

非对易耦合自旋的量子热输运与量子热器件效应*

陈逸甜 孔俊然 刘焕 王晨†

(浙江师范大学物理系, 金华 321004)

(2026年1月12日收到; 2026年1月28日收到修改稿)

量子热输运是研究非平衡量子体系中能量交换微观过程与统计规律的一个重要问题. 本文研究了非对易耦合自旋体系在有限温差驱动下的稳恒态热输运特性. 基于开放量子体系理论, 采用量子缀饰态主方程系统分析了热流在不同自旋耦合强度与自旋数目下的行为. 研究表明, 非对易自旋耦合能够显著调控量子体系热输运的非线性特征. 在弱自旋耦合区间内, 不同自旋数目均出现负微分热导行为. 解析发现在单自旋与大自旋极限下, 热流均由微观循环流主导, 解释了负微分热导与热整流出现的微观机制. 同时, 耦合自旋体系在自旋强耦合与大温差条件下, 由于热流出现单向饱和性, 也能呈现显著的热整流效应. 进一步通过优化调控系统参数, 可实现三端口体系中的量子热放大器效应. 希望本文研究结果可以为量子热器件的设计与优化提供理论依据.

关键词: 量子热输运, 开放量子系统, 量子耗散, 量子主方程

DOI: 10.7498/aps.75.20260057

CSTR: 32037.14.aps.75.20260057

1 引言

量子热输运是非平衡物理与量子热力学中的一个基本问题^[1-4], 其研究对于理解微观量子热力学规律与量子动力学过程的联系具有重要意义^[5,6]. 当体系尺度进入介观和微观区域时, 量子相干性、离散能级结构以及系统-环境相互作用对能量传输行为产生显著影响^[7,8]. 量子热输运通常通过不同温度热浴之间的稳态能量流来表征, 其本质由体系自由度与环境中费米子或玻色子模式之间的能量交换过程所决定^[2,4,9-13]. 由于热环境在微观层面经常可以被有效描述为连续谱玻色场构成的集合^[14], 量子热输运问题通常可在系统-玻色场耦合的框架下研究. 这一描述方式与量子光-物质相互作用理论具有高度相似性^[15-17]. 近年来, 基于超导电路^[18]、量子点^[19]、冷原子^[20]、离子阱^[21,22]及固态自旋^[23]等实验平台, 非平衡量子热输运的可控研究取得了

重要进展.

量子光-物质耦合系统因其结构清晰、耦合形式可调, 成为研究量子热输运的典型模型^[8]. 当多个单模光场耦合单量子比特, 并分别与不同温度的玻色子热浴耦合时, 体系在温差驱动下可形成稳态热流, 并构成量子器件^[24-29]. 而当多个量子比特耦合单模光场构成复合体系, 也有新奇的热输运特征^[25,30,31]. 近来, 量子热输运研究逐渐拓展至电路量子电动力学体系等典型体系中的热器件设计与功能实现^[8], 例如热二极管^[26,32]、三端口器件^[33]. 通过引入电路量子电动力学系统内部组件的非对称性^[34,35]、非弹性散射^[36]、含时和手性调制^[37,38], 可以有效调制热流非对称性及灵敏度.

量子系统中的非对易耦合主要指混合系统中耦合组件的厄米算符^[27,39]或者描述系统-热浴相互作用的算符不对易的情况^[15,40,41]. 目前已有研究表明, 当量子系统存在非对易的耦合特征, 能量交换过程往往会引入非对称性^[27,32,35,42], 并产生热二极

* 浙江省自然科学基金(批准号: LZ25A050001)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wangchen@zjnu.cn

管^[39]、量子测温计^[43]、量子热遏制效应^[44]、量子热力学机器^[45]等量子热器件特征. 其中一类典型的器件模型为非对易耦合量子比特体系^[39,42], 其系统内部的非对易性产生显著的热整流效应. 已经发现此类非对易耦合量子体系能够显著增强非平衡条件下的热输运非线性和非对称特征. 但是目前尚未在非对易耦合自旋体系中揭示其他典型热器件行为及内在物理机制, 例如量子热晶体管特征和微观循环流.

基于上述研究背景, 本文利用量子缀饰态主方程^[46,47]研究了非对易耦合自旋体系在有限温差驱动下的量子热输运性质. 通过分析稳态热流对温差及耦合参数的响应行为, 揭示体系中负微分热导现象的产生机制, 并进一步展示该模型在热整流和热放大方面的功能特性. 相关结果有助于深化对非对易耦合体系中非平衡量子热输运规律的理解, 并为基于自旋或量子比特体系的量子热器件设计提供理论参考.

2 模型与方法

2.1 非对易耦合自旋模型

本节介绍两个非对易耦合的非平衡自旋体系, 其中每个自旋独立地与一个玻色子热浴连接, 示意图见图 1(a). 其哈密顿量可以表示为

$$\hat{H}_{\text{tot}} = \hat{H}_S + \sum_{\mu=l,r} (\hat{H}_{B,\mu} + \hat{V}_\mu). \quad (1)$$

\hat{H}_S 为系统的哈密顿量,

$$\hat{H}_S = \varepsilon_l \hat{J}_z^l + \varepsilon_r \hat{J}_z^r + \lambda \hat{J}_x^l \hat{J}_x^r, \quad (2)$$

其中, ε_l 和 ε_r 表示自旋的劈裂能; $\hat{J}_\alpha^\mu = \sum_{i=1}^{N_\mu} \hat{\sigma}_\alpha^\mu / 2$ ($\alpha = x, y, z$) 为自旋系综的集体角动量算符, $\hat{\sigma}_\alpha^\mu$ 是泡利算符, N_μ 代表第 μ 个系综里面的自旋个数; λ 是两个自旋系综的非对易耦合强度. $\hat{H}_{B,\mu} = \sum_k \omega_{k\mu} \hat{b}_{k\mu}^\dagger \hat{b}_{k\mu}$ 为热浴的哈密顿量, $\hat{b}_{k\mu}^\dagger$ 表示在第 μ 个热浴中产生一个频率为 $\omega_{k\mu}$ 的玻色子. $\hat{V}_\mu = \hat{J}_x^\mu \sum_k (g_{k,\mu} \hat{b}_{k\mu}^\dagger + g_{k,\mu}^* \hat{b}_{k\mu})$ 为系统与热浴的相互作用, 其中 $g_{k,\mu}$ 为热浴与自旋之间的耦合强度. 本文的数值计算在自然单位制下进行, 设定约化普朗克常数 $\hbar = 1$ 以及玻尔兹曼常数 $k_B = 1$. 所有物理量均相对于左侧自旋的能级劈裂 ε_l 进行了无量纲化处理.

耦合系统的哈密顿量 \hat{H}_S 存在解析的本征解. 若本征波函数表达为 $\{|\phi_l\rangle \otimes |j_r, m_r\rangle\}$, 其中右自旋的总量子数为 $j_r = N_r/2$, 磁量子数 $m_r = -N_r/2, -N_r/2 + 1, \dots, N_r/2$, 总哈密顿量可以按照 m_r 分块对角化. 在磁量子数为 m_r 的子空间中, 有效哈密顿量 $\hat{H}_{S,m_r} = (\varepsilon_l \hat{J}_z^l + \lambda \hat{J}_x^l m_r + \varepsilon_r m_r)$. 由此可得到定态薛定谔方程 $\hat{H}_{S,m_r} |\phi_l\rangle \otimes |j_r, m_r\rangle = E |\phi_l\rangle \otimes |j_r, m_r\rangle$. 引入作用于左侧子系统的么正旋转算符 $\hat{U} = e^{-i\theta \hat{J}_y^l/2}$, 通过么正变换 $\hat{H}_{S,m_r}(\theta) = \hat{U}^\dagger \hat{H}_{S,m_r} \hat{U}$, 可以得到 $\hat{H}_{S,m_r}(\theta) = \sqrt{\varepsilon_l^2 + \lambda^2 m_r^2} \hat{J}_z^l + \varepsilon_r m_r$, 其中旋转角度设置为 $\tan \theta = \lambda m_r / \varepsilon_l$. 最终求得耦合系统的哈密顿量 \hat{H}_S 的本征解为 $\hat{H}_S |\psi_{m_l, m_r}\rangle = E_{m_l, m_r} \times |\psi_{m_l, m_r}\rangle$, 其中本征值和本征函数的形式为

$$E_{m_l, m_r} = \sqrt{\varepsilon_l^2 + \lambda^2 m_r^2} m_l + \varepsilon_r m_r, \quad (3a)$$

$$|\psi_{m_l, m_r}\rangle = \left(e^{-i\theta \hat{J}_y^l/2} |j_l, m_l\rangle \right) \otimes |j_r, m_r\rangle. \quad (3b)$$

左自旋的总量子数为 $j_l = N_l/2$, 对应的磁量子数 $m_l = -N_l/2, -N_l/2 + 1, \dots, N_l/2$.

