

四波混频中反宇称-时间对称性体系的放大机制与调控规律

王宇 张艺竹 鲍倩倩 张婉晴 孟少英[†] 陈希浩[‡]

(辽宁大学物理学院, 沈阳 110036)

(2025 年 12 月 15 日收到; 2026 年 1 月 8 日收到修改稿)

非厄米光学结合对称性调控为光场放大机制的设计提供了新的途径. 传统宇称-时间 (parity-time, PT) 对称体系依赖增益与耗散的精确平衡, 实际实现中存在一定困难. 本文基于含耗散的四波混频 (four-wave mixing, FWM) 模型构建了由信号波与闲频波非对称耗散实现的反 PT 对称结构, 并研究耗散分布对能量流与放大行为的调控作用. 理论和数值结果表明: 在反 PT 对称相区域内体系呈现稳定的能量交换与放大; 当耗散不对称性增大至临界区间时, 本征谱从对称相转变为破缺相, 在总耗散固定且适中的条件下, 耗散在极端不对称性情况下可使体系转入全域放大态. 在此基础上, 引入双泵浦调制以考察泵浦分布与相位失配的协同影响. 结果显示, 均衡双泵浦可拓展反 PT 对称相的放大区域, 而相位失配会抑制该区域并提高放大阈值. 本文揭示了反 PT 对称放大中“泵浦平衡-相位失配”的竞争机制, 为无增益条件下实现可调控、宽带且高稳定性的非厄米光学放大提供了理论依据与设计参考.

关键词: 反 PT 对称, 四波混频, 非厄米放大, 双泵浦调制, 能量流调控

DOI: 10.7498/aps.75.20251717

CSTR: 32037.14.aps.75.20251717

1 引言

近年来, 非厄米理论的引入为研究开放体系中的非守恒动力学提供了新的理论框架, 并在光学领域得到了验证与系统发展^[1]. 自 2007 年 El-Ganainy 等^[2]在 *Optics Letters* 中首次通过对比薛定谔方程与亥姆霍兹方程, 将量子力学的数学框架引入经典光学问题以来, 光学体系逐渐发展成为研究非厄米效应的重要平台. 不同于传统厄米系统中能量守恒、谱线实数的封闭动力学, 非厄米光学系统通过引入增益与耗散的非平衡机制, 使得系统的本征值谱呈现出复数本征值^[3,4], 进而产生一系列独特的光学现象, 如单向透明性^[5]、非互易传输^[6]以及由奇异点导致的超灵敏响应^[7,8]等现象. 在众多非厄

米体系中, 宇称-时间 (parity-time, PT) 对称系统是最早实现非厄米动力学的典型平台^[2]. 当系统折射率满足条件 $n(r) = n^*(-r)$ 时, 系统的复折射率关于空间反演对称, 相应哈密顿量算符与 PT 算符对易, 该条件保证了在一定参数区间内, 系统本征谱仍保持实数, 从而形成非厄米体系中的“PT 对称未破缺相”. 当增益与耗散失衡超过临界点时, 系统发生 PT 对称自发破缺, 进入“破缺相”, 本征值变为复数, 并出现能量放大或衰减过程^[1,4]. 然而, 传统 PT 对称结构普遍依赖于严格平衡的增益与耗散, 在实际器件实现中面临较大挑战^[9]. 一方面, 增益介质引入的自发辐射噪声会显著降低信噪比^[10]; 另一方面, 实现 PT 对称要求增益和耗散在幅度以及空间分布上高度匹配^[11], 在实验器件中很难精确控制. 增益介质通常由受激辐射提供, 其

[†] 通信作者. E-mail: mengshaoying@163.com

[‡] 通信作者. E-mail: xi-haochen@163.com

增益幅度会受温度、载流子浓度等因素影响, 而泵浦过程的线性响应也难以保证; 而耗散介质则由吸收或散射引起^[12], 其精确度和响应线性亦难以保证, 导致增益-耗散不对称的微小偏差即可打破 PT 对称条件. 为克服传统 PT 对称结构的局限性, 研究者将非线性效应引入非厄米光学体系^[13,14], 非线性介质中的光场相互作用为能量在不同频率通道间的交换提供了额外自由度^[15], 使得系统在无需精确增益补偿的情况下即可实现有效能量传递与动态对称性调节^[16,17]. 并提出了无需外加增益结构构建反 PT 对称体系^[18-20], 其哈密顿量满足反对易关系 $\{\hat{H}, \hat{P}\hat{T}\} = 0$, 这类系统可通过非对称耗散实现非平衡耦合, 从而在无增益条件下产生与 PT 体系相似的谱分裂与放大特性. 与常规 PT 体系相比, 反 PT 结构的实现更具稳定性和器件兼容性, 在片上集成、低噪声放大及非互易传输等方向展现出潜力^[21-23]. Roy 等^[24] 提出了基于光学参量振荡器的反 PT 系统, 该体系利用相敏参量放大实现无噪声的非厄米动力学, 展现出超高灵敏度响应与可调增益带宽的特性. Castaldi 等^[25] 则将反 PT 理论推广至复坐标变换框架下, 提出了 PT 变换介质模型, 为实现超材料中非厄米调控提供了数学基础. 尽管上述工作为反 PT 对称光学器件的实现奠定了重要基础, 但耗散不对称性与相位失配在决定反 PT 对称体系放大动力学中的协同作用仍缺乏系统理解, 特别是在四波混频 (four-wave mixing, FWM) 过程、双泵浦调制以及实际耗散约束的条件下, 其对放大阈值、增益带宽与能量流分布的影响机制尚未得到全面揭示.

为此, 本文建立了包含耗散项的 FWM 理论模型, 提出并验证了一种基于双泵浦协同调制的反 PT 对称放大机制. 通过引入归一化参数, 系统分析了不同耗散分布条件下体系本征值谱的演化规律, 重点考察了耗散非对称性对增益带宽的调控作用, 以及泵浦强度在耗散对称条件下对放大行为的影响. 研究表明, 均衡的双泵浦配置能够显著拓展体系的反 PT 对称相区域, 而相位失配的增大会导致该区域逐渐缩小. 当耗散非对称性接近临界值时, 体系发生相变并转入由对称性破缺主导的全局放大态. 上述结果不仅揭示了反 PT 对称放大过程中泵浦均衡与相位失配之间的竞争关系, 也为无增益条件下非厄米光学放大器的设计提供了理论依据与工程参考.

