

USTC-QI4 仿星器设计比压极限分析*

王鹏辉 刘珩骞 刘珂 祝曹祥†

(中国科学技术大学核科学技术学院, 可控核聚变物理前沿重点实验室, 合肥 230026)

(2026 年 1 月 25 日收到; 2026 年 3 月 5 日收到修改稿)

高比压运行是磁约束聚变装置实现高能量增益的关键. 本文围绕正在设计的 USTC-QI4 仿星器位形的比压极限展开研究, 通过与 W7-X 仿星器做对比, 分析了 Shafranov 位移、Mercier 判据及气球模稳定性三种主要判据决定的平衡比压极限. 研究结果显示 Shafranov 位移预测的比压极限最高为 25.9%; Mercier 判据次之为 6.1%, 评估较全面; 而气球模判据则最为严格, 仅为 4.3%, 可成为实际比压极限的重要参考. 本研究为 USTC-QI4 仿星器设计的高比压运行能力评估提供了定量依据, 对未来设计高比压先进仿星器具有指导意义.

关键词: 磁约束聚变, 先进仿星器, 比压极限, 磁流体稳定性**DOI:** 10.7498/aps.75.20260133**CSTR:** 32037.14.aps.75.20260133

1 引言

仿星器是一种通过外部三维线圈产生磁场来约束等离子体的聚变装置, 其最大特点是不依赖等离子体电流即可实现稳态运行^[1,2], 避免了电流驱动的不稳定性. 这一特性使其成为未来聚变堆的重要候选方案之一. 作为等离子体压强与磁场强度之比, 比压 ($\beta = 2\mu_0 \langle p \rangle / B^2$) 是衡量磁约束聚变装置性能的关键参数. 更高的比压意味着相同磁场强度可以约束更高压强的等离子体, 从而显著提升聚变功率密度. 但比压的提升存在理论上限^[3], 通常会受到磁流体力学 (magnetohydrodynamic, MHD) 稳定性制约. 当越过比压极限 (β_{limit}) 时, 不稳定性被激发, 导致等离子体约束性能下降甚至造成崩塌. 因此, 比压极限的预测与评估是含仿星器在内的磁约束聚变装置研究的核心问题.

在过去的研究中, 有多种经典判据可以用于确定比压极限. 例如 Shafranov 位移^[4], 磁轴会随着比压的升高而逐渐向外偏移, 从而挤压外侧磁面.

当比压足够大的时候, 可能会导致外侧磁面被过度挤压而失稳. 通过三维平衡程序计算磁轴的偏移可以评估磁场位形的 Shafranov 位移. 例如 Hudson 等^[5]验证比较了 VMEC^[6], DESC^[7] 和 SPEC^[8] 三种平衡程序计算的旋转椭圆仿星器的 Shafranov 位移. Mercier 稳定性判据 D_{Mercier} ^[9] 被广泛用于评估三维磁流体平衡的交换模稳定性, 也是确定仿星器比压极限的一个重要依据. 当然, 仿星器实验^[10,11]和模拟^[12]都表明 Mercier 判据并不能准确预测实验装置的稳定性边界, 仿星器等离子体可以在超过 Mercier 判据时保持非线性稳定. 另外一个常见的比压极限判定指标是气球模不稳定性^[13]. 作为一种压强驱动的不稳定性, 高比压等离子体很容易出现气球模不稳定性. 和托卡马克类似, 部分仿星器中也存在第二稳定性区间^[14], 能够在高比压下仍然保证气球模稳定. 当自举电流较大的时候, 也会考虑扭曲不稳定性 (kink instability) 确定的比压上限^[15,16].

现代仿星器在设计时都需要考虑最大可运行的比压. W7-X 能够在 $\beta = 5\%$ (如果没有特殊说明,

* 国家自然科学基金 (批准号: 12475229) 和中国科学院战略性科技先导专项 (批准号: XDB0790302) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: caoxiangzhu@ustc.edu.cn

这篇论文中 β 都是指体积平均比压) 时保持交换模和气球模稳定^[2]. NCSX 设计时考虑了扭曲模、垂直不稳定性、气球模、交换模、新经典撕裂模等一系列磁流体不稳定性, 设计的高参数比压约为 $\beta = 4.1\%$ ^[15]. 由于第二稳定性区间的存在, QPS 仿星器甚至能在 $\beta = 23\%$ 保持气球模稳定^[17]. 中国首台准轴对称仿星器^[18,19] (CFQS) 在 $\beta = 1.1\%$ 范围是稳定的, 第二气球模稳定能把比压上限提高到 $\beta = 2.7\%$ ^[20]. Stellaris 反应堆设计中验证了其在 $\beta = 3\%$ 时能够 Mercier 稳定^[21]. Infinite Two 反应堆的设计比压相对较低, 为 $\beta = 1.6\%$ ^[22]. 近年来, 随着磁流体计算代码发展, 也有一些不一样的评估方式和新的稳定性优化方法. Loizu 等^[3] 的研究利用 SPEC 程序确定了高比压情况下由磁岛与随机磁力线出现所对应的比压极限. 为优化气球模不稳定性, Gaur 等^[23] 最近提出了一种无限模数理想气球模的快速优化工具, 可用于设计气球模稳定的仿星器与托卡马克平衡. 随后, Gaur 等^[24] 提出增强动理学气球模稳定性的优化方法, 采用 Mercier 稳定性、气球模、曲率等物理构建出目标函数, 成功找到了一系列磁流体稳定的全向约束 (omnigenity) 位形.