2.2 量子主方程

考虑系统-热浴耦合 \hat{V}_μ 非常弱的情况, 可以通过微扰 \hat{V}_μ 得到自旋体系的耗散动力学方程. 在 Born 近似下, 总系统的密度矩阵近似为 $\hat{\rho}_{\text{tot}}(t) \approx \hat{\rho}_S(t) \otimes \hat{\rho}_B$, 其中 $\hat{\rho}_S(t)$ 是系统密度矩阵, 热浴处于局域热平衡态 $\hat{\rho}_B = \prod_{\mu=L,R} (e^{-\beta_\mu H_{B,\mu}} / Z_\mu)$, 配分函数 $Z_\mu = \text{Tr}_B \{ e^{-\beta_\mu H_{B,\mu}} \}$, 温度倒数 $\beta_\mu = 1/(k_B T_\mu)$, k_B 是 Boltzmann 常数. 进一步考虑 Markov 近似, 在长时间演化区间得到量子缀饰态主方程^[46-48]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{\rho}_S(t) = & i[\hat{\rho}_S(t), \hat{H}_S] + \sum_{n,m,\mu} \left\{ \Gamma_{nm,\mu}^+ \hat{\mathcal{L}}_{nm} [\hat{\rho}_S(t)] \right. \\ & \left. + \Gamma_{nm,\mu}^- \hat{\mathcal{L}}_{nm} [\hat{\rho}_S(t)] \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中, 耗散算符表示为

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{L}}_{nm} [\hat{\rho}_S(t)] = & |\psi_n\rangle \langle \psi_m | \hat{\rho}_S(t) | \psi_m\rangle \langle \psi_n | \\ & - (|\psi_m\rangle \langle \psi_m | \hat{\rho}_S(t) + \hat{\rho}_S(t) | \psi_m\rangle \langle \psi_m |) / 2; \end{aligned}$$

$\Gamma_{nm,\mu}^\pm$ 为非相干跃迁速率,

$$\Gamma_{nm,\mu}^+ = \gamma_\mu (\Delta_{nm}) n_\mu (\Delta_{nm}) |\langle \psi_n | \hat{J}_x^\mu | \psi_m \rangle|^2, \quad (5a)$$

$$\Gamma_{nm,\mu}^- = \gamma_\mu (\Delta_{nm}) [1 + n_\mu (\Delta_{nm})] |\langle \psi_n | \hat{J}_x^\mu | \psi_m \rangle|^2. \quad (5b)$$

$\Gamma_{nm,\mu}^\pm$ 描述第 μ 个热浴通过吸收或者放出能

量为 Δ_{nm} 的一个玻色子参与系统从 $|\psi_m\rangle$ 态跃迁到 $|\psi_n\rangle$ 态的图像, 其中能级间距为 $\Delta_{nm} = E_n - E_m$, E_n 为方程 (3a) 中的本征能级, $\gamma_\mu(\Delta_{nm})$ 表示系统与环境的耦合强度的谱函数, $|\langle\psi_n|\hat{J}_x^\mu|\psi_m\rangle|^2$ 表示跃迁系数, $n_\mu(\Delta_{nm}) = 1/(e^{\beta_\mu\Delta_{nm}} - 1)$ 表示 Bose-Einstein 分布函数. P_n 为系统处于稳恒态时第 n 个本征能级的布居数, 定义净流入第 μ 个热浴的稳恒态热流 J_μ 为单位时间内系统与热浴交换的能量流. 在附录 A 中通过缀饰态主方程的微观能量交互过程, 可以得到流入第 μ 个热浴的稳恒态热流的表达式为

$$J_\mu = \sum_{n>m} \Delta_{nm} (\Gamma_{nm,\mu}^- P_n - \Gamma_{nm,\mu}^+ P_m). \quad (6)$$

在稳恒态条件下, 根据能量守恒定律, 流入左侧热浴的热流 J_l 与流入右侧热浴的热流 J_r 满足 $J_l = -J_r$. 因此, J_r 的数值大小即可表征系统在两个热浴间的整体热运输能力. 下文将主要针对 J_r 进行讨论.

3 稳恒态输运

本节分析不同自旋数目的稳恒态热流随着热浴温差和自旋耦合强度变化的行为, 尤其在弱耦合下发现能流的非单调变化特征, 进而研究非对易耦合自旋模型的热整流和热放大效应.

3.1 稳恒态热流

图 1(b) 显示在弱自旋-自旋耦合强度下 ($\lambda = 0.01$), 稳恒态热流 J_r 随温度差 δT 的增大呈现出先增大后减小的行为. 这表明在大温度差区间热流反而会被抑制, 对应于负微分热导 (negative differential thermal conductance) 的出现 [49,50]. 该行为在不同自旋尺寸 $N_l = N_r$ 的情形下均清晰可见. 这说明负微分热导并非局限于小尺寸体系, 而是非对易耦合自旋体系稳恒态热输运中的一种普遍特征. 此外, 热流峰值随着自旋数目的增大而单调变大. 所以增大自旋数目有利于增强热流信号.

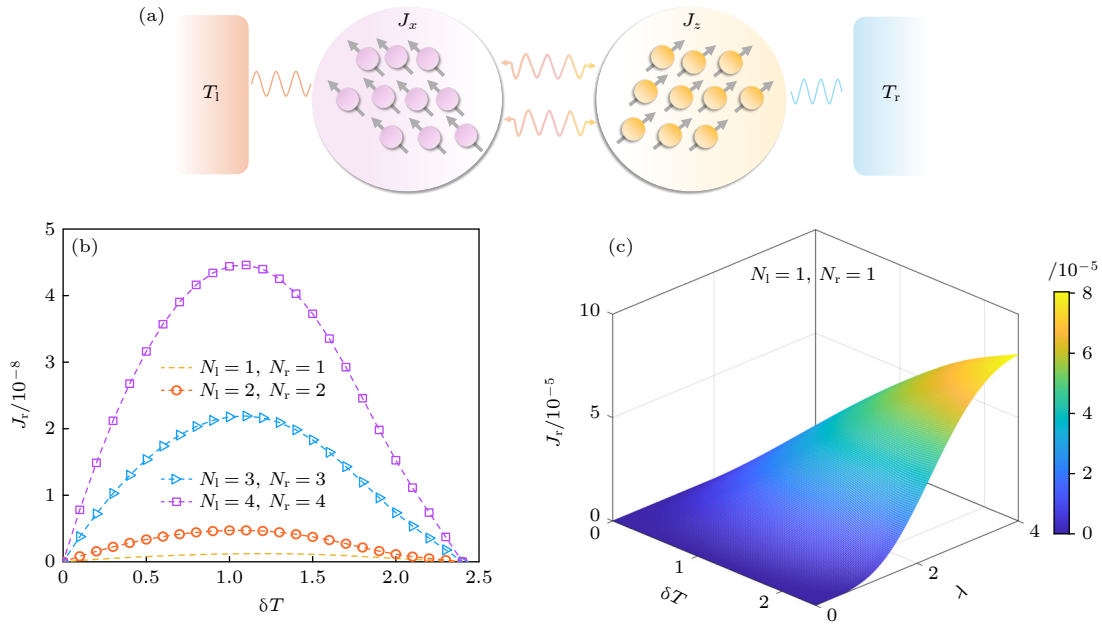


图 1 (a) 有限温差下的非对易耦合自旋体系示意图; (b) 不同自旋数目 (N_l, N_r) 下随着温差 (δT) 变化的稳恒态能流 (J_r) 行为, 其中自旋耦合强度为 $\lambda = 0.01$; (c) 稳恒态能流随着温差与自旋耦合强度调制的行为, 其中自旋数目为 $N_l = N_r = 1$. 其他系统参数设置为 $\varepsilon_l = \varepsilon_r = 1$, $\alpha_l = \alpha_r = 0.001$, $\omega_c = 10$, $T_l = T_0 + \delta T/2$, $T_r = T_0 - \delta T/2$, 和 $T_0 = 1.2$. 本文中, λ 和 ω_c 以 ε_l 为单位, 稳恒态热流 J_r 的数值是以 $\hbar\varepsilon_l^2$ 为单位的无量纲量, 温度 $T_{l(r)}$ 和温差 δT 以 $\hbar\varepsilon_l/k_B$ 为单位

Fig. 1. (a) A schematic description of noncommutative coupled spins model at finite thermodynamic bias; (b) the behavior of steady-state energy current J_r by modulating the temperature bias δT with various spin numbers (N_l, N_r), the spin-spin coupling strength is set as $\lambda = 0.01$; (c) influences of δT and λ on J_r , with $N_l = N_r = 1$. Other system parameters are given by $\varepsilon_l = \varepsilon_r = 1$, $\alpha_l = \alpha_r = 0.001$, $\omega_c = 10$, $T_l = T_0 + \delta T/2$, $T_r = T_0 - \delta T/2$, and $T_0 = 1.2$. In this study, λ and ω_c are scaled by ε_l . The steady-state heat current J_r is dimensionless, in units of $\hbar\varepsilon_l^2$. Temperatures $T_{l(r)}$ and temperature bias δT are scaled by $\hbar\varepsilon_l/k_B$.