2 理论模型与反 PT 对称性分析

2.1 含有耗散的 FWM 模型

FWM 作为典型的三阶非线性过程, 可通过介质的三阶极化率在多光场间实现能量交换. 当体系中引入光学耗散时, 其动力学呈现非厄米特性, 从而使能量流与放大过程具备可调可控性. 本文基于含耗散的 FWM 模型, 在信号光与闲频光之间引入不对称耗散构建反 PT 对称结构, 以此作为研究非厄米对称性调控的分析平台. 在缓变包络近似下, 传统的 FWM 耦合波理论可描述泵浦光、信号光与闲频光的演化. 引入耗散后, 信号光与闲频光的振幅不仅受到三阶非线性耦合项影响, 同时也受到各自耗散项的调制. 特别是在强泵浦条件下, 两束泵浦光振幅 E_{p1} 和 E_{p2} 可视为常数, 此时系统的主要演化由信号光振幅 E_s 与闲频光振幅 E_i 决定. 由此, 可将演化方程进一步化简为

$$\begin{aligned} \frac{dE_s(z)}{dz} &= i\kappa_s E_i^*(z) E_{p1} E_{p2} e^{i\beta z} - \gamma_s E_s(z), \\ \frac{dE_i(z)}{dz} &= i\kappa_i E_s^*(z) E_{p1} E_{p2} e^{i\beta z} - \gamma_i E_i(z), \end{aligned} \quad (1)$$

其中 E_{p1}, E_{p2} 为两泵浦光振幅; E_s, E_i 为信号光和闲频光的振幅; κ_s, κ_i 分别为信号光和闲频光的耦合系数; γ_s, γ_i 分别为信号光和闲频光的耗散系数; β 是相位失配量, 满足 $\beta = \beta_1 + \beta_2 - \beta_3 - \beta_4$. 该模型为后续研究耗散不对称性与反 PT 对称性对增益带宽、稳定性及放大行为的影响奠定了基础.

为了使系统简化, 我们进行规范变化 $[\psi_s(z), \psi_i(z)] = [E_s(z), E_i(z)] e^{-i\frac{\beta}{2}z}$ 去除快速振荡项^[20], 进而 (1) 式可以写成

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_s(z)}{dz} &= i\kappa_s E_{p1} E_{p2} \psi_i^*(z) - \left(\gamma_s + i\frac{\beta}{2}\right) \psi_s(z), \\ \frac{d\psi_i^*(z)}{dz} &= -i\kappa_i E_{p1}^* E_{p2}^* \psi_s(z) - \left(\gamma_i - i\frac{\beta}{2}\right) \psi_i^*(z). \end{aligned} \quad (2)$$

在第二个方程中引入复共轭操作, 是为了确保耦合波方程构成一个在数学上封闭的系统. 基于 (2) 式, 耦合波方程可以写成紧凑的哈密顿形式 ($\hbar = 1$):

$$i \frac{d\boldsymbol{\psi}}{dz} = \hat{H} \boldsymbol{\psi}, \quad \boldsymbol{\psi}(z) = \begin{pmatrix} \psi_s(z) \\ \psi_i^*(z) \end{pmatrix}. \quad (3)$$

态矢量 $\boldsymbol{\psi}(z)$ 由信号场与闲频场的复共轭振幅

构成, 对应的有效哈密顿量为

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} -i\gamma_s + \frac{\beta}{2} & -\kappa_s P \\ \kappa_i P^* & -i\gamma_i - \frac{\beta}{2} \end{pmatrix}, \quad P = E_{p1} E_{p2}. \quad (4)$$

在这一表示中, 对角项描述了体系的耗散与相位失配贡献, 而非对角项则表示由泵浦光与信号场和闲频场之间的非线性耦合. 在此表示中, 体系的放大、衰减以及模式耦合性质由 \hat{H} 的本征值决定. 其本征值可写为

$$\lambda_{\pm} = \frac{-i\gamma_{\pm}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\beta^2 - \gamma_{\pm}^2 - 2i\beta\gamma_{\pm} - 4\kappa_s\kappa_i|P|^2}, \quad (5)$$

其中 $\gamma_{\pm} = \gamma_s \pm \gamma_i$. 临界相位失配参数定义为 $\beta_c = 2\sqrt{\kappa_s\kappa_i|P|^2}$ 决定了反 PT 对称体系由对称相区域向破缺相区域转变的边界.

未耗尽泵浦近似下, 泵浦场的幅度被视为时间不变, 因此不参与系统的动力学演化. 在该近似条件下, 系统的有效哈密顿量对信号光和闲频光自由度呈线性形式, 从而可以采用动力学求解方法. $i\frac{d\psi}{dz} = \hat{H}\psi \Rightarrow \psi(z) = e^{-i\hat{H}z}\psi(0)$, 本征方程 $\hat{H}\psi(\lambda) = \lambda\psi(\lambda)$. 将初始态在本征态上展开 $\psi(0) = \sum_n c_n \psi(\lambda)$ 可以推导出哈密顿量的解 $\psi(z) = e^{-i\hat{H}z}\psi(0) = e^{-i\hat{H}z} \sum_n c_n \psi(\lambda) = \sum_n c_n \psi(\lambda) e^{-i\lambda z}$, 本征值还可以写成 $\lambda = \text{Re}(\lambda) + i\text{Im}(\lambda)$. 因此, 解可以写成

$$\psi(z) \propto e^{-i\lambda z} = e^{-i\text{Re}(\lambda)z} e^{\text{Im}(\lambda)z}, \quad (6)$$

式中, 相位因子部分 $e^{-i\text{Re}(\lambda)z}$, 仅表示波的相位随传播距离演化, 不会导致放大或者衰减. 放大/衰减因子部分 $e^{\text{Im}(\lambda)z}$, 可以看出 $\text{Im}(\lambda) > 0$ 则该项随传播距离增长, 若 $\text{Im}(\lambda) < 0$ 则该项随传播距离衰减. 因此放大/衰减的本质来源于哈密顿量本征值的虚部.

2.2 反 PT 对称性的推导

二能级哈密顿量经过时间空间操作后可以写成

$$(\hat{P}\hat{H}\hat{P})^* = \begin{pmatrix} -\frac{\beta}{2} + i\gamma_i & \kappa_i P \\ -\kappa_s P^* & \frac{\beta}{2} + i\gamma_s \end{pmatrix}. \quad (7)$$

可以看出, 当 $\beta = 0, \gamma_s = -\gamma_i, \kappa_s = -\kappa_i$ 时满足 $(\hat{P}\hat{H}\hat{P})^* = \hat{H}$, 虽然理论上可以构造 PT 对称哈密顿量, 但实际信号波和闲频波在实际材料中通常都

经历吸收, 即 $\gamma_s > 0, \gamma_i > 0$ 两者都是耗散, 无法做到一个增益一个耗散, 导致 PT 对称系统难以在实际材料中实现; $\gamma_s = \gamma_i, \kappa_s = \kappa_i$ 时满足 $(\hat{P}\hat{H}\hat{P})^* = -\hat{H}$ 这种反 PT 对称结构在材料和实验中更容易实现.

