

## 双势阱中玻色-爱因斯坦凝聚体的绝热捷径动力学\*

楼鹏宇 栗生长†

(西安交通大学物理学院, 西安 710049)

(2025 年 12 月 23 日收到; 2026 年 1 月 9 日收到修改稿)

针对一维对称双势阱中玻色-爱因斯坦凝聚体 (BEC) 的高效量子调控问题, 本文提出一种新型绝热捷径动力学方案. 该方案基于含时 Gross-Pitaevskii 方程的标度不变性和广义 Ermakov 方程, 结合逆向工程构建调控路径, 通过实时调控系统参数动态补偿非绝热能量损耗, 适配双势阱特有的势场结构. 相较于传统绝热过程, 该方案可在更短时间尺度内实现量子体系的高保真度调控, 有效解决双势阱体系因几何复杂性与阱间相互作用导致的调控难题. 本文研究为一维对称双势阱中 BEC 的精确量子操纵提供了可行路径, 可进一步推广至多维双势阱量子体系的高效调控.

**关键词:** 玻色-爱因斯坦凝聚体, 绝热捷径, 双势阱, 量子调控**DOI:** 10.7498/aps.75.20251747**CSTR:** 32037.14.aps.75.20251747

## 1 引言

量子系统的高效操控是量子物理与量子技术领域的核心需求, 玻色-爱因斯坦凝聚体 (BEC) 作为典型的宏观量子体系, 其状态调控的时效性与保真度直接决定了量子模拟、精密测量等应用的性能上限 [1-5]. 传统量子调控依赖绝热演化过程, 该过程要求系统演化时间远大于能级间隙的倒数 (即,  $\tau \gg 1/\Delta$ ), 以避免非绝热跃迁导致的态制备误差 [6-9]. 然而, 真实 BEC 体系中不可避免的原子损耗、量子退相干效应等会随演化时间延长呈指数增长, 即使满足绝热条件, 秒量级的演化时长仍会导致目标态保真度显著下降 [10-14], 难以满足量子技术对“快速高精度操控”的需求.

绝热捷径 (STA) 技术的提出为解决上述矛盾提供了突破性思路. 该技术通过逆向工程、反绝热驱动等非绝热调控策略, 在远低于绝热时间尺度的条件下可实现量子态的无耗散跃迁 [15-19]. STA 可

将 BEC 的操控时间从传统绝热过程的秒量级压缩至毫秒量级, 大幅降低原子损耗与退相干的影响, 保证目标态的高保真制备, 因此, 其在 BEC 的运输、量子门操控、原子干涉仪等领域展现出巨大的应用潜力 [20-23]. 当前, STA 技术在单势阱约束的 BEC 系统中已发展成熟, 例如基于 Lewis-Riesenfeld 不变量的调控方案, 已实现对单势阱中 BEC 的稳定操控 [24], 为该技术的实验验证与应用拓展奠定了基础.

然而, 当 STA 技术应用于更复杂的 BEC 体系时, 仍面临两大困难: 其一, 实际量子调控场景中, BEC 常被约束于非谐势场 (如双阱势、幂律势等), 而非谐势场会破坏传统 STA 方法的动态相位补偿条件, 导致调控误差显著增大; 其二, Gross-Pitaevskii (GP) 方程描述的 BEC 体系中, 原子间相互作用与势场梯度的耦合机制复杂, 尤其对对称双势阱, 双阱间的隧穿效应进一步增加了系统动力学的复杂性 [25-27], 现有 STA 理论模型难以直接使用. 虽然国内外研究团队在谐振子势和幂律势的 STA 方案

\* 国家自然科学基金 (批准号: 12375019, 11974273) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [scli@xjtu.edu.cn](mailto:scli@xjtu.edu.cn)

探索上取得了一定进展<sup>[28,29]</sup>, 也为 BEC 在磁阱中快速运输提供了实验方案<sup>[30]</sup>, 但对复杂势场下 STA 操控的系统性研究仍然较少. 当然, 揭示复杂势场对 STA 调控效率、能量成本的影响规律, 对复杂势场中精确 BEC 的技术也提出了更高要求.

