

专题: 超快原子分子光物理

强场非线性康普顿散射的角分辨辐射谱*

吉小虎¹⁾ 刘爱华^{2)†} 焦利光^{1)‡}

1) (吉林大学物理学院, 长春 130012)

2) (吉林大学, 原子与分子物理研究所, 长春 130012)

(2025 年 12 月 29 日收到; 2026 年 2 月 3 日收到修改稿)

基于强场量子电动力学, 系统研究了电子与超短激光脉冲非线性康普顿散射的光子辐射谱角分布. 分别就辐射光子总能量、特定辐射光子能量以及特定辐射谐波阶次三种情况, 详细分析了光子辐射谱随极角和方位角的变化关系. 激光场中电子的运动可近似分解为沿初始入射方向的匀速直线运动和激光场驱动下的横向简谐振动, 其中横向简谐振动导致电子朝特定方向进行多次辐射, 这些辐射相互干涉在辐射谱中形成了复杂的干涉条纹. 通过解析求解电子与单色平面波散射模型, 确定了辐射谱中干涉条纹对应的谐波阶次. 分析表明, 横向简谐振动主导了谐波辐射角分布的精细结构, 而匀速直线运动则决定了辐射的主要方向. 通过经典电磁场理论多极辐射模型, 发现各阶谐波辐射角分布中节点数目等于谐波阶次减一的物理规律, 揭示了电子在激光场中的横向振动与初始匀速运动对辐射角分布的叠加调制效应. 本文研究结果有助于深入理解强激光场中非线性康普顿散射的辐射谱角分布特性, 为相关高亮度辐射源实验与新型相干光源开发提供理论参考.

关键词: 非线性康普顿散射, 强场量子电动力学, 角分辨辐射谱, 高次谐波辐射

DOI: 10.7498/aps.75.20251784

CSTR: 32037.14.aps.75.20251784

1 引言

电子与光子的散射被称为康普顿散射, 是量子电动力学的一个基本过程^[1], 而非线性康普顿散射是电子与强激光场进行的非弹性散射, 在散射过程中电子可吸收大量光子并辐射高能光子. 从线性到非线性康普顿散射的转变由非线性参数 ξ 来衡量, 其定义为 $\xi = |e|E\lambda/(mc^2) = |e|E\lambda_C/(\hbar\omega)$ ^[2-6], 其中 e 和 m 分别表示电子电荷和静止质量; $\lambda_C = \hbar/(mc)$ 代表电子康普顿波长; E , λ 和 ω 分别表示激光电场的振幅、波长和角频率. 非线性参数 ξ 可以理解为激光在一个康普顿波长内传递给电子的能量与激光光子能量的比值^[6]. 非线性参数 $\xi \gtrsim 1$ 时表示可

以发生多光子吸收, 此时非线性效应显著. 非线性参数还常被用于表征激光场强度, 对于电子散射而言, 二者关系为 $I = \xi^2 (\omega/\text{eV})^2 \times 8.9 \times 10^{17} \text{ W/cm}^2$ ^[4]. 早期理论对非线性康普顿散射的研究主要集中在电子和单色平面波散射^[2-4], 这一过程可以被解析求解, 其散射中的动量守恒关系可以表示为 $\delta^{(4)}(q + \ell k - q' - k')$, 这里 $q = p + m^2 \xi^2 k / (4pk)$ 和 $q' = p' + m^2 \xi^2 k / (4p'k)$ 为入射和出射电子在激光场中的准动量, 准动量中第二项由单色激光场对电子施加的振荡运动所产生, k 和 k' 表示入射激光和出射光子的动量, ℓ 表示吸收光子数. 可见, 在单色平面波散射下的动量守恒对出射光子动量进行了严格限定, 出射角度固定后, 出射光子能量便被唯一确定.

* 国家重点研发计划 (批准号: 2022YFE0134200)、国家自然科学基金 (批准号: 12474343, 12174147) 和吉林大学博士研究生科研创新能力提升项目 (批准号: 2024KC048) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: aihualiu@jlu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: ljiao@jlu.edu.cn

随着激光技术的快速发展, 超强超短激光脉冲的出现使非线性康普顿散射成为现实, 同时电子与强激光场相互作用产生的高能 X 射线和 γ 射线也获得了广泛应用 [7-14]. 例如, 高能电子与圆偏振 [15] 或拉盖尔-高斯光束 [16,17] 散射可产生涡旋光子. 增加入射激光的强度可增加电子吸收的光子数量, 从而产生高阶涡旋光子; 增加入射电子的能量可将涡旋光子的能量提升到兆电子伏特 [18-20]. 涡旋光子在其传播方向上具有确定的轨道角动量 [21], 在原子物理 [22-26]、核物理 [27,28] 和粒子物理 [29-34] 等领域有着广泛的应用. 近年来, 理论上对非线性康普顿散射的研究开始转向电子与超短激光脉冲的散射. Seipt 等 [35] 研究了激光包络对光子辐射谱的影响, 他们的计算结果表明, 高斯型包络高强度激光脉冲会导致辐射谱展宽和谱线劈裂, 这一现象被称为有质动力展宽 (ponderomotive broadening). 有质动力展宽来源于激光上升沿和下降沿对电子运动的扰动 [35,36], 有质动力展宽限制了以非线性康普顿散射为工作原理的激光光源亮度. Seipt 等 [36-39] 在后续的工作中指出, 可以通过为激光添加平台区或添加啁啾来抑制有质动力展宽. Mackenroth 等 [6,40] 研究了电子与少周期激光脉冲的散射过程, 并且将入射电子的描述拓展到波包入射 [41], 他们的研究表明, 总辐射谱相当于电子波包中不同动量成分单独散射的结果的叠加, 没有量子相干效应. 最近, Shao 等 [42,43] 将这一模型拓展到电子斜碰和包含静电场的情形, Tang 等 [44-46] 针对出射光子的极化进行了研究. 目前关于非线性康普顿散射的研究主要集中于对辐射谱和出射光子能量之间规律的研究, 而光子出射方向则进行固定. 例如, Mackenroth 等 [6] 固定光子出射方向为沿电子运动方向; Shao 等 [42,43] 固定观测平面为激光偏振平面. 目前理论中尚缺乏对辐射谱角分布的系统研究.

本文主要研究电子与线偏振强激光场发生非线性康普顿散射的角分辨辐射谱, 针对辐射光子总能量、特定辐射光子能量以及特定辐射谐波阶次三种情形详细分析辐射谱的角分布规律. 本文其他部分结构如下: 第 2 节基于强场量子电动力学理论推导辐射谱的表达式; 第 3 节研究对出射光子能量积分后的辐射谱角分布、固定出射光子能量的角分布以及固定谐波阶次的角分布, 并借助经典电动力学多极辐射模型对角分布的复杂结构进行定性

讨论; 第 4 节对全文进行总结. 本文使用费曼标记 $\not{d} = \gamma_\mu a^\mu$, 度规张量 $g^{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1)$ 和 Lorentz-Heaviside 单位制 $\hbar = c = \mu_0 = 1$. 使用光锥坐标系 (light-cone coordinates) $a^+ = a_0 + a_z$ 和 $a^- = a_0 - a_z$ [4]; 两个四矢量并列书写代表其缩并, 例如 $pk = p^\mu k_\mu = p_0 k_0 - p_1 k_1 - p_2 k_2 - p_3 k_3$, 再例如粒子的质量在壳条件为 $p^2 = p_0^2 - p_1^2 - p_2^2 - p_3^2 = E^2 - \mathbf{p}^2 = m^2$.

2 理论方法

首先给出散射过程的示意图, 同时介绍本文使用的符号标记. 电子与激光脉冲发生康普顿散射过程如图 1 所示, 电子沿 z 轴负方向入射, 初始动量为 p ; 激光场沿 z 轴正方向传播, 动量为 k , 偏振方向沿 x 轴方向; 散射后, 出射光子动量为 k' , 出射电子动量为 p' . 入射电子动量可表示为四矢量 $p^\mu = (m\gamma, 0, 0, -m\sqrt{\gamma^2 - 1})$, 其中 γ 为洛伦兹因子, 在本文中选择 $\gamma = 2$. 入射激光场的动量为 $k^\mu = \omega n^\mu$, 其中 $n^\mu = (1, 0, 0, 1)$ 代表激光的传播方向, ω 为激光中心频率. 出射光子动量表示为 $k'^\mu = \omega' n'^\mu$, 其中 ω' 为出射光子能量, n'^μ 为出射光子方向, 在球坐标系下, 出射光子方向可以表示为 $n'^\mu = (1, \sin\theta \cos\varphi, \sin\theta \sin\varphi, \cos\theta)$, 此时极角

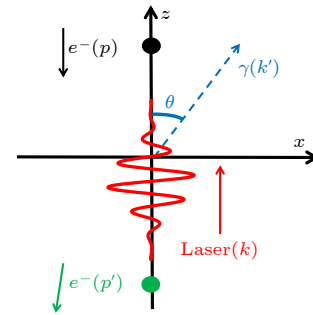


图 1 康普顿散射示意图. 动量为 p 的电子沿 z 轴负方向入射, 用黑色圆点来表示; 入射激光脉冲的动量为 k , 沿 z 轴正方向传播, 在 $x-z$ 平面内偏振, 用红色曲线来表示; 出射电子的动量为 p' , 用绿色圆点来表示; 出射光子动量为 k' , 用蓝色实线来表示

Fig. 1. Schematic diagram of the Compton scattering. The incident electron (represented by the black dot) moves along the negative z -axis with momentum p . The laser pulse (represented by the red curve) propagates along the positive z -axis with momentum k . The outgoing electron with momentum p' is represented by the green dot. The emitted photon with momentum k' is indicated by the blue solid line.