进一步从解析角度分析热流的行为. 在附录 B 中讨论了小尺寸自旋体系 $N_l = N_r = 1$, 可以得到自旋-自旋弱耦合下的稳恒态热流解析表达式:

$$J_r = \left(\frac{\lambda}{4\varepsilon_l} \right)^2 \varepsilon_r \sum_{q=\pm 1} \frac{\gamma_r(\varepsilon_r + q\varepsilon_l)}{1 - 2f_r(\varepsilon_r + q\varepsilon_l)} \times \left\{ [1 - f_r(\varepsilon_r + q\varepsilon_l)] f_l(q\varepsilon_l) f_r(\varepsilon_r) - f_r(\varepsilon_r + q\varepsilon_l) [1 - f_l(q\varepsilon_l)] [1 + f_r(\varepsilon_r)] \right\}, \quad (7)$$

其中 q 为求和指标, 取值为 ± 1 ; 分布函数为 $f_\mu(\omega) = 1/[1 + \exp(\beta_\mu\omega)]$ 和 $f_\mu(-\omega) = 1 - f_\mu(\omega)$; $\varepsilon_{l(r)}$ 为自旋 $l(r)$ 的劈裂能; $\gamma_r(\omega)$ 表示系统与右侧热浴耦合的谱函数. 从 (7) 式可以发现 J_r 由两类方向相反的循环流构成. 当 $\delta T \rightarrow 2T_0$ 时右热浴温度趋于零 (即 $T_r \rightarrow 0$), 右边热浴分布函数满足 $f_r(\omega) \rightarrow 0$. 从而 (7) 式中有 $f_r(\varepsilon_r)$ 及 $f_r(\varepsilon_r \pm \varepsilon_l)$ 参与的自旋系统向上激发过程均被显著抑制. 尽管左热浴处于高温状态, 其热激发仍无法维持持续的能量输运. 因为系统与右热浴之间缺乏有效能量交换通道, 因此稳恒态热流在 $\delta T \rightarrow 2T_0$ 的强非平衡极限下必然衰减并最终趋于零. 而在自旋数较大的区域, 在附录 C 中通过微扰分析也可以求得自旋弱耦合下的解析解:

$$J_r = \left(\frac{\lambda\sqrt{N_l N_r}}{4\varepsilon_l} \right)^2 \varepsilon_r \sum_{q=\pm 1} \gamma_r(\varepsilon_r + q\varepsilon_l) \times \left\{ [1 + n_r(\varepsilon_r + q\varepsilon_l)] n_l(q\varepsilon_l) n_r(\varepsilon_r) - n_r(\varepsilon_r + q\varepsilon_l) [1 + n_l(q\varepsilon_l)] [1 + n_r(\varepsilon_r)] \right\}, \quad (8)$$

其中分布函数 $n_\mu(\omega) = 1/[\exp(\beta_\mu\omega) - 1]$, $n_\mu(-\omega) = [1 + n_\mu(\omega)]$. 这说明多自旋体系能够增强集体性能量传输能力 ($J_r \propto N_l N_r$). 但是当 $\delta T \rightarrow 2T_0$ 时右热浴温度趋于零, 右热浴分布函数满足 $n_r(\omega) \rightarrow 0$. 从而 (8) 式中 $n_r(\varepsilon_r)$ 及 $n_r(\varepsilon_r \pm \varepsilon_l)$ 都将趋于零, 热流也自然衰减为零. 此时, 非对易耦合诱导的非相干跃迁通道仍旧由循环流主导. 这最终限制了稳恒态热流的持续增长, 使负微分热导行为在大自旋数目下依然保持稳健性.

此外还研究了强耦合自旋下的热流行为. 当自旋耦合增大时, 从图 1(c) 可以看到在有限温度差条件下, 热流随 λ 增大而单调增强. 这个行为与自旋弱耦合下的行为明显不同. 这表明非对易强耦合有效提高了系统与热浴之间的能量交换能力.

当前的研究主要考虑两个自旋系综的数目一样的情况 ($N_l = N_r$). 相应地, 非对易耦合自旋体

系稳恒态输运中会出现负微分热导. 现讨论 N_l 与 N_r 不相等的情形. 从图 2 可以看到, 在左、右量子子系统自旋数不相等的情况下, 负微分热导仍旧存在. 并且热流最优值对应的温差会发生偏移: (a) $N_r > N_l$ 时, 优值对应的温差变小; (b) $N_l > N_r$ 时, 优值对应的温差增大. 上述分析整体说明非对易耦合自旋体系的负微分热导是一个普遍的行为.

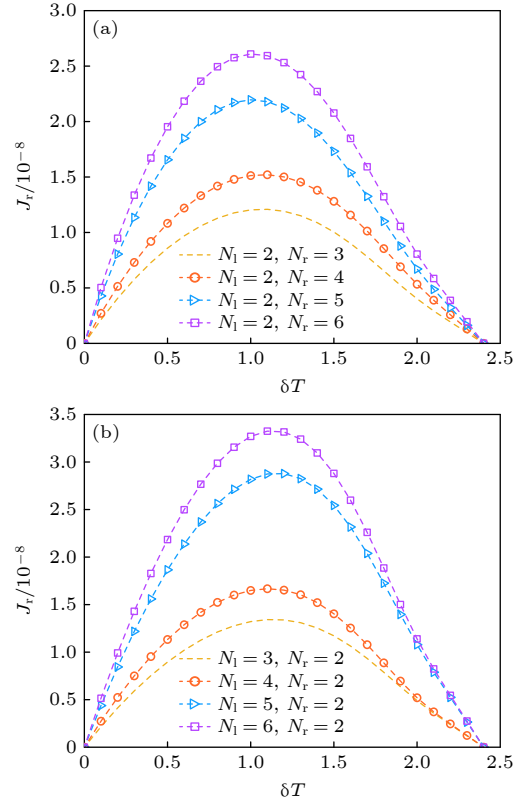


图 2 稳恒态热流 J_r 随着温差增大的非单调行为 (a) 固定 $N_l = 2$, 同时不断增加 N_r ; (b) 固定 $N_r = 2$, 同时不断增加 N_l . 其他系统参数设置为 $\varepsilon_l = \varepsilon_r = 1$, $\lambda = 0.01$, $\alpha_l = \alpha_r = 0.001$, $\omega_c = 10$, $T_l = T_0 + \delta T/2$, $T_r = T_0 - \delta T/2$, $T_0 = 1.2$. 本文研究中, λ 和 ω_c 以 ε_l 为单位, 稳恒态热流 J_r 的数值是以 $\hbar\varepsilon_l^2$ 为单位的无量纲量, 温度 $T_{l(r)}$ 和温差 δT 以 $\hbar\varepsilon_l/k_B$ 为单位

Fig. 2. Nonmonotonic behavior of the steady-state energy current J_r by tuning up δT : (a) Fixing $N_l = 2$ and increasing N_r ; (b) fixing $N_r = 2$ and increasing N_l . Other system parameters are given by $\varepsilon_l = \varepsilon_r = 1$, $\lambda = 0.01$, $\alpha_l = \alpha_r = 0.001$, $\omega_c = 10$, $T_l = T_0 + \delta T/2$, $T_r = T_0 - \delta T/2$, and $T_0 = 1.2$. In this study, λ and ω_c are scaled by ε_l . The steady-state heat current J_r is dimensionless, in units of $\hbar\varepsilon_l^2$. Temperatures $T_{l(r)}$ and temperature bias δT are scaled by $\hbar\varepsilon_l/k_B$.

3.2 量子热器件效应

量子体系中的热器件效应近来受到了研究人

员极大的关注^[34,51-54]. 其中典型的器件效应包括: 热整流与热放大. 在有限温差条件下, 两端口体系的热整流效应可通过热整流因子刻画^[50,55]

$$R = \frac{|J_+ + J_-|}{\max(|J_+|, |J_-|)}, \quad (9)$$

其中 J_+ 表示在两端口温差下的稳恒态热流, 而 J_- 表示两端口温度互换下的稳恒态流. 当体系趋向于对称热输运时 ($J_+ \approx -J_-$), 整流因子 R 接近于零; 而当 $R \rightarrow 1$ 时, 体系则表现出显著的热整流特性.