总之, 开展复杂势场中 BEC 系统 STA 动力学的研究具有重要的理论意义与应用价值. 在理论层面, 该研究可构建适配复杂势场的 STA 模型, 明确势场结构差异对非绝热效应的调控机制, 进而突破现有理论对势阱形状的要求, 拓展复杂势场中量子体系的绝热操控理论; 在应用层面, 研究所得结论与方法可进一步推广至冷原子、囚禁离子等量子体系, 为实现 BEC 的快速无摩擦冷却及高效传输提供关键技术支撑与理论依据<sup>[31-37]</sup>. 本文选取对称双势阱这一较为复杂的势场作为研究对象, 对 BEC 的 STA 调控动力学展开研究. 首先建立基于 GP 方程的动力学模型, 随后分别设计针对势阱参数 (频率  $\omega$ ) 和相互作用参数 (原子间相互作用强度  $g$ ) 的 STA 调控路径, 最终通过与单势阱体系 STA 调控方案保真度、能量成本的对比分析, 揭示对称双势阱中 BEC 的 STA 调控规律, 为复杂势阱中 BEC 的高效量子操控提供理论支撑.

## 2 对称双势阱中 BEC 的动力学模型

考虑一维双势阱中的 BEC, 其状态用波函数  $\psi(x, t)$  描述, 动力学行为由如下的无量纲 GP 方程描述:

$$i\partial_t\psi = \left(-\frac{\partial_x^2}{2} + V + g|\psi|^2\right)\psi, \quad (1)$$

其中,  $V = \frac{1}{2}\omega^2x^2 + V_0e^{-\alpha x^2}$ ,  $\omega$  为谐振子势的频率,  $V_0$  和  $\alpha$  是与高斯势垒高度和宽度相关的参数;  $g = 2Na_s/l_0$  表征相干原子间的相互作用强度,  $N$  为总原子数,  $a_s$  为 s 波散射长度. 方程 (1) 中长度、时间和能量的无量纲参数分别为  $l_0 = \sqrt{\hbar/m\omega_0}$ ,  $\omega_0^{-1}$  和  $\hbar\omega_0$  ( $\omega_0$  为谐振子势的初始频率,  $m$  为原子质量,  $\hbar$  为约化普朗克常数). 对 GP 方程 (1) 做 Madelung 变换<sup>[38-40]</sup>:  $\psi = \sqrt{n}e^{i\phi}$ , 并运用 Euler-Lagrange 方程可得

$$\partial_t n + \partial_x(nv) = 0, \quad (2)$$

$$\partial_t v + \partial_x\left(P + \frac{1}{2}v^2 + V + gn\right) = 0, \quad (3)$$

其中,  $n = |\psi|^2$ ,  $v = \partial_x\phi$ ,  $P = -\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{n}}\partial_x^2\sqrt{n}$  表示量子压. 引入如下缩放解:

$$n = \frac{1}{x_0}n_0\left(\frac{x}{x_0}\right), \quad v = \frac{\dot{x}_0}{x_0}x, \quad (4)$$

$n_0$  为初始概率密度, 在后文的计算中,  $n_0$  采用数值求解的基态. 可将方程 (2) 和 (3) 变为

$$-\frac{1}{2}\frac{\ddot{x}_0}{x_0}x^2 - \frac{1}{2}\omega^2x^2 - V_0e^{-\alpha x^2} = P + \frac{gn_0}{x_0} - f - V_0, \quad (5)$$

其中,  $f(t) = P(0, t) + gn_0(0, t)/x_0$ . 引入缩放坐标  $\xi = x/x_0$ , 方程 (5) 两边同时乘以  $n_0(\xi, t)$ , 并对  $d\xi$  积分, 得

$$\begin{aligned} & f + V_0 - \frac{1}{2}\ddot{x}_0x_0\sigma_0^2 - \frac{1}{2}\omega^2x_0^2\sigma_0^2 - \int V_0e^{-\alpha x_0^2\xi^2}n_0d\xi \\ &= \frac{E_k^0}{x_0^2} + \frac{2E_{\text{int}}^0}{x_0}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中,

$$\begin{aligned} \sigma_0^2 &= \int \xi^2 n_0(\xi) d\xi, \quad E_{\text{int}}^0 = \frac{g}{2} \int n_0^2(\xi) d\xi, \\ E_k^0 &= \frac{1}{2} \int \left[ \partial_\xi \sqrt{n_0(\xi)} \right]^2 d\xi, \end{aligned} \quad (7)$$

同样, 有

$$P(\xi, t) = \frac{1}{2x_0^2} \left[ \frac{1}{4n_0^2} (\partial_\xi n_0)^2 - \frac{1}{2n_0} \partial_\xi^2 n_0 \right], \quad (8)$$

$$P(0, t) = -\frac{1}{2x_0^2} \frac{1}{2n_0} \partial_\xi^2 n_0 \Big|_{\xi=0} \equiv \frac{D_0}{x_0^2}. \quad (9)$$