θ 为光子出射方向与 z 轴的夹角, 方位角 φ 为出射方向在 $x-y$ 平面内的投影与 x 轴正方向的夹角. 在强场量子电动力学框架下, 非线性康普顿散射的拉格朗日量为

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(\mathrm{i}\partial - e\mathcal{A} - m)\psi - \frac{1}{4}(F^{\mu\nu})^2 - e\bar{\psi}\mathcal{A}'\psi, \quad (1)$$

其中 \mathcal{A} 为激光场矢势; e , m 和 ψ 为电子的电荷、质量和量子场; \mathcal{A}' 和 $F^{\mu\nu}$ 代表出射光子的量子场和场强张量. 在 Furry 绘景下^[47], 激光与电子相互作用做非微扰计算, 电子与辐射光子的相互作用则基于微扰理论近似处理. 根据欧拉-拉格朗日方程, (1) 式中第一项得到描述强激光场与电子相互作用的狄拉克方程

$$(\mathrm{i}\partial - e\mathcal{A} - m)\psi = 0, \quad (2)$$

其解为电子 Volkov 态^[48],

$$\psi(x) = \left(1 + \frac{ekA}{2kp}\right) u_p \exp\left[-ipx - \mathrm{i}\int_{-\infty}^{\phi} d\phi'\right] \times \left(\frac{epA(\phi')}{kp} - \frac{e^2A^2(\phi')}{2kp}\right). \quad (3)$$

(1) 式中最后一项用于描述光子的辐射过程, 对其进行微扰展开后, S 矩阵领头阶表示为

$$S_{\mathrm{fi}} = -\mathrm{i}e \int \bar{\psi}_{p'\sigma'} \not{\epsilon}'^* e^{\mathrm{i}k'x} \psi_{p\sigma} d^4x, \quad (4)$$

式中 ϵ' 代表出射光子的极化矢量, σ 代表电子自旋. 前文中已选择 z 轴为激光传播方向, 此时激光相位 $\phi = k^\mu x_\mu = \omega(t - z)$ 仅是变量 $t - z$ 的函数, 因此 (3) 式所表示的 Volkov 态中的相位中需要进行数值计算的积分只和变量 $t - z$ 有关, 而与其他坐标量无关. 将 (3) 式代入 (4) 式中, 在关于坐标的积分中, x 方向和 y 方向可被解析表示为 δ 函数. 引入光锥坐标系^[4], 将 t 和 z 两个变量线性组合为 $t + z$ 和 $t - z$ 两个部分, 则 $t + z$ 部分也可被解析表示为 δ 函数, 只有 $t - z$ 部分需要进行数值积分. 最后, 从 S 矩阵中可分离出上述三个 δ 函数和剩余数值积分部分. 复杂推导过程可参考文献^[4-6], S 矩阵最终表达式为

$$S_{\mathrm{fi}} = (2\pi)^3 \frac{-\mathrm{i}e}{\omega} \delta(n(p' + k' - p)) \delta(p'_x + k'_x - p_x) \times \delta(p'_y + k'_y - p_y) \mathcal{M}_{\mathrm{fi}}, \quad (5)$$

其中右侧首个 δ 函数由 $t + z$ 部分积分得到. (5) 式中 $\mathcal{M}_{\mathrm{fi}}$ 为散射振幅

$$\mathcal{M}_{\mathrm{fi}} = u_{p'\sigma'}^\dagger \gamma^0 Z u_{p\sigma} = \bar{u}_{p'\sigma'} Z u_{p\sigma}, \quad (6)$$

其中矩阵 Z 的具体表达式为

$$Z = \not{\epsilon}'^* f_0 + e \left(\frac{f_1 \not{k} \not{\epsilon}'^*}{2kp'} + \frac{\not{\epsilon}'^* \not{k} f_1}{2kp} \right) - \frac{e^2 k \epsilon'^* \not{k}}{2(kp')(kp)} f_2. \quad (7)$$

$f_{0,1,2}$ 可由下式计算得到:

$$f_0 = -(\alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2) / \alpha_3,$$

$$f_1 = \int_{-\infty}^{\infty} A(\eta) \exp\left[\mathrm{i}\left(\alpha_3 \eta + \int_{-\infty}^{\eta} \alpha_1 A(\phi) d\phi + \alpha_2 \int_{-\infty}^{\eta} A^2(\phi) d\phi\right)\right] d\eta,$$

$$f_2 = \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\eta) \exp\left[\mathrm{i}\left(\alpha_3 \eta + \int_{-\infty}^{\eta} \alpha_1 A(\phi) d\phi + \alpha_2 \int_{-\infty}^{\eta} A^2(\phi) d\phi\right)\right] d\eta, \quad (8)$$

(8) 式中, $\alpha_1 = ep'/(kp') - ep/(kp)$, $\alpha_2 = e^2/(2kp) - e^2/(2kp')$, $\alpha_3 = (p'^+ + k'^+ - p^+)/2\omega$, 这里 $p^+ = p_0 + p_z$. 由于 (5) 式中只包含三个 δ 函数, 所以出射光子的能量和方向可以任意选择. 对 S_{fi} 矩阵取模方, 对入射电子自旋求平均, 出射电子和光子的自旋求和, 对出射电子动量进行积分从而消除 (5) 式中的三个 δ 函数, 得到能量和角度分辨的光子辐射谱^[4-6]:

$$\frac{dE}{d\omega' d\Omega} = \frac{e^2 \omega'^2}{16(2\pi)^3 p^- p'^- \omega^2} \sum_{\epsilon'} \sum_{\sigma, \sigma'} |M_{\mathrm{fi}}|^2. \quad (9)$$

为了计算 $|M_{\mathrm{fi}}|^2$, 需先计算 M_{fi} 的转置复共轭 M_{fi}^\dagger , 其表示为

$$M_{\mathrm{fi}}^\dagger = u_{p\sigma}^\dagger Z^\dagger \gamma^0 u_{p'\sigma'} = u_{p\sigma}^\dagger \gamma^0 \gamma^0 Z^\dagger \gamma^0 u_{p'\sigma'} = \bar{u}_{p\sigma} \bar{Z} u_{p'\sigma'}, \quad (10)$$

因此 $|M_{\mathrm{fi}}|^2$ 可表示为

$$|M_{\mathrm{fi}}|^2 = \bar{u}_{p'\sigma'} Z u_{p\sigma} \bar{u}_{p\sigma} \bar{Z} u_{p'\sigma'} = \mathrm{tr} [u_{p'\sigma'} \bar{u}_{p'\sigma'} Z u_{p\sigma} \bar{u}_{p\sigma} \bar{Z}]. \quad (11)$$

利用电子自旋求和公式 $\sum_{\sigma} u_{p\sigma} \bar{u}_{p\sigma} = \not{p} + m$, 同时考虑到奇数个 γ 矩阵的迹为零, 可以得到

$$\sum_{\sigma, \sigma'} |M_{\mathrm{fi}}|^2 = \mathrm{tr} [\not{p} Z \not{p} \bar{Z}] + m^2 \mathrm{tr}[Z \bar{Z}]. \quad (12)$$

将 (12) 式代入 (9) 式, 可得能量和角度分辨的光子辐射谱:

$$\frac{dE}{d\omega' d\Omega} = \frac{e^2 \omega'^2}{16(2\pi)^3 p^- p'^- \omega^2} \times \sum_{\epsilon'} (\mathrm{tr} [\not{p} Z \not{p} \bar{Z}] + m^2 \mathrm{tr}[Z \bar{Z}]), \quad (13)$$

其中 $\bar{z} = \gamma^0 z^\dagger \gamma^0$. 从 (13) 式可以发现辐射谱是出射光子能量 ω' 和角度 Ω 的函数, 在实际计算中需首先选定出射光子动量, 随后根据 (5) 式中三个 δ 函数和电子质量在壳 (on-shell) 条件 $p'^2 = m^2$ 确定出射电子动量, 经数值计算得到 $\alpha_{1,2,3}$ 和 $f_{0,1,2}$, 最终代入 (13) 式得到光子辐射谱.

