

基于 CT 成像技术研究振动状态下的颗粒堆积的老化 (Aging) 弛豫过程*

黄玮¹⁾ 曾志坤³⁾ 姜永伦¹⁾ 袁后非³⁾ 王宇杰^{1)2)3)†}

1) (成都理工大学物理学院, 成都 610059)

2) (成都理工大学地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 成都 610059)

3) (上海交通大学物理与天文学院, 上海 200240)

摘要

颗粒物质广泛存在于自然界与工业过程中, 其独特的物理性质和行
为一直是物理学研究的热点。颗粒堆积作为颗粒物理中的重要课题, 对
工业生产具有显著的实际意义。其中, 球形颗粒因具有高度对称性和简
单的几何特征, 成为研究颗粒堆积问题最为理想的模型。本研究通过激
振器对颗粒体系施加持续的外部振动激励, 结合 X 射线断层扫描技术、
分水岭图像处理算法以及 Voronoi 划分方法, 获取了不同时刻体系的堆积
密度。结果表明, 在不同振动强度下, 颗粒堆积密度随振动次数的变化均
符合 Kohlrausch-Williams-Watts (KWW) 函数的拟合规律。同时发现, 稳
态堆积密度与振动强度之间存在非单调关系, 说明外部激励并非单纯“加
速致密化”, 而可能改变了体系的可达构型空间和颗粒重排路径。为揭示
上述非单调性背后的结构机制, 本文引入了接触数与 Minkowski 张量等
结构表征量进行分析。研究发现, 即使在不同振动强度下体系达到相同
的堆积密度, 其内部结构在尺度与形态特征上仍表现出明显差异。进一
步通过计算相关热力学量并结合 Adam-Gibbs (AG) 关系, 发现在堆积密
度转折点处 AG 关系同样发生转折。推测该现象可能与弛豫方式的转变
有关: 在较高振动强度下, 颗粒弛豫主要由惯性振动主导; 随着振动强度

降低，弛豫方式逐渐转变为振动驱动的惯性运动与接触滑移共存的阶段；最终在振动强度极低时，弛豫完全由颗粒间的接触滑移主导。以上结果不仅为理解颗粒物质的老化行为提供了重要实验依据，也表明在不同振动条件下颗粒体系可能存在多种弛豫机制，对相关领域的进一步研究具有启示意义。

关键词：X 射线断层扫描技术；颗粒堆积；堆积密度；KWW 拟合

PACS： 45.70.-n, 45.70.Cc, 83.80.Fg

基金：国家自然科学基金(批准号：12534008, 12274292)和中国载人航天工程空间应用系统(批准号：KJZ-YY-NLT0504)资助的课题。

† 通信作者.E-mail: yujiewang@sjtu.edu.cn

1 引言

颗粒物质 (Granular Matter) 是由大量离散固体颗粒组成的复杂体系，广泛存在于自然界和工业生产过程中^[1-4]。在物理学中，颗粒体系与连续介质不同，表现出独特的力学行为：既能在静态下呈现类固体的刚性（如沙堆），又能在流动中表现出类流体的耗散性（如颗粒流）。这种双重特性源于颗粒之间的短程接触力、摩擦耗散以及拓扑结构的动态重构^[3,5,6]。因此，其结构演化与运动规律难以直接通过传统固体力学或流体力学框架进行描述，对颗粒物质物理机制的研究一直是凝聚态物理和统计力学关注的重点。

颗粒堆积一直以来都是颗粒物质的研究重点^[7,8]。近年来人们对于颗粒堆积问题，特别是对于单分散球形体系，已经取得了显著的成果。例如单分散球形颗粒体系的最稀疏堆积 (RLP) 以及最致密堆积 (RCP)^[9-13] 已经被准确确定，并且通过计算体系稳态体积涨落得到 Edwards 统计力学量^[14,15]。此外，关于颗粒堆