3 数值模拟与结果讨论

3.1 本征值与相图

为了方便统一绘图与分析, 可以将不同系统映射到相同的参数空间比较, 需要将原始参数归一化处理, 这里引入参考泵浦量 $P_0 = E_{p1,0} E_{p2,0}$, $E_{p1}^N E_{p2}^N = P/P_0$, 并以此定义体系的特征耦合频率 $\Gamma = \sqrt{\kappa_s\kappa_i P_0^2}$. 该量由信号光与闲频光之间的非线性耦合系数 κ_s, κ_i 以及参考泵浦量决定, 反映了体系的典型耦合时间尺度, 因而可作为系统动力学的自然标度. 采用 Γ 对所有参数进行归一化后, 体系方程可写成无量纲形式, 从而建立统一的反 PT 对称性参数空间. 在此基础上, 文中对主要物理量进行了归一化: 相位失配量 $\beta^N = \beta/\Gamma$ 及 $\beta_c^N = \beta_c/\Gamma$, 耦合系数 $\kappa_{s,i}^N = \kappa_{s,i}/\Gamma$, 信号光、闲频光耗散系数 $\gamma_{s,i}^N = \gamma_{s,i}/\Gamma$, $\gamma_{\pm}^N = \gamma_s^N \pm \gamma_i^N$ 在以上归一化处理之后, 对应的哈密顿量本征值表示为归一化形式 λ_{\pm}^N . 该归一化方法为不同体系之间提供一致、可扩展的表示方式, 有助于在更广泛参数空间内进行直接对比.

接下来基于非厄米哈密顿量的本征值结构, 来理解非厄米参量下转换系统的行为特征. 在反 PT 对称约束下, 哈密顿量的本征值可以表示为

$$\lambda_{\pm}^N = \frac{1}{2} \left[-i\gamma_{\pm}^N \pm \sqrt{(\beta^N)^2 - (\beta_c^N)^2} \right]. \quad (8)$$

如图 1 所示, 在归一化参数 $\gamma_{i,s}^N = 1.0, \kappa_{i,s}^N = 1.0, |E_{p1}^N| = |E_{p2}^N| = 1.0$ 条件下绘制的反 PT 对称系统的本征值谱, 其中虚线表示 $\text{Im}(\lambda_{\pm}^N)$, 实线表示 $\text{Re}(\lambda_{\pm}^N)$. 当 $|\beta^N| < |\beta_c^N|$ 时系统处于反 PT 对称相 (阴影区域), 此时本征值可以写成 $\lambda_{\pm}^N = \frac{1}{2} [-i\gamma_{\pm}^N \pm i\sqrt{(\beta_c^N)^2 - (\beta^N)^2}]$, 在该相区域内本征值虚部分离, 信号波与闲频波之间发生相干振荡式能量交换; 若 $\gamma_{\pm}^N < \sqrt{(\beta_c^N)^2 - (\beta^N)^2}$ 则 $\text{Im}(\lambda_{\pm}^N) > 0$ 系统表现为放大, 反之衰减. 当 $|\beta^N| > |\beta_c^N|$ 时系统过渡到反 PT 对称破缺相 (非阴影区域), 虚部完全由 $-i\gamma_{\pm}^N/2$ 决定, 由于 $\gamma_{s,i}^N > 0$ 所以 $\text{Im}(\lambda_{\pm}^N) < 0$, 表明体系进入反 PT 对称的破缺相区域, 放大过程随之终止. 临

界条件 $\beta^N = \pm\beta_c^N$ 对应体系的相变点 (EPs), 此时本征值与本征矢量发生合并, 构成对称相与破缺相的分界。

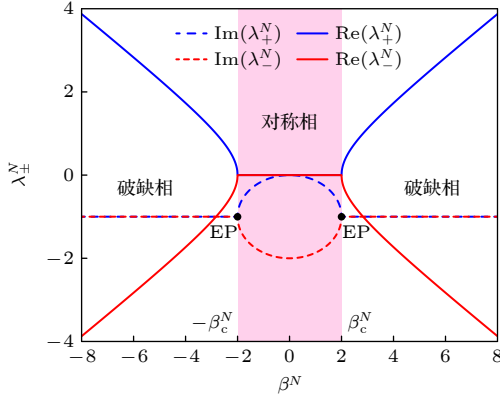


图 1 反 PT 对称系统的本征值谱结构及区域划分. 虚线表示本征值虚部 $\text{Im}(\lambda_{\pm}^N)$, 实线表示本征值实部 $\text{Re}(\lambda_{\pm}^N)$, 阴影区域为反 PT 对称区域, 非阴影区域为反 PT 破缺区域, EPs 标记相变点, 图中参数为 $\gamma_{i,s}^N = 1.0$, $\kappa_{i,s}^N = 1.0$, $|E_{p1}^N| = |E_{p2}^N| = 1.0$

Fig. 1. Eigenvalue spectrum structure and region classification of the anti-PT symmetric system. Dashed lines plot $\text{Im}(\lambda_{\pm}^N)$ and solid lines plot $\text{Re}(\lambda_{\pm}^N)$; The shaded band indicates the anti-PT symmetric phase, the unshaded band indicates the anti-PT broken phase and the EPs are marked. Parameters $\gamma_{i,s}^N = 1.0$, $\kappa_{i,s}^N = 1.0$, $|E_{p1}^N| = |E_{p2}^N| = 1.0$.

在采用与图 1 相同的归一化参数, 并取 $\gamma_s^N = \gamma_i^N = \gamma^N$ 的条件下, 临界值为 $\beta_c^N = 2.0$. 由 (8) 式可知, 在归一化参数下, 放大-衰减边界可写为 $|\beta^N| = \sqrt{(\beta_c^N)^2 - 4(\gamma^N)^2}$, 该表达式对应于图 2(a) 中阴影区域内的虚线. 在反 PT 对称相区域内, 只有满足 $\gamma_+^N < \sqrt{(\beta_c^N)^2 - (\beta^N)^2}$ 条件时, 系统才处于反 PT 对称放大相; 反之处于反 PT 对称不放大相, 其最大增益带宽为 $2\beta_c^N$. 为定量描述耗散对放大的影响, 定义增益函数为

$$g(\beta^N) = \max \left[0, \frac{1}{2} \left[\sqrt{(\beta_c^N)^2 - (\beta^N)^2} - \gamma_+^N \right] \right]. \quad (9)$$

如果 $\sqrt{(\beta_c^N)^2 - (\beta^N)^2} - \gamma_+^N > 0$, 那么就取 $\frac{1}{2} \left[\sqrt{(\beta_c^N)^2 - (\beta^N)^2} - \gamma_+^N \right]$, 反之结果取 0, 图 2(b) 中虚线表示无耗散, 实线表示 $\gamma_{i,s}^N = \gamma^N = 0.5$ 情形, 点线对应耗散为 $\gamma_{i,s}^N = \gamma^N = 1.0$. 在 $|\beta^N| = 2.0$ 的参数区间内, 增长率呈现近似半椭圆分布, 并在 $|\beta^N| = 0$ 处取得最大值. 当 $|\beta^N|$ 接近 EPs 值 ($|\beta^N| = 2.0$) 时, 增益函数出现陡升, 表明系统在 EPs 附近对参数变化高度敏感, 其放大行为发生明显改变.