入射激光场矢势可表示为

$$A^\mu(\phi) = \frac{m\xi}{e} h(\phi) \text{Re} \left[e^{i(\phi + \phi_{\text{cep}})} \varepsilon^\mu \right], \quad (14)$$

其中 $\phi = k^\mu x_\mu = \omega(t - z)$ 为激光相位, ϕ_{cep} 代表载波包络相位, ε 为激光极化矢量. 本文中设置激光沿着 x 轴线偏振极化, 即 $\varepsilon^\mu = (0, 1, 0, 0)$; 激光中心频率为 $\omega = 1.55$ eV, 即激光波长为 800 nm; 非线性参数 $\xi = 1.5$, 对应激光场强度为 $I = 4.811 \times 10^{18}$ W/cm²; 载波包络相位 $\phi_{\text{cep}} = \pi/2$; 激光包络函数 $h(\phi)$ 为

$$h(\phi) = \begin{cases} \sin^2\left(\frac{\pi\phi}{2T}\right), & 0 \leq \phi < T, \\ 1, & T \leq \phi \leq 5T, \\ \cos^2\left(\frac{\pi\phi - 5T}{2T}\right), & 5T < \phi \leq 6T, \\ 0, & \text{else.} \end{cases} \quad (15)$$

激光周期为 $T = 2\pi$. 本文选取超短激光脉冲持续时间为 6 个光学周期, 包括 1 个周期的上升沿, 4 个周期的平台区和 1 个周期的下降沿.

3 结果与讨论

电子在激光场驱动下主要在激光偏振平面内做振荡运动, 从图 1 可见, 电子在 $x-z$ 平面内振荡, 因此光子辐射谱在 $x-z$ 平面内较为丰富. 首先固定观测方向在 $x-z$ 平面内, 此时光子出射方位角 $\varphi = 0^\circ, 180^\circ$, 其中 $\varphi = 0^\circ$ 代表观测平面 $x > 0$ 部分, $\varphi = 180^\circ$ 代表 $x < 0$ 部分. 光子辐射谱与出射光子能量 ω' 和出射极角 θ 的关系如图 2(a) 所示. 图中扩展了极角的定义, $0^\circ < \theta < 180^\circ$ 代表 $x-z$ 平面内 $x > 0$ 部分, 即 $\varphi = 0^\circ$; $180^\circ < \theta < 360^\circ$ 代表 $x-z$ 平面内 $x < 0$ 部分, 即 $\varphi = 180^\circ$. 可以发现光子辐射主要集中于 $\theta = 180^\circ$ 附近, 也即电子入射方向. 这一现象可通过经典电动力学中的高能电子辐射理论来解释: 高速运动电子产生的辐射主要集中于沿电子运动方向, 大小为 $\Delta\theta \approx 1/\gamma$ 的锥角内, 对于 $\gamma = 2$, 锥角大小为 28.6° , 即 $151.4^\circ < \theta < 208.6^\circ$,

图 2(a) 中的计算结果与经典电动力学理论预测一致. 从图 2(a) 和图 2(b) 还可以发现, 无论在 $x-z$ 平面还是 $y-z$ 平面, 能量分辨的光子辐射谱展现出多峰结构, 都表明了高次谐波辐射的产生. 这里基于电子与单色平面波散射理论来阐述多峰结构的形成及规律. 电子与单色平面波的散射可以解析求解, 根据散射过程中动量守恒关系 $\delta^{(4)}(q + \ell k - q' - k')$, 光子出射能量和出射角度与谐波阶次之间的关系为 [4,36]

$$\omega' = \frac{\ell(pk)}{(q + \ell k)n'} = \frac{\ell\omega}{1 + \kappa\gamma(1 - \beta)(1 - \cos\theta)}, \quad (16)$$

其中函数 κ 表示为 $\kappa \equiv \ell\omega/m - \beta\gamma + \xi^2\gamma(1 - \beta)/4$, ℓ 为吸收光子数, β 为电子速度, 其他符号含义与示意图图 1 中一致. 由于入射电子动量和激光传播方向都沿 z 轴, 所以散射过程关于方位角 φ 对称, (16) 式与方位角 φ 无关. 根据 (16) 式可以得到图 2(a) 中的白色虚线, 线条从左到右依次对应吸收光子数 $\ell = 1 - 10$. 对于 ℓ 值更大的多光子吸收过程, 也可以被这一公式预言, 为保证清晰起见, 图 2(a) 中未给出. 因此, 辐射谱中出射光子能量分辨的干涉结构为电子吸收多个光子后放出一个光子的过程, 即高阶谐波的产生. 对于特定谐波阶次, 其 θ 角度分辨的辐射谱也存在干涉结构, 导致谱线断裂. 本文从经典电动力学的角度对这一干涉现象进行解释: 将电子运动分解为沿 z 轴负方向上的近似匀速直线运动和沿 x 轴方向被激光周期性驱动的简谐运动; 由于简谐运动, 在一个激光周期内电子会对某一方向进行两次辐射, 两次辐射之间会产生周期内干涉; 而在不同周期间运动的电子对某一方向的辐射可发生周期间干涉. 光子出射能量分辨的辐射谱干涉结构由周期间干涉产生, 光子出射角度分辨的辐射谱干涉结构由周期内干涉产生. 将观测方向固定在 $y-z$ 平面, 即与激光偏振平面垂直, 光子辐射谱如图 2(b) 所示. 可以看出, 辐射谱的形状比图 2(a) 简单, 偶数次谐波几乎完全被抑制, 奇数次谐波完整显示, 所有谐波位置与 (16) 式预测结果相符合.

(13) 式中所给出的能量和角度分辨辐射谱 $dE/(d\omega'd\Omega)$ 对出射光子能量进行积分后得到光子总能量下的角分辨辐射谱 $dE/d\Omega$, 结果如图 3 所示. 各阶谐波贡献叠加在一起形成了复杂的辐射谱角分布. 在极角方向, 辐射集中于 $\theta = 180^\circ$ 附近, 即图中心位置; 而在方位角方向上, 辐射谱呈椭圆形,

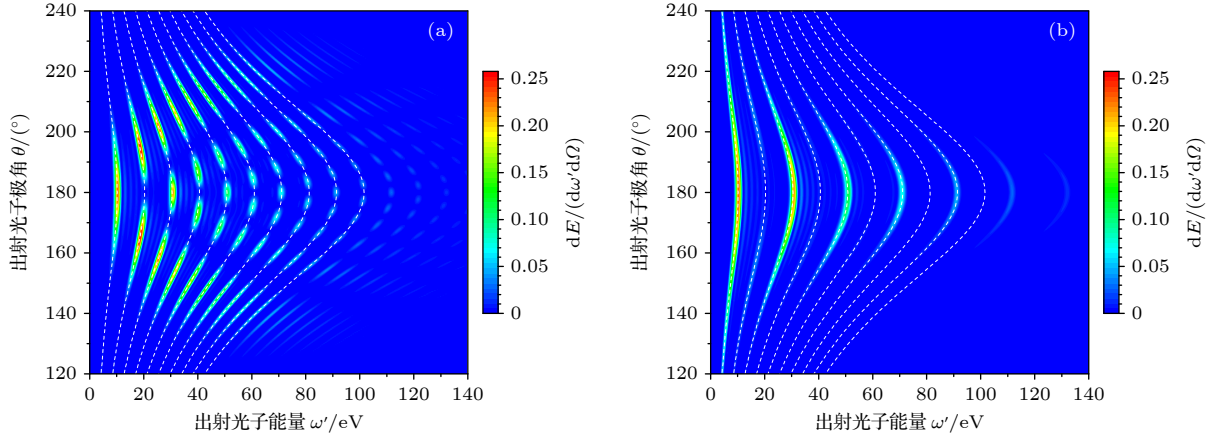


图 2 光子辐射谱 $dE/(d\omega'd\Omega)$ 随出射光子能量 ω' 和极角 θ 的变化关系 (a) 观测平面为 x - z 平面; (b) 观测平面为 y - z 平面. 入射电子洛伦兹因子为 $\gamma = 2$, 非线性参数为 $\xi = 1.5$

Fig. 2. Photon emission spectrum $dE/(d\omega'd\Omega)$ as a function of the emitted photon energy ω' and polar angle θ : (a) Observing in the x - z plane; (b) observing in the y - z plane. The Lorentz factor of the incident electron is $\gamma = 2$ and the nonlinear parameter is $\xi = 1.5$.

长半轴位于 $\varphi = 0^\circ$ 和 $\varphi = 180^\circ$, 即 x 轴方向上, 短半轴位于 $\varphi = 90^\circ$ 和 $\varphi = 270^\circ$, 即 y 轴方向上, 这与电子由线偏振激光驱动在 x 轴上做简谐振动一致.