本文关注一种新近设计的仿星器位形——USTC-QI4 的稳定性性质. 该位形来自中国科学技术大学, 是基于 OOPS 方法^[25] 优化设计的四周期极向全向约束位形. USTC-QI4 位形拥有出色的新经典输运和快粒子约束, 但该设计的磁流体稳定性仍有待系统评估. 本文将结合 Shafranov 位移、Mercier 稳定性以及气球模等典型判据, 对 USTC-QI4 的比压极限进行分析. 满足 USTC-QI4 位形设计需求, 同时可为未来全向约束位形的稳定性研究提供参考. 作为对比, 本文也计算了 W7-X 仿星器的相关物理性质. W7-X 是在运行的世界最大仿星器装置, 取得了一系列突破性成果. 以 W7-X 位形作为参考, 有助于理解 USTC-QI4 稳定性的表现, 同时可以比较不同稳定性机制的共性规律.

总体来说, 本文研究了 USTC-QI4 和 W7-X 两种位形在 Shafranov 位移、Mercier 判据、气球模三种稳定性机制下所给出的比压极限, 分析了 USTC-QI4 位形下在不同机制的比压极限. 本文的结构安排如下: 第 2 节分别介绍 USTC-QI4 和 W7-X 的具体信息与输入文件设置; 第 3 节介绍 Shafranov 位移、Mercier 判据、气球模预测比压极

限的物理机制与对应的扫描结果; 第 4 节为总结与展望.

2 USTC-QI4 与 W7-X 位形

全向约束性 (omnigenity) 是一种粒子平均径向漂移 $\Delta\psi$ 为零的磁场性质, 即:

$$\Delta\psi = \oint \mathbf{v}_d \cdot \nabla\psi \, dt = 0, \quad (1)$$

其中 $\mathbf{v}_d$ 是导心漂移速度, $\nabla\psi$ 代表磁面法向方向. 在全向约束磁场中, 捕获粒子经过一个反弹周期后, 在径向的净漂移为零, 从而被完美地约束在磁面附近. 从绝热不变性的角度看, 该性质等价于粒子第二绝热不变量 $\mathcal{J} = \int mv_{\parallel} dl$ (l 沿磁力线方向) 在磁面上仅是通量函数 ψ 的函数. 对于捕获粒子, 无论其起始磁力线位置如何, 其在同一磁面上的 $\mathcal{J}$ 值均保持相同. 全向约束磁场能够显著降低新经典输运并改善快粒子约束性能.

USTC-QI4 是一个具有全向约束性的仿星器设计. 在 Boozer 坐标系下, USTC-QI4 位形最外层闭合磁面上的磁场强度 $|B|$ 等值线在绝大部分区域沿极向闭合, 满足极向全向约束性的判据. 这种极向闭合的全向约束位形也被称为 quasi-isodynamic (QI). USTC-QI4 具有 $N_{FP} = 4$ 的周期对称性, 半径比为 $A_p = 8.2$, 平均拉长比 $E \approx 3.7$. 在真空条件下, 该位形在整个等离子体区域内形成磁阱 (magnetic well) 结构, 轴上旋转变换为 $\iota_{axis} = 0.90$, 边界旋转变换为 $\iota_{edge} \approx 0.98$, 且旋转变换从磁轴到边界单调递增, 如图 1(a) 所示. 在 $\beta = 5.0\%$ 时, 边界上有效波纹度 $\epsilon_{eff}^{3/2}$ 约为 1.1×10^{-3} . 这种设计在避免低阶有理面引起的内部磁岛的同时, 在等离子体边界形成接近 $(m, n) = (4, 4)$ 的磁岛结构, 为磁岛偏滤器的实现提供了良好条件. USTC-QI4 位形的等离子体边界三维形状和磁场分布可见图 1(b). 与 W7-X 类似, USTC-QI4 也像一个四周期的串联磁镜. 尽管 USTC-QI4 在输运性能方面表现出明显优势, 但其在有限比压条件下的磁流体稳定性边界尚缺乏系统评估, 因此有必要对其比压极限及相关 MHD 不稳定性开展深入研究.

作为参考, 我们选取了同样为 QI 位形的 W7-X 装置. W7-X 采用五周期对称结构 ($N_{FP} = 5$), 其主要线圈系统由 50 个非平面超导线圈和 20 个

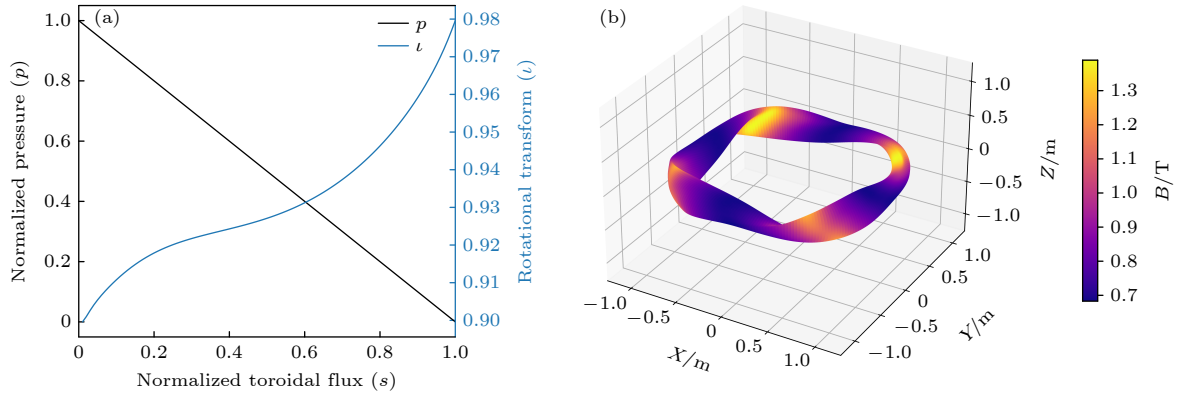


图 1 (a) USTC-QI4 位形的压强与旋转变换剖面图; (b) USTC-QI4 位形的三维形状图

Fig. 1. (a) Pressure and rotational transform profiles of the USTC-QI4 configuration; (b) 3D view of the USTC-QI4 configuration.