随着耗散强度的增加, 各增益曲线整体下移, 显示出放大效应受到逐步抑制. 当满足 $\gamma_+^N \geq \beta_c^N$ 时, 增益完全变为非正值, 说明过大的耗散将完全抑制放大效应, 即便在 EPs 处也不再产生放大.

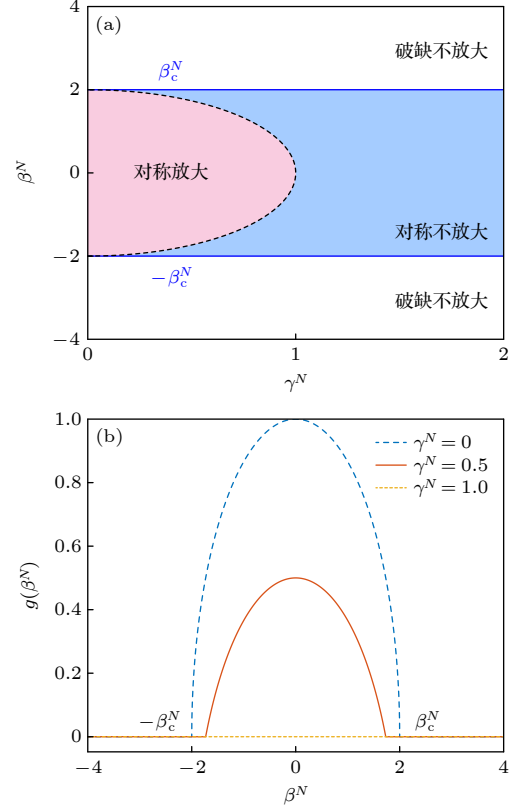


图 2 (a) 在对称耗散条件下的参数空间相图. 参数空间被划分为三类区域: 具有放大的反 PT 对称相、不放大的反 PT 对称相以及不放大的反 PT 破缺相. (b) 在不同耗散条件下增益函数 $g(\beta^N)$ 的演化. 曲线分别对应 $\gamma_{i,s}^N = \gamma^N = 0$ (虚线)、0.5 (实线) 和 1.0 (点线). 图中参数取 $\kappa_{i,s}^N = 1.0$ 和 $|E_{p1}^N| = |E_{p2}^N| = 1.0$

Fig. 2. (a) Phase diagram of the system under the symmetric-loss condition. The parameter space is divided into three distinct regions: the amplified anti-PT symmetric phase, the non-amplifying anti-PT symmetric phase, and the non-amplifying anti-PT broken phase. (b) Dependence of the gain function $g(\beta^N)$ on the normalized detuning for different loss parameters. The dashed, solid, and dotted curves correspond to $\gamma_{i,s}^N = \gamma^N = 0, 0.5$, and 1.0 , respectively. In all plots, the parameters are chosen as $\kappa_{i,s}^N = 1.0$ and $|E_{p1}^N| = |E_{p2}^N| = 1.0$.

3.2 耗散不对称性对带宽的调控

进一步考察非对称耗散的影响. 非对称耗散会显式破坏反 PT 对称性, 从而改变系统的放大特性. 当 $\gamma_s^N \neq \gamma_i^N$ 或 $\kappa_s^N \neq \kappa_i^N$ 时开放系统是反 PT 对称性破缺系统, 本征值为

$$\lambda_{\pm}^N = \frac{1}{2} \left[-i\gamma_+^N \pm \sqrt{(\beta^N - i\gamma_-^N)^2 - (\beta_c^N)^2} \right]. \quad (10)$$

当 $\text{Im}(\lambda_{\pm}^N) > 0$ 系统中对应的信号波束随传播距离呈指数增长, 表现为明显的放大行为; 反之信号波束则逐渐衰减.

图 3 给出了随着耗散对称性的破坏, 反 PT 破缺系统中放大区域随参数变化的分布情况. 保持图 1 的归一化设定, 仅调节 γ_i^N 以引入耗散非对称性, 并观察其对放大区域的影响. 图中阴影区域对应 $\text{Im}(\lambda_{\pm}^N) > 0$, 表明系统处于破缺放大态, 信号波能够在传播过程中获得净放大; 非阴影区域满足 $\text{Im}(\lambda_{\pm}^N) < 0$, 此时系统处于破缺不放大的衰减态. 可以看出, 即使反 PT 对称性条件被打破, 系统仍然能够在一定参数范围内维持稳定的信号放大行为. 这一结果表明, 反 PT 对称放大机制对耗散不对称性具有一定的鲁棒性. 在此情况下, 放大行为不再由两个本征模共同调控, 而主要由其中单一主导模决定. 进一步比较对称耗散 (图 2(a)) 与非对称耗散 (图 3) 的情况可以看出, 降低总耗散量 $\gamma_i^N + \gamma_s^N$ 将显著扩大放大区域. 此外, 反 PT 破缺系统不仅能够实现信号放大, 还呈现更宽的放大带宽. 其根源在于反 PT 破缺系统中的相干抑制机制, 模间的周期性交换能量过程被破坏, 能量沿耗散较小的模单向注入, 从而形成稳定的放大通道.

耗散不对称度 $\Delta\gamma^N = \gamma_s^N - \gamma_i^N$ 是调控放大带宽的关键参数. 在固定总耗散 $\gamma_s^N + \gamma_i^N = 2.0$, $|E_{p1}^N| = |E_{p2}^N| = 1.0$, $\kappa_{s,i}^N = 1.0$ 的条件下, 不同耗散不对称度下系统的放大区域分布如图 4(a) 所示. 阴影区域对应 $\text{Im}(\lambda_{\pm}^N) > 0$ 的放大态, 而非阴影区域表示 $\text{Im}(\lambda_{\pm}^N) < 0$ 的非放大态. 当耗散不对称度 $\Delta\gamma^N$ 极小 (接近零) 时, 放大区域几乎完全消失; 随着 $|\Delta\gamma^N|$ 的增大, 阴影区域沿相位失配方向 β^N 明显扩展, 表明系统能够容许更宽范围的相位失配条件但仍保持放大. 在 $\Delta\gamma^N > 0$ 时, 信号光的耗散系数较大, 系统优先放大闲频光, 而在 $\Delta\gamma^N < 0$ 时, 闲频光的耗散系数较大, 系统优先放大信号光. 在耗散高度不对称的极限情形 $|\Delta\gamma^N| \rightarrow 2$, 几乎所有 β^N 取值上均对应放大态. 这展示了反对称性调控对放大区域形态和大小的精细调控作用. 图 4(b) 对此趋势进行了定量刻画. 将增益带宽比定义为满足 $\text{Im}(\lambda_{\pm}^N) > 0$ 的放大区域在整个相位失配区间的 β^N 内的归一化占比. 可以看到, 该带宽比随 $|\Delta\gamma^N|$ 的增加单调上升, 并在耗散不对称度达到最大时趋

近于 1. 该单调增强趋势表明, 耗散越不平衡, 系统可获得的有效放大窗口越宽. 这一现象源于系统中能量更倾向于流向耗散较低的模式, 因此放大主要集中在耗散较小的模式上, 使得系统能够在更大的 β^N 范围内稳定放大. 这一特性反映了系统在耗散不对称情况下的增益带宽的增强. 相关理论推导详见附录 A.