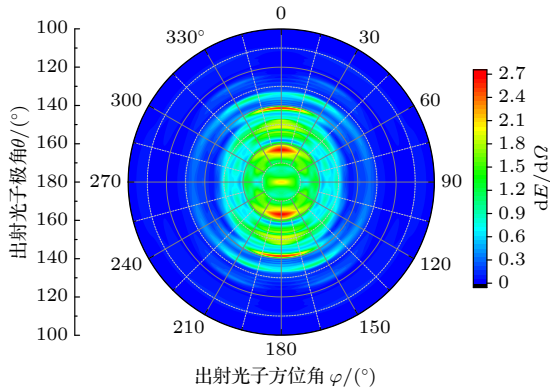


图 3 对光子出射能量积分后的光子总能量角分辨辐射谱 $dE/d\Omega$ 与出射光子极角 θ 和方位角 φ 的关系

Fig. 3. Photon emission spectrum $dE/d\Omega$ integrated over emitted photon energy as a function of polar angle θ and azimuthal angle φ .

为了更清晰地理解辐射谱的角分布特性, 首先固定出射光子能量, 研究光子辐射谱对极角与方位角的变化规律. 从图 2(a) 可以发现, 在 $\theta = 180^\circ$ 方向上, 辐射谱交替存在峰值和谷值. 依次选择两个峰值对应的出射光子能量, 即 $\omega' = 10.36, 30.91$ eV, 其光子辐射谱角分布分别如图 4(a) 和图 4(b) 所示. 可以看到, $\omega' = 10.36$ eV 时辐射谱近似形成同心圆环, 即这些辐射具有相同的极角 θ , 不同半径的同心圆环代表不同阶次的谐波发射. 谐波阶次同样可以利用电子与单色平面波散射的结果来确定, 从 (16) 式出发, 解出 θ 可得:

$$\theta = \arccos\left(1 - \frac{\ell\omega - \omega'}{\omega'\kappa\gamma(1 - \beta)}\right). \quad (17)$$

对于图 4(a), 将 $\omega' = 10.36$ eV 代入 (17) 式中, 可以发现 $\ell = 1$ 和 $\ell = 2$ 分别对应于 $\theta = 180^\circ$ 和 $\theta = 130^\circ$, 因此图 4(a) 中心圆环对应一阶谐波发射, 外部 4 个较低峰形成的圆环则对应二阶谐波发射. 对于图 4(b), 将 $\omega' = 30.91$ eV 代入 (17) 式中, 发现当 $\ell = 1, 2$ 时方程无解, 而 $\ell = 3, 4, 5, 6$ 分别得到 $\theta = 180^\circ, 152^\circ, 140^\circ, 130^\circ$, 可见图 4(b) 中 4 个同心圆环依次对应 3, 4, 5 和 6 阶谐波发射. 其次从图 2(a) 中选择 2 个谷值所对应的光子能量位置, 即 $\omega' = 20.64, 41.00$ eV, 其光子辐射谱角分布分别如图 4(c) 和图 4(d) 所示. 对于图 4(c), 将 $\omega' = 20.64$ eV 代入 (17) 式中可得, $\ell = 1$ 时无解, $\ell = 2, 3, 4$ 分别得到 $\theta = 180^\circ, 146^\circ, 130^\circ$, 对应图 4(c) 中从中心依次向外的 3 个同心圆. 然而, 对于二阶谐波辐射, 由于存在周期内干涉导致在 $\theta = 180^\circ$ 处干涉相消, 因此二阶谐波辐射为瓣状结构. 对于图 4(d), 将 $\omega' = 41.00$ eV 代入 (17) 式中可得, $\ell = 1, 2, 3$ 时无解, $\ell = 4, 5, 6, 7, 8$ 分别得到 $\theta = 180^\circ, 156^\circ, 145^\circ, 137^\circ, 130^\circ$, 对应从中心依次向外的 5 个同心圆. 同样, 四阶谐波辐射由于存在周期内干涉导致在 $\theta = 180^\circ$ 处干涉相消, 形成与图 4(c) 中二阶谐波辐射类似的瓣状结构.

从图 4 整体而言, 辐射谱主要位于 $\varphi = 0^\circ$ 和 180° 方向, 即 x 轴方向, 这与激光的偏振方向一致. 但是, 依然有少量辐射分布于其他方位角, 例如, 在图 4(a) 中, 位于极角 $\theta = 130^\circ$ 附近的二阶谐波

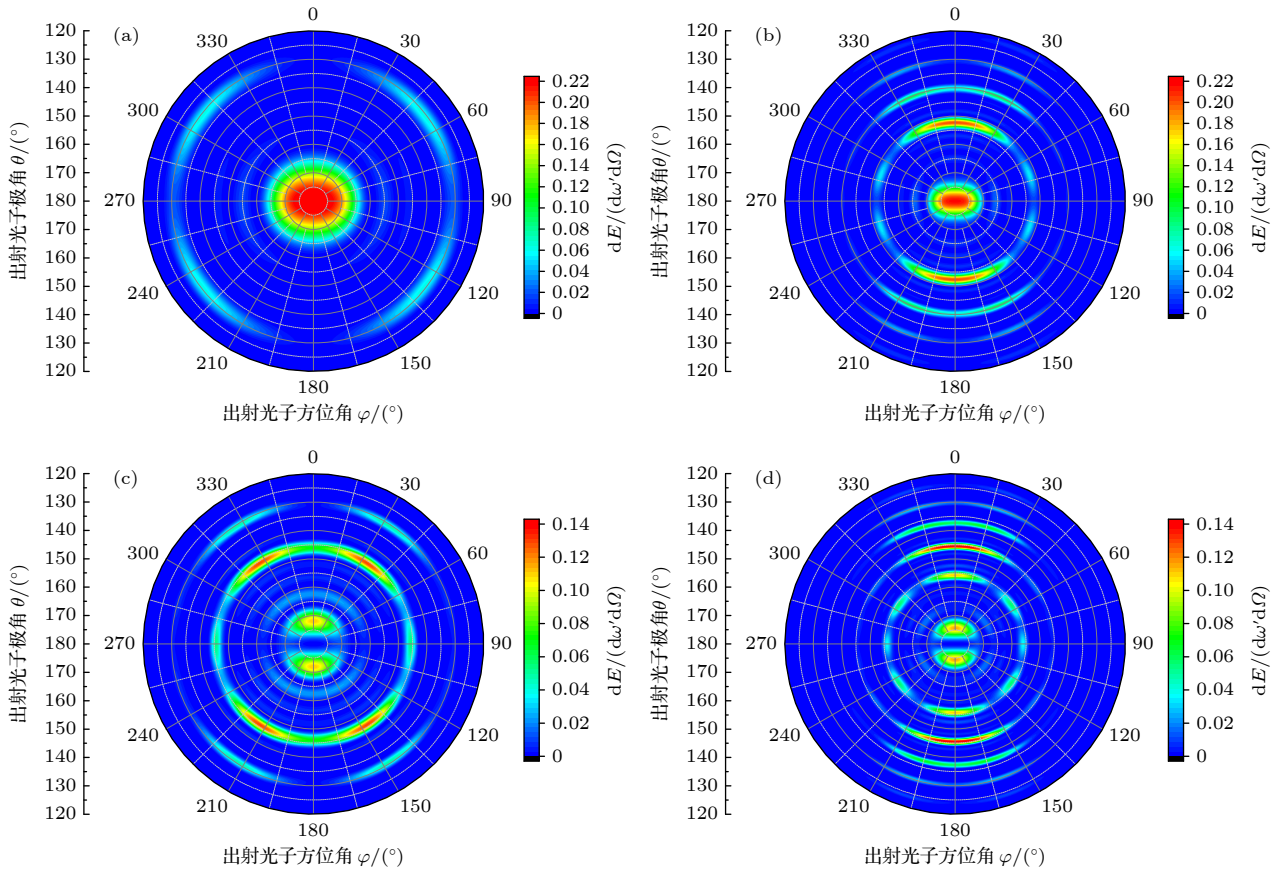


图4 辐射谱 $dE/(d\omega'd\Omega)$ 在固定出射光子能量下随极角 θ 和方位角 φ 的变化规律 (a), (b), (c) 和 (d) 分别对应出射光子能量 $\omega' = 10.36, 30.91, 20.64, 41.00$ eV

Fig. 4. Photon emission spectrum $dE/(d\omega'd\Omega)$ as a function of polar angle θ and azimuthal angle φ at fixed emitted photon energies. Panels (a), (b), (c), and (d) correspond to emitted photon energies $\omega' = 10.36, 30.91, 20.64, 41.00$ eV, respectively.

