

三体衰变过程 $B \rightarrow K\eta'h$ 中来自子过程 $K^*(892, 1680) \rightarrow K\eta'$ 的贡献 *

王佳欣¹⁾ 杨莉菲¹⁾ 马爱军²⁾ 王文飞^{1)†}

1) (山西大学理论物理研究所, 太原 030006)

2) (南京工程学院数理学院, 南京 211167)

B 介子的众多三体强子衰变过程在检验标准模型和探索新物理方面均发挥着重要作用. 这些衰变过程中来自共振态粒子的尾部效应的贡献长期被理论界和实验家们所忽略, 而近期的研究发现这些贡献是相当重要的. 在本文中, 我们在 PQCD 方法下, 对准两体衰变过程 $B^+ \rightarrow \pi^+ K^{*0} \rightarrow \pi^+ K^0 \eta'$, $B^0 \rightarrow \pi^0 K^{*0} \rightarrow \pi^0 K^0 \eta'$, $B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^{*0} \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \eta'$ 以及 $B_s^0 \rightarrow K^- K^{*+} \rightarrow K^- K^+ \eta'$ 进行研究, 其中 K^* 为共振态 $K^*(892, 1680)$, 并且我们重点关注子过程 $K^*(892) \rightarrow K\eta'$ 在这些过程中的虚贡献. 这些过程正被 LHCb 及 Belle-II 实验组所关注或测量. 本文的计算结果显示, 这些衰变过程的分支比在 $10^{-8} - 10^{-7}$ 的量级, 且激发态 $K^*(1680)$ 在相关过程中对 $K\eta'$ 的贡献接近对应过程中 $K^*(892)$ 对同一末态贡献的两倍. 本文的研究结果揭示了 B 介子三体衰变过程中来自 $K^*(892) \rightarrow K\eta'$ 的虚贡献的奇特性质. 本文的研究结果能够帮助人们深入理解 B 介子三体衰变过程中不同共振态贡献的特性, 也有助于人们研究激发态 $K^*(1680)$ 的性质.

关键词: 分支比, B 介子衰变, 三体衰变

PACS: 13.20.He, 13.25.Hw, 13.30.Eg

1 引言

B 介子的众多三体强子衰变过程在检验标准模型和探索新物理方面均发挥着重要作用. 对这些三体衰变过程进行深入研究, 不仅有助于理解强相互作用与弱相互作用的本质, 也为探究强子共振态的性质提

† 通信作者. E-mail: wfwang@sxu.edu.cn

* 国家自然科学基金 (批准号:12575100, 12205148) 资助的课题.

供了重要途径. 近年来, 实验家们通过达利兹图分析技术^[1], 已在相关过程中揭示了丰富的强相互作用与弱相互作用的动力学信息. 但在理论层面, 描述这类三体衰变过程中的强相互作用动力学信息具有一定的挑战性, 其原因一方面在于末态粒子间存在着再散射过程^[2-5]、强子与强子相互作用以及三体效应^[6,7]等情况; 另一方面则在于衰变振幅中同时包含了共振与非共振的贡献. 其中的共振贡献涉及标量、矢量和张量等众多的中间态, 它们通常可以采用 Breit-Wigner (BW) 公式^[8]进行参数化描述; 而非共振态贡献则涵盖了振幅层面上所有其余的组成部分, 且在目前理论上并没有好的方法可以对其进行描述. 而与中间态粒子相关的共振态贡献则可以从 B 介子三体衰变过程的总衰变振幅中分离出来, 在准两体衰变的理论框架^[9-11]下进行研究.

在 B 介子三体衰变的众多共振态贡献之中, 有一类贡献较为特殊且曾经长期被人们所忽视, 这类贡献来自于 BW 公式的尾部效应, 人们也将其称为共振态粒子的虚贡献^[12-15]. 譬如, 考虑到介子对 $\omega\pi$ 和 $K\bar{K}$ 的质量均高于 $\rho(770)$ 的极点质量 775.26 MeV^[16], 子过程 $\rho(770) \rightarrow \omega\pi$ 和 $\rho(770) \rightarrow K\bar{K}$ 似乎不能够发生. 但我们需要注意的是, 如 $\rho(770)$ 这样有一定衰变宽度的共振态, 其不变质量不仅存在于极点质量这一点上, 当其生成的末态如 $\omega\pi$ 或 $K\bar{K}$ 的不变质量 \sqrt{s} 越过了末态介子对的质量阈值之后, 并没有哪个量子数会阻止共振态 $\rho(770)$ 衰变到末态 $\omega\pi$ 或 $K\bar{K}$. 在近期的研究中^[17-23], 人们发现对于一些 B 介子三体衰变过程来说, 子过程 $\rho(770) \rightarrow \omega\pi$ 和 $\rho(770) \rightarrow K\bar{K}$ 的贡献是相当重要的. 在本工作中, 我们将在微扰 QCD (PQCD) 方法^[24-27]下研究三体衰变过程 $B \rightarrow K\eta/h$ 中来自于子过程 $K^*(892, 1680) \rightarrow K\eta'$ 的贡献, 其中 h 为轻赝标介子 π 或 K . 如果考虑到末态介子 K 和 η' 的质量, 相关过程中 $K^*(892) \rightarrow K\eta'$ 的贡献也属于来自共振态粒子的虚贡献. 在 PQCD 方法下对 B 介子准两体衰变过程的详细讨论, 可以参考我们之前的文章^[9]. 在最近几年中, PQCD 方法已经广泛应用到了 B 介子三体衰变的研究之中^[28-32].

共振态 K^* 是量子数 $I(J^P) = 1/2(1^-)$ 的矢量粒子态家族. 其中 $K^*(892)$ 被确认为基态, 相应谱项为 1^3S_1 , 其主要衰变末态为 $K\pi$, 分支比约为 100%^[16]; $K^*(1410)$ 被视为家族的第一径向激发态, 对应谱项为 2^3S_1 , 其衰变到赝标介子对 $K\pi$ 的分支比仅为 $(6.6 \pm 1.3)\%$ ^[16]; $K^*(1680)$ 则归类为轨道激发态, 对应谱项为 1^3D_1 , 其衰变到 $K\pi$ 和 $K\eta$ 的分支比分别为 $(38.7 \pm 2.5)\%$ 和 $(1.4^{+1.0}_{-0.8})\%$ ^[16]. 在 PQCD 方法下, 子过程 $K^*(892) \rightarrow K\pi$ 对 B 介子三体衰变的贡献已经在文献^[33,34]中被详细研究过了. 在本文中, 我们在准两体架构下, 重点研究 $K^*(892, 1680)$ 对三体衰变过程 $B^+ \rightarrow \pi^+ K^0 \eta'$, $B^0 \rightarrow \pi^0 K^0 \eta'$, $B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \eta'$ 以及 $B_s^0 \rightarrow K^- K^+ \eta'$ 中的 $K\eta'$ 末态的贡献. 这些过程正被 LHCb 及 Belle-II 实验组所关注或测量. 由于 $K^*(1410) \rightarrow K\pi$ 的分支比较小, 考虑到下节中我们对 $K^* \rightarrow K\eta'$ 与 $K^* \rightarrow K\pi$ 之间耦合常数的关系的讨

论, 以及 $K\eta'$ 介子对的质量, 我们可以知道 $K^*(1410) \rightarrow K\eta'$ 对上文中所提及的四个三体衰变过程的贡献将远远小于 $K^*(892, 1680) \rightarrow K\eta'$ 的贡献. 因而, 我们将在本文中忽略共振态 $K^*(1410)$ 对相关过程贡献的讨论.

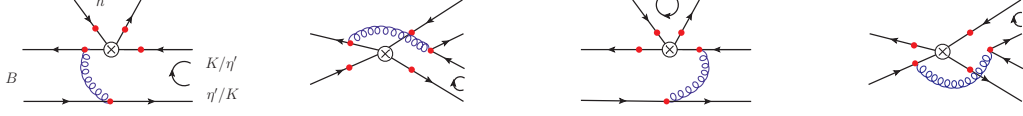


图 1 准两体衰变 $B_{(s)} \rightarrow K^*(892, 1680)h \rightarrow K\eta'h$ 示意图, 其中 h 为轻赭标介子 π 或 K .