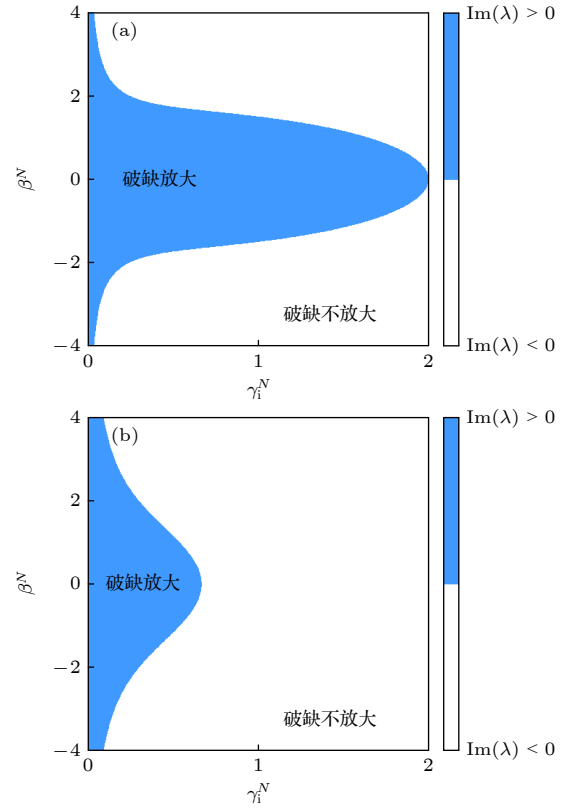


图 3 系统在 (γ_i^N, β^N) 参数平面中的相图. 图中分别给出了固定信号吸收条件下的 (a) $\gamma_s^N = 0.5$ 和 (b) $\gamma_s^N = 1.5$ 两种情形, 其中阴影区域对应 $\text{Im}(\lambda_{\pm}^N) > 0$ 表征体系处于放大区; 非阴影区域对应不放大区. 图中参数均取 $\kappa_{i,s}^N = 1.0$ 及 $|E_{p1}^N| = |E_{p2}^N| = 1.0$

Fig. 3. System phase diagrams in the (γ_i^N, β^N) parameter plane for fixed signal absorption. Panels (a) and (b) correspond to $\gamma_s^N = 0.5, 1.5$, respectively. The shaded regions denote $\text{Im}(\lambda_{\pm}^N) > 0$, indicating amplification, whereas the unshaded regions represent non-amplifying regimes. All parameters are chosen $\kappa_{i,s}^N = 1.0$ and $|E_{p1}^N| = |E_{p2}^N| = 1.0$.

3.3 泵浦强度对放大的影响

在 FWM 过程中, 增益条件不仅受材料本征色散影响, 也受泵浦强度调控. 在实验上, 后者可直接调谐, 从而提高系统的灵活性和可控性. 理论分析中所有变量均采用归一化 (无量纲) 形式. 图 5(a) 展示了双泵浦强度与相位失配共同决定的放大

边界. 双泵浦强度乘积 $|E_{p1}^N E_{p2}^N|$ 划定了放大区 (阴影部分) 与非放大区 (非阴影部分) 的分界. 当双泵浦强度乘积 (实线) 满足 (5) 式给出的阈值条件 $|E_{p1}^N E_{p2}^N| = \frac{1}{2} \sqrt{(\gamma_s^N)^2 + (\beta^N)^2}$ 时, 系统恰好处于净放大与不放大的分界; 只有当两路泵浦强度超过该阈值时, 才能实现净放大. 虚线曲线 $|\beta^N| = |\beta_c^N|$ 则给出了进入反 PT 对称相区域的最宽松条件, 但并不保证实现净放大. 图 5(b) 给出了三种不同相位失配 $\beta^N = 1.0$ (虚线)、 $\beta^N = 3.0$ (实线)、 $\beta^N = 5.0$ (点线) 下的泵浦阈值边界, 展示了 β^N 对相边界的影响. 各曲线以上的区域均对应反 PT 对称放大区. 可以清晰地观察到, 随着 β^N 的增大, 边界曲线

整体向上并向右移动, 意味着更高的阈值, 即需要更大的泵浦强度乘积才能保持在放大区域内. 因此, 放大区域会随着 β^N 的增大而缩小.

在 FWM 系统中, 每一路泵浦的功率可表示为 $I_j = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c n |E_{pj}|^2$, $j=1, 2$, 其中 ε_0 , c , n 分别为真空介电常数、光速以及介质折射率. 归一化处理后, 常数因子 $\frac{1}{2} \varepsilon_0 c n$ 被吸收入参考功率中, 归一化泵浦强度写为 $I_j^N = |E_{pj}^N|^2$, 表示每一路泵浦的相对功率. 总归一化泵浦功率为 $I_{\text{total}}^N = I_1^N + I_2^N = |E_{p1}^N|^2 + |E_{p2}^N|^2$. 根据算术-几何平均不等式

$$(I_1^N + I_2^N)/2 \geq \sqrt{I_1^N I_2^N}, \quad (11)$$

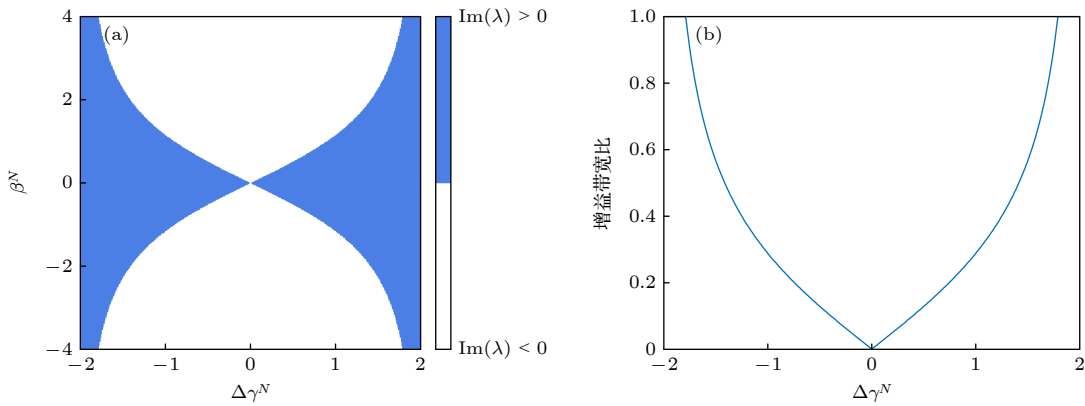


图 4 (a) 总耗散 $\gamma_s^N + \gamma_i^N = 2.0$ 固定时, $(\Delta\gamma^N, \beta^N)$ 平面上的放大区域分布图, 横坐标 $\Delta\gamma^N = \gamma_s^N - \gamma_i^N$; (b) 增益带宽占比随 $\Delta\gamma^N$ 的变化. 图中参数均取 $\kappa_{i,s}^N = 1.0$, $|E_{p1}^N| = |E_{p2}^N| = 1.0$

Fig. 4. (a) Amplification-region distribution on the $(\Delta\gamma^N, \beta^N)$ plane with total loss fixed at $\gamma_s^N + \gamma_i^N = 2$; the horizontal axis denotes $\Delta\gamma^N = \gamma_s^N - \gamma_i^N$; (b) variation of the gain-bandwidth ratio as a function of $\Delta\gamma^N$; for all figures, $\kappa_{i,s}^N = 1.0$, $|E_{p1}^N| = |E_{p2}^N| = 1.0$.