图 3 给出了不同自旋数 $N_l = N_r$ 情形下, 整流因子 R 随温差 δT 及耦合强度 λ 的变化行为. 可以看到, 在小温差区域整流因子整体较小, 表明此时自旋体系的热输运近似具有对称性. 随着温差 δT 增大, R 呈现出明显增强. 说明较大的温度偏置有利于放大正、反向热流之间的差异. 这得益于图 1(b) 所示的正温差下的负微分热导行为. 尤其在大温差极限下, $J_+ \approx 0$, 而反向热流则有限大, 直接导致 $R \approx 1$. 另一方面, 整流因子对耦合强度 λ 表现出明显的非单调依赖关系. 当自旋数较少时 (例如

$N_l = N_r = 1$), 如图 3(a) 所示, 强耦合下的 R 较小, 整流效应受到一定抑制. 而当自旋增多时 (例如 $N_l = N_r = 4$), 如图 3(b)–(d) 所示, 整流因子显著增强, 部分区域内可接近 1. 图 4(a) 和图 4(b) 显示, 此时并没有负微分热导行为, 但是正温差区间的热流随温差增大呈现饱和特征. 这表明多自旋耦合效应能够有效放大非平衡条件下的热输运非对称性.

热放大行为是构建量子热晶体管功能器件的核心效应^[51]. 其物理本质在于利用一个支路中微弱的热流变化来控制另一个支路较强热流变化的输出. 基于这一思想, 本文构建了一个如图 5 所示的非对易耦合自旋体系的三端口模型, 其量子系统的哈密顿量为

$$\hat{H}_S = \varepsilon_l \hat{J}_z^l + \sum_{n=1,2} \varepsilon_r^n \hat{J}_{z,n}^r + \sum_{n=1,2} \lambda_n \hat{J}_x^l \hat{J}_{z,n}^r. \quad (10)$$

体系由一个左侧热源端与两个右侧热端组成. 其中左端热浴作为源极, 温度 T_l 保持不变. 右侧的 T_r^1 作为栅极端温度, T_r^2 作为漏极端温度. 通过固

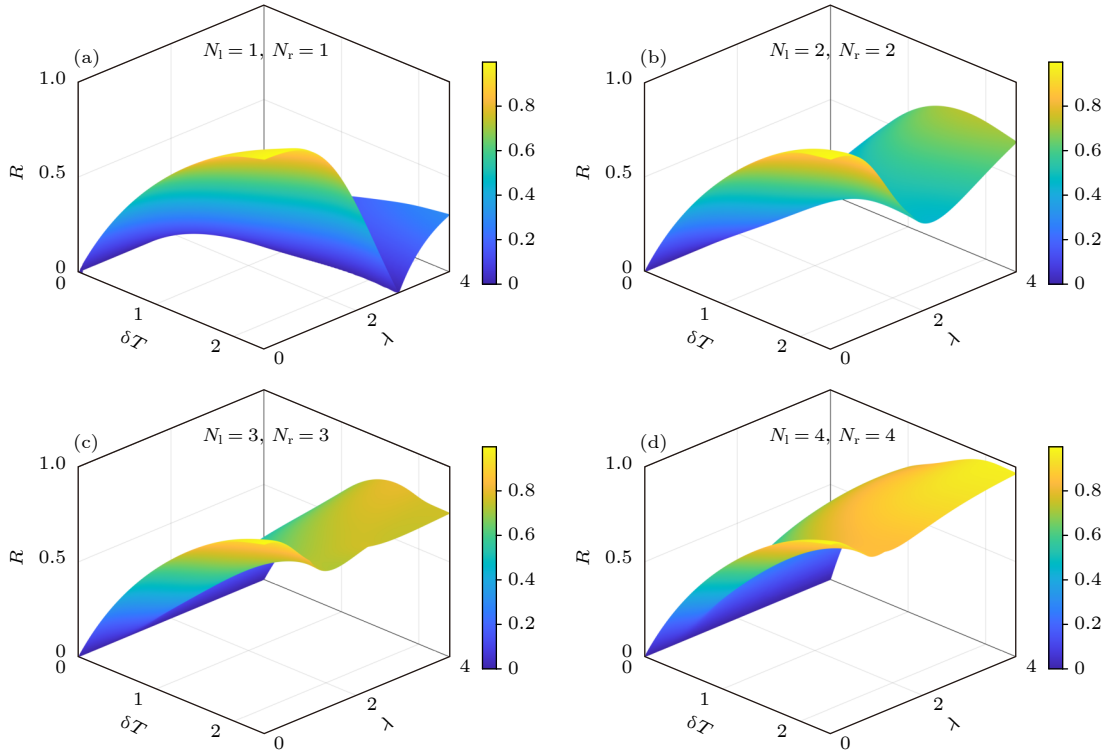


图 3 不同自旋数目下, 整流因子 R 随着温差和自旋耦合强度变化的行为 (a) $N_l = N_r = 1$; (b) $N_l = N_r = 2$; (c) $N_l = N_r = 3$; (d) $N_l = N_r = 4$. 其他系统参数设置为 $\varepsilon_l = \varepsilon_r = 1$, $\alpha_l = \alpha_r = 0.001$, $\omega_c = 10$, $T_l = T_0 + \delta T/2$, $T_r = T_0 - \delta T/2$, $T_0 = 1.2$. 其中, λ 和 ω_c 以 ε_l 为单位, 温度 $T_{l(r)}$ 和温差 δT 以 $\hbar\varepsilon_l/k_B$ 为单位

Fig. 3. Rectification factor as a function of temperature bias and spin-spin coupling strength with distinct spin numbers: (a) $N_l = N_r = 1$; (b) $N_l = N_r = 2$; (c) $N_l = N_r = 3$; (d) $N_l = N_r = 4$. Other system parameters are given by $\varepsilon_l = \varepsilon_r = 1$, $\alpha_l = \alpha_r = 0.001$, $\omega_c = 10$, $T_l = T_0 + \delta T/2$, $T_r = T_0 - \delta T/2$, and $T_0 = 1.2$. In particular, λ and ω_c are scaled by ε_l . Temperatures $T_{l(r)}$ and temperature bias δT are scaled by $\hbar\varepsilon_l/k_B$.

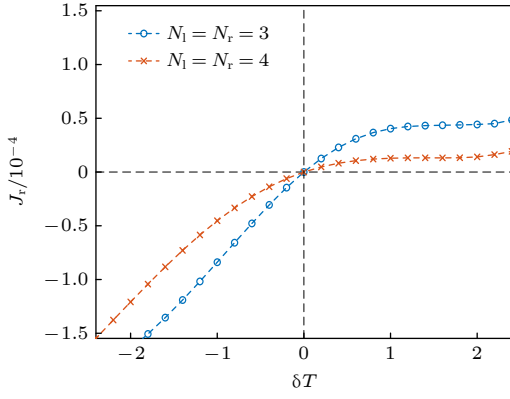


图 4 自旋强耦合下 ($\lambda = 0.2$) 稳态热流 J_r 随温差 δT 变化的行为. 蓝色原点虚线对应 $N_1 = N_r = 3$, 褐色叉点虚线对应 $N_1 = N_r = 4$. 其他系统参数设置为 $\varepsilon_1 = \varepsilon_r = 1$, $\alpha_1 = \alpha_r = 0.001$, $\omega_c = 10$, $T_l = T_0 + \delta T/2$, $T_r = T_0 - \delta T/2$, $T_0 = 1.2$. 其中, λ 和 ω_c 以 ε_1 为单位, 稳态热流 J_r 的数值是以 $\hbar\varepsilon_1^2$ 为单位的无量纲量, 温度 $T_{l(r)}$ 和温差 δT 以 $\hbar\varepsilon_1/k_B$ 为单位

Fig. 4. Steady-state heat current J_r versus temperature difference δT at strong spin-spin coupling ($\lambda = 0.2$). The blue dashed line with circles corresponds to $N_1 = N_r = 3$, and the brown dashed line with crosses corresponds to $N_1 = N_r = 4$. Other system parameters are given by $\varepsilon_1 = \varepsilon_r = 1$, $\alpha_1 = \alpha_r = 0.001$, $\omega_c = 10$, $T_l = T_0 + \delta T/2$, $T_r = T_0 - \delta T/2$, and $T_0 = 1.2$. In particular, λ and ω_c are scaled by ε_1 . The steady-state heat current J_r is dimensionless, in units of $\hbar\varepsilon_1^2$. Temperatures $T_{l(r)}$ and temperature bias δT are scaled by $\hbar\varepsilon_1/k_B$.