积在振动驱动下逐步致密化的动力学过程已取得重要进展^[16-18]。当颗粒体系受到持续振动或剪切等特定激励时，可达到稳定状态，此时其堆积密度在某一特征值附近波动。前期研究表明，该过程可在 Edwards 系综的框架下理解，并且玻璃动力学中的关键关系 Adam-Gibbs 关系也被证实适用于颗粒材料的致密化过程^[19, 20]。然而，现有理论大多基于外部能量输入足以使体系达到稳态的假设。振动强度越低，体系达到稳态所需的弛豫时间也就越长，受实验持续时间和设备稳定性的限制，过去的研究通常难以进入振动强度较低、演化极为缓慢的区域。随着振动强度逐渐减弱，体系在实验观测时间内无法抵达稳态时，系统会进入“老化”状态，表现出缓慢且具有历史依赖性的结构弛豫行为。老化现象广泛存在于玻璃、胶体、自旋玻璃等无序体系中，其特征表现为能量或结构随时间缓慢弛豫，且通常偏离简单的指数衰减模式。在颗粒体系中，老化行为体现为振动或剪切后体积持续收缩、刚度逐渐增强等。这类非稳态致密化及其时间依赖性早在早期振动实验中即被观察到，例如 Knight 等人于 1995 年的工作报告了振动条件下堆积密度随时间缓慢增长并具有明显历史依赖的现象，为将颗粒堆积动力学与老化概念相联系奠定了实验基础^[16, 21]。目前，强驱动下的稳态过程与弱驱动下的老化过程在微观机制上有何本质区别，尚不清楚。同时，“平衡态”框架下的 Edwards 系综能否推广至“非平衡”老化过程，亦有待进一步阐明。因此，有必要通过系统的实验研究深入揭示其物理机制。

基于上述背景，本文主要研究不同振动强度下颗粒体系在压实过程中的结构演化行为。本研究首次将振动强度降低至 $\Gamma = 1.6g$ ，在这一条件下体系需要约 10^5 次振动（约 48 小时）才能接近稳态体积分数，同时借助 X 射线成像技术，获得不同时刻颗粒的质心与半径信息^[22-24]。在低振动强度区间，研究首次观测到稳态堆积密度随振动强度呈现明显的非单调变化，并基于接触数、各向异性参量分析，

表明在不同振动强度下体系弛豫机制的变化：在较高振动强度下，颗粒整体被抛起后重新堆积，结构重排主要由惯性碰撞主导；而随着振动强度降低，颗粒间接触作用逐渐增强，弛豫过程更多由接触滑移和局部重排控制。上述研究结果为进一步探索颗粒物质的老化弛豫行为，以及揭示其中潜在的多种弛豫机制提供了重要的实验依据。

2 研究方法

本研究采用 Acrylonitrile Butadiene Styrene (ABS) 塑料球，直径大小为 $d = 6\text{mm}$ 。所采用的容器为内径 150mm，高度为 200mm 的干燥的亚克力圆柱形筒。为了防止结晶，将直径为 5mm 和 8mm 的 ABS 半球随机的粘在筒的内壁。振动实验开始前，放入约 10000 颗球在容器中，颗粒的初始堆积高度约是 110mm。振动通过对容器进行离散的垂直敲击实现，每次敲击都是由一个激振器（Tek AFG3100）生成的持续时间约为 0.033 秒的脉冲方波驱动，在脉冲结束后有 1.5 秒的间歇期，然后才施加下一次敲击^[14, 25, 26]。具体实验装置示意图如图 1(a)所示。在本文中，振动强度的定义为单次敲击期间激振器的峰值加速度与重力加速度的比值，是一个无量纲量^[27]，本实验选取范围是 $\Gamma = 1.6g \sim 8g$ 。在不同的振动强度下，堆积体系达到稳态时需要的振动次数大约是 $10 \sim 10^5$ 次。为了制备最稀疏堆积，每次正式实验前需将颗粒静止的放入容器中，通过 $\Gamma = 18g$ 振动 10 次即可得到稀疏堆积。

在整个实验过程中，使用医用牙科 CT（空间分辨率为 0.2 mm）对颗粒堆积进行扫描记录，CT 装置图以及原始截面图分别如图 1(b)与(c)所示。在这里需要特别说明的一点是，本研究将距离容器边界和自由表面 $3d$ (d 为颗粒直径)范围内的颗粒排除，非特殊说明情况，实验的后续分析主要针对剩下的由约 3000 个颗粒组成的体系。