在 $\varphi = 60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ$ 处存在较强辐射, 数值约为 0.06 eV. 回顾图 2(a), 二阶谐波峰值的量级约为 0.25 eV, 但是在靠近 $\omega' = 10.36$ eV 处的尾部, 数值降低. 由此可见, 图 4(a) 中所展现的二阶谐波只是完整的二阶谐波的尾部. 其他图中偏离 $\varphi = 0^\circ$ 和 $\varphi = 180^\circ$ 方向出现的较弱辐射也可以被类似地确定为不同阶次谐波的尾部. 从图 4 还可以看出, 在不同阶谐波之间还展现出一些精细结构, 例如, 在图 4(c) 中 $\theta = 160^\circ$ 处有一些微弱辐射, 类似的辐射在图 2(a) 中 $\omega' \approx 11$ eV 处也被观测到, 这一现象由激光脉冲的有质动力展宽所产生. 有质动力展宽是由激光脉冲上升沿和下降沿所产生的, 此时随时间变化的激光场强对电子的辐射过程产生了干扰. 由于本文所选用的激光脉冲具有较长的平台区, 因此可以有效抑制有质动力展宽, 每一阶谐波仅有一个占主导的峰值, 从而可以更清晰地展示光子辐射谱的角分布.

上述研究中, 固定出射光子能量给出光子辐射谱和极角与方位角之间关系, 但此方式并不能直观

地展现各阶谐波辐射的角分布特性. 为了研究某一特定阶次谐波的辐射角分布, 理想情况下需在给定 θ 和 φ 后唯一地确定出射光子能量 ω' . 得益于本研究所选择的激光场对有质动力展宽的有效抑制, 可近似使用 (16) 式来通过 θ 确定 ω' . 此时, 光子辐射谱便只和出射角 θ 和 φ 以及谐波阶次 ℓ 有关. 以 $\ell = 1, 2, 3, 8$ 阶谐波为例, 图 5 展示了给定谐波下的光子辐射角分布. 各阶谐波辐射谱都集中于 $\theta = 180^\circ$ 附近, 并且随着谐波阶次的增加分布范围更广且呈现多峰结构. 对于一阶谐波, 即电子吸收一个光子再放出一个光子的线性过程, 辐射谱在 $\varphi = 90^\circ$ 和 $\varphi = 270^\circ$ 方向出现峰值, 这一角分布与偶极辐射角分布一致. 对于二阶谐波, 辐射谱在 4 个方向存在峰值, 与四极辐射的角分布一致. 而更高阶谐波的角分布则集中于 $\varphi = 0^\circ$ 和 $\varphi = 180^\circ$, 即平行于 x 轴方向. 图 5 中展现的另一个有趣规律是各阶谐波辐射谱的节点数量与谐波的阶次有确定关系, 即谐波辐射谱中的节点数量等于谐波阶次减一, 这一规律对所有阶次的谐波皆成立. 下面从

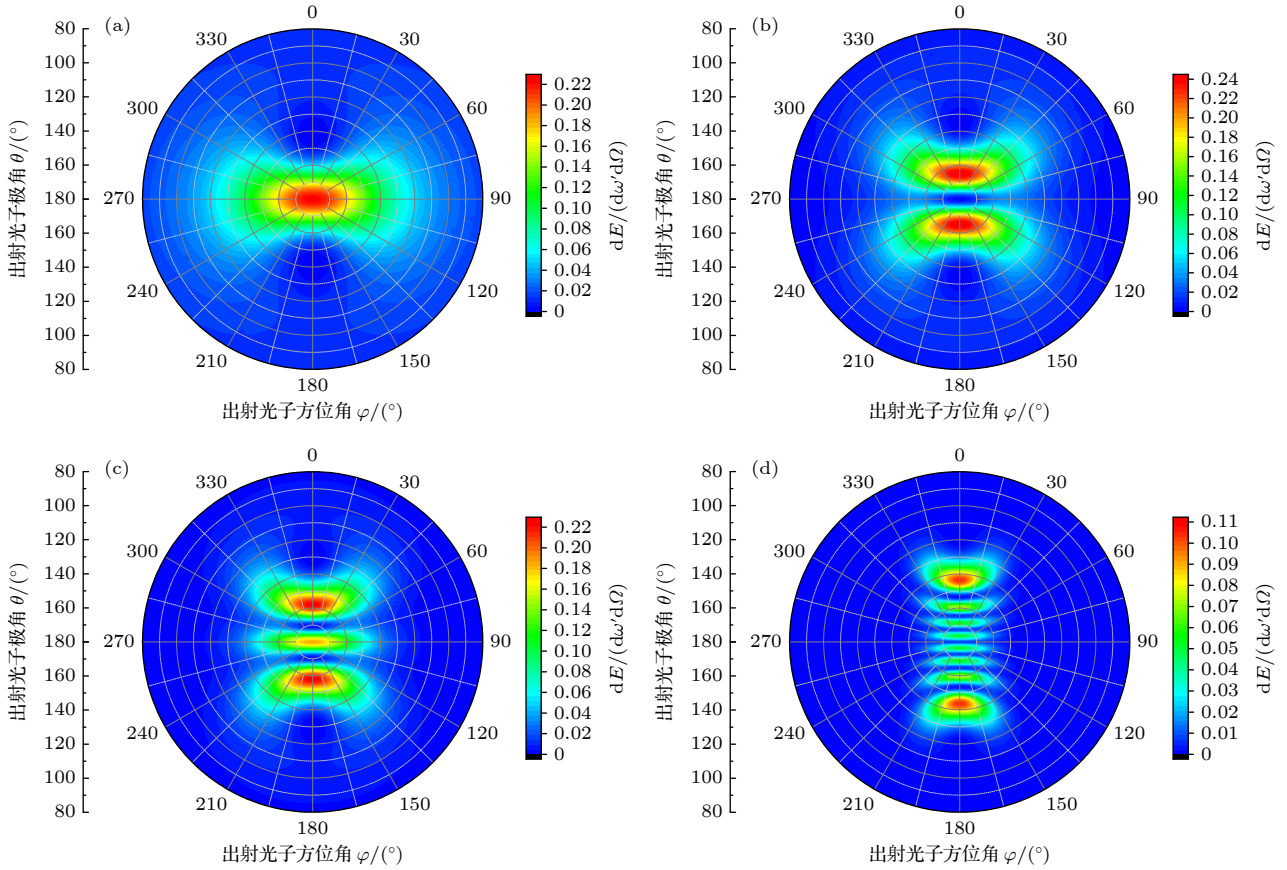


图5 辐射谱 $dE/(d\omega'd\Omega)$ 在固定产生谐波阶次下随极角 θ 和方位角 φ 的变化规律 (a), (b), (c) 和 (d) 分别对应 $\ell = 1, 2, 3$ 和 8 阶谐波辐射谱

Fig. 5. Photon emission spectrum $dE/(d\omega'd\Omega)$ as a function of polar angle θ and azimuthal angle φ at fixed harmonic orders. Panels (a), (b), (c), and (d) correspond to harmonic orders $\ell = 1, 2, 3$, and 8, respectively.

经典电磁场辐射理论出发, 对固定谐波阶次的辐射谱中的节点数量进行定性讨论.

一阶和二阶谐波辐射谱角分布与偶极和四极辐射角分布的相似性表明高阶谐波与电磁场多极辐射之间存在联系. 从总角动量守恒角度出发, ℓ 阶谐波的产生过程为电子吸收 ℓ 个光子后放出一个光子, 由于激光场光子的自旋角动量为 1, 因此出射阶次为 ℓ 的谐波具有 ℓ 的总角动量. 根据经典电磁场多极辐射理论^[49,50], 将电磁场所满足的波动方程向矢量球谐函数 $\mathbf{X}_{\ell m}$ 展开进而求解, 所得电磁场的总角动量为 ℓ , 这表明量子电动力学计算所得的阶次为 ℓ 的谐波与经典电动力学中极次为 ℓ 的多极辐射存在一致性. 综上所述, 不同阶次谐波的辐射谱角分布可通过多极辐射理论所预测的辐射角分布近似描述. 经典电动力学多极辐射理论中辐射功率的角分布为^[50]

$$\frac{dP(\ell, m)}{d\Omega} \propto |\mathbf{X}_{\ell m}|^2, \quad (18)$$

其中 ℓ 为辐射极次, m 描述辐射功率在方位角 φ 方

向上的变化, \mathbf{X} 为用于描述角分布的矢量球谐函数, 其和常用的球谐函数关系为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{\ell m}(\theta, \varphi) &= \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell-1)}} \hat{\mathbf{L}} Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \\ &= \frac{-i}{\sqrt{\ell(\ell-1)}} \left(\hat{e}_\varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \hat{e}_\theta \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) Y_{\ell m}(\theta, \varphi), \quad (19) \end{aligned}$$

其中 $\hat{\mathbf{L}}$ 为角动量算符. 式中 θ 和 φ 为极化方向平行于 z 轴时的极角和方位角. 若系统具有关于 φ 的对称性, 则 $m = 0$.