Fig. 1. Diagrams for the quasi-two-body decays $B_{(s)} \rightarrow K^*(892, 1680)h \rightarrow K\eta'h$, where h denotes the light pseudoscalar π or K .

准两体衰变过程 $B_{(s)} \rightarrow K^*(892, 1680)h \rightarrow K\eta'h$ 的衰变机制如图 1 所示. 为简洁起见, 我们已将因子化和非因子化费曼图合并表示. 共振态 $K^*(892)$ 或 $K^*(1680)$ 产生自 $s\bar{q}$ 或 $q\bar{s}$ 夸克对的强子化过程, 其中 $q = (u, d)$. 这里需要强调的是, 末态介子 η' 可通过夸克味道基态 η_q 和 η_s 的混合而得到. 对于 $K^* \rightarrow K\eta'$ 这样的强衰变过程, 我们需要借助 $K^* \rightarrow K\pi$ 这个强衰变过程, 根据 η_q 和 η_s 混合矩阵, 在 $SU(3)$ 对称性关系下, 求出 $K^* \rightarrow K\eta'$ 与 $K^* \rightarrow K\pi$ 之间耦合常数的关系, 再引入类时形状因子, 将其纳入 PQCD 方法的分布振幅中进行描述. 在 QCD 因子化 (QCDF) 方法下对相关过程的讨论, 读者可以参阅文献 [35-44]. 需要强调的是, 三体衰变过程 $B^+ \rightarrow \pi^+ K^0 \eta'$, $B^0 \rightarrow \pi^0 K^0 \eta'$, $B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \eta'$ 以及 $B_s^0 \rightarrow K^- K^+ \eta'$ 中的末态介子对 $K\eta'$ 既有来自矢量共振态 K^* 的贡献, 当然也有来自标量粒子 $K_0^*(1430)$ 、张量粒子 $K_2^*(1430)$ 等的共振态贡献. 由于本文重点关注矢量共振态 $K^*(892, 1680)$ 对 $K\eta'$ 的贡献, $K_0^*(1430)$ 以及 $K_2^*(1430)$ 等对末态介子对 $K\eta'$ 的贡献已超出了本文的研究范围, 它们被留在将来的工作中进行研究.

在本文第 2 部分中, 我们将简要介绍准两体衰变过程 $B_{(s)} \rightarrow K^*(892, 1680)h \rightarrow K\eta'h$ 在 PQCD 方法下的理论框架, 并给出强衰变过程 $K^* \rightarrow K\eta'$ 与 $K^* \rightarrow K\pi$ 之间的耦合常数关系, 及微分分支比表达式; 在第 3 部分中我们将给出相关衰变过程的两体及准两体的分支比 \mathcal{B} 与 CP 破坏的数值结果 \mathcal{A}_{CP} , 并进行必要的分析与讨论; 我们将在第 4 部分对本研究工作进行总结并给出结论; 本文所需的介子波函数, 以及相关衰变过程的衰变振幅将在本文的附录中列出.

2 理论框架

在光锥坐标系下，我们可以将 B 介子动量 p_B 及其旁观者轻夸克的动量 k_B 定义为

$$\begin{aligned} p_B &= \frac{m_B}{\sqrt{2}}(1, 1, 0_T), \\ k_B &= \left(x_B \frac{m_B}{\sqrt{2}}, 0, k_{BT} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

其中的 m_B 为 B 介子的质量. 进而, 我们可以将共振态 K^* 与 $K\eta'$ 系统的动量 p 、末态轻赝标介子的动量 p_3 定义为

$$\begin{aligned} p &= \frac{m_B}{\sqrt{2}}(\eta, 1, 0_T), \\ p_3 &= \frac{m_B}{\sqrt{2}}(1 - \eta, 0, 0_T). \end{aligned} \quad (2)$$

二者对应的旁观者夸克的动量则分别为

$$\begin{aligned} k &= \left(0, \frac{m_B}{\sqrt{2}}z, k_T \right), \\ k_3 &= \left((1 - \eta)x_3 \frac{m_B}{\sqrt{2}}, 0, k_{3T} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

此外, K^* 的极化矢量可以写为 $\epsilon_L = \frac{1}{\sqrt{2}\eta}(-\eta, 1, 0_T)$, 其满足 $\epsilon_L \cdot p = 0$, 我们有 $s = p^2 = m_B^2 \eta$ 为 $K\eta'$ 系统不变质量的平方. 上述动量中的 x_B 、 z 和 x_3 为动量分数, 其积分范围为 0 到 1.

在 PQCD 方法下, 准两体衰变过程 $B \rightarrow K^* h \rightarrow K\eta' h$ 的总衰变振幅因子化公式为:

$$\mathcal{A} = \phi_B \otimes \mathcal{H} \otimes \phi_{K\eta'}^{P\text{-wave}} \otimes \phi_h \quad (4)$$

其中的 \mathcal{H} 为硬散射核, ϕ_B, ϕ_h 分别为 B 介子和末态 h 的分布振幅, 它们的具体表达式和相关参数, 可以在本文的附录中找到, \otimes 表示部分子动量的卷积. $K\eta'$ 系统对应于子过程 $K^* \rightarrow K\eta'$ 的 P 波分布振幅的定义为 ^[20,21]:

$$\phi_{K\eta'}^{P\text{-wave}}(z, s) = \frac{-1}{\sqrt{2N_c}} [\sqrt{s} \not{\epsilon}_L \phi^0(z, s) + \not{\epsilon}_L \not{p} \phi^t(z, s) + \sqrt{s} \phi^s(z, s)], \quad (5)$$

扭度-2 和扭度-3 的分布振幅 ϕ^0, ϕ^s, ϕ^t 通常可以被参数化为 ^[20,21]

$$\phi^0(z, s) = \frac{3F_{K\eta'}(s)}{\sqrt{N_c}} z(1-z)[1 + a_1^0(3(2z-1) + a_2^0)\frac{3}{2}(5(2z-1)^2 - 1)], \quad (6)$$

$$\phi^s(z, s) = \frac{3F_{K\eta'}^s(s)}{2\sqrt{N_c}} (1-2z)[1 + a^s(1 - 10z + 10z^2)], \quad (7)$$

$$\phi^t(z, s) = \frac{3F_{K\eta'}^t(s)}{2\sqrt{N_c}}(2z-1)^2[1 + a^t \frac{3}{2}(5(2z-1)^2 - 1)], \quad (8)$$

其中的 $a_1^{\parallel}, a_2^{\parallel}, a^s$ 及 a^t 为 Gegenbauer 矩, $F_{K\eta'}$ 则为类时形状因子.

类时形状因子 $F_{K\eta'}$ 的表达式为 [20,45,46]

$$F_{K\eta'}^R(s) = c_R \text{BW}_R(s), \quad (9)$$

其中的 R 代表着共振态 $K^*(892)$ 或 $K^*(1680)$, 系数 c_R 的表达式为

$$c_R = f_R g_{RK\eta'} / m_R, \quad (10)$$

这里 f_R 和 $g_{RK\eta'}$ 分别为对应共振态的衰变常数和子过程 $R \rightarrow K\eta'$ 对应的耦合常数. 而 BW 表达式则为 [47]:

$$\text{BW}_R(s) = \frac{m_R^2}{m_R^2 - s - i m_R \Gamma_R(s)}, \quad (11)$$

式中 $\Gamma_R(s)$ 为与不变质量平方 s 依赖的衰变宽度:

$$\Gamma_R(s) = \Gamma_R \frac{m_R}{\sqrt{s}} \left(\frac{|\vec{q}|}{|\vec{q}_0|} \right)^3 X^2(|\vec{q}| r_{\text{BW}}^R). \quad (12)$$

这里 Γ_R 为 K^* 共振态在壳时的宽度, $X(z)$ 为 Blatt-Weisskopf 势垒因子 [48], 其表达式为

$$X(z) = \sqrt{\frac{1 + z_0^2}{1 + z^2}}, \quad (13)$$

其中势垒半径取 $r_{\text{BW}}^R = 4.0 \text{ GeV}^{-1}$ [49]. 式 (12) 中的动量大小 $|\vec{q}|$ 由下式给出:

$$|\vec{q}| = \frac{1}{2\sqrt{s}} \sqrt{[s - (m_K + m_{\eta'})^2][s - (m_K - m_{\eta'})^2]}, \quad (14)$$