最终得到描述系统演化的广义 Ermakov 动力学方程为

$$\ddot{x}_0 + \omega^2 x_0 = \frac{A\Omega^2}{x_0^3} + \frac{B\Omega^2}{x_0^2} + \frac{C\Omega^2}{x_0} \left( 1 - \int e^{-\alpha x_0^2 \xi^2} n_0 d\xi \right), \quad (10)$$

其中,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  和  $\Omega$  分别为

$$\begin{aligned} A &= \frac{2}{\sigma_0^2} \frac{D_0 - E_k^0}{\Omega^2}, \quad B = \frac{2}{\sigma_0^2} \frac{gn_0(0) - 2E_{\text{int}}^0}{\Omega^2}, \\ C &= \frac{2}{\sigma_0^2} \frac{V_0}{\Omega^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{1}{2}\Omega^2\sigma_0^2 = \frac{1}{2}\omega_0^2\sigma_0^2 + \int V_0e^{-\alpha\xi^2}n_0d\xi. \quad (12)$$

参数  $A$  反映初始动能与中心压相关能量的偏差, 参数  $B$  刻画局域相互作用与整体相互作用的偏差, 参数  $C$  则衡量高斯势垒的影响. 注意  $A$ ,  $B$ ,  $C$  和  $\Omega$  均由系统的初始条件 (初始概率密度分布  $n_0$ 、初始频率  $\omega_0$ ) 决定, 不随时间变化. 图 1 展示了原子

间相互作用从弱到强变化时参数  $A, B, C$  的变化规律, 这里  $A + B + C = 1$  是能量守恒定律在缩放参数模型中的直接体现<sup>[40]</sup>. 下面将依据上面得到的缩放参数方程 (10) 分别求得系统参数  $\omega$  和  $g$  的绝热捷径, 期望系统可以在更短的时间尺度内演化到目标态.

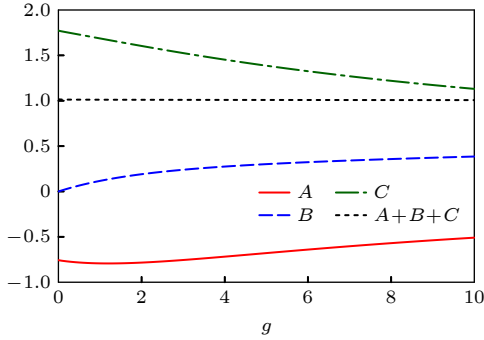


图 1 系数  $A, B, C$  随原子相互作用强度  $g$  的变化. 参数取值:  $V_0 = 1, \alpha = 10, \omega = 1$

Fig. 1. Coefficients  $A, B,$  and  $C$  as a function of atomic interaction strength  $g$ . Parameters values are:  $V_0 = 1, \alpha = 10,$  and  $\omega = 1$ .

### 3 谐振子势频率 $\omega$ 相关的绝热捷径

考虑有限时间 ( $t \in [0, t_f]$ ) 的非绝热膨胀, 此过程系统谐振子势的频率从初始值  $\omega_i = \omega(0) = \omega_0$  变化到最终值  $\omega_f = \omega(t_f)$ , ( $\omega_i > \omega_f$ ). 由牛顿方程  $\ddot{x}_0 = -\partial U(x_0)/\partial x_0$  可得系统的有效势为

$$U(x_0) = \frac{A\Omega^2}{2x_0^2} + \frac{B\Omega^2}{2x_0} + \frac{1}{2}\omega^2(t)x_0^2 - C\Omega^2 \ln(x_0) + \int \frac{C\Omega^2}{x_0} dx_0 \int e^{-\alpha x_0^2 \xi^2} n_0 d\xi. \quad (13)$$

为使系统的演化路径在开始和结束时较为平滑, 需满足  $\dot{x}_0 = 0$  和  $-\partial U(x_0)/\partial x_0 = 0$ , 有

$$\left(\frac{\omega(t)}{\Omega}\right)^2 x_0^4 - C \left(1 - \int e^{-\alpha x_0^2 \xi^2} n_0 d\xi\right) x_0^2 - Bx_0 = A. \quad (14)$$

设定边界条件如下:

$$\begin{aligned} x_0(0) &= x_i, & \dot{x}_0(0) &= \dot{x}_0(0); \\ x_0(t_f) &= x_f, & \dot{x}_0(t_f) &= \dot{x}_0(t_f). \end{aligned} \quad (15)$$

为实现对系统参数的精准调控, 本文采用文献<sup>[41]</sup>所使用的逆向工程法设计缩放参数  $x_0(t)$  的演化路径, 选择如下形式的轨迹函数:

$$\begin{aligned} x_0(t) &= x_i - 6(x_i - x_f)s^5 + 15(x_i - x_f)s^4 \\ &\quad - 10(x_i - x_f)s^3, \end{aligned} \quad (16)$$