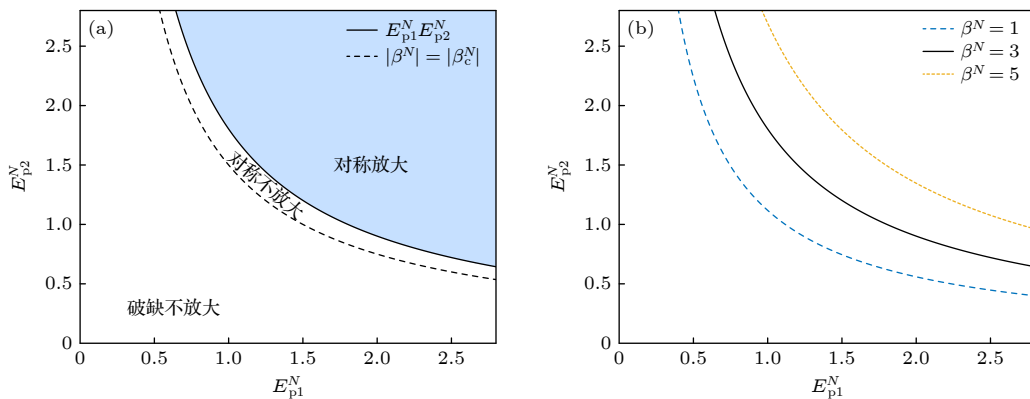


图 5 (a) $\beta^N = 3.0$ 时, 系统在共泵浦作用下, 相区域在 (E_{p1}^N, E_{p2}^N) 参数平面中的划分. 图中阴影区域表示体系处于反 PT 对称放大相, 而虚线给出了由双泵浦阈值 $|E_{p1}^N E_{p2}^N|$ 所确定的边界 $|\beta^N| = |\beta_c^N|$. (b) 在不同相位失配下 $\beta^N = 1$ (虚线)、3 (实线)、及 5 (点线) 时所得的双泵浦阈值边界. 图中参数均取 $\gamma_{i,s}^N = 1.0$ 及 $\kappa_{i,s}^N = 1.0$

Fig. 5. (a) Phase partition of the system under co-pumping at $\beta^N = 3.0$ in the (E_{p1}^N, E_{p2}^N) parameter plane. The shaded region indicates an anti-PT symmetric amplifying phase, whereas the dashed curve denotes the boundary $|\beta^N| = |\beta_c^N|$ determined by the two-pump threshold $|E_{p1}^N E_{p2}^N|$. (b) Two-pump threshold boundaries for different phase mismatches, corresponding to $\beta^N = 1$ (dashed line), 3 (solid line), and 5 (dotted line). All parameters are chosen as $\gamma_{i,s}^N = 1.0$ and $\kappa_{i,s}^N = 1.0$.

当且仅当 $I_1^N = I_2^N$ 时取等号, 即对应 $|E_{p1}^N| = |E_{p2}^N|$. 在该条件下, 两路泵浦场的乘积 $E_{p1}^N E_{p2}^N = \sqrt{I_1^N I_2^N}$ 取得最大值, 从而产生最强放大. 因此, 等功率泵浦在给定总功率 I_{total}^N 下最大化了泵浦乘积 $|E_{p1}^N E_{p2}^N|$.

在图 6 中, 横轴表示一路泵浦功率占总功率的比例 I_1^N/I_{total}^N , 纵轴表示由 $|E_{p1}^N E_{p2}^N| = \sqrt{I_1^N I_2^N}$ 给出的放大边界. 实线展示了随着泵浦功率分配的变化, FWM 放大的变化趋势; 虚线表示了理论的最优点 $I_1^N/I_{\text{total}}^N = 0.5$, 即等泵浦时系统净放大最大. 当 $I_1^N = 0$ 或 $I_1^N = 1.0$ 时, 放大趋近于零, 说明极端功率不平衡会抑制 FWM 放大.

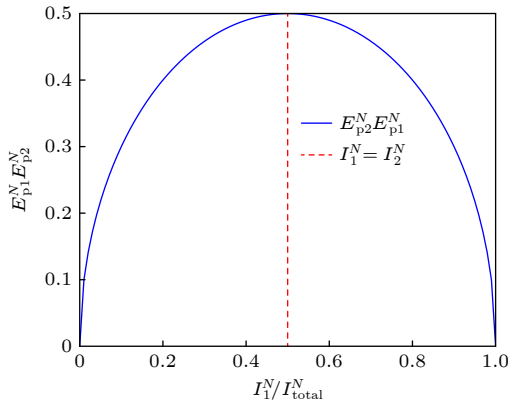


图 6 总归一化功率 $I_{\text{total}}^N = 1$ 时, 泵浦功率分配 I_1^N/I_{total}^N 与泵浦场乘积 $|E_{p1}^N E_{p2}^N|$ 的关系. 图中竖直虚线表示对称分配 $I_1^N = I_2^N$, 在此条件下 $|E_{p1}^N E_{p2}^N|$ 取得最大值

Fig. 6. Product $|E_{p1}^N E_{p2}^N|$ versus pump-power division I_1^N/I_{total}^N at fixed total power $I_{\text{total}}^N = 1$. The vertical dashed line marks the symmetric allocation $I_1^N = I_2^N$, which maximizes $|E_{p1}^N E_{p2}^N|$.

4 讨论与结论

本文围绕反 PT 对称性调控下的非厄米 FWM 系统, 系统揭示了其放大机理与性能边界. 主要结论如下: 通过本征值与有效哈密顿量分析表明, 随着相位失配参数 β^N 的变化, 系统在耗散主导的反 PT 对称破缺区与严格反 PT 对称区之间发生连续相变, EPs 位于 $|\beta^N| = |\beta_c^N|$. 在反 PT 对称相 $|\beta^N| < |\beta_c^N|$, 本征值呈复共轭分布, 信号与闲频模式交替增长, 表现为非厄米放大. 在反 PT 破缺区 $|\beta^N| > |\beta_c^N|$, 本征值实部分裂, 虚部合并且小于 0, 能量衰减.