而 $|\vec{q}_0|$ 则为 $\sqrt{s} = m_R$ 时对应的 $|\vec{q}|$ 值. 类时形状因子 $F_{K\eta'}^s(s), F_{K\eta'}^t(s)$ 在文献中, 人们一般利用关系式 [9],

$$F_{K\eta'}^s(s) = F_{K\eta'}^t(s) \approx (f_{K^*}^T / f_{K^*}) F_{K\eta'}(s) \quad (15)$$

而得到. 其中 $f_{K^*(892)} = 0.217 \pm 0.005 \text{ GeV}$, $f_{K^*(892)}^T = 0.185 \pm 0.010 \text{ GeV}$ [50]. 对于 $K^*(1680)$ 来说, 目前的文献中缺少其衰变常数的讨论, 我们假定它们与相应 ρ 介子激发态的衰变常数之间具有相似的比值关系, 即:

$$\frac{f_{\rho(770)}}{f_{\rho(1700)}} \approx \frac{f_{K^*(892)}}{f_{K^*(1680)}} \quad (16)$$

其中 $f_{\rho(770)} = 0.216 \pm 0.003 \text{ GeV}$ [51] 和 $f_{\rho(1700)} = 0.103_{-0.012}^{+0.011} \text{ GeV}$ [52] 分别为对应 ρ 的衰变常数.

理论上讲, 矢量共振态到两个轻赭标介子的衰变过程, 譬如 $K^*(892) \rightarrow K\pi$, 其强耦合常数, 可通过下式来确定 [39]:

$$g_{K^*(892)K\pi} = \sqrt{\frac{6\pi m_{K^*(892)}^2 \Gamma_{K^*(892) \rightarrow K\pi}}{|\vec{p}_c|^3}}, \quad (17)$$

其中的 $\Gamma_{K^*(892) \rightarrow K\pi}$ 为共振态 $K^*(892)$ 衰变至 $K\pi$ 的分宽度, $|\vec{p}_c|$ 为在共振态静止系中的衰变产物动量:

$$|\vec{p}_c| = \frac{1}{2m_{K^*(892)}} \sqrt{[m_{K^*(892)}^2 - (m_K + m_\pi)^2][m_{K^*(892)}^2 - (m_K - m_\pi)^2]}. \quad (18)$$

但考虑到 $K^*(892) \rightarrow K\eta'$ 在本文的讨论中, 是以虚共振态贡献的形式出现, 表达式 (17) 并不适用于 B 介子三体衰变过程中的 $K^*(892) \rightarrow K\eta'$.

对于轻介子 η 和 η' , 通常可以采用 η_q - η_s 混合方案 [53,54], 其可以表示为正交的夸克味道基 $|\eta_q\rangle = (|\bar{u}u\rangle + |\bar{d}d\rangle)/\sqrt{2}$ 和 $|\eta_s\rangle = |\bar{s}s\rangle$ 的线性组合:

$$\begin{pmatrix} |\eta\rangle \\ |\eta'\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\eta_q\rangle \\ |\eta_s\rangle \end{pmatrix}. \quad (19)$$

其中 ϕ 为混合角, 其最新实验测量结果为 $\phi = (41.6_{-1.2}^{+1.0})^\circ$ [55]. 物理态的 $|\eta\rangle$ 和 $|\eta'\rangle$ 表示为:

$$\begin{aligned} |\eta\rangle &= \cos\phi|\eta_q\rangle - \sin\phi|\eta_s\rangle, \\ |\eta'\rangle &= \sin\phi|\eta_q\rangle + \cos\phi|\eta_s\rangle. \end{aligned} \quad (20)$$

那么在 $SU(3)$ 对称性下, 我们就有:

$$g_{K^*K\eta'} = g_{K^*K\pi}(\sin\phi/\sqrt{2} + \cos\phi). \quad (21)$$

该式中的 K^* 既可以是 $K^*(892)$ 也可以是 $K^*(1680)$, 这里的 $g_{K^*K\pi} = g_{K^*+K^0\pi^+}$.

准两体衰变过程 $B_{(s)} \rightarrow K^*h \rightarrow K\eta'h$ 的微分衰变分支比的表达式为 [16,20,56]

$$\frac{d\mathcal{B}}{d\eta} = \tau_B \frac{|\vec{q}|^3 |\vec{q}_h|^3}{12\pi^3 m_B^5} |\mathcal{A}|^2, \quad (22)$$

其中, τ_B 表示 B 介子的寿命. 运动学变量 $|\vec{q}_h|$ 表示为:

$$|\vec{q}_h| = \frac{1}{2\sqrt{s}} \sqrt{[m_B^2 - (\sqrt{s} + m_h)^2][m_B^2 - (\sqrt{s} - m_h)^2]}, \quad (23)$$

其中, m_h 表示末态轻赭标介子 π 或 K 的质量. 本文中所涉及到的准两体衰变过程的衰变振幅 \mathcal{A} 可以在本文的附录中找到详细的表达式. 相关过程中的直接 CP 破坏 \mathcal{A}_{CP} 的定义式为:

$$\mathcal{A}_{CP} = \frac{\mathcal{B}(\bar{B} \rightarrow \bar{f}) - \mathcal{B}(B \rightarrow f)}{\mathcal{B}(\bar{B} \rightarrow \bar{f}) + \mathcal{B}(B \rightarrow f)}. \quad (24)$$

3 结果及讨论

在本文的数值计算中需用到如下参数^[16]: 介子质量 $m_{K^-} = 0.494$ GeV, $m_{K^0} = 0.498$ GeV, $m_{\pi^+} = 0.140$ GeV, $m_{\pi^0} = 0.135$ GeV, $m_{\eta'} = 0.958$ GeV; π 介子及 K 介子的衰变常数 $f_\pi = 0.130$ GeV 与 $f_K = 0.156$ GeV; 以及 CKM 矩阵的 Wolfenstein 参数

$$\lambda = 0.22501 \pm 0.00068, \quad A = 0.826_{-0.015}^{+0.016}, \quad \bar{\rho} = 0.1591 \pm 0.0094, \quad \bar{\eta} = 0.3523_{-0.0071}^{+0.0073}.$$

此外, 强子矩阵元的计算还依赖于表 1 所列的输入参数, 包括 B 介子的质量与寿命, 共振态 K^* 的质量与宽度等. B 介子的衰变常数分别为 $f_{B^{+,0}} = 0.190$ GeV, $f_{B_s^0} = 0.230$ GeV^[16]. 共振态 K^* 的 Gegenbauer 矩取的取值已有不少讨论, 但不同的文献中取值也略有不同, 感兴趣的读者可以参阅文献^[28,33,34,57-59] 中的讨论. 在数值计算中, 参照上述文献中的结果以及在 $SU(3)$ 对称性下 ρ 的对应参数^[20,21], 我们采用 $a_1^{\parallel} = 0.05 \pm 0.02$, $a_2^{\parallel} = 0.25 \pm 0.10$, $a^s = -0.60 \pm 0.20$ 以及 $a^t = 0.50 \pm 0.10$.