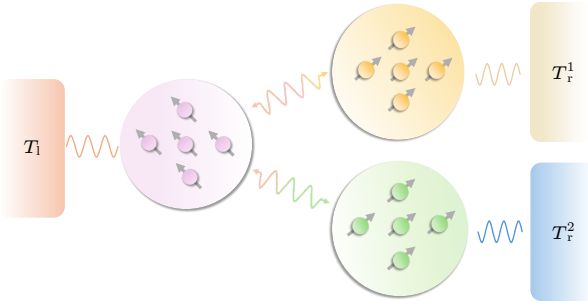


图 5 基于非对易耦合自旋体系的量子热晶体管模型示意图: T_l 为左侧控制端温度, T_r^1 和 T_r^2 为右侧两个端的温度. 在固定 T_l 和 T_r^2 下, 通过改变 T_r^1 来调制体系热流, 从而得到其热放大特征

Fig. 5. A schematic representation of the quantum thermal transistor based on the non-commuting coupled spin system: T_l represents the temperature of the left source reservoir, while T_r^1 and T_r^2 are the temperatures of the gate and drain reservoirs. By varying T_r^1 while fixing T_l and T_r^2 , the heat currents are modulated, and the amplification effect occurs.

定 T_l 与 T_r^2 , 通过调节 T_r^1 可以有效改变体系内部的热能交换过程, 从而实现对源, 漏极热流的调控. 这为热放大效应的产生提供了必要的结构基础.

为了定量表征该热器件的放大性能, 定义热放大因子^[50]

$$\beta_R = \left| \frac{\partial J_r^2}{\partial J_r^1} \right|. \quad (11)$$

当 $\beta_R > 1$ 时, 表明栅极端极小的热流波动能激发出漏极端更大的热流响应, 即实现了热放大效应. 而当 $\beta_R \gg 1$ 时, 则实现了显著热放大效应.

图 6 展示了放大因子 β_R 随栅极端温度 T_r^1 的变化行为. 数值结果显示在特定的参数区间内, β_R 表现出显著的非线性增强特征. 尤其在某些温度附近热放大系数出现了显著的峰值. 这些峰值的存在明确证实了该量子体系存在热放大效应. 对比图 6(a)

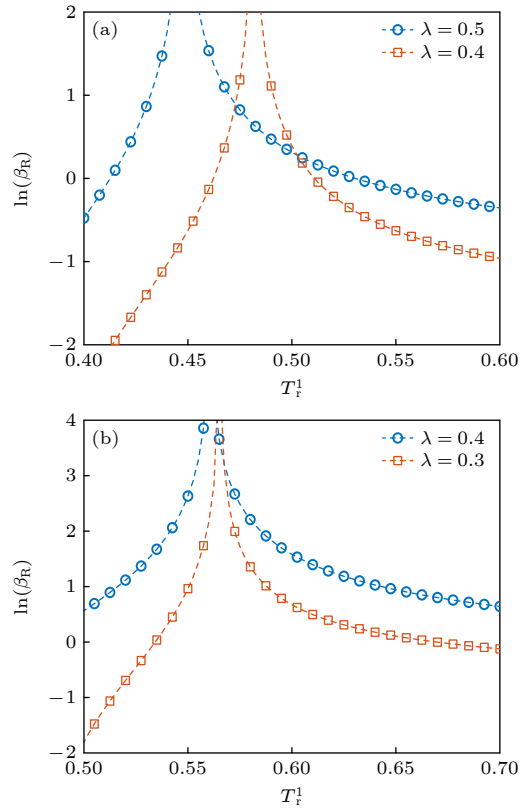


图 6 非对易耦合自旋体系中热放大因子 β_R 随右端热浴温度 T_r^1 变化的行为 (a) $N_1 = N_r^1 = N_r^2 = 1$, $\lambda_1 = \lambda/4$, $\lambda_2 = \lambda$; (b) $N_1 = N_r^1 = N_r^2 = 2$, $\lambda_1 = \lambda/4$, $\lambda_2 = \lambda$. 其他参数设置为: $\varepsilon_r^1 = \varepsilon_r^2 = \varepsilon_1 = 1$, $\alpha_1 = \alpha_r^1 = \alpha_r^2 = 0.001$, $\omega_c = 10$, $T_l = 1.2$, $T_r^2 = 0.2$. $\varepsilon_r^{1(2)}$, λ , 和 ω_c 以 ε_1 为单位, 温度 T_l 和 $T_r^{1(2)}$ 以 $\hbar\varepsilon_1/k_B$ 为单位

Fig. 6. Influence of the temperature T_r^1 on amplification factor β_R : (a) $N_1 = N_r^1 = N_r^2 = 1$, $\lambda_1 = \lambda/4$, $\lambda_2 = \lambda$; (b) $N_1 = N_r^1 = N_r^2 = 2$, $\lambda_1 = \lambda/4$, $\lambda_2 = \lambda$. Other system parameters are given by $\varepsilon_1 = \varepsilon_r^1 = \varepsilon_r^2 = 1$, $\alpha_1 = \alpha_r^1 = \alpha_r^2 = 0.001$, $\omega_c = 10$, $T_l = 1.2$, and $T_r^2 = 0.2$. In particular, $\varepsilon_r^{1(2)}$, λ , and ω_c are scaled by ε_1 . Temperatures T_l and $T_r^{1(2)}$ are scaled by $\hbar\varepsilon_1/k_B$.

与图 6(b) 可以发现, 随着子系统内自旋数目的增加, 热放大行为一直保持. 并且放大系数对温度的响应变得更为灵敏. 此外, 通过调节自旋数目和耦合强度 λ , 热放大效应的有效工作温度区间会发生明显移动. 这说明通过改变量子体系的内部耦合强度与系统尺寸, 可以实现对热放大特性的灵活调控. 这种显著的热放大效应为研制灵敏的量子热器件提供了理论支撑.

4 结论

本文利用量子缀饰态主方程方法, 系统研究了非对易耦合自旋体系的量子热输运特性及其量子热器件效应. 研究发现, 在自旋弱耦合下该体系普遍存在负微分热导现象. 并且负微分热导行为在不同自旋系统尺寸下均表现出良好的鲁棒性. 在单自旋和大自旋极限下得到了热流的解析表达式. 热流均由微观循环流主导. 其微观物理机制为: 在大温差极限下, 低温端热浴诱导的自旋受激跃迁过程受到显著抑制. 这导致耦合自旋系统的能量循环交换过程中断. 多自旋体系的集体效应使热流强度与左右自旋数目的乘积成正比 ($J_t \propto N_l N_r$). 其次, 得益于单向负微分热导行为, 非对易弱耦合实现了高效的热整流效应. 而在强耦合情况下, 热整流因子 R 随温差和自旋数目的增加而显著增强. 相较于单自旋情况, 多自旋耦合效应极大地增强了热输运的非对称性, 使整流因子在宽温域内接近 1. 这主要归因于热流随温差呈现单向饱和性. 证明了该体系作为高性能自旋型热二极管的潜力. 最后, 基于三端口非对易耦合自旋模型构建的量子热晶体管表现出显著的热放大行为. 研究证实, 热放大因子 β_R 在特定工作区间远大于 1, 实现了利用微弱的栅极热流波动对漏极热流的高效调控. 通过优化内部耦合强度 λ 与自旋系统尺寸, 可实现对热放大特性有效工作区间的灵活调控. 另外需要指出, 本文构建的非对易耦合自旋模型在更广泛的量子热力学领域可能具有重要的潜在研究价值. 首先, 鉴于该模型在强耦合区间表现出的增强能量交换能力, 其有望作为一种新型工作物质用于构建量子热机与制冷机 [7,56,57]. 其次, 考虑到体系在远离平衡态时展现出的显著非线性与涨落特征, 该模型也为验证热力学不确定性关系及其在非对易、强耦合条件下的修正形式提供了理想的物理平台 [58-60]. 本研究不仅揭示了丰富

的非线性量子热输运现象, 也为研制尺寸可调控的量子热逻辑元件提供了重要的理论支撑.

附录A 热流公式的推导

根据方程 (4) 中的缀饰态主方程, 流出所有热浴的热流总和 ($-\sum_{\mu=l,r} J_\mu$) 等于系统哈密顿量 \hat{H}_S 经由该热浴耗散通道导致的能量变化率的期望值. 根据热力学第一定律, 可表示为 $\sum_{\mu} J_\mu = -\text{Tr}_S(\hat{H}_S \dot{\rho}_S(t))$. 因此流入第 μ 个热浴的热流定义为

$$J_\mu = -\text{Tr}_S(\hat{H}_S \mathcal{D}_\mu[\rho_S]), \quad (\text{A1})$$

其中 $\mathcal{D}_\mu[\rho_S]$ 表示主方程 (4) 中仅由第 μ 个热浴诱导的耗散项贡献. 在系统本征表象 $\{|\psi_n\rangle\}$ 下处理, 利用本征方程 $\hat{H}_S|\psi_n\rangle = E_n|\psi_n\rangle$, 迹运算可在本征基矢下展开为

$$J_\mu = -\sum_k \langle \psi_k | \hat{H}_S \mathcal{D}_\mu[\rho_S] | \psi_k \rangle = -\sum_k E_k \langle \psi_k | \mathcal{D}_\mu[\rho_S] | \psi_k \rangle. \quad (\text{A2})$$