借助 CT 扫描得到原始投影图，通过 Matlab 编程软件经过二值化、距离变化、

分水岭等一系列操作后可得到每一个颗粒的质心位置以及半径，从而获得颗粒堆积的三维堆积结构，以及计算得到每个颗粒的结构参量。通过对整个堆积体系进行 Voronoi 划分^[7]，可以得到整个堆积体系的堆积密度，其定义为 $\phi = \sum V_p / \sum V_{\text{voroi}}$ ，其中 V_p 是颗粒的体积， V_{voroi} 是对应的 Voronoi 原胞的体积大小。在经过多次不同振动强度的振动后，堆积密度将最终达到稳定值即稳定状态。实验研究通过上述方式记录了稳态的堆积结构信息。

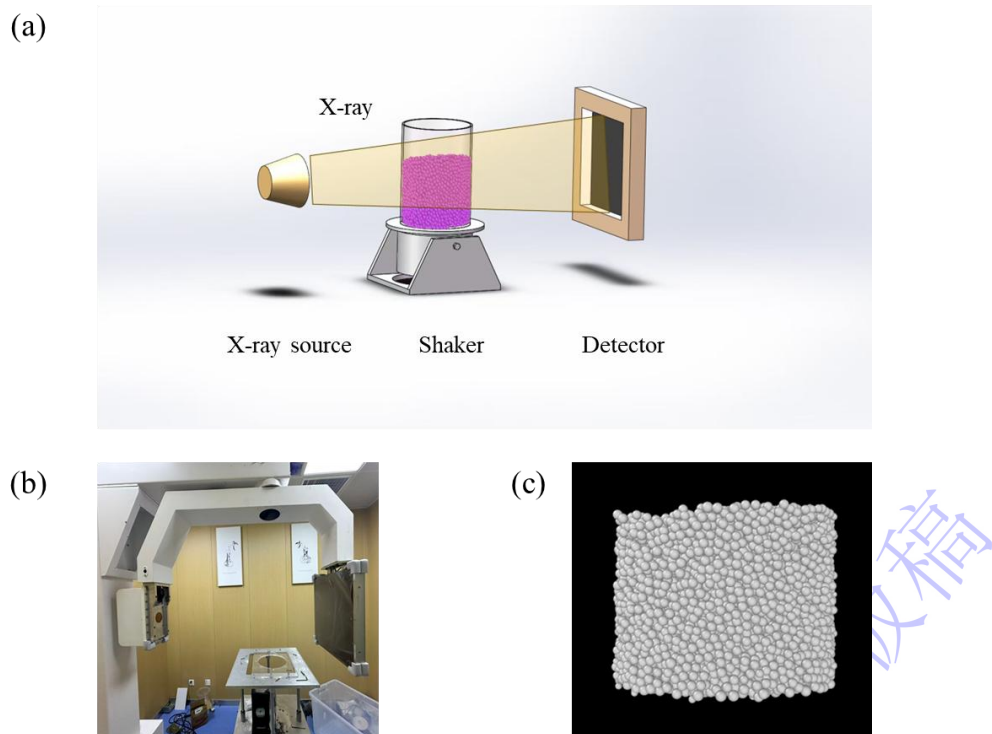


图 1 (a) 实验装置示意图，显示一个装满颗粒的圆柱形容器，以及用于表征样品三维结构的 X 射线源和探测器；(b) CT 实验装置图；(c) 颗粒堆积的三维可视化图。

Fig. 1. (a) Schematic of the experimental setup, showing a cylindrical container filled with particles and the X-ray source and detector for characterizing the 3D structure of the sample;(b) CT experimental setup;(c) 3D visualization of packing.