其中,  $s = t/t_f$ . 采用此种形式的轨迹函数, 能有效避免系统在演化起始和结束阶段出现突变, 保证演化过程的平滑性, 抑制演化过程中的非绝热效应. 将上述多项式轨迹函数 (16) 式代入广义 Ermakov 方程 (10), 可得频率  $\omega(t)$  随时间的变化关系. 图 2 展示了缩放参数  $x_0(t)$  从  $x_i = 1.00$  到  $x_f = 5.93$  和对应的调控参数  $\omega(t)$  从  $\omega_i = 1$  到  $\omega_f = 0.1$  的绝热捷径. 显然,  $x_0(t)$  的 STA 路径是单调递增函数,  $\omega(t)$  的 STA 路径则较为复杂. 值得注意的是,  $\omega^2(t)$  在随时间的变化过程中出现了小于零的情况 (对应  $\omega(t)$  为虚数), 这一看似非物理的结果实则反映了谐振子势的反转, 即从势阱 ( $\omega^2(t) > 0$ ) 变为势垒 ( $\omega^2(t) < 0$ ). 通过这种非绝热的势场调控, 可快速补偿系统的动态相位, 从而避免非绝热跃迁导致的能量损耗, 这正是 STA 方案实现快速高保真调控的重要物理机制<sup>[42-44]</sup>.

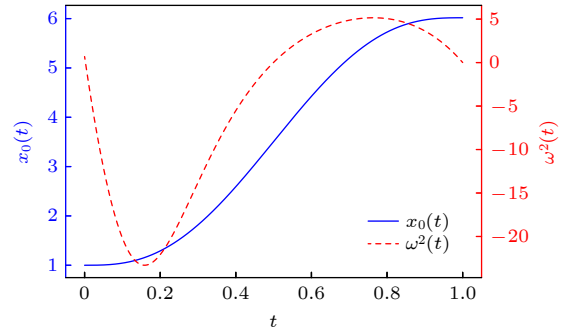


图 2 缩放参数  $x_0(t)$  (左轴) 和调控参数  $\omega^2(t)$  (右轴) 的绝热捷径. 参数取值:  $t_f = 1, V_0 = 0.1, \alpha = 1, g = 1, \omega_i = x_i = 1.00, \omega_f = 0.1, x_f = 5.93$

Fig. 2. STA of scaling parameter  $x_0(t)$  (left axis) and control parameter  $\omega^2(t)$  (right axis). Parameter values are:  $t_f = 1, V_0 = 0.1, \alpha = 1, g = 1, \omega_i = x_i = 1.00, \omega_f = 0.1,$  and  $x_f = 5.93$ .

为评估 STA 方案的调控性能, 引入保真度  $F = |\langle \psi(t_f) | \psi_T \rangle|^2$  作为评价指标, 其度量系统真实演化末态  $\psi(t_f)$  与理想目标态  $\psi_T$  之间的距离, 这里的目标态指频率为  $\omega_f$  时 BEC 系统的基态. 图 3(a) 和图 3(b) 展示了原子间相互作用、系统演化时间及中心势垒参数对保真度的影响. 总体看, 原子间相互作用越强、系统演化时间越长, 演化后系统的保真度就越高, 这表明非线性相互作用有助于抑制非绝热效应, 长的演化时间有利于及时的动态相位