根据方程 (4) 中刘维尔耗散算符 $\hat{\mathcal{L}}_{nm}[\rho_S]$ 的定义, 并结合文中方程 (5a) 与 (5b) 关于非相干跃迁速率 $\Gamma_{nm,\mu}^\pm$ 的定义, 对所有能级求和可得

$$\begin{aligned} J_\mu &= -\sum_{n>m} [\Gamma_{nm,\mu}^+(E_n P_m - E_m P_n) \\ &\quad + \Gamma_{nm,\mu}^-(E_n P_n - E_m P_m)] \\ &= \sum_{n>m} (E_n - E_m) (\Gamma_{nm,\mu}^- P_n - \Gamma_{nm,\mu}^+ P_m). \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

令能级间距 $\Delta_{nm} = E_n - E_m$, (A3) 式即转化为方程 (6):

$$J_\mu = \sum_{n>m} \Delta_{nm} (\Gamma_{nm,\mu}^- P_n - \Gamma_{nm,\mu}^+ P_m). \quad (\text{A4})$$

(A4) 式具有明确的物理含义: $\Gamma_{nm,\mu}^-$ 项对应于系统从较高能级 $|\psi_n\rangle$ 跃迁至较低能级 $|\psi_m\rangle$ 并向热浴释放能量的过程, 而 $\Gamma_{nm,\mu}^+$ 项则对应系统从热浴吸收能量的逆过程.

附录B $N_l = N_r = 1$ 时的热流解析解

若每个自旋系统中只有一个量子比特, 系统中只有两个比特发生耦合. 系统哈密顿量可以写成:

$$\hat{H} = \frac{\varepsilon_l}{2} \hat{\sigma}_z^l + \frac{\varepsilon_r}{2} \hat{\sigma}_z^r + \frac{\lambda}{4} \hat{\sigma}_x^l \hat{\sigma}_x^r, \quad (\text{B1})$$

其中 ε_l 和 ε_r 为自旋劈裂能; $\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z$ 是泡利矩阵; λ 是耦合强度. 在二能级系统中, 考虑四个基矢 $|0,0\rangle, |0,1\rangle, |1,0\rangle, |1,1\rangle$, 可以得到哈密顿量的本征值和本征态. 设置 $\varepsilon_l < \varepsilon_r$, 本征态与相应的本征值为

$$|s_1\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |1,1\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |0,1\rangle, \quad E_1 = \frac{\varepsilon_r + \sqrt{\varepsilon_l^2 + \lambda^2/4}}{2}, \quad (\text{B2a})$$

$$|s_2\rangle = -\sin \frac{\theta}{2} |1,1\rangle + \cos \frac{\theta}{2} |0,1\rangle, \quad E_2 = \frac{\varepsilon_r - \sqrt{\varepsilon_l^2 + \lambda^2/4}}{2}, \quad (\text{B2b})$$

$$|s_3\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|1,0\rangle - \sin\frac{\theta}{2}|0,0\rangle, \quad E_3 = \frac{-\varepsilon_r + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \lambda^2/4}}{2}, \quad (\text{B2c})$$

$$|s_4\rangle = \sin\frac{\theta}{2}|1,0\rangle + \cos\frac{\theta}{2}|0,0\rangle, \quad E_4 = \frac{-\varepsilon_r - \sqrt{\varepsilon_1^2 + \lambda^2/4}}{2}, \quad (\text{B2d})$$

其中, $\tan\theta = \lambda/2\varepsilon_1$. 考虑弱耦合区域 $\lambda \ll \{\varepsilon_1, \varepsilon_r\}$, 此时 $\theta \rightarrow 0$. 对 $\cos\theta$ 以及 $\sin\theta$ 进行泰勒展开, $\cos\theta \approx 1 - \theta^2/2$, $\sin\theta \approx \theta$. 根据 (B2) 式可以得到各能级之间的跃迁系数: $\langle s_1|\hat{J}_x|s_2\rangle^2 = \langle s_3|\hat{J}_x|s_4\rangle^2 = \frac{1}{4}(1 - \theta^2)$, $\langle s_1|\hat{J}_x|s_3\rangle^2 = \langle s_2|\hat{J}_x|s_4\rangle^2 = \frac{1}{4}(1 - \theta^2)$, $\langle s_1|\hat{J}_x|s_4\rangle^2 = \langle s_2|\hat{J}_x|s_3\rangle^2 = \theta^2/4$. 同理, 发生跃迁的能级之间的能级差也可以通过计算得到 $\Delta_{12} = \Delta_{34} \approx \varepsilon_1(1 + \theta^2/2)$, $\Delta_{13} = \Delta_{24} \approx \varepsilon_r\Delta_{14} \approx \varepsilon_r + \varepsilon_1(1 + \theta^2/2)$, $\Delta_{23} \approx \varepsilon_r - \varepsilon_1(1 + \theta^2/2)$. 至此, 热流 J_r 可以表示为

$$J_r = \Delta_{12}(\Gamma_{12}^- P_1 - \Gamma_{12}^+ P_2) + \Delta_{34}(\Gamma_{34}^- P_3 - \Gamma_{34}^+ P_4) + \Delta_{14}(\Gamma_{14}^- P_1 - \Gamma_{14}^+ P_4) + \Delta_{23}(\Gamma_{23}^- P_2 - \Gamma_{23}^+ P_3). \quad (\text{B3})$$

对跃迁速率、占据概率以 θ^2 为权重进行展开, 即 $\Gamma = \Gamma^{(0)} + \Gamma^{(1)}$, $P = P^{(0)} + P^{(1)}$, 只保留一阶项可得到

$$J_r \approx \Delta_{12}^{(0)}(\Gamma_{12}^{-(0)} P_1^{(1)} - \Gamma_{12}^{+(0)} P_2^{(1)} + \Gamma_{12}^{-(1)} P_1^{(0)} - \Gamma_{12}^{+(1)} P_2^{(0)}) + \Delta_{34}^{(0)}(\Gamma_{34}^{-(0)} P_3^{(1)} - \Gamma_{34}^{+(0)} P_4^{(1)} + \Gamma_{34}^{-(1)} P_3^{(0)} - \Gamma_{34}^{+(1)} P_4^{(0)}) + \Delta_{14}^{(0)}(\Gamma_{14}^- P_1^{(0)} - \Gamma_{14}^+ P_4^{(0)}) + \Delta_{23}^{(0)}(\Gamma_{23}^- P_2^{(0)} - \Gamma_{23}^+ P_3^{(0)}). \quad (\text{B4})$$

根据缀饰态主方程结合 (4) 式与 (B4) 式, 可以得到方程 (7) 所示的稳态流表达式.

附录C 大自旋下的热流解析解

在自旋数 N_μ 较大且系统处于低激发态 ($\langle \hat{a}_\mu^\dagger \hat{a}_\mu \rangle \ll N_\mu$) 的条件下, 可以利用 Holstein-Primakoff (HP) 变换将自旋算符近似映射为玻色子算符 $\hat{J}_+^\mu \approx \sqrt{N_\mu} \hat{a}_\mu^\dagger$, $\hat{J}_-^\mu \approx \hat{a}_\mu \sqrt{N_\mu}$ 和 $\hat{J}_z^\mu = \hat{a}_\mu^\dagger \hat{a}_\mu - N_\mu/2$. 其中, 玻色子算符满足对易关系 $[\hat{a}_\mu, \hat{a}_\mu^\dagger] = \delta_{\mu\nu}$. 利用自旋算符关系 $\hat{J}_x^\mu = (\hat{J}_+^\mu + \hat{J}_-^\mu)/2$, 将上述 HP 变换代入哈密顿量 (2) 式中, 可以近似得到

$$\hat{H}_S \approx \varepsilon_i \left(\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i - \frac{N_i}{2} \right) + \varepsilon_r \left(\hat{a}_r^\dagger \hat{a}_r - \frac{N_r}{2} \right) + \frac{\lambda\sqrt{N_i}}{2} (\hat{a}_i^\dagger + \hat{a}_i) \left(\hat{a}_r - \frac{N_r}{2} \right). \quad (\text{C1})$$

为了消除 \hat{H}_S 中关于 \hat{a}_i 的线性相互作用项, 引入位移算符 $\hat{D}(\alpha) = \exp[\alpha(\hat{a}_i^\dagger - \hat{a}_i)]$, 作用于 $\tilde{H}_S = \hat{D}^\dagger(\alpha)\hat{H}_S\hat{D}(\alpha)$, 其中偏移量 $\alpha = -\lambda\sqrt{N_i}(m_r - N_r/2)/2\varepsilon_1$. 经过位移变换后的有效哈密顿量 \tilde{H}_S 变为

$$\tilde{H}_S = \varepsilon_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i + \varepsilon_r \hat{a}_r^\dagger \hat{a}_r - \frac{\lambda^2 N_i (\hat{n}_r - \frac{N_r}{2})^2}{4\varepsilon_1}. \quad (\text{C2})$$