图 6(a) 展示当前使用的球坐标系, 极角 θ 定义为出射方向与 z 轴正方向的夹角, 方位角 φ 为出射光子动量在 $x-y$ 平面内的投影与 x 轴正方向的夹角. 在激光驱动下电子的运动可以被近似认为沿着 z 轴负方向的匀速直线运动和沿着 x 轴的简谐振动, 辐射谱的复杂结构主要由电子在 x 轴方向的简谐振动产生, 而这一振动并不具有 φ 方向上的对称性. 为了充分利用电子运动的对称性, 这里定义新的球坐标系, 如图 6(b) 所示. 新的极角 θ' 定义为出

射方向与 x 轴正方向的夹角, 方位角 φ' 为出射光子动量在 y - z 平面的投影与 y 轴正方向的夹角. 新旧球坐标系之间的变量可以通过相应的直角坐标系建立联系, 具体表达式为

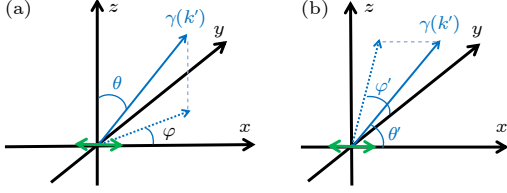


图 6 (a) 常规定义的球坐标系; (b) 本文重新定义后的球坐标系. 其中蓝色实线代表光子出射方向, 蓝色点线代表出射方向在 (a) 图中 x - y 平面和 (b) 图中 y - z 平面内的投影, 绿色实线表示激光驱动下电子的简谐振动方向

Fig. 6. (a) Conventional spherical coordinate system; (b) the redefined spherical coordinate system. The blue solid line indicates the photon emission direction, the blue dotted line is the projection of the emission direction into the x - y plane in panel (a) and y - z plane in panel (b), the green solid line represents the direction of electron's oscillation driven by the laser field.

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = r \cos \theta', \\ y = r \sin \theta' \cos \phi', \\ z = r \sin \theta' \sin \phi'. \end{cases} \quad (20)$$

通过 (20) 式可将原定义在 θ 和 φ 下的辐射谱角分布转换为定义在 θ' 和 φ' 中的函数.

将电子运动在 x 轴方向和 z 轴方向分解, 首先仅考虑电子在 x 轴上的简谐振动, 此时电子辐射的电磁场具有 φ' 的对称性. 由 (19) 式及讨论可知 $m = 0$, 因此只需考虑多极辐射中的 $m = 0$ 部分, 此时 (19) 式中矢量球谐函数仅与 θ' 有关:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{\ell 0}(\theta') &= \frac{-i}{\sqrt{\ell(\ell-1)}} \frac{\partial}{\partial \theta'} Y_{\ell m}(\theta') \hat{e}_{\varphi} \\ &= -i \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi\ell(\ell-1)}} \frac{\partial P_{\ell}(\cos \theta')}{\partial \theta'} \hat{e}_{\varphi} \\ &= i \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi\ell(\ell-1)}} \sin \theta' P'_{\ell} \hat{e}_{\varphi}, \end{aligned} \quad (21)$$

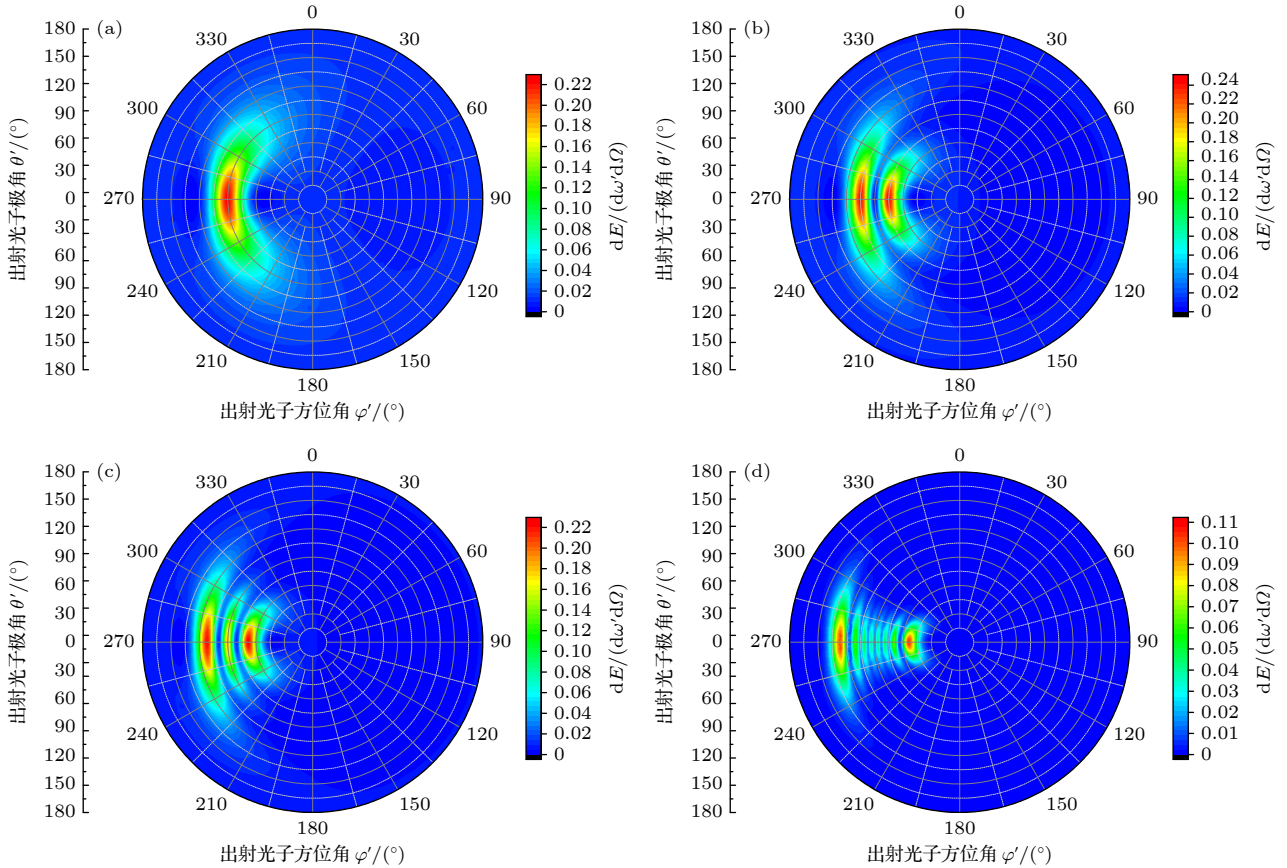


图 7 辐射谱 $dE/(d\omega'd\Omega')$ 随出射光子极角 θ' 和方位角 φ' 的变化规律, 其中 θ' 和 φ' 定义由图 6(b) 给出. (a), (b), (c) 和 (d) 分别对应 $\ell = 1, 2, 3$ 和 8 阶谐波辐射谱

Fig. 7. Photon emission spectrum $dE/(d\omega'd\Omega')$ as a function of redefined polar angle θ' and azimuthal angle φ' , where θ' and φ' are defined in Fig. 6(b). Panels (a), (b), (c), and (d) correspond to the radiation spectra from harmonic orders of $\ell = 1, 2, 3$, and 8, respectively.

其中 P'_ℓ 代表 ℓ 阶勒让德多项式一阶导数. 将 (21) 式代入 (18) 式中可得在新定义的球坐标系中的辐射谱角分布:

$$\frac{dP}{d\Omega} \propto \sin^2 \theta' [P'_\ell(\cos \theta')]^2. \quad (22)$$

辐射谱节点可由上述新定义球坐标系下辐射角分布公式确定. 由于 (22) 式中含有 $\sin^2 \theta'$, 因此辐射谱在 $\theta' = 0^\circ$ 和 $\theta' = 180^\circ$ 存在零点, 而其节点则由勒让德多项式一阶导数零点给出. 已知 ℓ 阶勒让德多项式一阶导数存在 $\ell - 1$ 个零点, 因此对于 ℓ 极辐射, 在 θ' 方向上除了 $\theta' = 0^\circ$ 和 $\theta' = 180^\circ$ 零点外, 应有 $\ell - 1$ 个节点.