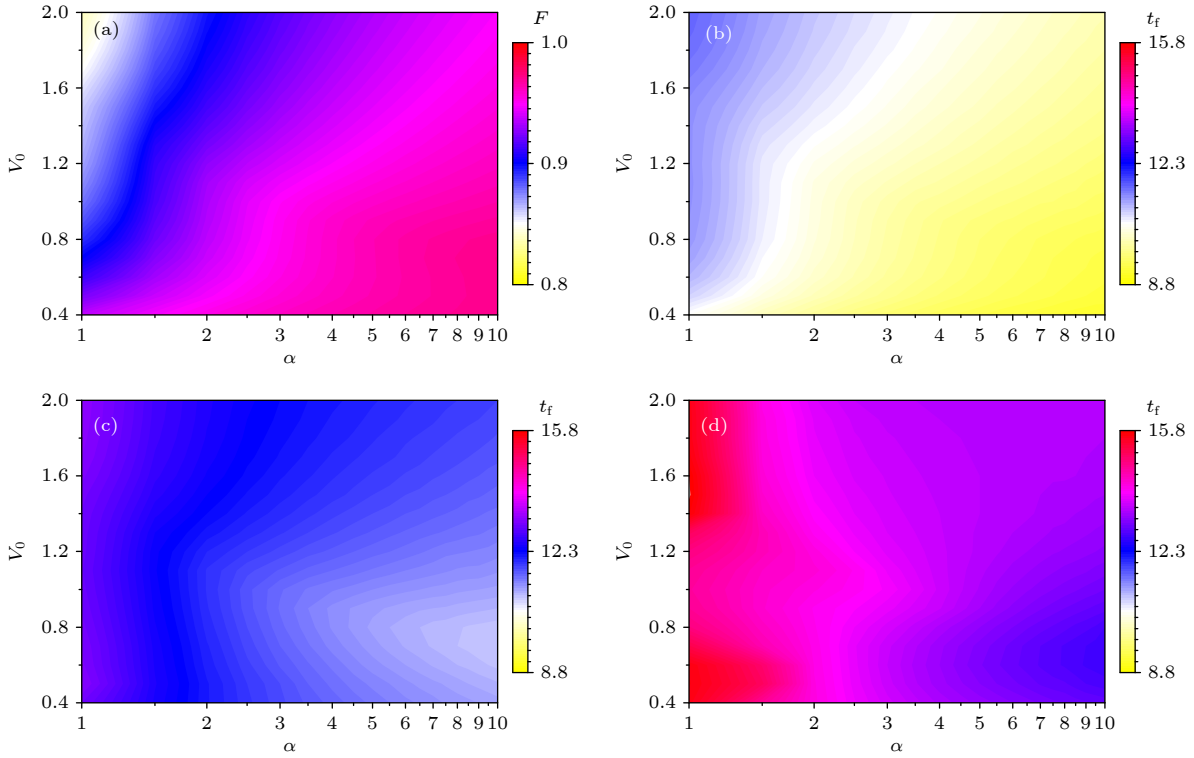


图 4 (a) 演化时间  $t_f = 10$  时保真度  $F$  在势垒参数空间  $(V_0, \alpha)$  中的分布; (b)—(d) 分别展示保真度为 0.95, 0.99 和 0.999 时所需的演化时间  $t_f$  在势垒参数空间  $(V_0, \alpha)$  中的分布. 参数取值:  $\omega(t_i) = 1$ ,  $\omega(t_f) = 0.1$  和  $g = 1$

Fig. 4. (a) Distribution of fidelity  $F$  in the barrier parameter space  $(V_0, \alpha)$  at an evolution time  $t_f = 10$ ; (b), (c), and (d) show the distributions of the required evolution time  $t_f$  in the barrier parameter space  $(V_0, \alpha)$  for fidelities of 0.95, 0.99, and 0.999, respectively. Parameter values are:  $\omega(t_i) = 1$ ,  $\omega(t_f) = 0.1$ , and  $g = 1$ .

STA 路径则较为复杂. 需要注意的是,  $g(t)$  在随时间的变化过程中出现了负值, 这说明凝聚原子间的相互作用发生了变化, 即从排斥相互作用 ( $g(t) > 0$ ) 变为吸引相互作用 ( $g(t) < 0$ ), 实验上这种相互作用的转变可以通过 Feshbach 共振技术精确调控 [47,48].

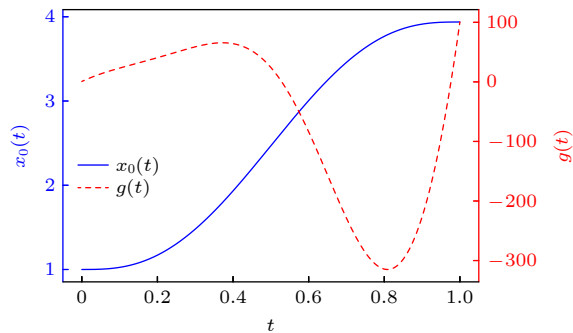


图 5 缩放参数  $x_0(t)$  (左轴) 和相互作用参数  $g(t)$  (右轴) 的绝热路径. 参数取值:  $t_f = 1$ ,  $V_0 = 0.1$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\omega = 1$ ,  $g_i = 0.1$ ,  $x_i = 1.00$ ,  $g_f = 100$ ,  $x_f = 3.93$

Fig. 5. STA of scaling parameter  $x_0(t)$  (left axis) and interaction parameter  $g(t)$  (right axis). Parameter values are:  $t_f = 1$ ,  $V_0 = 0.1$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\omega = 1$ ,  $g_i = 0.1$ ,  $x_i = 1.00$ ,  $g_f = 100$ , and  $x_f = 3.93$ .