3 结果与讨论

3.1 弛豫过程

为了研究颗粒体系的压实过程，在图 2 展示了不同振动强度下体系的堆积密度与振动次数的演化关系。实验结果发现在 $\Gamma < 1.7g$ 时堆积体系在实验时间条件

下（即振动 10^5 次）仍然无法达到稳定状态而进入老化状态。同时发现即使进入老化状态的体系，也会与可以达到稳定状态的体系一样，其堆积密度与振动次数满足 KWW（Kohlrausch-Williams-Watts）函数拟合：

$$\phi(t) = \phi_f - (\phi_f - \phi_0) \exp\left[-\left(\frac{t}{\tau}\right)^\beta\right] \quad (1)$$

其中， ϕ_f 与 ϕ_0 分别代表的是颗粒堆积体系中的稳态堆积密度和初始状态的堆积密度， t 代表的是振动次数， τ 是弛豫时间， β 是拉伸指数，表示该函数偏离指数衰减的程度^[21]。需要特殊说明的是为在对数坐标中显示初始状态点 $t=0$ ，因此横轴表示为振动次数 $t+1$ 。

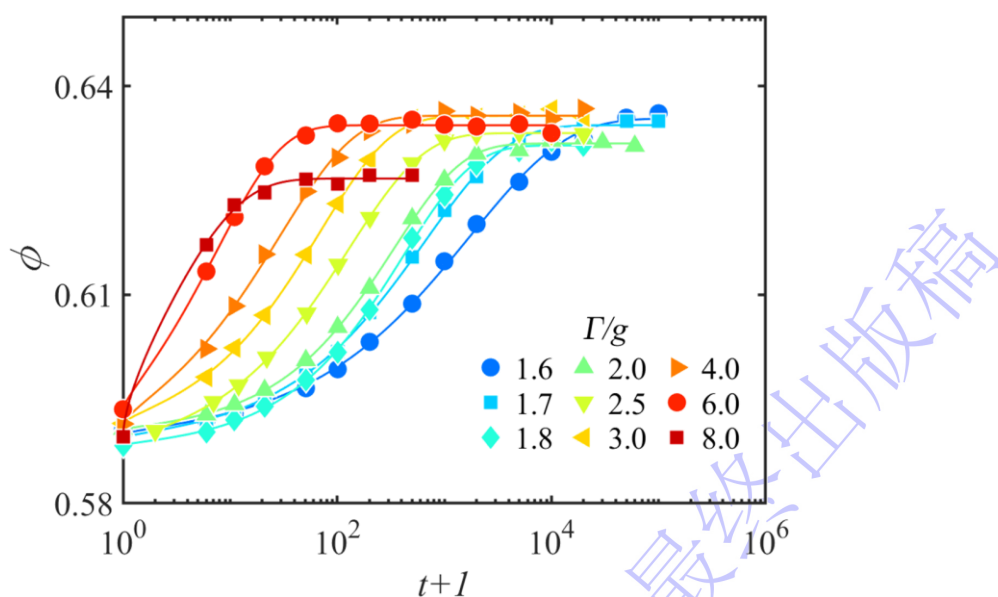


图2 不同振动强度下体系的堆积密度 ϕ 与振动次数 t 之间的关系。实线代表KWW拟合曲线。

Fig. 2. The relationship between the volume fraction ϕ and the number of vibrations t of the system under different vibration intensities Γ . The solid line represents the KWW fitting.

KWW 函数通常用来描述体系从非平衡态弛豫到平衡态的过程， β 不等于 1 表明体系中弛豫过程并不均匀。通过 KWW 拟合，可以得到稳态堆积密度 ϕ_f ，弛豫时间 τ 以及拉伸指数 β 分别与振动强度 Γ 之间的关系。结果表明 β 会随着振动强度的增加而逐渐增加，最后会稳定在 0.7 上下，如图 3(a)的插图所示。在前期