表 1 B 介子与共振态 K^* 的相关参数^[16]

Table 1. Related parameters for B meson and the resonances K^* ^[16]

B 介子质量 (GeV)	B 介子寿命 (10^{-12} s)	K^* 介子质量 (GeV)	K^* 介子宽度 (GeV)
$m_{B^+} = 5.279$	$\tau_{B^+} = 1.638$	$m_{K^{*(892)+}} = 0.892 \pm 0.00026$	$\Gamma_{K^{*(892)+}} = 0.051 \pm 0.0008$
$m_{B^0} = 5.280$	$\tau_{B^0} = 1.517$	$m_{K^{*(892)^0}} = 0.896 \pm 0.0002$	$\Gamma_{K^{*(892)^0}} = 0.047 \pm 0.0005$
$m_{B_s^0} = 5.367$	$\tau_{B_s^0} = 1.520$	$m_{K^{*(1680)}} = 1.718 \pm 0.018$	$\Gamma_{K^{*(1680)}} = 0.320 \pm 0.110$

为了检验本文中的输入参数的适用性, 尤其是共振态 $K^*(892)$ 的 Gegenbauer 矩取的取值, 我们在表 2 中列出了由本文中所列各参数, 在 PQCD 方法下得到的 B 介子两体衰变的一些理论结果, 并列出了实验数值^[16] 以供比较. 对于表 2 中的这些 PQCD 数值结果, 其误差主要来源如下: 它们的第一个误差则来自 B 介子波函数形状参数的不确定性, 即对于 B^+ 和 B^0 介子有 $\omega_B = 0.40 \pm 0.04$, 对于 B_s^0 介子则有 $\omega_{B_s} = 0.50 \pm 0.05$; 它们的第二误差来自手征标度参数: $m_0^{\bar{0}} = 1.40 \pm 0.10$ GeV, $m_0^K = 1.90 \pm 0.10$ GeV、轻赭标介子 π 和 K 分布振幅的 Gegenbauer 矩, $a_2^{\pi,K} = 0.25 \pm 0.15$; 第三误差来源于 K^* 的 Gegenbauer 矩的不确定性, 即 $a_1^{\parallel} = 0.05 \pm 0.02$, $a_2^{\parallel} = 0.25 \pm 0.10$, $a^s = -0.60 \pm 0.20$ 和 $a^t = 0.50 \pm 0.10$; 此外, 初末态粒子的质量与衰变常数、介子分布振幅中的其他参数、以及 CKM 矩阵元的 Wolfenstein 参数等带来的不确定

定性已进行系统研究, 但其影响相对较小, 因此在最终误差估算中予以忽略. 从表 2 中的理论结果和实验数值的比较可以看出, 我们的输入参数的选择还是很合理的. 这里需要指出的是, 表 2 中有三个衰变过程涉及 D 介子, 在数值计算过程中所选取的 D 介子的波函数及其参数与我们在文献 [17] 中的选择是完全相同的.

表 2 B 介子部分含 $K^*(892)$ 的两体衰变过程的分支比的 PQCD 预言与实验结果 [16] 的比较.

Table 2. Comparison of the PQCD predictions with the experimental data [16] for the concerned two-body B meson decays with the resonance $K^*(892)$.

衰变道	数量级	\mathcal{B}_{PQCD}	实验数值 [16]
$B^+ \rightarrow \pi^+ K^{*0}$	10^{-5}	$0.85^{+0.15+0.11+0.06}_{-0.21-0.10-0.06}$	1.01 ± 0.08
$B^0 \rightarrow \pi^0 K^{*0}$	10^{-6}	$2.22^{+0.28+0.41+0.19}_{-0.40-0.36-0.18}$	3.3 ± 0.6
$B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^{*+}$	10^{-4}	$7.13^{+1.88+0.45+0.84}_{-2.63-0.22-1.04}$	5.3 ± 0.4
$B^0 \rightarrow D^- K^{*+}$	10^{-4}	$6.75^{+1.86+0.58+0.00}_{-2.43-0.47-0.00}$	4.5 ± 0.7
$B^0 \rightarrow D_s^- K^{*+}$	10^{-5}	$3.46^{+0.37+0.38+0.05}_{-0.41-0.36-0.05}$	3.5 ± 1.0

借助于微分分支比表达式 (22) 及附录中的相关过程的衰变振幅表达式 (A7)-(A10), 我们计算了准两体衰变过程 $B^+ \rightarrow \pi^+ K^{*0} \rightarrow \pi^+ K^0 \eta'$, $B^0 \rightarrow \pi^0 K^{*0} \rightarrow \pi^0 K^0 \eta'$, $B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^{*0} \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \eta'$ 以及 $B_s^0 \rightarrow K^- K^{*+} \rightarrow K^- K^+ \eta'$ 的衰变分支比 \mathcal{B} 与直接 CP 不对称性 \mathcal{A}_{CP} , 其中的 K^* 可以是 $K^*(892)$ 或 $K^*(1680)$, PQCD 的相关理论预言见表 3 中的数值结果. 对于表 3 中的这些 PQCD 数值结果, 其前三个误差与表 2 中的理论结果有着相同的来源, 其第四个误差则是来自于混合角 ϕ 的测量不确定性 $\phi = (41.6^{+1.0}_{-1.2})^\circ$ [55]. 从表 3 中的这些 PQCD 结果可以看出, 我们在本文中所关注的这些准两体衰变过程, 其分支比在 $10^{-8} - 10^{-7}$ 的量级, 这些准两体过程的 \mathcal{A}_{CP} 则均在约 -10% 左右, 除了过程 $B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^*(892)^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \eta'$ 及 $B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^*(1680)^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \eta'$ 则由于其衰变振幅中仅有企鹅图的贡献而使得 $\mathcal{A}_{CP} = 0$.

从表 3 中人们还能发现, 准两体衰变过程 $B_{(s)} \rightarrow K^*(892)h \rightarrow K\eta'h$ 的分支比约为其对应过程 $B_{(s)} \rightarrow K^*(1680)h \rightarrow K\eta'h$ 的分支比的 50%-70%. 这与我们在之前的工作中讨论的 $\rho \rightarrow K\bar{K}$ 有着很大的不同. 在文献 [20] 中, 读者可以发现基态共振态 $\rho(770)$ 在 B 介子三体衰变中对 $K\bar{K}$ 介子对的贡献, 总是会略大于对应过程中激发态 $\rho(1450, 1700)$ 对 $K\bar{K}$ 介子对的贡献. 我们分析认为, 其原因之一是在 B 介子三体衰

表 3 准两体衰变过程 $B_{(s)} \rightarrow K^*(892)h \rightarrow K\eta'h$ 和 $B_{(s)} \rightarrow K^*(1680)h \rightarrow K\eta'h$ 的 PQCD 预言结果

Table 3. PQCD results for the quasi-two-body decays $B_{(s)} \rightarrow K^*(892)h \rightarrow K\eta'h$ and $B_{(s)} \rightarrow K^*(1680)h \rightarrow K\eta'h$.

衰变道	\mathcal{B}	\mathcal{A}_{cp}
$B^+ \rightarrow \pi^+ K^*(892)^0 \rightarrow \pi^+ K^0 \eta'$	$5.52^{+0.74+0.77+0.65+0.02}_{-1.00-0.74-0.62-0.02} \times 10^{-8}$	$-0.14^{+0.02+0.03+0.01+0.00}_{-0.02-0.02-0.01-0.00}$
$B^+ \rightarrow \pi^+ K^*(1680)^0 \rightarrow \pi^+ K^0 \eta'$	$10.82^{+1.55+1.47+1.20+0.05}_{-2.10-1.40-1.15-0.04} \times 10^{-8}$	$-0.14^{+0.02+0.03+0.01+0.00}_{-0.02-0.02-0.01-0.00}$
$B^0 \rightarrow \pi^0 K^*(892)^0 \rightarrow \pi^+ K^0 \eta'$	$1.03^{+0.04+0.23+0.14+0.00}_{-0.05-0.21-0.15-0.01} \times 10^{-8}$	$-0.10^{+0.02+0.06+0.04+0.00}_{-0.01-0.05-0.14-0.00}$
$B^0 \rightarrow \pi^0 K^*(1680)^0 \rightarrow \pi^+ K^0 \eta'$	$2.09^{+0.11+0.45+0.27+0.01}_{-0.14-0.40-0.30-0.01} \times 10^{-8}$	$-0.09^{+0.01+0.04+0.04+0.00}_{-0.02-0.03-0.03-0.00}$
$B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^*(892)^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \eta'$	$1.24^{+0.21+0.14+0.24+0.01}_{-0.24-0.14-0.22-0.01} \times 10^{-8}$	0
$B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^*(1680)^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \eta'$	$1.99^{+0.32+0.21+0.34+0.01}_{-0.39-0.21-0.35-0.01} \times 10^{-8}$	0
$B_s^0 \rightarrow K^- K^*(892)^+ \rightarrow K^- K^+ \eta'$	$2.35^{+0.37+0.27+0.41+0.01}_{-0.49-0.27-0.39-0.01} \times 10^{-7}$	$-0.12^{+0.00+0.01+0.02+0.00}_{-0.00-0.01-0.02-0.00}$
$B_s^0 \rightarrow K^- K^*(1680)^+ \rightarrow K^- K^+ \eta'$	$3.35^{+1.06+0.38+0.56+0.01}_{-0.70-0.37-0.52-0.02} \times 10^{-7}$	$-0.13^{+0.01+0.03+0.02+0.00}_{-0.00-0.02-0.03-0.00}$