当系统存在耗散不对称或耦合失衡时, 反 PT 对称性被显式破坏, 放大过程呈现单通道主导

特征. 能量优先沿耗散更低或耦合更强的一侧单向传输, 从而显著拓宽放大带宽. 如图 4(a) 所示: 降低总耗散 $\gamma_i^N + \gamma_s^N$, 可显著扩大放大区间, 提高净放大稳定性; 总耗散适当且增加耗散不平衡 $|\Delta\gamma^N|$ 时, 在相位失配方向进一步拓宽放大窗口. 当 $\Delta\gamma^N > 0$ 时, 系统优先放大闲频光, 而当 $\Delta\gamma^N < 0$ 时, 系统优先放大信号光. 特别地, 当 $|\Delta\gamma^N| \rightarrow 2$ 时, 系统几乎在整个 β^N 范围内保持放大, 表明耗散不对称性在反 PT 放大过程中具有主导作用. 这些结果展示了耗散工程在非厄米放大器设计中的关键价值.

进一步分析表明, 双泵浦强度与相位失配共同决定放大和非放大区域的边界. 泵浦强度乘积 $|E_{p1}^N E_{p2}^N|$ 是区分放大与非放大区域的重要尺度. 随着 β^N 的增大, 放大阈值提高, 需要更大泵浦功率维持净放大. 在固定总泵浦功率 I^N 下, 根据算术-几何平均不等式, $|E_{p1}^N E_{p2}^N|$ 在对称泵浦条件 $|E_{p1}^N| = |E_{p2}^N|$ 时取最大, 实现最强协同放大. 严重泵浦不平衡会显著抑制放大效率, 由图 6 可以看出, 泵浦强度的合理分配是提升非厄米 FWM 放大性能的关键因素. 综上, 反 PT 对称 FWM 系统的放大机制由相位失配、总耗散、耗散不对称性以及泵浦对称性多因素协同决定.

附录 A 放大条件的推导

本附录对系统满足放大条件 $\text{Im}(\lambda_+) > 0$ 的判据进行推导. 系统演化由正文 (5) 式所给出的有效哈密顿量描述, 以下推导构成图 4 所示结果的理论基础. 系统本征值可从特征多项式写为

$$\sqrt{(\beta^N)^2 - (\gamma^N)^2 - (\beta_c^N)^2 - 2i\beta^N\gamma^N} = X + iY = u + iv, \quad (\text{A1})$$

其中

$$X = (\beta^N)^2 - (\gamma^N)^2 - (\beta_c^N)^2, \quad Y = -2\beta^N\gamma^N. \quad (\text{A2})$$

复平方根的实部与虚部可表示为

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2}, \quad u = \sqrt{\frac{r+X}{2}}, \quad v = \text{sgn}(Y)\sqrt{\frac{r-X}{2}}. \quad (\text{A3})$$

上述结果给出本征值 λ_+ 的虚部为

$$\text{Im}(\lambda_+) = -\frac{\gamma_+}{2} + \frac{v}{2}. \quad (\text{A4})$$

因此, 系统进入放大相的条件 $\text{Im}(\lambda_+) > 0$ 等价于

$$|v| > \gamma_+. \quad (\text{A5})$$

在放大区域内两边均非负, 对 (A5) 式取平方并整理得

$$v^2 > \gamma_+^2 \Rightarrow \frac{r-X}{2} > \gamma_+^2 \Rightarrow r > X + 2\gamma_+^2. \quad (\text{A6})$$

在高度非对称耗散条件 $\gamma_+ = \gamma_-$ 下, 将 X 与 Y 代入 (A6) 式, 可得

$$r^2 - (X + 2\gamma_+^2)^2 = Y^2 - 4\gamma_+^2 X - 4\gamma_+^4 > 0. \quad (\text{A7})$$

进一步化简可得到 $4\gamma_+^2(\beta_c^N)^2 > 0$, 其值恒为正. 另一方面,

$$r^2 - (X + 2\gamma_+^2)^2 = Y^2 - 4\gamma_+^2 X - 4\gamma_+^4 = 4\gamma_+^2(\beta_c^N)^2 > 0. \quad (\text{A8})$$

结合恒等式

$$\begin{aligned} & [r - (X + 2\gamma_+^2)][r + (X + 2\gamma_+^2)] \\ &= r^2 - (X + 2\gamma_+^2)^2 \\ &= 4\gamma_+^2(\beta_c^N)^2 > 0, \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

且 (A9) 式第二项严格为正, 因此第一项必须满足

$$r - (X + 2\gamma_+^2) > 0. \quad (\text{A10})$$

(A10) 式即为放大条件 (A6). 由此可见, 在高度非对称耗散条件 $\gamma_+ = \gamma_-$ 下,

$$|v| > \gamma_+ \quad (\text{A11})$$

总是成立, 表明系统在整个 β^N 范围内均处于放大相, 如正文图 4 所示.

参考文献

- [1] El-Ganainy R, Makris K G, Khajavikhan M, Musslimani Z H, Rotter S, Christodoulides D N 2018 *Nat. Phys.* **14** 11
- [2] El-Ganainy R, Makris K G, Christodoulides D N, Musslimani Z H 2007 *Opt. Lett.* **32** 2632
- [3] Bender C M, Brody D C, Jones H F 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 270401
- [4] Bender C M 2007 *Rep. Prog. Phys.* **70** 947
- [5] Lin Z, Ramezani H, Eichelkraut T, Kottos T, Cao H, Christodoulides D N 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 213901
- [6] Feng L, Ayache M, Huang J, Xu Y L, Lu M H, Chen Y F, Fainman Y, Scherer A 2011 *Science* **333** 729
- [7] Miri M A, Alù A 2019 *Science* **363** eaar7709
- [8] Hodaei H, Hassan A U, Wittek S, GarciaGracia H, El-Ganainy R, Christodoulides D N, Khajavikhan M 2017 *Nature* **548** 187
- [9] Gupta S K, Zou Y, Zhu X Y, Lu M H, Zhang L J, Liu X P, Chen Y F 2019 *Adv. Mater.* **32** 1903639
- [10] Mazzucato S, Carrère H, Marie X, Amand T, Achouche M, Caillaud C, Brenot R 2015 *IET Optoelectron* **9** 52
- [11] Konotop V V, Yang J, Zezyulin D A 2016 *Rev. Mod. Phys.* **88** 035002
- [12] Borselli M, Johnson T J, Painter O 2007 *Opt. Lett.* **32** 2954
- [13] Makris K G, El-Ganainy R, Christodoulides D N, Musslimani Z H 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 103904
- [14] Ramezani H, Kottos T, El-Ganainy R, Christodoulides D N 2010 *Phys. Rev. A* **82** 043803
- [15] Flemens N, Moses J 2022 *Phys. Rev. Lett.* **129** 153901
- [16] Xia S, Kaltsas D, Song D, Komis I, Xu J, Szameit A, Buljan H, Makris K G, Chen Z 2021 *Science* **372** 72
- [17] Chen C, Liu Y, Zhao L, Hu X, Fu Y 2022 *Front. Phys.* **17** 52504
- [18] Yang F, Liu Y C, You L 2017 *Phys. Rev. A* **96** 053845
- [19] Fan H, Chen J, Zhao Z, Wen J, Huang Y P 2020 *ACS Photonics* **7** 3035
- [20] Li B, Zhang Y, Wang J, Liu J, Li M, Wang W, Ma J, Yuan P, Zhang D, Zhu H, Zhang H, Qian L 2025 *Phys. Rev. Res.* **7** 023012
- [21] Wang C, Fu Z, Mao W, Qie J, Stone A D, Yang L 2023 *Adv. Opt. Photonics* **15** 442
- [22] Qin H, Yin Y, Ding M 2021 *ACS Omega* **6** 5463
- [23] Peng M, Zhang H, Zhang Q, Lu T X, Mirza I M, Jing H 2023 *Phys. Rev. A* **107** 033507
- [24] Roy A, Jahani S, Guo Q, Dutt A, Fan S, Miri M A, Marandi A 2021 *Opt.* **8** 415
- [25] Castaldi G, Savoia S, Galdi V, Alù A, Engheta N 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 173901