的相关研究中，为了拟合的一致性，通常在后续对于不同的振动强度进行 KWW 拟合时选择一致的 $\beta = 0.7$ ^[19,20]。但实际上，不论是否规定一致的 β 对弛豫时间的影 响都不大，因此本文并没有规定 β 的统一。拟合结果显示，弛豫时间 τ 随着 Γ 的增高而逐渐降低呈现单调变化，如图 3(a)所示。而稳态堆积密度 ϕ_f 则不然，实验结果表明稳态堆积密度与振动强度并非呈现单调变化，而是在 $\Gamma = 2.5g$ 时堆积密度会先下降，随后在 $\Gamma = 1.8g$ 时增高，趋势上呈现出非单调的行为，如图 3(b)所示。该非单调行为可能源于振动强度改变了体系的主导弛豫方式。具体而言，在较高振动强度下，外部激励足以使颗粒频繁脱离既有接触约束并发生惯性主导的重排，体系的致密化主要由振动驱动的“惯性重排”机制控制。随着振动强度降低，颗粒间的持久接触逐渐形成，重排不再以完全脱开—再碰撞为主，而是更多通过接触条件下的相对滑移与局部调整实现；此时体系处于惯性重排与接触滑移并存的中间区间，两种机制的竞争改变了结构重排路径与可达构型，从而可能导致堆积密度在该区间出现初始下降。进一步降低振动强度后，颗粒间接触网络趋于稳定并占据主导，体系的弛豫主要依赖接触滑移及其诱发的局部重构，惯性主导的脱离式重排显著减弱，弛豫机制由“惯性主导”逐步转向“接触滑移主导”。在这一机制转换过程中，宏观稳态堆积密度因微观重排模式与约束条件的变化而呈现非单调依赖。

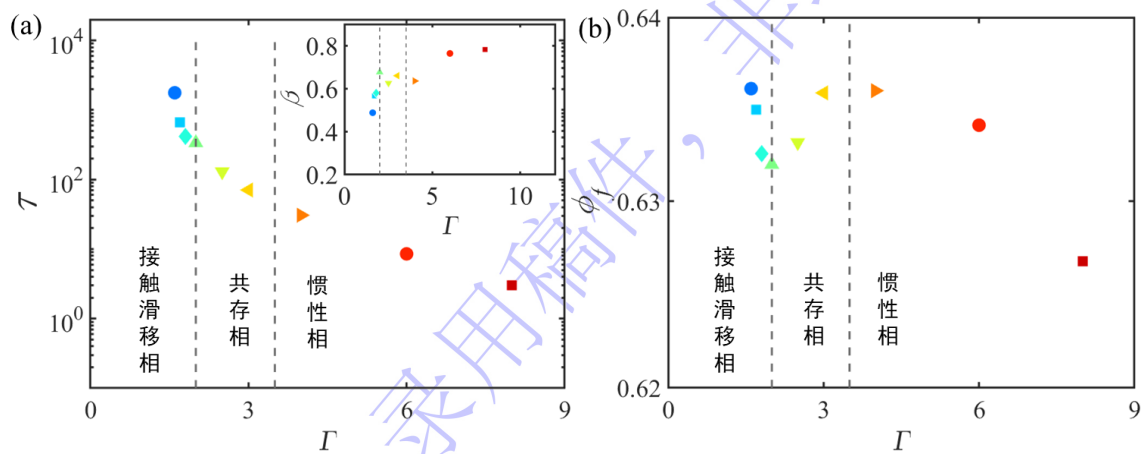


图 3 (a) 弛豫时间 τ 与振动强度 Γ 的变化关系图；插图：拉伸指数 β 与振动强度 Γ 的变化

关系图；(b) 稳态堆积密度 ϕ_f 与振动强度 Γ 的变化关系图

Fig. 3. (a) characteristic relaxation time τ as a function of Γ ; Inset: the fitted stretched exponential parameter β as a function of Γ ; (b) Steady-state volume fraction ϕ_f as a function of vibration intensity Γ ;

3.2 体系的平均接触数计算

颗粒体系的演化具有显著的历史依赖性。由于不同外部激励条件下结构重排的路径与可达构型空间存在差异，即使最终堆积密度相同，其微观结构也可能因振动强度的不同而有所区别。在描述这类结构特征时，接触数被视为一个关键的结构参量。由于图像处理方法的局限性，事实上难以严格判定两个粒子是否真实接触—粒子间距可能无限接近，甚至远小于图像空间分辨率，却仍未发生物理接触，因此通常需借助统计手段来估计体系的平均接触数。该方法最初由 Aste 等人在基于计算机断层扫描技术研究球形颗粒堆积结构时提出^[28]。