变中如 $K^*(892) \rightarrow K\eta'$ 这样的虚共振态贡献的过程会强烈依赖于衰变过程中的共振态衰变的相空间, 如果相关过程的相空间较大, 则虚共振态能够发挥作用的舞台就宽广一些, 进而相应过程的分支比就会相应大一些, 由于 $K\eta'$ 与 $K^*(892)$ 的质量差大于 $K\bar{K}$ 与 $\rho(770)$ 的质量差, 且 $K\eta'$ 的阈值也远大于 $K\bar{K}$ 的阈值, 这就使得 $B_{(s)} \rightarrow K^*(892)h \rightarrow K\eta'h$ 过程跟对应的 $B_{(s)} \rightarrow \rho(770)h \rightarrow K\bar{K}h$ 相比中会有来自相空间的压低; 其更重要的原因则是, $\mathcal{B}(K^*(1680) \rightarrow K\pi) = (38.7 \pm 2.5)\%$ [16] 这一分支比为 $K^*(1680)$ 到 $K\eta'$ 提供了远大于 $\rho(1450, 1700)$ 到 $K\bar{K}$ 介子对的耦合常数.

这里需要强调的是, $K^*(892)$ 对 $K\eta'$ 末态的贡献小于 $K^*(1680)$ 的贡献是因为 $K^*(892) \rightarrow K\eta'$ 是虚贡献过程, 这种类型的虚贡献通常是被相空间因子所强烈压低的. 即便是在本文中 $K^*(1680) \rightarrow K\eta'$ 要比 $K^*(892) \rightarrow K\eta'$ 的贡献大了不少, 我们也没有理由认为比 $K^*(1680)$ 质量更重的高激发态的贡献更重要. 当然, 本文中之所以没有研究 K^* 家族更高激发态到 $K\eta'$ 的贡献还有一个非常重要的原因, 是我们对它们的特征还不是很清楚, 尤其是相关实验数据如质量、衰变分宽度等还很匮乏. 这样, 我们只能将 K^* 家族其他激发态的贡献留作将来再做讨论.

人们查看 BW 表达式 (11) 可以知, 当共振态衰变到其末态介子对的不变质量 \sqrt{s} 越来越大时, 也即是 m_R^2 与 s 的差值越来越大时, 式 (11) 分母中的虚部将变得不再重要. 这给 B 介子三体衰变中共振态的

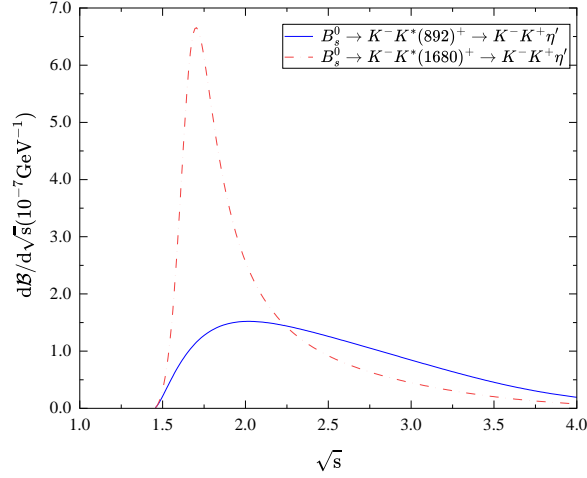


图 2 准两体衰变过程 $B_s^0 \rightarrow K^- K^*(892)^+ \rightarrow K^- K^+ \eta'$ (蓝色实线) 与 $B_s^0 \rightarrow K^- K^*(1680)^+ \rightarrow K^- K^+ \eta'$ (红色虚线) 的微分分支比随 \sqrt{s} 变化的依赖关系图

Fig. 2. Dependence of the differential branching fractions for the quasi-two-body decay processes $B_s^0 \rightarrow K^- K^*(892)^+ \rightarrow K^- K^+ \eta'$ (blue solid curve) and $B_s^0 \rightarrow K^- K^*(1680)^+ \rightarrow K^- K^+ \eta'$ (red dashed curve).

虚贡献带来了一个直接的影响, 即这些衰变过程中的共振态的虚贡献基本不受共振态本身宽度的影响^[20]. 这也使得在这些有共振态虚贡献的准两体衰变过程的微分分支比曲线看起来与共振态质量的位置关联不强. 我们以图 2 中的 $B_s^0 \rightarrow K^- K^*(892)^+ \rightarrow K^- K^+ \eta'$ (蓝色实线) 为例进行讨论. 图 2 中的蓝色实线的顶点在约 2.0 GeV 附近, 距离 $K^*(892)$ 的极点质量非常之远, 并且图中的蓝色实线类似一个非常宽的共振态衰变到了 $K\eta'$, 其实这主要是由于式 (22) 中的两个运动学变量 $|\vec{q}_h|$ 和 $|\vec{q}'|$ 共同作用的结果. 在阈值附近, $|\vec{q}'| \approx 0$, 一旦越过 $K\eta'$ 阈值, $|\vec{q}'|$ 的压低效应迅速衰减, 使得 $B_s^0 \rightarrow K^- K^*(892)^+ \rightarrow K^- K^+ \eta'$ 的微分分支比曲线迅速爬升, 但接着又会受到另一运动学变量 $|\vec{q}_h|$ 的约束并且会随着 s 的增大而下降. 这样我们就得到了一个与图 2 中的 $B_s^0 \rightarrow K^- K^*(1680)^+ \rightarrow K^- K^+ \eta'$ (红色虚线) 具有显著差异的微分分支比曲线. 图中的红色虚线则是以正常的共振态贡献的微分分支比曲线, 其峰值在共振态 $K^*(1680)$ 的质量附近, 且曲线与共振态本身的衰变宽度密切相关.

4 总结

在本工作中, 我们在 PQCD 方法下, 对准两体衰变过程 $B^+ \rightarrow \pi^+ K^{*0} \rightarrow \pi^+ K^0 \eta'$, $B^0 \rightarrow \pi^0 K^{*0} \rightarrow \pi^0 K^0 \eta'$, $B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^{*0} \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \eta'$ 以及 $B_s^0 \rightarrow K^- K^{*+} \rightarrow K^- K^+ \eta'$ 进行了研究, 其中的 K^* 为共振态 $K^*(892)$ 及 $K^*(1680)$. 我们计算了相关过程的衰变分支比 \mathcal{B} 与直接 CP 不对称性 \mathcal{A}_{CP} , 这些结果将能为

LHCb 及 Belle-II 实验组的相关测量工作提供理论支持.

本文中所预言的这些准两体衰变过程, 其分支比在 $10^{-8} - 10^{-7}$ 的量级, 值得实验组的关注. 我们的研究发现, 1^3D_1 轨道激发态 $K^*(1680)$ 在相关过程中对 $K\eta'$ 末态的贡献接近对应过程中 $K^*(892) \rightarrow K\eta'$ 贡献的两倍, 这与我们之前工作中所得到的 $\rho \rightarrow KK$ 在 B 介子三体衰变中的贡献差异很大. 我们分析认为其原因在于相空间对相关过程中 $K^*(892) \rightarrow K\eta'$ 贡献的压低, 更是在于 $K^*(1680) \rightarrow K\eta'$ 较大的分支比给相应的准两体衰变过程提供了一个较大的耦合常数.