为评估相互作用参数  $g$  的 STA 调控方案的效率和效果, 对不同的演化时间  $t_f$  分别计算系统基态的保真度  $F$  和对应的能量成本  $E_{\text{cost}}$ , 结果如图 6 所示. 保真度随演化时间的增加整体呈上升趋势, 但当演化时间较短时, 保真度有明显抖动, 甚至偶尔出现突然降低 (图 6(a)). 双势阱中心势垒越高越窄, 保真度相对越低, 单势阱保真度最高. 当双势阱中心势垒较高时 (如  $V_0 = 1$ ), 能量成本随演化时间整体先缓慢下降然后维持在一饱和值 (图 6(b)), 此饱和值的出现意味着系统的保真度已达到 1; 当双势阱中心势垒较矮时 (如  $V_0 = 0.1$ ), 能量成本则随演化时间先迅速下降然后迅速上升后维持在一饱和值, 能量成本最低的位置其实对应着保真度抖动到最低点的位置. 这些结果揭示了相互作用强度驱动下 STA 调控的复杂性, 原子间的相互作用与双阱结构相互影响, 当演化时间不够长时, 系统可能短暂偏离动态相位补偿条件, 从而引发非绝热跃迁导致的保真度抖动. 相比而言, 相互作用  $g$  的 STA 方案能在较短的演化时间内就能达到很高的保真度, 显然不论是调控效率还是调控效果都要优于  $\omega^2$  的 STA 方案.

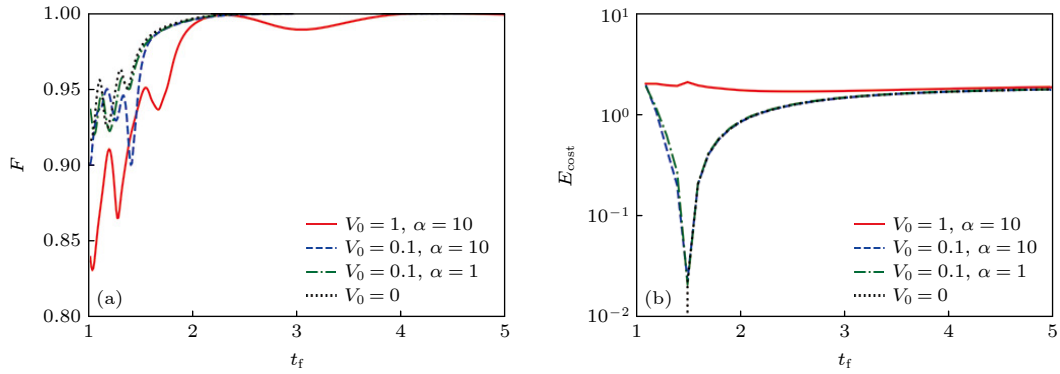


图6 (a) 不同势垒参数下演化时间对保真度的影响; (b) 不同势垒参数下演化时间对能量成本的影响. 参数取值:  $\omega = 1$ ,  $g_i = 0.1$  和  $g_f = 100$

Fig. 6. (a) Influence of evolution time on fidelity for different barrier parameters; (b) influence of evolution time on energy cost for different barrier parameters. Parameter values are:  $\omega = 1$ ,  $g_i = 0.1$ , and  $g_f = 100$ .

## 5 结论

本文针对一维对称双势阱中 BEC 的高效量子调控, 建立了基于含时 Gross-Pitaevskii 方程标度不变性与广义 Ermakov 方程的 STA 理论框架. 该框架通过动态调控系统参数抵消非绝热能量损耗, 精准适配双阱势场与原子相互作用耦合机制. 相较于传统绝热方法, 该方案在缩短调控时间的同时保障高保真度, 破解了双阱体系的调控难题. 定量分析表明, 双阱环境重构了保真度的空间分布、提升了能量成本, 相互作用驱动的 STA 过程中保真度随演化时间的非单调变化, 凸显了其调控的复杂性. 本研究为双势阱 BEC 的精准调控奠定理论基础, 其调控机制可推广至多维及复杂势场量子体系, 为参数优化提供指导, 相关调控方案可借助文献 [30] 中提供的 BEC 实验方案进行验证.