假设两个相互接触球形颗粒的半径分别为 R_a 和 R_b ，它们质心之间的距离为 r_{ab} ，那么其表面间距可以表示为 $\delta = |r_{ab}| - R_a - R_b$ 。对于理想硬球颗粒堆积，颗粒间不存在重叠，其表面间距 δ 的分布应在 $\delta = 0$ 处出现突变，对应于近邻颗粒相互接触的情形。然而，本实验结果显示， δ 的分布呈现近似高斯分布的特征，如图 4(a)所示。实际上，Aste 等人在对硬球颗粒堆积结构的研究中也观测到了类似的类高斯表面间距分布。他们指出，对于相互接触的近邻颗粒，理想情况下 δ 的分布可用狄拉克 δ 函数描述；但由于图像处理中颗粒质心与半径存在不确定性，加之实际样品并非理想球形，真实接触颗粒对的计算表面间距不再严格等于 $\delta = 0$ ，而是呈现一定展宽，可用峰值位于 $\delta = 0$ 的高斯函数近似描述。

而与近邻颗粒表面间距较大时，会出现明显偏离高斯分布部分，这一部分被研究人员归因于原本不接触的近邻颗粒。基于此，本研究参考了 Aste 等人提出的接触数统计方法。由于实验的误差主要影响在使接触颗粒的表面间距分布由理

想的狄拉克 δ 函数展宽为高斯分布。因此，若选取的接触判断阈值能够涵盖整个高斯分布，便可较完整地获得体系的接触信息。基于这一思路，通过改变接触阈值 δ_{th} ，将表面间距不大于 δ_{th} 的两个颗粒判定为相互接触，进而得到整个堆积的平均接触数，结果如图 4(b)所示。若数据处理仅针对实际接触的颗粒，则平均接触数随阈值的变化关系 $Z(\delta_{th})$ ，应等于高斯形式表面间距分布的积分值，因此可用误差函数进行描述：

$$Z(\delta_{th}) = \frac{\langle Z \rangle_c}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\delta_{th}} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right) d\delta \quad (2)$$

其中 $\langle Z \rangle_c$ 表示的是堆积体系的真实平均接触数， σ 是表面间距对应的高斯函数的标准差。由于存在误差，可以通过线性函数近似描述误差所带来的影响，并将实验测量得到的接触数 Z_{exp} 写为：

$$Z_{exp}(\delta_{th}) = Z(\delta_{th}) + k \cdot H(\delta_{th}) \cdot \delta_{th} \quad (3)$$

其中 k 代表线性函数的斜率。

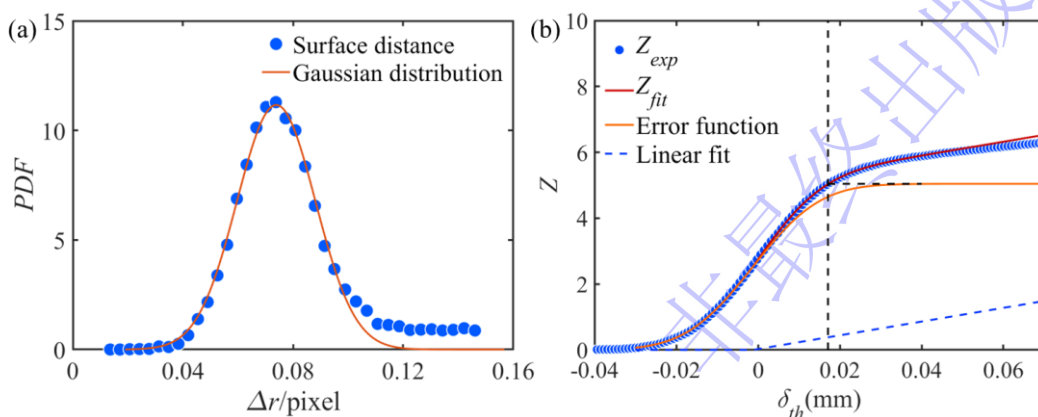


图 4 (a) 近邻颗粒表面间距分布，实线为高斯拟合曲线；(b) 平均接触数与接触判断阈值间的关系。

Fig. 4. (a) The probability distribution function of surface-to-surface distance between neighboring particles, the solid line is the Gaussian fitting curve;(b) The relationship between global average contact number and contact threshold.