考虑到 $K\eta'$ 介子对的质量, 子过程 $K^*(892) \rightarrow K\eta'$ 对我们在本文中所研究衰变过程的贡献属于共振态粒子的虚贡献, 其与子过程 $K^*(1680) \rightarrow K\eta'$ 在相关过程中的贡献有着很大的不同. 共振态 $K^*(892)$ 对 $K\eta'$ 末态的虚贡献对共振态本身的衰变宽度的依赖性较弱, 且其对应的微分支比曲线的顶点也通常会远离共振态 $K^*(892)$ 本身的质量, 在达利兹图分析中其容易被错认为是来自一个很宽的新的共振态, 这一点值得引起注意.

附录 A 介子波函数和衰变振幅

B 介子的光锥矩阵元可写为 [50,60]:

$$\Phi_B = \frac{i}{\sqrt{2N_c}} (\not{p}_B + m_B) \gamma_5 \phi_B(k_B), \quad (\text{A1})$$

分布振幅 ϕ_B 的形式为:

$$\phi_B(x_B, b_B) = N_B x_B^2 (1 - x_B)^2 \exp \left[-\frac{(x_B m_B)^2}{2\omega_B^2} - \frac{1}{2} (\omega_B b_B)^2 \right], \quad (\text{A2})$$

其中, $B^{+,0}$ 的形状参数 $\omega_B = 0.40 \pm 0.04 \text{ GeV}$, B_s^0 的形状参数 $\omega_{B_s^0} = 0.50 \pm 0.05 \text{ GeV}$, N_B 为归一化因子.

轻赝标介子 π 和 K 的光锥波函数可表示为 [61-63]:

$$\Phi_h = \frac{i}{\sqrt{2N_c}} \gamma_5 \left[\not{p}_3 \phi^A(x_3) + m_0^h \phi^P(x_3) + m_0^h (\not{p}_3 - 1) \phi^T(x_3) \right]. \quad (\text{A3})$$

其中 $N_c = 3$ 为颜色数, $\phi^A(x_3)$ 、 $\phi^P(x_3)$ 与 $\phi^T(x_3)$ 分别为 twist-2、twist-3 和 twist-3 的分布振幅, 它们的具体形式如下:

$$\phi^A(x_3) = \frac{f_h}{2\sqrt{2N_c}} 6x_3(1-x_3) \left[1 + a_1^h C_1^{3/2}(t) + a_2^h C_2^{3/2}(t) + a_4^h C_4^{3/2}(t) \right], \quad (\text{A4})$$

$$\phi^P(x_3) = \frac{f_h}{2\sqrt{2N_c}} \left[1 + (30\eta_3 - \frac{5}{2}\rho_h^2) C_2^{1/2}(t) - 3[\eta_3\omega_3 + \frac{9}{20}\rho_h^2(1+6a_2^h)] C_4^{1/2}(t) \right], \quad (\text{A5})$$

$$\phi^T(x_3) = \frac{f_h}{2\sqrt{2N_c}} (-t) \left[1 + 6 \left(5\eta_3 - \frac{1}{2}\eta_3\omega_3 - \frac{7}{20}\rho_h^2 - \frac{3}{5}\rho_h^2 a_2^h \right) (1 - 10x_3 + 10x_3^2) \right], \quad (\text{A6})$$

式中 $t = (2x_3 - 1)$, $C_{2,4}^{1/2}(t)$ 与 $C_{1,2,4}^{3/2}(t)$ 为 Gegenbauer 多项式. 分布振幅依赖于若干具有物理意义的参数, 其中, 手征标度参数 $m_0^h = m_h^2/(m_q + m_{q'})$ 表征赭标介子中的夸克-反夸克真空凝聚, Gegenbauer 矩取值为 $a_1^\pi = 0$, $a_1^K = 0.06$, $a_2^h = 0.25$, $a_4^h = -0.015$. 在 twist-3 部分, 人们通常选取 $\rho_h = m_h/m_0^h$, $\eta_3 = 0.015$ 及 $\omega_3 = -3.0$ [61-63].

在本文中, 我们共考察四个衰变过程 $B^+ \rightarrow \pi^+ K^{*0}$ $B^0 \rightarrow \pi^0 K^{*0}$ $B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^{*0}$ 以及 $B_s^0 \rightarrow K^- K^{*+}$, 其中的 K^* 可以是 $K^*(892)$ 或 $K^*(1680)$, 且有 $K^{*0} \rightarrow K^0 \eta'$, $\bar{K}^{*0} \rightarrow \bar{K}^0 \eta'$ 以及 $K^{*+} \rightarrow K^+ \eta'$. 在 PQCD 因子化方法下这些衰变过程的总衰变振幅如下:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}(B^+ \rightarrow \pi^+ K^{*0}) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \{ V_{ub}^* V_{us} [(\frac{C_1}{3} + C_2) F_{aP}^{LL} + C_1 M_{aP}^{LL}] - V_{tb}^* V_{ts} [(\frac{C_3}{3} + C_4 - \frac{C_9}{6} - \frac{C_{10}}{2}) F_{eP}^{LL} \\
&+ (C_3 - \frac{C_9}{2}) M_{eP}^{LL} + (C_5 - \frac{C_7}{2}) M_{eP}^{LR} + (\frac{C_3}{3} + C_4 + \frac{C_9}{3} + C_{10}) F_{aP}^{LL} \\
&+ (\frac{C_5}{3} + C_6 + \frac{C_7}{3} + C_8) F_{aP}^{SP} + (C_3 + C_9) M_{aP}^{LL} + (C_5 + C_7) M_{aP}^{LR}] \},
\end{aligned} \tag{A7}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}(B^0 \rightarrow \pi^0 K^{*0}) &= \frac{G_F}{2} \{ V_{ub}^* V_{us} [(C_1 + \frac{C_2}{3}) F_{eK^*}^{LL} + C_2 M_{eK^*}^{LL}] - V_{tb}^* V_{ts} [(\frac{3C_9}{2} + \frac{C_{10}}{2} - \frac{3C_7}{2} - \frac{C_8}{2}) F_{eK^*}^{LL} \\
&+ \frac{3C_{10}}{2} M_{eK^*}^{LL} + \frac{3C_8}{2} M_{eK^*}^{SP} - (\frac{C_3}{3} + C_4 - \frac{C_9}{6} - \frac{C_{10}}{2}) (F_{eP}^{LL} + F_{aP}^{LL}) - (\frac{C_5}{3} + C_6 \\
&- \frac{C_7}{6} - \frac{C_8}{2}) F_{aP}^{SP} - (C_3 - \frac{C_9}{2}) (M_{eP}^{LL} + M_{aP}^{LL}) - (C_5 - \frac{C_7}{2}) (M_{eP}^{LR} + M_{aP}^{LR})] \},
\end{aligned} \tag{A8}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}(B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^{*0}) &= -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \{ V_{tb}^* V_{td} [(C_3 + \frac{C_4}{3} - \frac{C_9}{2} - \frac{C_{10}}{6} - C_5 - \frac{C_6}{3} + \frac{C_7}{2} + \frac{C_8}{6}) F_{aK^*}^{LL} \\
&+ (C_4 - \frac{C_{10}}{2}) M_{aK^*}^{LL} + (C_6 - \frac{C_8}{2}) (M_{aK^*}^{SP} + M_{aP}^{SP}) + (\frac{C_3}{3} + C_4 - \frac{C_9}{6} - \frac{C_{10}}{2}) F_{eP}^{LL} \\
&+ (C_3 - \frac{C_9}{2}) M_{eP}^{LL} + (C_5 - \frac{C_7}{2}) (M_{eP}^{LR} + M_{aP}^{LR}) + (\frac{C_5}{3} + C_6 - \frac{C_7}{6} - \frac{C_8}{2}) F_{aP}^{SP} \\
&+ (\frac{4}{3} (C_3 + C_4 - \frac{C_9}{2} - \frac{C_{10}}{2}) - C_5 - \frac{C_6}{3} + \frac{C_7}{2} + \frac{C_8}{6}) F_{aP}^{LL} + (C_3 + C_4 - \frac{C_9}{2} - \frac{C_{10}}{2}) M_{aP}^{LL} \},
\end{aligned} \tag{A9}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}(B_s^0 \rightarrow K^- K^{*+}) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \{ V_{ub}^* V_{us} [(C_1 + \frac{C_2}{3}) F_{aK^*}^{LL} + C_2 M_{aK^*}^{LL} + (\frac{C_1}{3} + C_2) F_{eP}^{LL} + C_1 M_{eP}^{LL}] \\
&- V_{tb}^* V_{ts} [(C_3 + \frac{C_4}{3} + C_9 + \frac{C_{10}}{3} - C_5 - \frac{C_6}{3} - C_7 - \frac{C_8}{3}) F_{aK^*}^{LL} + (C_4 + C_{10}) M_{aK^*}^{LL} \\
&+ (C_6 + C_8) M_{aK^*}^{SP} + (\frac{C_3}{3} + C_4 + \frac{C_9}{3} + C_{10}) F_{eP}^{LL} + (C_3 + C_9) M_{eP}^{LL} + (C_5 + C_7) M_{eP}^{LR} \\
&+ (\frac{4}{3} (C_3 + C_4 - \frac{C_9}{2} - \frac{C_{10}}{2}) - C_5 - \frac{C_6}{3} + \frac{C_7}{2} + \frac{C_8}{6}) F_{aP}^{LL}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{C_5}{3} + C_6 - \frac{C_7}{6} - \frac{C_8}{2} \right) F_{aP}^{SP} + \left(C_3 + C_4 - \frac{C_9}{2} - \frac{C_{10}}{2} \right) M_{aP}^{LL} \\
& + \left(C_5 - \frac{C_7}{2} \right) M_{aP}^{LR} + \left(C_6 - \frac{C_8}{2} \right) M_{aP}^{SP} \} , \tag{A10}
\end{aligned}$$