平面线圈组成. 装置的主半径约为 $R_0 \approx 5.5$ m, 平均小半径约为 $a \approx 0.53$ m^[26]. W7-X 仿星器设计过程中考虑了高比压的磁流体稳定性. 本文采用的 W7-X 位形为标准位形.

磁流体平衡的计算结果与剖面选择紧密相关. 在本工作中, 两个位形使用相同的剖面, 如图 1(a) 所示. 其中, 压强剖面具体形式为

$$P(s) = P_0(1 - s), \quad (2)$$

其中 P_0 为磁轴处压强, s 为归一化环向磁通. 由于 QI 仿星器的自举电流极小, 真空和有限比压下, 本文都取环向净电流 $CURTOR = 0$. 所有的平衡都用 VMEC 计算, 极向与环向模式数分别设为 $MPOL = 10$ 和 $NTOR = 10$, 径向分辨率为 $NS = 101$, 目标函数残差阈值 $FTOL = 10^{-13}$.

3 三种决定比压极限的判据

3.1 Shafranov 位移

3.1.1 Shafranov 位移的物理机制

Shafranov 位移是指随着等离子体压强比压增加, 由于等离子体内部的磁压与等离子体压力不平衡, 磁轴向外发生径向偏移的现象^[27]. 这种偏移在理想 MHD 平衡中是由环向电流 (如 Pfirsch-Schlüter 电流) 和等离子体压力驱动共同作用引起的. 当偏移变得足够大时, 原有的嵌套磁面可能崩解或全局/局部不稳定性更易被触发. 此时对应的比压值就是由 Shafranov 位移机制测量出的比压极限值.

由于 Shafranov 位移依赖于装置几何、压强剖面、边界条件以及等离子体电流分布等多种因素, 目前尚未有严格的 Shafranov 位移引起的比压极

限公式. 有文献^[28]提出过 Shafranov 位移比压极限的经验公式. 例如定义归一化的 Shafranov 位移 Δ 为

$$\Delta \equiv \frac{R_{ax}(\beta) - R_{ax}(0)}{a}, \quad (3)$$

其中 R_{ax} 是磁轴在柱坐标中的 R 方向坐标, a 为当前横截面位置真空下磁轴到水平最外侧点的距离 (仿星器在不同环向角的截面形状不一样, 因此这里需选取特定环向角对应的横截面位置). Suzuki 等^[28]提到 $\Delta \approx 0.5$ 时意味着比压进入了高比压区域, 外围磁面变成随机, 在这些区域力平衡被破坏. 此时的比压就是 Shafranov 位移确定的比压极限, 即 $\beta_{limit} = \beta (\Delta \approx 0.5)$. 本文也根据这个判据来计算 W7-X 与 USTC-QI4 位形中由 Shafranov 位移给出的比压极限.

3.1.2 Shafranov 位移确定的比压极限

可以通过设置压强剖面的系数来改变位形的比压, 以位形的体积平均比压 (β_{total}) 作为参考比压值, 本文从压强为零开始扫描, 直到 $\Delta > 50\%$. 在 Shafranov 位移的计算中, 使用的是豆形 (bean-shaped) 截面的磁轴与磁面数据. W7-X 的 Shafranov 位移-比压关系图可以全部由真实数据绘制出. 对于 USTC-QI4 位形而言, 当比压超过 17% 时, VMEC 程序开始出现数值收敛问题 (力残差无法在规定迭代步数内降低到预期值以下). 在圆截面近似下, 托卡马克装置的 Shafranov 位移公式为 $\Delta \approx a^2 \beta_p / R_0$ ^[29], 与比压成线性关系. 因此, 可以将数据点拟合并外推到 Shafranov 位移等于 50% 得到 USTC-QI4 的比压极限. 两个位形的比压-Shafranov 位移关系如图 2 所示.

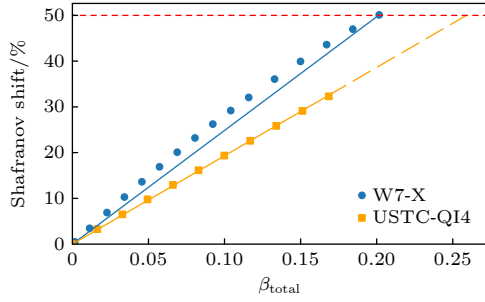


图 2 W7-X 与 USTC-QI4 的 Shafranov 位移随比压变化图
Fig. 2. Variation of the Shafranov shift with plasma beta in W7-X and USTC-QI4.

通过对 Shafranov 位移数据的处理, W7-X 的比压极限约为 20.2%, USTC-QI4 位形由拟合函数外推得到比压极限约为 25.9%. 在同样压强剖面下, USTC-QI4 位形在 Shafranov 位移稳定性表现要好于 W7-X. W7-X 的 Shafranov 位移-比压斜率约为 2.5, USTC-QI4 的 Shafranov 位移-比压斜率约为 1.9. 我们也绘制了 USTC-QI4 与 W7-X 位形的磁面形状来展示 Shafranov 位移现象, 见图 3. 图中上半部分是比压为零时的磁面 (黑色), 下半部