相应地, 系统的本征态可以描述为位移后的 Fock 态 $|\psi_{m_i, m_r}\rangle = |\phi_{m_i}\rangle_{m_i} \otimes |m_r\rangle$, 其中 $|\phi_{m_i}\rangle_{m_i} = D(\alpha)|m_i\rangle$. 系统的本征值为: $E_{m_i, m_r} = \varepsilon_i m_i + \varepsilon_r m_r - \frac{\lambda^2 N_i (m_r - N_r/2)^2}{4\varepsilon_1}$. 在弱

耦合 ($\lambda/\varepsilon_\mu \ll 1$) 与极低激发态近似下, 相互作用项简化为 $\lambda^2 N_i (m_r - N_r/2)^2 / 2\varepsilon_1 \approx \lambda^2 N_i N_r^2 / 8\varepsilon_1$. 考虑非相干跃迁速率 (5) 式在进行 HP 变换 $\hat{J}_x^\mu = (\hat{J}_+^\mu + \hat{J}_-^\mu)/2 = \sqrt{N_\mu}(\hat{a}_\mu + \hat{a}_\mu^\dagger)/2$ 后, 得到

$$\Gamma_1^\pm(\Delta_{m_i-1, m_i-1}^{m_i, m_r}) = \frac{\gamma_i(\pm\varepsilon_i)m_i(\pm\varepsilon_i)N_i m_i}{4}, \quad (\text{C3a})$$

$$\Gamma_r^\pm(\Delta_{m_r, m_r-1}^{m_i, m_r}) = \frac{N_r m_r}{4} \gamma_r [\pm(\varepsilon_i m_i - \varepsilon_i m_r + \varepsilon_r)] m_r \times [\pm(\varepsilon_i m_i - \varepsilon_i m_r + \varepsilon_r)] |m_i\rangle \langle \psi_{m_i} | \psi_{m_r}\rangle_{m_r-1}|^2. \quad (\text{C3b})$$

令耦合系数 $D_{m_i, m_r}(\alpha) = m_r \langle \psi_{m_i} | \hat{D}(\alpha) | \psi_{m_r}\rangle_{m_r-1}$. 考虑弱耦合情况 $\frac{\lambda\sqrt{N_i}}{2\varepsilon_1} \ll 1$, 对位移算符进行展开近似, 得到

$$\hat{D}_{m_i, m_r} \left(\frac{\lambda\sqrt{N_i}}{2\varepsilon_1} \right) \approx \delta_{m_i, m_r} + \frac{\lambda\sqrt{N_i}}{2\varepsilon_1} \sqrt{m_r + 1} \delta_{m_i, m_r + 1} - \frac{\lambda\sqrt{N_i}}{2\varepsilon_1} \sqrt{m_r} \delta_{m_i, m_r - 1}. \quad (\text{C4})$$

当 $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_r$ 时考虑跃迁, 跃迁速率可以包括准弹性项、合频项以及差频项. 具体表示为

$$\Gamma_r^\pm(\Delta_{m_r, m_r-1}^{m_i, m_r}) = \gamma_r(\pm\varepsilon_r)n_r(\pm\varepsilon_r) \frac{N_r m_r}{4} + \gamma_r(\pm(\varepsilon_r + \varepsilon_i))n_r(\pm(\varepsilon_r + \varepsilon_i)) \frac{N_r m_r}{4} \frac{\lambda^2 N_i (m_i + 1)}{4\varepsilon_1^2} \delta_{m_i, m_r + 1} + \gamma_r(\pm(\varepsilon_r - \varepsilon_i))n_r(\pm(\varepsilon_r - \varepsilon_i)) \frac{N_r m_r}{4} \frac{\lambda^2 N_i m_i}{4\varepsilon_1^2} \delta_{m_i, m_r - 1}. \quad (\text{C5})$$

对跃迁速率和占据概率以 λ^2 为权重进行展开, 即

$$\Gamma \approx \Gamma^{(0)} + \left(\frac{\lambda\sqrt{N_i}}{2\varepsilon_1} \right)^2 \Gamma^{(1)}, \quad P \approx P^{(0)} + \left(\frac{\lambda\sqrt{N_i}}{2\varepsilon_1} \right)^2 P^{(1)},$$

并结合缀饰态主方程 (4), 此时稳态流可以表示为

$$J_r \approx \left(\frac{\lambda\sqrt{N_i}}{2\varepsilon_1} \right)^2 \times \left\{ \varepsilon_r \sum_{m_i, m_r} [\Gamma_r^-(\Delta_{m_i+1, m_r+1}^{m_i+1, m_r+1}) P_{m_i+1, m_r+1}^{(0)} - \Gamma_r^+(\Delta_{m_i, m_r}^{m_i+1, m_r+1}) P_{m_i, m_r}^{(0)}] - \varepsilon_1 \sum_{m_i, m_r} [\Gamma_r^-(\Delta_{m_i, m_r}^{m_i-1, m_r+1}) P_{m_i-1, m_r+1}^{(0)} - \Gamma_r^+(\Delta_{m_i, m_r}^{m_i-1, m_r+1}) P_{m_i, m_r}^{(0)}] \right\}, \quad (\text{C6})$$

其中 0 阶占据概率 $P_{m_i, m_r}^{(0)} = P_{m_i} \times P_{m_r}$, $P_{m_\mu} = e^{-\beta\varepsilon_\mu m_\mu} / Z_\mu$, 配分函数 $Z_\mu = \sum_{m_\mu=0}^{\infty} e^{-\beta\varepsilon_\mu m_\mu}$, m_μ 玻色子激发数. 同时根据 (C5) 式得到的 $\Gamma_r^\pm(\Delta_{m_i+1, m_r+1}^{m_i+1, m_r+1}) = \gamma_r(\pm(\varepsilon_r + \varepsilon_i))n_r(\pm(\varepsilon_r + \varepsilon_i)) \frac{N_r}{4} (m_r + 1)(m_i + 1)$, $\Gamma_r^\pm(\Delta_{m_i-1, m_r+1}^{m_i-1, m_r+1}) = \gamma_r(\pm(\varepsilon_r - \varepsilon_i))n_r(\pm(\varepsilon_r - \varepsilon_i)) \frac{N_r m_i}{4} (m_r + 1)$, 可以得到 (8) 式的稳态流.

参考文献

- [1] Talkner P, Hänggi P 2020 *Rev. Mod. Phys.* **92** 041002
- [2] Landi G T, Poletti D, Schaller G 2022 *Rev. Mod. Phys.* **94** 045006
- [3] Wang J S, Peng J B, Zhang Z Q, Zhang Y M, Zhu T 2023 *Front. Phys.* **18** 43602
- [4] Chen X B, Duan W H 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 186302 (in