其中 G_F 是费米耦合常数, V 's 代表 CKM 矩阵元, C_1 - C_{10} 为 Wilson 系数, 衰变振幅中的上标符号 LL , LR 与 SP 分别用于表示来源于 $(V-A)(V-A)$, $(V-A)(V+A)$ 以及 $(S-P)(S+P)$ 四夸克流流算符的振幅. 对于可因子化的费曼图, 其表达式以 F 标注; 其余为非因子化图, 其表达式以 M 标注. 本工作中, 这些通用振幅的具体表达式与文献^[64]附录中给出的形式一致, 仅需在所有相关下标中将 ϕ 替换为 K^* 即可.

参考文献

- [1] Dalitz R H 1954 *Phys. Rev.* **94** 1046
- [2] Pelaez J R, Rodas A 2018 *Eur. Phys. J. C* **78** 897
- [3] Bediaga I, Magalhães P C 2015 arXiv:1512.09284 [hep-ph]
- [4] Bediaga I, Frederico T, Lourenço O 2014 *Phys. Rev. D* **89** 094013
- [5] Pelaez J R, Yndurain F J 2005 *Phys. Rev. D* **71** 074016
- [6] Guimaraes K S F F, Bediaga I, Delfino A, Frederico T, dos Reis A C, Tomio L 2010 *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **199** 341
- [7] Magalhaes P C, Robilotta M R, Guimaraes K S F F, Frederico T, De Paula W, Bediaga I, Reis A C dos, Maekawa C M, Zarnauskas G R S 2011 *Phys. Rev. D* **84** 094001
- [8] Breit G, Wigner E 1936 *Phys. Rev.* **49** 519
- [9] Wang W F, Li H N 2016 *Phys. Lett. B* **763** 29
- [10] Alvarenga Nogueira J H, et al. 2016 arXiv:1605.03889 [hep-ex]
- [11] Boito D, Dedonder J P, El Bennich B, Escribano R, Kaminski R, Lesniak L, Loiseau B 2017 *Phys. Rev. D* **96** 113003
- [12] Dalitz R H 1962 (EFINS-61-69)
- [13] Astier A, Montanet L, Baubillier M, Duboc J 1967 *Phys. Lett. B* **25** 294
- [14] Aaij R, et al. (LHCb Collaboration) 2016 *Phys. Rev. D* **94** 072001

- [15] Wang W F, Chai J 2019 *Phys. Lett. B* **791** 342
- [16] Navas S, et al. (Particle Data Group) 2024 *Phys. Rev. D* **110** 030001
- [17] Ren Y S, Ma A J, Wang W F 2024 *JHEP* **01** 047
- [18] Wang W F, Yang L F, Ma A J, Ramos À 2024 *Phys. Rev. D* **109** 116009
- [19] Ma A J, Wang W F 2022 *Chin. Phys. C* **46** 053104
- [20] Wang W F 2021 *Phys. Rev. D* **103** 056021
- [21] Wang W F 2020 *Phys. Rev. D* **101** 111901(R)
- [22] Ou-Yang J, Li R H, Zhou S H 2025 *Phys. Rev. D* **112** 056005
- [23] Zhou S H, Li R H, Lü X Y 2024 *Phys. Rev. D* **110** 056001
- [24] Keum Y Y, Li H N, Sanda A I 2001 *Phys. Lett. B* **504** 6
- [25] Keum Y Y, Li H N, Sanda A I 2001 *Phys. Rev. D* **63** 054008
- [26] Lü C D, Ukai K, Yang M Z 2001 *Phys. Rev. D* **63** 074009
- [27] Li H N 2003 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **51** 85
- [28] Fang W S, Zou Z T, Li Y 2023 *Phys. Rev. D* **108** 113007
- [29] Chang Q, Yang L, Zou Z T, Li Y 2024 *Eur. Phys. J. C* **84** 753
- [30] Zhang J W, Cui B Y, Wu X G, Fu H B, Chen Y H 2024 *Phys. Rev. D* **110** 036015
- [31] Mu L L, Yu X Q 2025 *Phys. Rev. D* **111** 016002
- [32] Ye K S, Lü G, Wang N, Chai J, Guo X H 2025 *Chin. Phys. C* **49** 093108
- [33] Ma A J, Wang W F, Li Y, Xiao Z J 2019 *Eur. Phys. J. C* **79** 539
- [34] Li Y, Wang W F, Ma A J, Xiao Z J 2019 *Eur. Phys. J. C* **79** 37
- [35] Huber T, Virto J, Vos K K 2020 *JHEP* **11** 103
- [36] Mannel T, Olschewsky K, Vos K K 2020 *JHEP* **06** 073
- [37] Furman A, Kaminski R, Lesniak L, Zenczykowski P 2011 *Phys. Lett. B* **699** 102
- [38] Cheng H Y, Yang K C 2008 *Phys. Rev. D* **78** 094001
- [39] Cheng H Y, Chua C K 2020 *Phys. Rev. D* **102** 053006
- [40] Cheng H Y, Chua C K, Zhang Z Q 2016 *Phys. Rev. D* **94** 094015

- [41] Li Y 2014 *Phys. Rev. D* **89** 094007
- [42] Wang C, Zhang Z H, Wang Z Y, Guo X H 2015 *Eur. Phys. J. C* **75** 536
- [43] Qi J J, Wang Z Y, Guo X H, Zhang Z H, Wang C 2019 *Phys. Rev. D* **99** 076010
- [44] Qi J J, Wang Z Y, Zhang Z H, Xu J, Guo X H 2018 *Eur. Phys. J. C* **78** 845
- [45] Bruch C, Khodjamirian A, Kuhn J H 2005 *Eur. Phys. J. C* **39** 41
- [46] Czyz H, Grzelinska A, Kuhn J H 2010 *Phys. Rev. D* **81** 094014
- [47] Kuhn J H, Santamaria A 1990 *Z. Phys. C* **48** 445
- [48] Blatt J M, Weisskopf V F 1952 *Theoretical Nuclear Physics* (New York: Springer)
- [49] Aaij R, et al. (LHCb Collaboration) 2020 *Phys. Rev. D* **101** 012006
- [50] Ali A, Kramer G, Li Y, Lü C D, Shen Y L, Wang W, Wang Y M 2007 *Phys. Rev. D* **76** 074018
- [51] Bharucha A, Straub D M, Zwicky R 2016 *JHEP* **08** 098
- [52] Li Y, Ma A J, Wang W F, Xiao Z J 2017 *Phys. Rev. D* **96** 036014
- [53] Feldmann T, Kroll P, Stech B 1998 *Phys. Rev. D* **58** 114006
- [54] Feldmann T, Kroll P, Stech B 1999 *Phys. Lett. B* **449** 339
- [55] Aaij R, et al. (LHCb Collaboration) 2025 *JHEP* **10** 113
- [56] El-Bennich B, Furman A, Kaminski R, Lesniak L, Loiseau B, Moussallam B 2009 *Phys. Rev. D* **79** 094005
- [57] Zou Z T, Fang W S, Liu X, Li Y 2022 *Eur. Phys. J. C* **82** 1076
- [58] Li Y, Yan D C, Zhou R, Xiao Z J 2021 *Eur. Phys. J. C* **81** 806
- [59] Zhou R, Li Y, Li H N 2021 *JHEP* **05** 082
- [60] Beneke M, Feldmann T 2001 *Nucl. Phys. B* **592** 3
- [61] Ball P 1998 *JHEP* **09** 005
- [62] Ball P 1999 *JHEP* **01** 010
- [63] Ball P, Zwicky R 2005 *Phys. Rev. D* **71** 014015
- [64] Fan Y Y, Wang W F 2020 *Eur. Phys. J. C* **80** 815