根据上文的研究方法，可以计算得到体系的平均接触数。实验结果表明，接触数

Z 与振动强度 Γ 之间的变化关系, 与稳态堆积密度 ϕ_f 与振动强度 Γ 之间的关系是相对应的, 如图 5(a)所示。而当体系达到稳态时体系的平均接触数与稳态堆积密度满足关系如图 5(b)所示, 与前期的研究结果相符, 说明体系的接触数对局部结构的变化更加敏感。

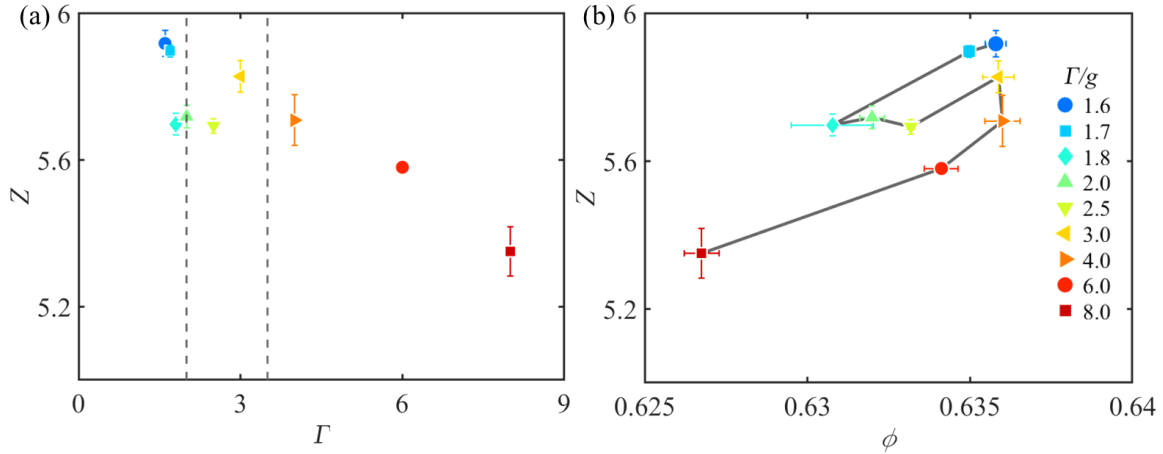


图 5 (a) 接触数 Z 随振动强度 Γ 的变化曲线; (b) 稳态堆积密度 ϕ 与平均接触数 Z 的关系。

Fig. 5. (a) Contact number Z vs vibration intensity Γ ; (b) Relationship between steady-state volume fraction ϕ and average contact number Z .

3.3 各向异性参数计算

除了接触数的计算, 体系各向异性程度是表征颗粒堆积结构表征的另一个关键参数。本研究采用闵可夫斯基张量(Minkowski tensor)来描述体系的各向异性程度^[29,30]。该张量有几种不同的定义形式, 例如 $W_0^{2,0} = \int_K r \otimes r dV$, 其中 r 是连接颗粒中心与元胞内体积单元的点向量。通过对 Minkowski 的 $W_0^{2,0}$ 的计算可以得到他们的本征值, 进而定义 α 为每个元胞最小和最大特征值的比值。对于各向同性的微观结构, $\alpha = 1$ 比如球面、正多面体, 而对于完全各向异性的结构, $\alpha = 0$ 比如平面或者线段。而各向异性参数总体上的趋势为: 体系的堆积密度越大, 其各向异性程度越小。图 6 结果显示, 随着堆积密度的增加, 体系的各向异性指数整体呈上升趋势。然而, 对于在不同振动强度下达到相近堆积密度的体系, 其各向异