图 7 展示了在新定义球坐标系下辐射谱的角分布 $dE/(d\omega'd\Omega')$, 其中角变量定义为 θ' 和 φ' , 其余参数与图 5 保持一致. 图 7(a) 所展示的一阶谐波对应 (22) 式中 $\ell = 1$, 即偶极辐射, 此时辐射谱除 $\theta' = 0^\circ$ 和 $\theta' = 180^\circ$ 零点外没有节点; 图 7 中其他阶次谐波皆满足 ℓ 阶谐波应具有 $\ell - 1$ 个节点的规律, 例如, 图 7(d) 中展示的 8 阶谐波有 7 个节点. (22) 式表示的辐射谱角分布与方位角 φ' 无关. 考虑到电子除了在激光场驱动下沿 x 轴做简谐振动外, 还有沿着 z 轴负方向的匀速直线运动. 由于电子的运动速度较快 ($\gamma = 2$), 根据前文中已提到的经典电动力学中关于高能电子辐射的理论: 高速运动电子产生的辐射主要集中于沿电子运动方向, 大小为 $\Delta\theta \approx 1/\gamma$ 的锥角内, 对于 $\gamma = 2$, 锥角大小为 28.6° . 在新定义的球坐标系 θ' 和 φ' 中, z 轴负方向为 $\varphi' = 270^\circ$, 因此辐射光子应分布于 $241.4^\circ < \varphi' < 298.6^\circ$ 区域, 这与图 7 所展示的辐射谱一致. 综上所述, 高阶谐波辐射谱的角分布由电子沿着入射方向的匀速直线运动和在激光驱动下的简谐振动共同决定.

4 结 论

本文在强场量子电动力学框架下, 通过数值计算与理论分析, 系统研究了电子与超短脉冲激光发生非线性康普顿散射过程中辐射光子的角分布特性. 在固定光子出射能量下, 辐射谱角分布呈现一系列由不同阶次谐波构成的同心圆环结构. 在固定谐波阶次下, 对辐射谱角分布进一步分析, 发现存在普适规律: 第 ℓ 阶谐波的角分布中, 节点的数目等于 $\ell - 1$. 这一规律与经典多极辐射理论所预言

的辐射模式一致. 辐射谱的角分布整体上由电子在激光场中的运动决定, 因此角分布特征的物理本质可以通过分解电子运动来定性分析. 其中电子沿入射方向的匀速直线运动决定辐射的主要朝向, 使其集中分布在一个狭窄的锥角内; 而电子在激光场驱动下的横向简谐振动则决定了角分布的精细干涉结构, 即辐射谱关于节点数量的规律. 电子横向振动与纵向匀速运动共同决定了不同谐波辐射谱的角分布. 本研究从角分辨维度揭示了非线性康普顿散射的丰富物理图像, 明确了电子准经典运动与量子辐射特征之间的对应关系, 所得结论不仅为深入理解强场高阶谐波辐射机制提供了新视角, 也为基于非线性康普顿散射设计特定角分布、能量和轨道角动量的新型光源及相关强场物理实验提供了理论依据.

参考文献

- [1] Peskin M E, Schroeder D V 1995 *An Introduction to Quantum Field Theory* (Reading: Addison-Wesley) pp158–167
- [2] Ritus V I 1985 *J. Russ. Laser Res.* **6** 497
- [3] Harvey C, Heinzl T, Ilderton A 2009 *Phys. Rev. A* **79** 063407
- [4] Mackenroth F 2014 *Quantum Radiation in Ultra-Intense Laser Pulses* (Cham: Springer) pp21–96
- [5] Mackenroth F 2009 *Ph. D. Dissertation* (Heidelberg: Ruprecht-Karls-University Heidelberg)
- [6] Mackenroth F, Piazza A D 2011 *Phys. Rev. A* **83** 032106
- [7] Albert F, Anderson S, Gibson D, Hagemann C, Johnson M, Messerly M, Semenov V, Shverdin M, Rusnak B, Tremaine A, Hartemann F, Siders C, McNabb D, Barty C 2010 *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **13** 070704
- [8] Albert F, Anderson S G, Gibson D J, Marsh R A, Wu S S, Siders C W, Barty C P J, Hartemann F V 2011 *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **14** 050703
- [9] Gales S, Tanaka K A, Balabanski D L, et al. 2018 *Rep. Prog. Phys.* **81** 094301
- [10] Krämer J M, Jochmann A, M Budde M, et al. 2018 *Sci. Rep.* **8** 1398
- [11] Karagodsky V, Schächter L 2011 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **53** 014007
- [12] Geddes C G R, Rykovanov S, Matlis N H, et al. 2015 *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B* **350** 116
- [13] Qiu Y Y, Yang Y J, Guo Y C, Wei Z Y, Wang B B 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 150301 (in Chinese) [邱媛媛, 杨玉军, 郭迎春, 魏志义, 王兵兵 2025 物理学报 **74** 150301]
- [14] Shi S, Chen J, Yang Y, Yan Z C, Liu X, Wang B 2022 *Opt. Express* **30** 1664
- [15] Ababekri M, Guo R T, Wan F, Qiao B, Li Z, Lv C, Zhang B, Zhou W, Gu Y, Li J X 2024 *Phys. Rev. D* **109** 016005
- [16] Ju L, Zhou C, Huang T, Jiang K, Wu C, Long T, Li L, Zhang H, Yu M, Ruan S 2019 *Phys. Rev. Appl.* **12** 014054
- [17] Zhu X L, Yu T P, Chen M, Weng S M, Sheng Z M 2018 *New J. Phys.* **20** 083013
- [18] Chen Y Y, Hatsagortsyan K, Keitel C 2019 *Matter Radiat.*

- Extremes* 4 024401
- [19] Bogdanov O, Kazinski P, Lazarenko G 2019 *Phys. Rev. D* **99** 116016
- [20] Jiang J J, Zhuang K H, Chen J D, Li J X, Chen Y Y 2025 *Phys. Rev. Lett.* **134** 153802
- [21] Knyazev B A, Serbo V 2018 *Phys. Usp.* **61** 449
- [22] Andersen M, Ryu C, Cladé P, Natarajan V, Vaziri A, Helmerson K, Phillips W 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 170406
- [23] Guthrey P, Kaplan L, McGuire J H 2014 *Phys. Rev. A* **89** 043826
- [24] Kaneyasu T, Hikosaka Y, Fujimoto M, Konomi T, Katoh M, Iwayama H, Shigemasa E 2017 *Phys. Rev. A* **95** 023413
- [25] Chen Y, Zhou Y, Li M, Liu K, Ciappina M F, Lu P 2023 *Phys. Rev. A* **107** 033112
- [26] Das B K, Granados C, Wang L, Ciappina M F 2025 *Phys. Rev. A* **112** 013114
- [27] Ivanov I P, Korchagin N, Pimikov A, Zhang P 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 192001
- [28] Lu Z W, Guo L, Li Z Z, adn F-Q Chen M A, Fu C, Lv C, Xu R, Kong X, Niu Y F, Li J X 2023 *Phys. Rev. Lett.* **131** 202502
- [29] Sherwin J A 2017 *Phys. Rev. A* **96** 062120
- [30] Bu Z, Ji L, Lei S, Hu H, Zhang X, Shen B 2021 *Phys. Rev. Res.* **3** 043159
- [31] Aboushelbaya R, Glize K, Savin A F, Mayr M, Spiers B, Wang R, Collier J, Marklund M, Trines R M G M, Bingham R, Norreys P 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 113604
- [32] Stock S, Surzhykov A, Fritzsche S, Seipt D 2015 *Phys. Rev. A* **92** 013401
- [33] Sherwin J 2017 *Phys. Rev. A* **95** 052101
- [34] Maruyama T, Hayakawa T, Kajino T 2019 *Sci. Rep.* **9** 51
- [35] Seipt D, Kämpfer B 2011 *Phys. Rev. A* **83** 022101
- [36] Seipt D, Rykovanov S G, Surzhykov A, Fritzsche S 2015 *Phys. Rev. A* **91** 033402
- [37] Kharin V Y, Seipt D, Rykovanov S G 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 044802
- [38] Seipt D, Kharin V Y, Rykovanov S G 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 204802
- [39] Valialshchikov M A, Seipt D, Kharin V Y, Rykovanov S G 2022 *Phys. Rev. A* **106** L031501
- [40] Mackenroth F, Piazza A D, Keitel C H 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 063903
- [41] Angioi A, Mackenroth F, Piazza A D 2016 *Phys. Rev. A* **93** 052102
- [42] Shao Z Q, Dong Q L, Teng H, Li Z, Yue D N, Liu Q C, Wei Z Y, Zhang J 2023 *Phys. Rev. A* **107** 053109
- [43] Shao Z Q, Dong Q L, Yue D N, Teng H, Wei Z Y, Chen M, Zhang J 2024 *Phys. Rev. A* **110** 033117
- [44] King B, Tang S 2020 *Phys. Rev. A* **102** 022809
- [45] Xin Y, dong Zhao Z, Tang S 2025 *Phys. Rev. D* **111** 116016
- [46] Zhao Z, Tang S 2025 *Phys. Rev. D* **112** 056033
- [47] Furry W H 1951 *Phys. Rev.* **81** 115
- [48] Wolkow D M 1935 *Z. Phys.* **94** 250
- [49] Landau L D, Lifshitz E M 1982 *Quantum Electrodynamics* (Oxford: Pergamon Press) pp16–24
- [50] Jackson J D 1962 *Classical Electrodynamics* (New York: John Wiley) pp661–676