Contributions of the subprocesses $K^*(892, 1680) \rightarrow K\eta'$ for the three-body decays $B \rightarrow K\eta'h^*$

WANG Jiaxin¹⁾ YANG Lifei¹⁾ Ma Aijun²⁾ WANG Wenfei^{1)†}

1) (*Institute of Theoretical Physics, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China*)

2) (*School of Mathematics and Physics, Nanjing Institute of Technology, Nanjing, Jiangsu 211167, China*)

Abstract

Three-body hadronic B meson decays offer a rich environment for exploring the Standard Model and potential new physics. These decays are regularly interpreted in terms of the contribution of various scalar, vector and tensor resonant states. The investigation of appropriate decay processes will help us to comprehend the properties and substructures of the involved resonances. In relevant decay processes, the contributions from the tail of Breit-Wigner formula for the involved intermediate states have long been neglected in both theoretical and experimental investigations. In this work, we study the quasi-two-body decays $B^+ \rightarrow \pi^+ K^{*0} \rightarrow \pi^+ K^0 \eta'$, $B^0 \rightarrow \pi^0 K^{*0} \rightarrow \pi^0 K^0 \eta'$, $B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^{*0} \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \eta'$ and $B_s^0 \rightarrow K^- K^{*+} \rightarrow K^- K^+ \eta'$ within the perturbative QCD (PQCD) approach, where K^* denotes the resonances $K^*(892)$ and $K^*(1680)$. The corresponding three-body decays are currently under investigation by the LHCb and Belle-II experiments. Our analysis specifically focuses on the virtual contributions arising from the subprocess $K^*(892) \rightarrow K\eta'$ in these decay channels. The quasi-two-body framework based on PQCD approach has been discussed in detail in our former works. With the help of the effective weak Hamiltonian, the distribution amplitudes ϕ_B for the B meson, ϕ_h for the bachelor final state h and ϕ_R for the resonance R , the decay amplitude \mathcal{A} for a quasi-two-body B decay expressed as the convolution

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12575100, 12205148).

† Corresponding author. E-mail: wfwang@sxu.edu.cn

$\mathcal{A} = \phi_B \otimes H \otimes \phi_h \otimes \phi_R$, where the hard kernel H contains only one hard gluon exchange at leading order. And then, Employing the decay amplitudes derived from the relevant Feynman diagrams for the concerned decay modes, we calculate the branching fractions and CP violations within the PQCD approach, the numerical results are found in the following Table. Our results are valuable for the understanding of various resonance contributions in the three-body B decays and are helpful for studying of the properties of the excited state $K^*(1680)$. This work reveal very interesting and unique feature for the virtual contribution from the Breit-Wigner tail of the subprocess $K^*(892) \rightarrow K\eta'$. As shown in the following figure for the differential branching fractions of the $B_s^0 \rightarrow K^- K^*(892, 1680)^+ \rightarrow K^- K^+ \eta'$ decays, the bump for the curve with $K^*(892)$ is generated by the tail of the Breit-Wigner formula for the intermediate state along with the phase space factor. This feature should not be interpreted as evidence for a new resonant state around 2.0 GeV.

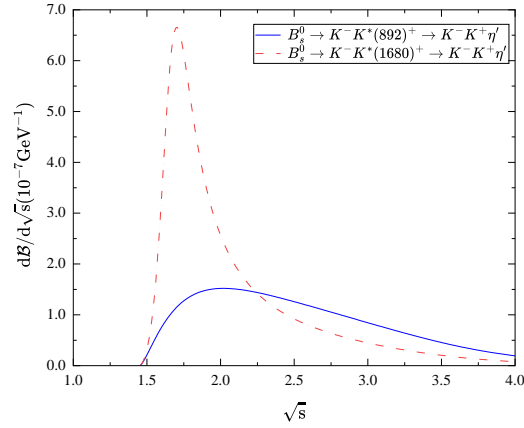


图 3: Dependence of the differential branching fractions for the quasi-two-body decay processes $B_s^0 \rightarrow K^- K^*(892)^+ \rightarrow K^- K^+ \eta'$ (blue solid curve) and $B_s^0 \rightarrow K^- K^*(1680)^+ \rightarrow K^- K^+ \eta'$ (red dashed curve).

表 4: PQCD results for the concerned quasi-two-body decays $B_{(s)} \rightarrow K^*(892)h \rightarrow K\eta'h$ and $B_{(s)} \rightarrow K^*(1680)h \rightarrow K\eta'h$.

Decay modes	\mathcal{B}	\mathcal{A}_{cp}
$B^+ \rightarrow \pi^+ K^*(892)^0 \rightarrow \pi^+ K^0 \eta'$	$5.52_{-1.00-0.74-0.62-0.02}^{+0.74+0.77+0.65+0.02} \times 10^{-8}$	$-0.14_{-0.02-0.02-0.01-0.00}^{+0.02+0.03+0.01+0.00}$
$B^+ \rightarrow \pi^+ K^*(1680)^0 \rightarrow \pi^+ K^0 \eta'$	$10.82_{-2.10-1.40-1.15-0.04}^{+1.55+1.47+1.20+0.05} \times 10^{-8}$	$-0.14_{-0.02-0.02-0.01-0.00}^{+0.02+0.03+0.01+0.00}$
$B^0 \rightarrow \pi^0 K^*(892)^0 \rightarrow \pi^+ K^0 \eta'$	$1.03_{-0.05-0.21-0.15-0.01}^{+0.04+0.23+0.14+0.00} \times 10^{-8}$	$-0.10_{-0.01-0.05-0.14-0.00}^{+0.02+0.06+0.04+0.00}$
$B^0 \rightarrow \pi^0 K^*(1680)^0 \rightarrow \pi^+ K^0 \eta'$	$2.09_{-0.14-0.40-0.30-0.01}^{+0.11+0.45+0.27+0.01} \times 10^{-8}$	$-0.09_{-0.02-0.03-0.03-0.00}^{+0.01+0.04+0.04+0.00}$
$B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^*(892)^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \eta'$	$1.24_{-0.24-0.14-0.22-0.01}^{+0.21+0.14+0.24+0.01} \times 10^{-8}$	0
$B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^*(1680)^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \eta'$	$1.99_{-0.39-0.21-0.35-0.01}^{+0.32+0.21+0.34+0.01} \times 10^{-8}$	0
$B_s^0 \rightarrow K^- K^*(892)^+ \rightarrow K^- K^+ \eta'$	$2.35_{-0.49-0.27-0.39-0.01}^{+0.37+0.27+0.41+0.01} \times 10^{-7}$	$-0.12_{-0.00-0.01-0.02-0.00}^{+0.00+0.01+0.02+0.00}$
$B_s^0 \rightarrow K^- K^*(1680)^+ \rightarrow K^- K^+ \eta'$	$3.35_{-0.70-0.37-0.52-0.02}^{+1.06+0.38+0.56+0.01} \times 10^{-7}$	$-0.13_{-0.00-0.02-0.03-0.00}^{+0.01+0.03+0.02+0.00}$

Keywords: Branching fraction, B meson decays, Three-body decays

录用稿件，非最终出版稿