Amplification mechanism and control of anti-parity-time symmetric systems in four-wave mixing

WANG Yu ZHANG Yizhu BAO Qianqian ZHANG Wanqing

MENG Shaoying[†] CHEN Xihao[‡]

(School of Physics, Liaoning University, Shenyang 110036, China)

(Received 15 December 2025; revised manuscript received 8 January 2026)

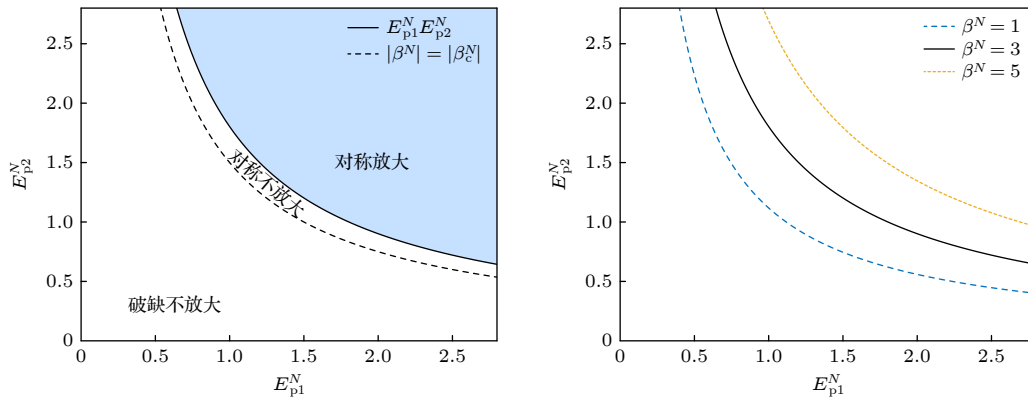
Abstract

Non-Hermitian optics combined with symmetry control provides new pathways for designing optical amplification mechanisms. Conventional parity-time (PT) symmetric systems require a precise balance between

[†] Corresponding author. E-mail: mengshaoying@163.com

[‡] Corresponding author. E-mail: xi-haochen@163.com

gain and loss, which is experimentally challenging to achieve. In this work, we propose a four-wave mixing (FWM) model in which the interaction between signal and idler waves enables the realization of anti-PT symmetry, while asymmetric loss plays a crucial role in regulating energy flow and amplification. Theoretical and numerical analyses demonstrate that, in an anti-PT symmetric system, when $|\beta^N| < |\beta_c^N|$, the system remains in the anti-PT symmetric phase, with eigenvalues forming complex-conjugate pairs, indicating stable energy exchange and amplification. When $|\beta^N| > |\beta_c^N|$, the system undergoes anti-PT symmetry breaking: the real parts of the eigenvalues split, while the imaginary parts coalesce and become negative, leading to overall energy decay. Further analysis reveals that dissipation asymmetry or coupling imbalance explicitly breaks anti-PT symmetry, causing the amplification process to be dominated by a single channel. In this regime, energy preferentially flows toward the side with lower dissipation or stronger coupling, resulting in significant broadening of the amplification bandwidth. When total dissipation is maintained at a moderate level, extreme dissipation asymmetry can even drive the system into a global amplification regime. Building on this framework, we introduce dual-pump modulation to investigate the cooperative effects of pump distribution and phase mismatch on anti-PT symmetry. The results indicate that an appropriate combination of pump intensity and phase mismatch substantially expands the anti-PT symmetric amplification region, thereby enhancing amplification performance, whereas large phase mismatch suppresses amplification and shifts the threshold to higher pump powers. Moreover, under symmetric pumping conditions, the product of pump intensities $|E_{p1}^N E_{p2}^N|$ is maximized, yielding the strongest cooperative amplification. In contrast, severe pump imbalance markedly reduces the amplification efficiency, underscoring the critical role of proper pump power distribution in optimizing the performance of non-Hermitian FWM amplification. Overall, this study provides theoretical guidance for achieving stable and tunable amplification in non-Hermitian optical systems.



Keywords: anti-PT symmetry, four-wave mixing, non-Hermitian amplification, dual-pump modulation, energy-flow control

DOI: [10.7498/aps.75.20251717](https://doi.org/10.7498/aps.75.20251717)

CSTR: [32037.14.aps.75.20251717](https://cstr.net/urn:cn:cs:32037.14.aps.75.20251717)



四波混频中反宇称-时间对称性体系的放大机制与调控规律

王宇 张艺竹 鲍倩倩 张婉晴 孟少英 陈希浩

Amplification mechanism and control of anti-parity-time symmetric systems in four-wave mixing

WANG Yu ZHANG Yizhu BAO Qianqian ZHANG Wanqing MENG Shaoying CHEN Xihao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 090405 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20251717

CSTR: 32037.14.aps.75.20251717

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251717>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于四波混频过程的纠缠光放大

Amplification of entangled beam based on four-wave mixing process

物理学报. 2022, 71(5): 050301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211324>

双层石墨烯薄膜体系中的四波混频特性

Four-wave mixing properties in bilayer graphene nanosystem

物理学报. 2023, 72(12): 126801 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230012>

Λ 型四波混频中光学涡旋的相干转换及其相位演化

Coherent transfer and phase evolution of optical vortices in a Λ -type four-wave mixing system

物理学报. 2026, 75(7): 126801 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251575>

基于四波混频的调频连续波测距振动抑制方法

Vibration suppression method for frequency-modulated continuous wave ranging based on four wave mixing

物理学报. 2026, 75(5): 126801 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251416>

基于级联四波混频过程产生四模簇态

Generation of four-mode cluster states based on cascade four-wave mixing process

物理学报. 2022, 71(16): 160304 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220433>

基于半导体量子阱中四波混频效应的高效光学非互易

Efficient optical nonreciprocity based on four-wave mixing effect in semiconductor quantum well

物理学报. 2024, 73(1): 014201 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231212>