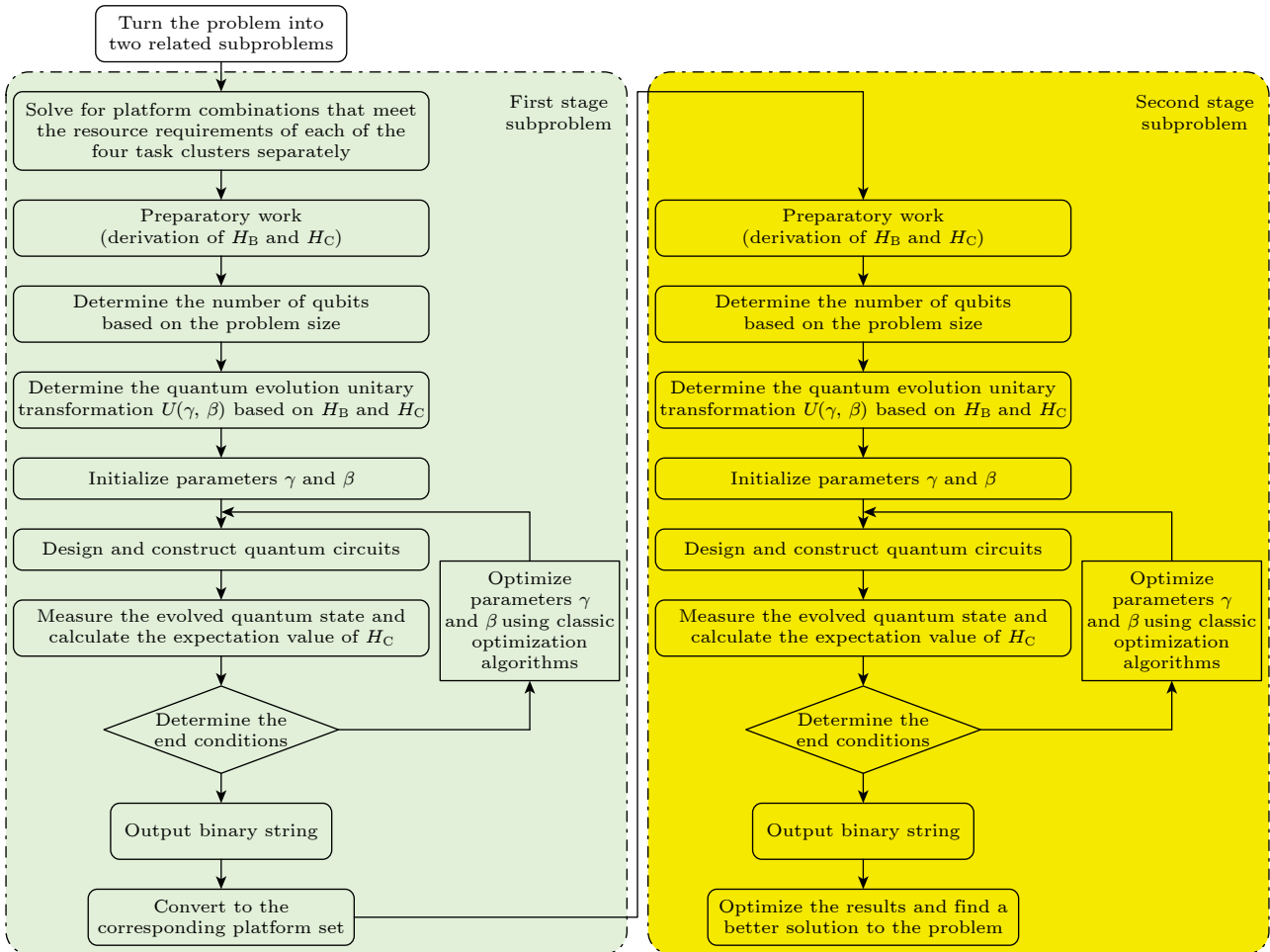
HUANG Xiaoting ZHENG Kouquan JING Feng
 HAO Manhong ZHANG Yijun [†]