## 参考文献

- [1] Hu D, Jin S, Yu Z, Shui H, Wang Y, Zhou X 2023 *Opt. Express* **31** 41149
- [2] Berry M V 2009 *J. Phys. A: Math. Theor.* **42** 365303
- [3] Masuda S, Nakamura K 2010 *Proc. R. Soc. A* **466** 1135
- [4] Wu J, Han C, Kong Q 2024 *Commun. Theor. Phys.* **77** 035501
- [5] Muga J G, Chen X, Ibáñez S, Lizuain I, Ruschhaupt A 2010 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **43** 085509
- [6] Zhou X, Jin S, Schmiedmayer J 2018 *New J. Phys.* **20** 055005
- [7] Xu Y, Chen Y, Chen X 2024 *Phys. Rev. A* **109** 063310
- [8] Nakahara M 2022 *Phil. Trans. R. Soc. A* **380** 20210272
- [9] Chen Y, Zhang Z, Lai C K, Liang Y, Shui H, Fu H, Wei F, Zhou X 2025 *Phys. Rev. A* **111** 043303
- [10] Polkovnikov A, Sengupta K, Silva A, Vengalattore M 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 863
- [11] Cazalilla M A, Rigol M 2010 *New J. Phys.* **12** 055006
- [12] Wu Q C, Zhao J L, Zhou Y H, Ye B L, Fang Y L, Zhou Z W, Yang C P 2025 *Phys. Rev. A* **111** 022410
- [13] Dieckmann K, Stan C, Gupta S, Hadzibabic Z, Schunck C, Ketterle W 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 203201
- [14] Regal C, Greiner M, Jin D 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 083201
- [15] Stefanatos D, Ruths J, Li J S 2010 *Phys. Rev. A* **82** 063422
- [16] Dou F, Liu J, Du L 2017 *EPL* **116** 60014
- [17] Vandermause J, Ramanathan C 2016 *Phys. Rev. A* **93** 052329
- [18] Huang T Y, Modugno M, Chen X 2021 *Phys. Rev. A* **104** 063313
- [19] Hoffmann K, Salamon P, Rezek Y, Kosloff R 2011 *EPL* **96** 60015
- [20] Del Campo A 2011 *Phys. Rev. A* **84** 031606
- [21] Rahmani A, Chamon C 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 016402
- [22] Guéry-Odelin D, Ruschhaupt A, Kiely A, Torrontegui E, Martínez-Garaot S, Muga J G 2019 *Rev. Mod. Phys.* **91** 045001
- [23] Del Campo A, Boshier M G 2012 *Sci. Rep.* **2** 648
- [24] Stefanatos D 2013 *Automatica* **49** 3079
- [25] Huang F, Li H B 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 020303 (in Chinese) [黄芳, 李海彬 2011 物理学报 **60** 020303]
- [26] Ying Y J, Li H B 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 130303 (in Chinese) [应耀俊, 李海彬 2023 物理学报 **72** 130303]
- [27] Gillet J, Garcia-March M A, Busch Th, Sols F 2014 *Phys. Rev. A* **89** 023614
- [28] Chen X, Torrontegui E, Muga J G 2011 *Phys. Rev. A* **83** 062116
- [29] Dupont N, Chatelain G, Gabardos L, Arnal M, Billy J, Peaudecerf B, Sugny D, Guéry-Odelin D 2021 *PRX Quantum* **2** 040303
- [30] Amri S, Corgier R, Sugny D, Rasel E M, Gaaloul N, Charron E 2019 *Sci. Rep.* **9** 5346
- [31] Esposito C, Barros M R, Durán Hernández A, Carvacho G, Di Colandrea F, Barboza R, Cardano F, Spagnolo N, Marrucci L, Sciarrino F 2022 *npj Quantum Inf.* **8** 34
- [32] Schaff J F, Song X L, Vignolo P, Labeyrie G 2010 *Phys. Rev. A* **82** 033430
- [33] Schaff J F, Song X L, Capuzzi P, Vignolo P, Labeyrie G 2011 *EPL* **93** 23001
- [34] Bowler R, Gaebler J, Lin Y, Tan T R, Hanneke D, Jost J D, Home J, Leibfried D, Wineland D J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 080502