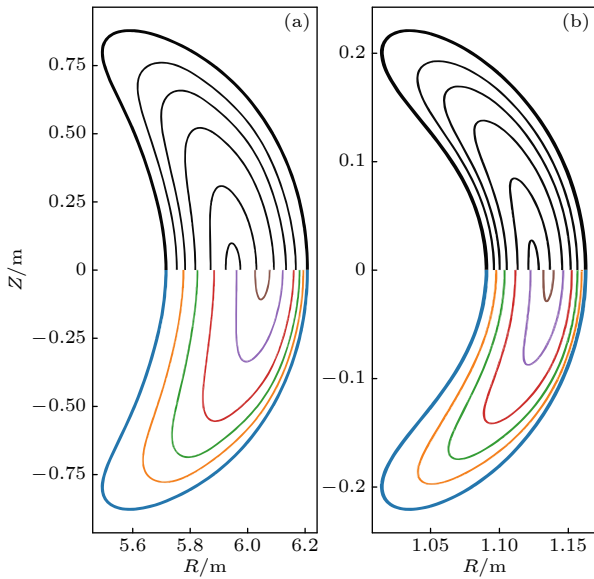


图 3 (a) 上半部分 (黑色) 为 W7-X 位形真空下的磁面形状, 下半部分 (彩色) 为 W7-X 位形比压 15% (Shafranov 位移约等于 39.9%) 时的磁面. (b) 上半部分 (黑色) 为 USTC-QI4 位形真空下的磁面形状, 下半部分 (彩色) 为 USTC-QI4 位形比压 15% (Shafranov 位移约等于 29.1%) 时的磁面

Fig. 3. (a) Upper half (grayscale): Cross sections of flux surfaces of the W7-X configuration without plasma pressure; lower half (color): Flux surfaces of W7-X at $\beta = 15\%$ (Shafranov shift $\approx 39.9\%$). (b) Upper half (grayscale): Cross sections of flux surfaces of the USTC-QI4 configuration without plasma pressure; lower half (color): Flux surfaces of USTC-QI4 at $\beta = 15\%$ (Shafranov shift $\approx 29.1\%$).

分为比压约为 15% 时的磁面 (彩色). 可以看出, 在比压均为 15% 的情况下, W7-X 的磁轴偏移明显高于 USTC-QI4, 印证了 USTC-QI4 在 Shafranov 位移稳定性上表现更好的结论. 当然, USTC-QI4 的拉长比更大 (在水平方向更窄). 在高比压下, VMEC 的不收敛可能与此有关.

3.2 Mercier 判据

3.2.1 Mercier 判据的物理机制

Mercier 判据^[9]可用于判断是否存在交换模不稳定性. Mercier 判据通常写作一个量 D_{Mercier} , 它是多个物理因素项的总和——剪切项 D_{Shear} , 测地曲率项 D_{Geodesic} , 磁阱项 D_{Well} , 电流项 D_{Current} , 即:

$$D_{\text{Mercier}} = D_{\text{Shear}} + D_{\text{Geodesic}} + D_{\text{Well}} + D_{\text{Current}}. \quad (4)$$

在 VMEC 代码中, Mercier 判据的每个分量由以下公式计算^[30]:

$$\begin{aligned} D_{\text{Shear}} &= \frac{\iota'^2}{4}, \\ D_{\text{Geodesic}} &= \left\langle \frac{\sigma B^2}{|\nabla\Phi|^2} \right\rangle^2 - \left\langle \frac{B^2}{|\nabla\Phi|^2} \right\rangle \left\langle \frac{\sigma^2 B^2}{|\nabla\Phi|^2} \right\rangle, \\ D_{\text{Well}} &= p' \left(V'' - p'' \left\langle \frac{1}{B^2} \right\rangle \right) \left\langle \frac{B^2}{|\nabla\Phi|^2} \right\rangle, \\ D_{\text{Current}} &= \iota' \left\langle \frac{(I' - \sigma) B^2}{|\nabla\Phi|^2} \right\rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 B 为磁场, p 为等离子体压力, ι 为旋转变换, ι' 表示磁剪切, V 为磁面所围成的磁通管的体积, Φ 和 I 分别为磁通管内的环向磁通和环向电流, ζ 表示环向角. Mercier 判据指出: 当 D_{Mercier} 大于零时为交换模稳定, 小于零时为交换模不稳定. 物理上, Mercier 分量中的磁剪切和磁阱两项提供稳定机制: 磁剪切通过几何扭曲扰动降低其有利路径, 而磁阱则通过几何约束使扰动难以远离磁轴. Mercier 判据不稳定性的驱动来源主要是电流项和测地曲率项, 如果这些不稳定项足够强大, 那么就会抵消磁剪切和磁阱的致稳效果. $D_{\text{Mercier}} = 0$ 的临界点, 就是 Mercier 判据给出的比压极限 $\beta_{\text{limit}} = \beta(D_{\text{Mercier}} = 0)$.

3.2.2 Mercier 判据的比压极限结果

与前面的 Shafranov 位移计算类似, 我们扫描生成了一系列不同比压的平衡. 通过 VMEC 程序自带的 Mercier 模块计算对应的 D_{Mercier} . 为避免靠

近磁轴的数值误差, 只考虑 $s \in [0.15, 1]$ 的磁面, 重点关注 D_{Mercier} 径向最小值. 若最小值仍大于零, 证明位形在该比压数值下仍是稳定的; 否则对应磁面 Mercier 不稳定. Mercier 计算结果如图 4 所示, 两个位形的 D_{Mercier} 有相同的增长趋势, 随着比压的增长, D_{Mercier} 的数值都从负值出发, 迅速增长到零以上, 维持一段正值区间, 再随着比压的增大, 降到零值以下. W7-X 的比压极限约为 14.3%, USTC-QI4 位形的比压极限约为 6.1%. 比压很小时, 稳定与不稳定也有分界点, W7-X 的约为 0.1%, USTC-QI4 位形约为 0.3%. 不过这里记录的是 D_{Mercier} 的径向最小值, 在低比压时, 绝大部分磁面的 D_{Mercier} 都是正的. 值得一提的是, USTC-QI4 的 D_{Mercier} 数值通常比 W7-X 更大, 比如在稳定区间 D_{Mercier} 数值浮动在 $(0, 6)$ 内, 而 W7-X 的数值在 $(0, 0.004)$. 不过, D_{Mercier} 数值大小的含义暂时并不明确.