(*Test Center, National University of Defense Technology, Xi'an 710106, China*)

(Received 9 December 2025; revised manuscript received 23 January 2026)

Abstract

To address the challenge of complex multi-resource constraints in platform grouping for tactical operations, this study develops a quantum-enhanced solution optimization framework using the quantum approximate optimization algorithm (QAOA). By decomposing the problem into sequential phases of resource matching and cluster optimization, and leveraging a hybrid quantum-classical approach, the framework is designed to efficiently generate optimal platform grouping schemes. As shown in figure, first, the problem was decomposed into two interrelated subproblems: resource matching and platform assignment. A quantum Ising model was



[†] Corresponding author. E-mail: zhangyijun_gfkjdx@163.com

formulated for the integer knapsack problem, and a QAOA quantum circuit was designed. Parameter optimization was then performed to generate candidate platform clusters that satisfy task cluster resource requirements; second, leveraging the exact set cover problem as a framework, a corresponding quantum model was formulated and optimally solved using hybrid quantum-classical optimization. This process identified the globally optimal clustering scheme that ensures both platform uniqueness and complete set coverage; finally, an efficient solution for platform clustering under complex constraints was developed by reformulating the classical problem into a quantum Ising model and integrating a parameterized quantum circuit with classical optimizers through hybrid quantum-classical optimization. The experiments were conducted in a Python 3-based quantum software development environment and quantum computing cloud service platform. The experimental results demonstrate that the proposed quantum-enhanced optimization framework significantly outperforms traditional algorithms in platform allocation efficiency, with the time complexity reduced from $O(n^2)$ to $O(5n + 5k)$ compared to conventional multi-dimensional dynamic list programming and multi-priority list dynamic programming methods, illustrating a distinct advantage. The study confirms that the QAOA-based framework can effectively address complex platform clustering and grouping problems in tactical operations, thereby laying a foundation for the application of quantum computing in command-and-control and resource optimization domains.

Keywords: tactical operations, platform clustering and grouping, quantum approximate optimization algorithm, quantum ising model

DOI: [10.7498/aps.75.20251690](https://doi.org/10.7498/aps.75.20251690)

CSTR: [32037.14.aps.75.20251690](https://cstr.net/urn:cnki:CUA75.20251690)

量子近似优化算法求解战术聚类编组问题

黄晓婷 郑寇全 荆锋 郝满红 张毅军

Quantum approximate optimization algorithm for the tactical clustering and grouping problems

HUANG Xiaoting ZHENG Kouquan JING Feng HAO Manhong ZHANG Yijun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 100602 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20251690

CSTR: 32037.14.aps.75.20251690

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251690>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

面向最大割问题的量子近似优化算法设计

Design of quantum approximation optimization algorithm for the maximum cut problem

物理学报. 2025, 74(8): 080301 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241223>

基于量子K-means的平台聚类编组量子增强求解方法

Quantum enhanced solution method for platform clustering grouping based on quantum K-means

物理学报. 2024, 73(23): 230305 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20241265>

基于K均值聚类算法的行波管电子注层流性分析

Analysis of laminar properties of electron beam in traveling wave tube based on K-means clustering algorithm

物理学报. 2025, 74(18): 188401 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250765>

基于置换群的多粒子环上量子行走的反馈搜索算法

Feedback search algorithm for multi-particle quantum walks over a ring based on permutation groups

物理学报. 2022, 71(3): 030201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211000>

量子噪声对Shor算法的影响

Effects of quantum noise on Shor's algorithm

物理学报. 2024, 73(5): 050301 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231414>

用于等离子体相干模式自动识别的谱聚类算法实现

Implementation of spectral clustering algorithm for automatic identification of plasma coherence patterns

物理学报. 2022, 71(15): 155202 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220367>