- [35] Walther A, Ziesel F, Ruster T, Dawkins S T, Ott K, Hettrich M, Singer K, Schmidt-Kaler F, Poschinger U 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 080501
- [36] Koch J, Menon K, Cuestas E, Barbosa S, Lutz E, Fogarty T, Busch T, Widera A 2023 *Nature* **621** 723
- [37] Zhu X Y, Zhu L T, Guo G C, Tu T, Li C F 2025 *Phys. Rev. A* **111** 012621
- [38] Madelung E 1926 *Naturwiss* **14** 1004
- [39] Madelung E 1927 *Z. Phys.* **40** 322
- [40] Modugno M, Pagnini G, Valle-Basagoiti M A 2018 *Phys. Rev. A* **97** 043604
- [41] Mishra C, Busch T, Fogarty T 2025 *New J. Phys.* **27** 033009
- [42] Shen Y, Xu M 2024 *Open Phys.* **22** 20230196
- [43] Liang Y S, Yao B L, Ma B H, Lei M, Yan S H, Yu X H 2016 *Acta Opt. Sin.* **36** 309001 (in Chinese) [梁言生, 姚保利, 马百恒, 雷铭, 严绍辉, 于湘华 2016 *光学学报* **36** 309001]
- [44] Zhou Q Q, Xu S W, Lu J F, Zhou Q, Ji X M, Yin J P 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 153701 (in Chinese) [周巧巧, 徐淑武, 陆俊发, 周琦, 纪宪明, 印建平 2013 *物理学报* **62** 153701]
- [45] Abah O, Paternostro M 2019 *Phys. Rev. E* **99** 022110
- [46] Abah O, Paternostro M, Lutz E 2020 *Phys. Rev. Res.* **2** 023120
- [47] Chin C, Grimm R, Julienne P, Tiesinga E 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1225
- [48] Park J J, Lu Y K, Jamison A O, Tschersbul T V, Ketterle W 2023 *Nature* **614** 54

# Dynamics of shortcut to adiabaticity for Bose-Einstein condensates in a double-well potential\*

LOU Pengyu LI Shengchang<sup>†</sup>

(School of Physics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

( Received 23 December 2025; revised manuscript received 9 January 2026 )

## Abstract

To address the challenge of efficient quantum control of a Bose-Einstein condensate (BEC) in a one-dimensional symmetric double-well potential, we propose a novel shortcuts-to-adiabaticity (STA) dynamical protocol built upon the scaling invariance of the time-dependent Gross-Pitaevskii (GP) equation and the generalized Ermakov equation, with inverse engineering adopted to design the control trajectory. This approach enables high-fidelity quantum state manipulation on significantly shorter timescales, effectively overcoming control difficulties caused by the double-well structure's geometric complexity and inter-well coupling. We constructed two coefficient-dependent STA protocols: one based on the harmonic trap frequency, where fidelity increases with lower and narrower Gaussian barriers and an optimal parameter set maximizes fidelity at fixed control efficiency; the other driven by interaction strength, where fidelity improves with longer evolution times but shows pronounced oscillations and sharp drops in short durations, with higher and narrower central barriers reducing fidelity and the single-well configuration yielding the highest fidelity. This work establishes a theoretical framework for STA-based efficient quantum control of BECs in symmetric double-well systems, which achieves high-fidelity manipulation with drastically reduced evolution times compared to conventional adiabatic methods. The framework lays a theoretical foundation for precise BEC control and is extendable to multi-dimensional and complex trapping potentials, providing practical guidance for parameter optimization in broader quantum engineering applications.

**Keywords:** Bose-Einstein condensate, shortcut to adiabaticity, double-well potential, quantum control

**DOI:** 10.7498/aps.75.20251747

**CSTR:** 32037.14.aps.75.20251747

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12375019, 11974273).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [scli@xjtu.edu.cn](mailto:scli@xjtu.edu.cn)



双势阱中玻色-爱因斯坦凝聚体的绝热捷径动力学

楼鹏宇 栗生长

**Dynamics of shortcut to adiabaticity for Bose-Einstein condensates in a double-well potential**

LOU Pengyu LI Shengchang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 070602 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20251747

CSTR: 32037.14.aps.75.20251747

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251747>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

旋转双势阱中势垒参数对玻色-爱因斯坦凝聚体隐藏涡旋的影响

Influence of barrier parameters in rotating double-well potential on hidden vortices in Bose-Einstein condensate

物理学报. 2025, 74(21): 210304 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20251001>

不对称双势阱中玻色-爱因斯坦凝聚体的动力学

Dynamics of Bose-Einstein condensation in an asymmetric double-well potential

物理学报. 2023, 72(13): 130303 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230419>

可调自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的隧穿动力学

Tunneling dynamics of tunable spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates

物理学报. 2022, 71(21): 210302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220697>

双组分玻色-爱因斯坦凝聚体中PT对称势下的异步量子Kármán涡街

Asynchronous quantum Kármán vortex street in two-component Bose-Einstein condensate with PT symmetric potential

物理学报. 2024, 73(11): 110501 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20232003>

自旋-轨道耦合二分量玻色-爱因斯坦凝聚系统的孤子解

Soliton solutions of the spin-orbit coupled binary Bose-Einstein condensate system

物理学报. 2023, 72(10): 106701 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222319>

双组分玻色-爱因斯坦凝聚体的混溶性

Miscibility of dual-species Bose-Einstein condensates

物理学报. 2023, 72(11): 110302 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230001>