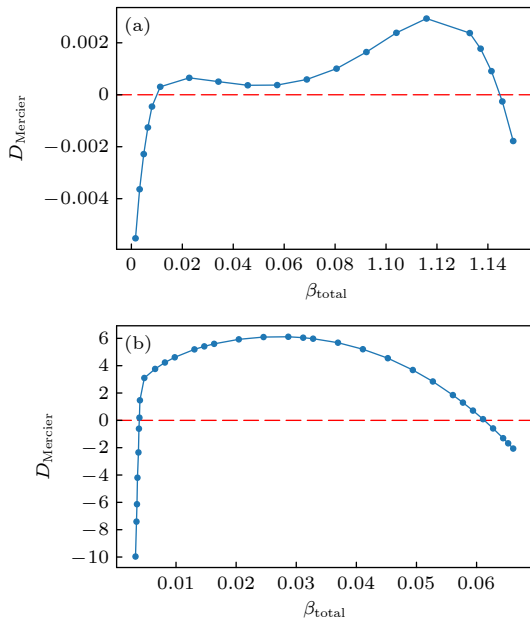


图 4 (a) W7-X 的 D_{Mercier} 数值随比压变化图; (b) USTC-QI4 的 D_{Mercier} 数值随比压变化图

Fig. 4. (a) Variation of the Mercier parameter D_{Mercier} with plasma β for W7-X; (b) variation of the Mercier parameter D_{Mercier} with plasma β for USTC-QI4.

可以进一步分析具体分量随比压的变化. 如图 5 和图 6 所示, 给出了 W7-X 和 USTC-QI4 位形在不同比压下 D_{Mercier} 最小值磁面上的各个分量. 两个位形的失稳机制相似, 致稳项都是磁阱项 D_{Well} , 失稳项都是测地曲率项 D_{Geodesic} .

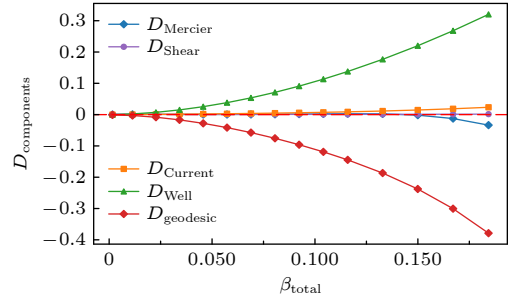


图 5 W7-X 的 D_{Mercier} 分量随比压变化图

Fig. 5. Variation of the Mercier components with β for the W7-X configuration.

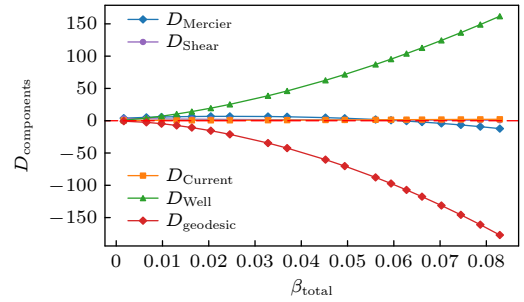


图 6 USTC-QI4 位形的 D_{Mercier} 分量随比压变化图

Fig. 6. Variation of the Mercier components with β for the USTC-QI4 configuration.

3.3 气球模

气球模是一类受压强驱动、局域化沿磁力线增长的理想磁流体不稳定性. 在磁场中, 等离子体坏曲率和压力梯度耦合作用, 会产生局域凸起的扰动. 若该区域抑制因素 (如磁剪切) 很弱, 扰动就会以非常短的跨磁面尺度发生并以极高的波数特征出现^[13]. 为了计算气球模的增长速率, 这里利用 COBRA^[31] 程序. COBRA 程序把 infinite-n 气球模方程化简为沿磁场线的一维二阶线性本征微分方程^[32]:

$$\frac{d}{dy} \left[P(y) \frac{d\Phi}{dy} \right] + Q(y)\Phi + \lambda R(y)\Phi = 0, \quad (6)$$

其中 y 是沿场线的归一化坐标, $P(y)$, $Q(y)$, $R(y)$ 是由三维平衡计算出来的系数函数, Φ 是扰动变量的特征函数, 方程本征值 λ 与模的生长率 ω 的平方相对应,

$$\lambda = \omega^2. \quad (7)$$

因此, λ 的符号代表扰动的增长或衰减: 若 $\lambda < 0$, 则有 $\omega^2 < 0$, 对应于纯虚频率 $\omega = i\gamma$, 扰动随时间成 $e^{i\gamma t}$ 正弦函数模式波动, 扰动限制在一定幅度内, 气球模保持稳定; 而当 $\lambda > 0$ 时, 则 $\omega^2 > 0$, 线性扰

动随时间按 $e^{\omega t}$ 的形式指数增长, 从而进入气球模不稳定区域. $\lambda = 0$ 时的比压即为气球模机制给出的比压极限 $\beta_{\text{limit}} = \beta (\lambda = 0)$.

COBRA 程序可以直接读取 VMEC 平衡输出文件. 为避免磁轴附近的误差, 本文计算了第 20—100 共 81 个磁面的 infinite-n 气球模增长率 (growth rate). 选取每一个平衡气球模增长速率的最大值, 当其最大值也小于零时, 证明位形在该比压数值时是全局稳定. 若最大值大于零, 表明存在不稳定磁面. 两个位形径向最大气球模增长率随比压的变化如图 7 所示. 根据气球模增长率, W7-X 的比压极限约为 3.1%, USTC-QI4 约为 4.3%, USTC-QI4 的气球模比压上限高于 W7-X.