SPECIAL TOPIC—Ultrafast physics in atomic, molecular and optical systems

Investigation of angle-resolved radiation spectra of strong-field nonlinear Compton scattering*

JI Xiaohu¹⁾ LIU Aihua^{2)†} JIAO Liguang^{1)‡}

¹⁾ (College of Physics, Jilin University, Changchun 130012, China)

²⁾ (Institute of Atomic and Molecular Physics, Jilin University, Changchun 130012, China)

(Received 29 December 2025; revised manuscript received 3 February 2026)

Abstract

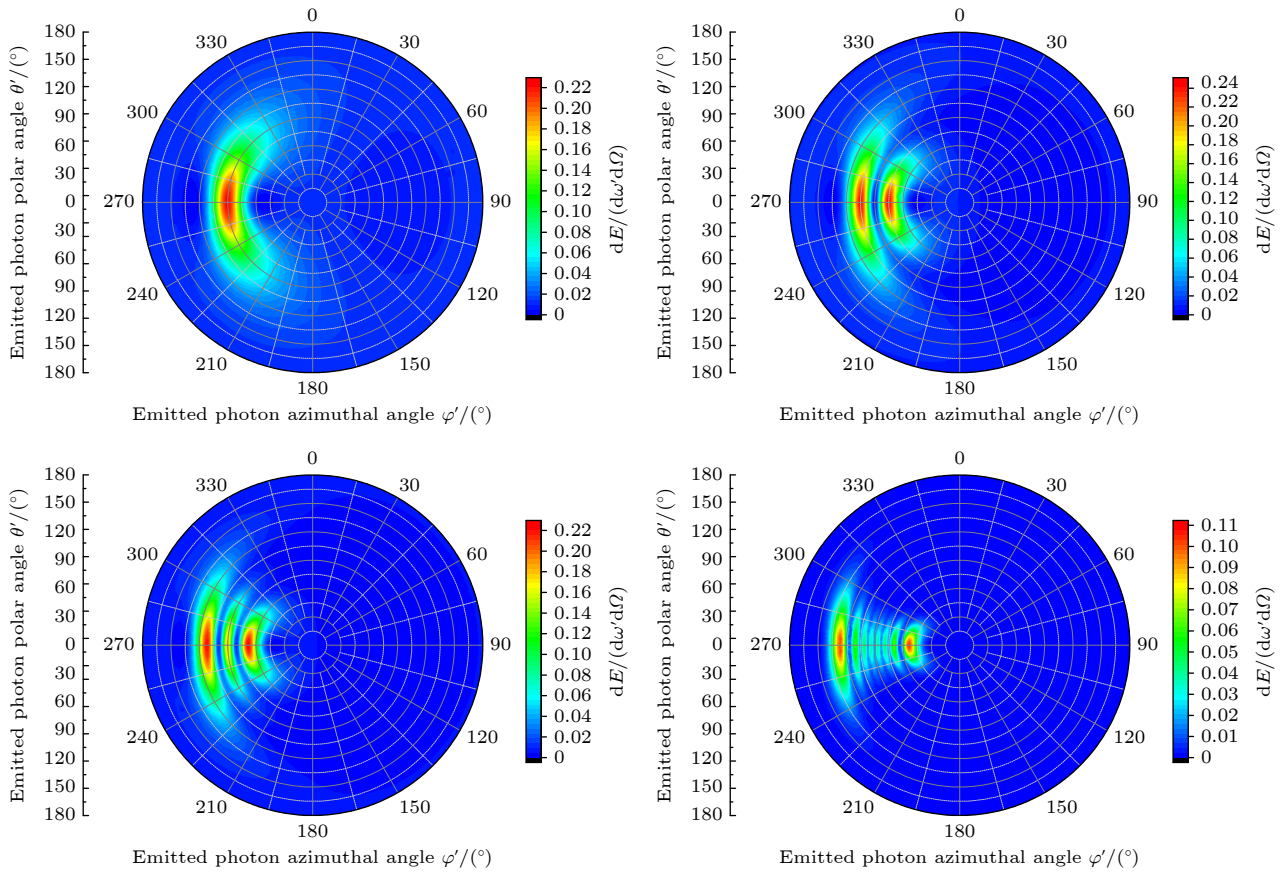
We investigate the angular distribution of the photon emission spectra in the nonlinear Compton scattering of electron driven by an ultrashort intense laser pulse. Within the framework of strong-field quantum electrodynamics theory, we numerically calculate the photon emission spectrum and analyze its angular dependence on the polar and azimuthal angles under three different conditions: the total photon energy, fixed photon energy, and fixed harmonic order. Our analysis reveals that the complex interference patterns originate

* Project supported by the National Key Research and Development Program of China (Grant No. 2022YFE0134200), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12474343, 12174147), and the Graduate Innovation Fund of Jilin University, China (Grant No. 2024KC048).

† Corresponding author. E-mail: aihualiu@jlu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: lgjiao@jlu.edu.cn

from the electron's motion, which can be decomposed into a constant-velocity motion along the initial incident direction and a laser-driven transverse harmonic oscillation. The constant-velocity motion determines an overall emission cone, focusing the radiation into the electron forward direction, and the transverse oscillation governs the interference fine structures in the spectra. Our key finding is that the number of nodes in the angular distribution of the ℓ -th-order harmonic photon emission is $\ell - 1$. To elucidate this pattern, we introduce a redefined spherical coordinate system where the polar axis is aligned with the laser polarization (i.e., the electron oscillation direction). In this coordinate frame, the radiation spectra for different harmonic orders are presented in Figure for $\ell = 1, 2, 3$, and 8. These plots clearly show that the ℓ -th harmonic possesses exactly $\ell - 1$ nodes in its angular distribution, i.e., zero for $\ell = 1$, one for $\ell = 2$, two for $\ell = 3$, and seven for $\ell = 8$. We explain this structure using multipole radiation theory, based on the classical formula $dP/d\Omega \propto \sin 2\theta' [P'_\ell(\cos \theta')]^2$, in which P'_ℓ denotes the derivative of the ℓ -th Legendre polynomial. This formula precisely predicts $\ell - 1$ nodes in the angular profile. Thus, the observed $\ell - 1$ node rule is in full agreement with multipole radiation theory. Our work exhibits how the combined effect of the electron's initial constant-velocity motion and laser-driven oscillatory motions shapes the angular profile of nonlinear Compton radiation. Our results provide fundamental insights for understanding high-harmonic generation in strong-field physics and for designing new advanced light sources with tailored photon energy and angular properties.



Keywords: nonlinear Compton scattering, strong-field quantum electrodynamics, angular distribution of photon emission spectra, high-order harmonic radiation

DOI: [10.7498/aps.75.20251784](https://doi.org/10.7498/aps.75.20251784)

CSTR: [32037.14.aps.75.20251784](https://cstr.net/urn:cnki:sicp:32037.14.aps.75.20251784)

强场非线性康普顿散射的角分辨辐射谱

吉小虎 刘爱华 焦利光

Investigation of angle-resolved radiation spectra of strong-field nonlinear Compton scattering

Ji Xiaohu LIU Aihua JIAO Liguang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 050302 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20251784

CSTR: 32037.14.aps.75.20251784

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251784>

当期内容 View table of contents: <https://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

利用频域理论研究束缚电子在强激光场中的单光子康普顿散射过程

Study of single-photon Compton scattering process of bound electrons in intense laser fields by using frequency-domain theory

物理学报. 2025, 74(15): 150301 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250483>

事件顺序重建对康普顿相机成像分辨的影响

Influence of event sequence reconstruction on imaging resolution of Compton camera

物理学报. 2025, 74(10): 100701 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241723>

基于HIAF开展高电荷态重离子双电子复合谱精密测量的模拟研究

Simulation study of precision spectroscopy of dielectronic recombination for highly charged heavy ions at HIAF

物理学报. 2025, 74(4): 043101 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241589>

对称分子在强短波激光场中高次谐波椭偏率性质的研究

Ellipticity properties of symmetric molecules in strong and short-wavelength laser fields

物理学报. 2023, 72(4): 043101 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221946>

外加静电场下CO高次谐波谱

High order harmonic spectra of CO under external electrostatic field

物理学报. 2023, 72(13): 134202 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230560>

从“强场原子物理”到“强场原子核物理”

From “strong-field atomic physics” to “strong-field nuclear physics”

物理学报. 2024, 73(24): 244202 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20241456>