- Chinese) [陈晓彬, 段文晖 2015 *物理学报* **64** 186302]
- [5] Funo K, Quan H T 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 040602
- [6] Landi G T, Kewming M J, Mitchison M T, Potts P P 2024 *PRX Quantum* **5** 020201
- [7] Rivas A 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 160601
- [8] Pekola J P, Karimi B 2021 *Rev. Mod. Phys.* **93** 041001
- [9] Segal D, Nitzan A 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 034301
- [10] Wang Z, Wang L Q, Chen J Z, Wang C, Ren J 2022 *Front. Phys.* **17** 13201
- [11] Chen G 2005 *Nanoscale Energy Transport and Conversion: A Parallel Treatment of Electrons, Molecules, Phonons, and Photons* (Oxford: Oxford University Press) pp348–403
- [12] Balduque J, Sanchez R 2026 *Eur. Phys. J. Spec. Top.* DOI: 10.1140/epjs/s11734-025-02107-8
- [13] Wang Z, Ren J 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 230503 (in Chinese) [王子, 任捷 2021 *物理学报* **70** 230503]
- [14] Leggett A J, Chakravarty S, Dorsey A T, Fisher Matthew P A, Garg A, Zwerger W 1987 *Rev. Mod. Phys.* **59** 1
- [15] Maguire H, Iles-Smith J, Nazir A 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 093601
- [16] Anto-Sztrikacs N, Segal D 2021 *New J. Phys.* **23** 063036
- [17] Anto-Sztrikacs N, Nazir A, Segal D 2023 *PRX Quantum* **4** 020307
- [18] Ronzani A, Karimi B, Senior J, Chang Y C, Peltonen J T, Chen C D, Pekola J P 2018 *Nat. Phys.* **14** 991
- [19] Wang R Q, Wang C, Lu J C, Jiang J H 2022 *Adv. Phys. X* **7** 2082317
- [20] Chien C C, Peotta S, Ventra M D 2015 *Nat. Phys.* **11** 998
- [21] Bermudez A, Bruderer M, Plenio M B 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 040601
- [22] Li J, Chen L, Feng M 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 033701 (in Chinese) [李冀, 陈亮, 冯芒 2024 *物理学报* **73** 033701]
- [23] Micadei K, Peterson J P S, Souza A M, Sarthour R S, Oliveira I S, Landi G T, Batalhao T B, Serra R M, Lutz E 2019 *Nat. Commun.* **10** 2456
- [24] Xu M, Stockburger J T, Ankerhold J 2021 *Phys. Rev. B* **103** 104304
- [25] Chen Z H, Wang F Y, Chen H, Lu J C, Wang C 2023 *Chin. Phys. Lett.* **40** 050501
- [26] Upadhyay R, Golubev D S, Chang Y C, Thomas G, Guthrie A, Peltonen J T, Pekola J P 2024 *Nat. Commun.* **15** 630
- [27] Chen X M, Xu Y T, Wang C 2024 *Phys. Rev. A* **110** 043712
- [28] Yamamoto T, Tokura Y 2025 *Phys. Rev. B* **111** L201409
- [29] Jiang B, Li Y Y, Liu J J, Wang C, Jiang J H 2025 *Chin. Phys. Lett.* **42** 120403
- [30] Vogl M, Schaller G, Brandes T 2011 *Ann. Phys.* **326** 2827
- [31] Kong J R, Mao M, Liu H, Wang C 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 214201 (in Chinese) [孔俊然, 毛钲, 刘焕, 王晨 2025 *物理学报* **74** 214201]
- [32] Liu Y Q, Yang Y J, Yu C S 2023 *Phys. Rev. E* **107** 044121
- [33] Gubaydullin A, Thomas G, Golubev D S, Lvov D, Peltonen J T, Pekola J P 2022 *Nat. Commun.* **13** 1552
- [34] Guo B Q, Liu T, Yu C S 2018 *Phys. Rev. E* **98** 022118
- [35] Senior J, Gubaydullin A, Karimi B, Peltonen J T, Ankerhold J, Pekola J P 2020 *Commun. Phys.* **3** 40
- [36] Lu J C, Wang R Q, Ren J, Kulkarni M, Jiang J H 2019 *Phys. Rev. B* **99** 035129
- [37] Liu J J, Segal D 2020 *Phys. Rev. B* **102** 125416
- [38] Zhao X D, Xing Y, Cao J, Liu S T, Cui W X, Wang H F 2023 *npj Quantum Inf.* **9** 59
- [39] Karg C, Nasseem M T, Opatrny T, Müstecaplioglu O E, Kurizki G 2019 *Phys. Rev. E* **99** 042121
- [40] Duan C R, Hsieh C Y, Liu J J, Wu J L, Cao J S 2020 *J. Phys. Chem. Lett.* **11** 4080
- [41] Garwola J, Segal D 2024 *Phys. Rev. B* **110** 174304
- [42] Upadhyay V, Nasseem M T, Marathe R, Müstecaplioglu O E 2021 *Phys. Rev. E* **104** 054137
- [43] Aiache Y, Allati A E, Demir I, Anouz K E 2025 *Phys. Rev. A* **112** 062229
- [44] Zhang X Y, Cao X F, He D H 2024 *Phys. Rev. B* **109** 245415
- [45] Alcalá A, Oncebay C, Rojas O, Rojas M 2026 [arXiv:2601.03139](https://arxiv.org/abs/2601.03139) [quant-ph]
- [46] Beaudoin F, Gambetta J M, Blais A 2011 *Phys. Rev. A* **84** 043832
- [47] Settineri A, Macri V, Ridolfo A, Stefano O D, Kockum A F, Nori F, Savasta S 2018 *Phys. Rev. A* **98** 053834
- [48] Boite A L 2020 *Adv. Quant. Tech.* **3** 1900140
- [49] Li B W, Wang L, Casati G 2006 *Appl. Phys. Lett.* **88** 143501
- [50] Li N B, Ren J, Wang L, Zhang G, Hanggi P, Li B W 2012 *Rev. Mod. Phys.* **84** 1045
- [51] Joulain K, Drevillon J, Ezzahri Y, Ordonez-Miranda J 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 200601
- [52] Liu H, Wang C, Wang L Q, Ren J 2019 *Phys. Rev. E* **99** 032114
- [53] Cao B, Han C Z, Hao X, Wang C, Lu J C 2024 *Chin. Phys. Lett.* **41** 077302
- [54] Zhang Z C, Liu Z, Yu C S 2025 *Phys. Rev. A* **112** 042219
- [55] Zhang L F, Yan Y H, Wu C Q, Wang J S, Li B W 2009 *Phys. Rev. B* **80** 172301
- [56] Dou W J, Ochoa M A, Nitzan A, Subotnik J E 2018 *Phys. Rev. B* **98** 134306
- [57] Liu J J, Jung K A, Segal D 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 200602
- [58] Barato A C, Seifert U 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 158101
- [59] Horowitz J M, Gingrich T R 2020 *Nat. Phys.* **16** 15
- [60] Liu J J, Segal D 2021 *Phys. Rev. E* **103** 032138

Quantum heat transport and effects of quantum thermal devices in noncommuting coupled spins^{*}

CHEN Yitian KONG Junran LIU Huan WANG Chen[†]*(Department of Physics, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)*

(Received 12 January 2026; revised manuscript received 28 January 2026)

Abstract

Quantum heat transport governs energy exchange processes and statistical laws in non-equilibrium quantum systems, and plays a pivotal role in advancing quantum thermodynamics. In this work, we comprehensively investigate the steady-state thermal transport properties of a noncommuting coupled spin system driven by a finite temperature bias. The system comprises interacting spin ensembles, each coupled to independent bosonic thermal reservoirs. We employ the quantum dressed master equation approach within the framework of open quantum system theory to accurately analyze the non-equilibrium dynamics, ensuring the validity of transport results in the strong coupling regime. Our results demonstrate that noncommuting spin coupling serves as a significant resource for modulating the nonlinearities of the heat current. Specifically, in the weak spin-coupling regime, the system exhibits robust negative differential thermal conductance (NDTC) across various spin numbers. By deriving analytical expressions for the heat current in both the single-spin and large-spin limits, we reveal that this NDTC behavior is governed by microscopic cycle fluxes. Physically, this arises because spin excitation channels induced by the cold reservoir are suppressed under a large temperature bias, thereby blocking energy exchange cycles. Conversely, in the strong spin-coupling and large temperature bias regime, the quantum system demonstrates pronounced thermal rectification. This high rectification efficiency originates from the unidirectional saturation of the heat current, rendering the system a promising candidate for high-performance thermal diodes. Furthermore, we extend the model to a three-terminal configuration to construct a quantum thermal transistor. By manipulating the temperature of the gate reservoir, we achieve efficient modulation and amplification of heat flow between the source and drain. The heat amplification factor β_R is shown to far exceed unity in specific operating regions, confirming significant thermal amplification. These findings not only elucidate the rich nonlinear transport phenomena induced by noncommuting interactions but also provide a theoretical foundation for designing controllable quantum thermal logic devices, such as thermal rectifiers and transistors.

Keywords: quantum heat transport, open quantum system, quantum dissipation, quantum master equationDOI: [10.7498/aps.75.20260057](https://doi.org/10.7498/aps.75.20260057)CSTR: [32037.14.aps.75.20260057](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20260057)

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, China (Grant No. LZ25A050001).

[†] Corresponding author. E-mail: wangchen@zjnu.cn

非对易耦合自旋的量子热运输与量子热器件效应

陈逸甜 孔俊然 刘焕 王晨

Quantum heat transport and effects of quantum thermal devices in noncommuting coupled spins

CHEN Yitian KONG Junran LIU Huan WANG Chen

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 090601 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20260057

CSTR: 32037.14.aps.75.20260057

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20260057>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非平衡各向异性Dicke模型中的量子热能运输

Quantum heat transport in nonequilibrium anisotropic Dicke model

物理学报. 2025, 74(21): 214201 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20251007>

基于纠缠态表象的双模耦合谐振子量子特性分析

Analysis of quantum properties of two-mode coupled harmonic oscillator based on entangled state representation

物理学报. 2024, 73(23): 230302 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20241303>

量子电池的研究进展

Research progress of quantum battery

物理学报. 2026, 75(4): 230302 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251507>

耗散环境单量子点体系输运过程的量子速度极限研究

Study of quantum speed limit of transport process of single quantum dot system in dissipative environment

物理学报. 2023, 72(4): 047301 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222159>

自旋轨道耦合量子点系统中的量子相干

Quantum coherence in spin-orbit coupled quantum dots system

物理学报. 2022, 71(7): 078502 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212111>

含自旋-轨道耦合作用的金属-双量子点-超导体混合型系统的热电输运研究

Thermoelectric transport of normal metal-double quantum dots-superconductor hybrid system with spin-orbit coupling

物理学报. 2025, 74(10): 107301 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241756>