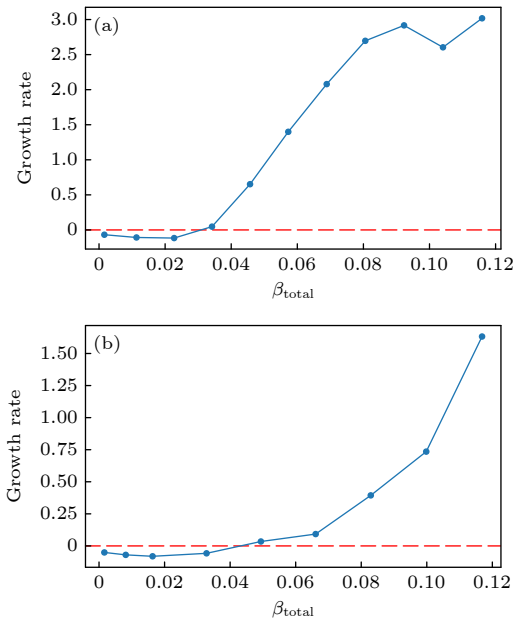


图 7 (a) W7-X 的气球模增长速率随比压变化图; (b) USTC-QI4 的气球模增长速率随比压变化图

Fig. 7. (a) Variation of the ballooning mode growth rate with β for W7-X; (b) variation of the ballooning mode growth rate with β for the USTC-QI4.

仿星器装置中也存在气球模稳定的第二稳定性区间, 但是已有研究^[24]表明, 可能仅有环向全向约束位形才能进入第二稳定区, 而 USTC-QI4 与 W7-X 都属于极向全向约束位形. 结合 USTC-QI4 位形气球模增长率扫描结果, 在收敛区间内未观察到气球模增长率出现显著下降. 基本可以确认 USTC-QI4 位形不存在第二稳定性区间.

3.4 结果与讨论

这里总结讨论 USTC-QI4 与 W7-X 两个位形

的 Shafranov 位移、Mercier 判据、气球模稳定性确定的比压极限, 具体的数据见表 1.

表 1 仿星器位形在不同稳定性机制下的比压上限比较
Table 1. Comparison of β limits predicted by different criteria.

稳定性机制	USTC-QI4	W7-X
Shafranov位移	25.9%	20.2%
Mercier判据	6.1%	14.3%
气球模	4.3%	3.1%

从 Shafranov 位移机制来看, USTC-QI4 的表现较好. 增强同样的比压, USTC-QI4 的磁轴位移约为 W7-X 的 4/5. 可能原因是 USTC-QI4 比 W7-X 位形具有更高的 QI 精度. 通常来说, QI 位形的 Pfirsch-Schlüter (P-S) 电流更小甚至没有. 当净电流减小时, 可降低等离子体的 Shafranov 位移. 从 Mercier 判据的表现上看, USTC-QI4 有两个特点: 1) 稳定区间 D_{Mercier} 数值更大; 2) 比压极限低于 W7-X, 仅为 6.1%. 暂时并没有明确的理论分析 D_{Mercier} 数值大小与稳定性之间的关系. 随着比压的增大, USTC-QI4 和 W7-X 的测地曲率项在快速上升, 必须依靠磁阱项来致稳. USTC-QI4 的气球模比压极限略好于 W7-X. 当然, 这里需要强调, 压强剖面的选取会影响具体的稳定性表现. 如果换不同的压强剖面, 具体结果可能有所不同. (这里 W7-X 的气球模比压上限与之前的文献不同, 可能的原因是 W7-X 的位形经过了迭代, 也有可能是所用剖面并不完全一样.)

综合比较这三种物理机制, 其中 Shafranov 位移给出的比压极限最高, Mercier 判据其次, 气球模给出的比压极限最严格. Shafranov 位移预测的是位形整体尺度的不稳定性, 若 Shafranov 位移不能被约束, 则一个位形基本不可能被实现. Mercier 判据的特点是包括了多种物理机制, 对稳定性的评估比较全面. 给出比压极限的同时, 可以给出对应的物理量之间的竞争关系, 更有利于下一步的优化. 而气球模给出的比压极限最严格, 往往可以成为装置实际运行的指标.

4 结论与展望

本文运用三种稳定性机制评估 USTC-QI4 仿星器的比压极限, 其中可以将气球模的比压极限值 4.3% 作为 USTC-QI4 实际运行比压值. 以最严

格的比压极限值来对比, USTC-QI4 仿星器略好于 W7-X, 展示了其作为未来仿星器聚变堆的潜力. 展望未来工作, 本文仅考虑了理想磁流体稳定性. 真实等离子体在高比压时可能会表现出显著的非线性饱和^[12], 即真实运行的比压极限可能会高于线性理论预测值. 基于这一认识, 未来研究可进一步将非线性比压极限量纳入模型框架之中, 有望得到更贴近真实装置运行条件的阈值判断.

参考文献

- [1] Helander P 2014 *Rep. Prog. Phys.* **77** 087001
- [2] Beidle C, Grieger G, Herrnegger F, Harmeyer E, Kisslinger J, Lotz W, Maassberg H, Merkel P, Nührenberg J, Rau F, Sapper J, Sardei F, Scardovelli R, Schlüter A, Wobig H 1990 *Fusion Technol.* **17** 148
- [3] Loizu J, Hudson S R, Nührenberg C, Geiger J, Helander P 2017 *J. Plasma Phys.* **83** 905830401
- [4] Shafranov V D 1963 *Sov. At. Energy* **13** 1149
- [5] Hudson S R, Panici D, Zhu C, Woodbury Saudeau G S, Baillo A, Cianciosa M, Ware A S 2025 *Phys. Plasmas* **32** 043906
- [6] Hirshman S P, Betancourt O 1991 *J. Comput. Phys.* **96** 99
- [7] Dudt D W, Kolemen E 2020 *Phys. Plasmas* **27** 102513
- [8] Hudson S R, Dewar R L, Dennis G, Hole M J, McGann M, von Nessi G, Lazerson S 2012 *Phys. Plasmas* **19** 112502
- [9] Mercier C 1964 *Nucl. Fusion* **4** 213
- [10] Weller A, Geiger J, Werner A, Zarnstorff M C, Nührenberg C, Sallander E, Balduhn J, Brakel R, Burhenn R, Dinklage A, Fredrickson E, Gadelmeier F, Giannone L, Grigull P, Hartmann D, Jaenicke R, Klose S, Knauer J P, Könies A, Kolesnichenko Y I, Laqua H P, Lutsenko V V, McCormick K, Monticello D, Osakabe M, Pasch E, Reiman A, Rust N, Spong D A, Wagner F, Yakovenko Y V, W7-AS Team, NBI-Group 2003 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **45** A285
- [11] Weller A, Sakakibara S, Watanabe K Y, Toi K, Geiger J, Zarnstorff M C, Hudson S R, Reiman A, Werner A, Nührenberg C, Ohdachi S, Suzuki Y, Yamada H 2006 *Fusion Sci. Technol.* **50** 158
- [12] Zhou Y, Aleynikova K, Liu C, Ferraro N M 2024 *Phys. Rev. Lett.* **133** 135102
- [13] Laval G, Maschke E K, Pellat R 1970 *Phys. Rev. Lett.* **24** 1229
- [14] Hudson S R, Hegna C C, Torasso R, Ware A 2004 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **46** 869
- [15] Zarnstorff M C, Berry L A, Brooks A, Fredrickson E, Fu G Y, Hirshman S, Hudson S, Ku L P, Lazarus E, Mikkelsen D, Monticello D, Neilson G H, Pomphrey N, Reiman A, Spong D, Strickler D, Boozer A, Cooper W A, Goldston R, Hatcher R, Isaev M, Kessel C, Lewandowski J, Lyon J F, Merkel P, Mynick H, Nelson B E, Nührenberg C, Redi M, Reiersen W, Rutherford P, Sanchez R, Schmidt J, White R B 2001 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **43** A237
- [16] Shen Y, Dong J Q, Shi Z B, He H D, Zhao K J, Peng X D, Qu H P, Li J, Sun A P 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 135204 (in Chinese) [沈勇, 董家齐, 石中兵, 何宏达, 赵开君, 彭晓东, 曲洪鹏, 李佳, 孙爱萍 2025 *物理学报* **74** 135204]
- [17] Ware A S, Hirshman S P, Spong D A, Berry L A, Deisher A J, Fu G Y, Lyon J F, Sanchez R 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 125003
- [18] Li D, Liu H F 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 055203 (in Chinese) [李丹, 刘海峰 2025 *物理学报* **74** 055203]
- [19] Su X, Wang X Q, Fu T, Xu Y H 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 215205 (in Chinese) [苏祥, 王先驱, 符添, 许宇鸿 2023 *物理学报* **72** 215205]
- [20] Liu H, Shimizu A, Xu Y, Okamura S, Kinoshita S, Isobe M, Li Y, Xiong G, Wang X, Huang J, Cheng J, Liu H, Zhang X, Yin D, Wang Y, Murase T, Nakagawa S, Tang C 2021 *Nucl. Fusion* **61** 016014
- [21] Lion J, Anglès J C, Bonauer L, Bañón Navarro A, Cadena Ceron S A, Davies R, Drevlak M, Foppiani N, Geiger J, Goodman A, Guo W, Guiraud E, Hernández F, Henneberg S, Herrero R, Hintze C, Höchter H, Jelonnek J, Jenko F, Jorge R, Kaiser M, Kubie M, Lascais Neto E, Laqua H, Leoni M, Lobsien J F, Maurin V, Merlo A, Middleton-Gear D, Pascu M, Plunk G G, Riva N, Savtchouk M, Sciortino F, Schilling J, Shinwell J, Di Siena A, Slade R, Stange T, Todd T N, Wegener L, Wilms F, Xanthopoulos P, Zheng M 2025 *Fusion Eng. Des.* **214** 114868
- [22] Hegna C C, Anderson D T, Andrew E C, Ayilaran A, Bader A, Bohm T D, Camacho Mata K, Canik J M, Carbajal L, Cerfon A, Clark D W S, Cooper W A, Davila N M, Dorland W D, Duff J M, Goh B, Guttenfelder W, Holland C, Huet D P, Kessing J, Knilans M, Landreman M, Lau C, Le Bars G, Malkus A, Mandell N R, Medasani B, Moreno C, Morrissey J, Sunn Pedersen T, Pflug E, Ramirez S, Smandych J, Schmitt J C, Sinha P, Singh L, Suzuki Y, Tillack M S, Varela Rodriguez J, Willis K, Wilson P P H 2025 *J. Plasma Phys.* **91** E76
- [23] Gaur R, Buller S, Ruth M E, Landreman M, Abel I G, Dorland W D 2023 *J. Plasma Phys.* **89** 905890518
- [24] Gaur R, Conlin R, Dickinson D, Parisi J F, Panici D, Dudt D, Kim P, Unalmis K, Dorland W D, Kolemen E 2025 *Plasma Phys. Control. Fusion* **77** 125015
- [25] Liu H, Yu G, Zhu C, Zhuang G 2025 *arXiv: 2502.09350* [physics.plasm-ph]
- [26] Klinger T, Andreeva T, Bozhenkov S, Brandt C, Burhenn R, Buttenschön B, Fuchert G, Geiger B, Grulke O, Laqua H P, Stange T, Turkin Y, W7-X Team 2019 *Nucl. Fusion* **59** 112004
- [27] Freidberg J P 2014 *Ideal Magnetohydrodynamics* (Cambridge: Cambridge University Press) pp123–157
- [28] Suzuki Y, Watanabe K Y, Sakakibara S 2020 *Phys. Plasmas* **27** 102502
- [29] John W 1997 *Tokamaks* (2nd Ed.) (Oxford: Clarendon Press) pp106–125
- [30] Ramasamy R, Zhang H, Geiger J, Nührenberg C, Smith H M, Lackner K, Igochine V, the JOREK team 2025 *J. Plasma Phys.* **91** E119
- [31] R. Sanchez, S.P. Hirshman, J.C. Whitson, A.S. Ware 2000 *J. Comput. Phys.* **161** 576–588
- [32] Coppi B, Sadowski W 1977 *Proceedings of the Finite Beta Theory Workshop* Varenna, Italy, U.S. Department of Energy, September 1977 p93

Analysis of the beta limit of the USTC-QI4 stellarator^{*}

WANG Penghui LIU Hengqian LIU Ke ZHU Caoxiang[†]

(Key Laboratory of Frontier Physics in Controlled Nuclear Fusion, School of Nuclear Science and Technology,
University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

(Received 25 January 2026; revised manuscript received 5 March 2026)

Abstract

High-beta operation is a key requirement for achieving high energy gain in magnetic confinement fusion devices. In this work, the beta limit of the recently designed USTC-QI4 stellarator is systematically investigated. USTC-QI4 is a four-field-period quasi-isodynamic stellarator optimized to achieve improved neoclassical confinement and stability properties. To evaluate its high-beta capability, the equilibrium beta limits are analyzed using three widely adopted criteria: the Shafranov shift, the Mercier criterion, and ballooning mode stability. The results are compared with those of the W7-X stellarator to provide a benchmark assessment.

All calculations are done with a linear pressure profile. The beta limit predicted from the Shafranov shift is defined as the point at which the magnetic axis displacement reaches approximately half of the minor radius. The corresponding beta limit for USTC-QI4 is found to be approximately 25.9%, which is higher than that of W7-X (20.2%). This improvement is likely related to the higher degree of quasi-isodynamicity achieved in the USTC-QI4 configuration. The Mercier stability limit is evaluated using the VMEC equilibrium code, yielding a beta limit of about 6.1% for USTC-QI4, which is lower than that of W7-X (14.3%). As the Mercier criterion incorporates a broader set of equilibrium stability conditions, it provides a more stringent assessment of equilibrium stability. The ballooning stability limit is calculated using the COBRA code. The resulting beta limit for USTC-QI4 is approximately 4.3%, slightly higher than the value of 3.1% obtained for W7-X. Among the three criteria, ballooning mode stability provides the most restrictive limit and therefore represents the most realistic estimate of the achievable operational beta.

In summary, the practical operational beta limit of USTC-QI4 is expected to be constrained by ballooning mode instability at $\beta \approx 4.3\%$. These results provide a quantitative evaluation of the high-beta operational capability of the USTC-QI4 stellarator and offer useful guidance for the design and optimization of future high-performance stellarators. Future work will extend this study to include nonlinear effects and more comprehensive stability analyses.

Keywords: magnetic confinement fusion, advanced stellarator, beta limit, magnetohydrodynamic stability

DOI: [10.7498/aps.75.20260133](https://doi.org/10.7498/aps.75.20260133)

CSTR: [32037.14.aps.75.20260133](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20260133)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12475229) and the Strategic Priority Research Program of the Chinese Academy of Sciences (Grant No. XDB0790302).

[†] Corresponding author. E-mail: caoxiangzhu@ustc.edu.cn



USTC-QI4仿星器设计比压极限分析

王鹏辉 刘珩骞 刘珂 祝曹祥

Analysis of the beta limit of the USTC-QI4 stellarator

WANG Penghui LIU Hengqian LIU Ke ZHU Caoxiang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 130504 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20260133

CSTR: 32037.14.aps.75.20260133

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20260133>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

托卡马克圆截面等离子体磁流体平衡、稳定性与运行比压极限

Study of circular cross-section plasmas in HL-2A tokamak: MHD equilibrium, stability and operational limit

物理学报. 2025, 74(13): 135204 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250450>

HL-3装置高聚变三乘积运行方案设计

Design of operational scenarios for high fusion triple product in the HL-3 tokamak

物理学报. 2026, 75(8): 135204 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251756>

CFQS准环对称仿星器低等离子体中三维磁岛的抑制机制

Suppression mechanism of equilibrium magnetic islands in CFQS low- plasma

物理学报. 2023, 72(21): 215205 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230546>

CFQS-T准环对称仿星器高频磁探针阵列诊断的研制及初步应用

Development and preliminary application of high-frequency magnetic probe array on quasi-axisymmetric stellarator CFQS-T

物理学报. 2025, 74(17): 175202 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250957>

中国首台准环对称仿星器中线圈形变对磁拓扑结构的影响

Influence of coil deformation on magnetic topology structure in Chinese first quasi-toroidally symmetric stellarator

物理学报. 2025, 74(5): 055203 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241606>

中国首台准环对称仿星器中离子温度梯度模的模拟研究

Simulation of ion temperature gradient mode in Chinese First Quasi-axisymmetric Stellarator

物理学报. 2022, 71(18): 185202 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220729>