性指数仍存在明显差异。这一现象表明，即使堆积密度相同，颗粒体系在不同振动强度下所形成的内部结构仍具有显著区别。

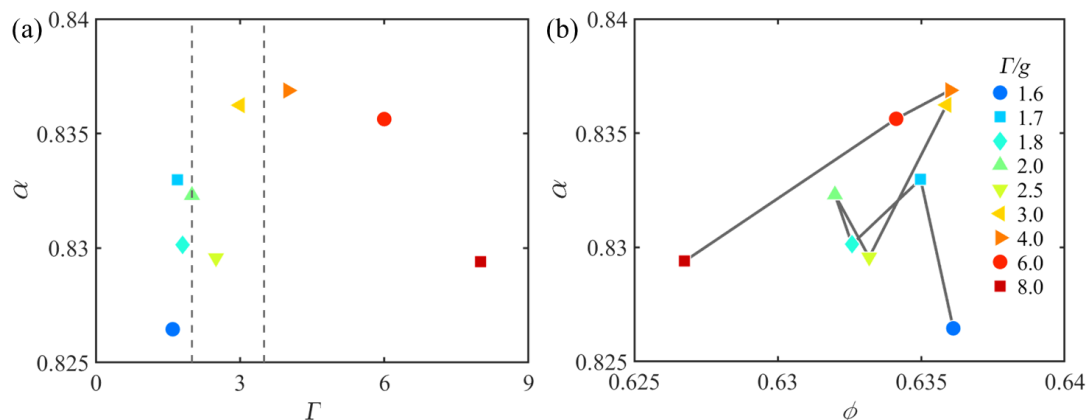


图 6 (a) 各向异性参数 α 随振动强度 Γ 的变化曲线；(b) 不同振动强度下的各向异性参数 α 随堆积密度 ϕ 的变化关系。

Fig. 6. (a) Variation curve of anisotropy parameter α with vibration intensity Γ ; (b) Dependence of the anisotropy parameter α on volume fraction ϕ for different vibration intensity.

3.4 Edwards 热力学计算

通过分析每个振动强度下获得的稳态堆积，可以得到一个类似于前文提到的热力学量^[10,31-33]。根据 Edwards 等人的观点，类比热平衡态系统中能量涨落与温度的关系进而可以得到颗粒体系中的相应温度，在颗粒物理中即为“可压缩率” χ ^[34]：

$$\frac{1}{\chi(\phi)} - \frac{1}{\chi^r} = \int_{\phi^r}^{\phi} \frac{d\phi}{\phi^2 \text{var}(V)} \quad (4)$$

其中 $\text{var}(V) = \sigma_v^2 / m$ 为体积涨落， σ_v^2 代表的是 m 个粒子的总 Voronoi 体积 V 的方差， ϕ^r 为参考状态的堆积密度,这里定义为随机稀疏堆积状态(RLP)，其有效温度为无穷大，本研究选择其堆积密度为 0.593。通过实验结果可以得到不同堆积密度下的方差，通过三次多项式进行拟合：

$$\text{var}(v) = 0.3810 - 0.5908\phi - 0.5214\phi^2 + 0.8392\phi^3 \quad (5)$$

结果与前期研究结果相符^[19]。在得到体积涨落与堆积密度的关系后，可通过公式(4)计算堆积体系的“可压缩率” χ ，结果如图 7(a)所示。之后，通过类比经典统计力学的玻尔兹曼关系，Edwards 等人也定义了颗粒堆积的熵 $S(V) = k \ln \Omega(V)$ ，其中 k 具有体积量纲，它起到玻尔兹曼常数的作用。基于 Edwards 熵，Edwards 温度可被类比得到 $\chi = \frac{dW}{dS}$ 。接着可以计算体系的熵，其计算公式为：

$$S(\phi) - S_{RCP} = \int_{\phi}^{\phi_{RCP}} \frac{d\phi}{\phi^2 \chi(\phi)} \quad (6)$$

随后研究发现体系弛豫时间 τ 与热力学量 χ 和构型熵 S 之间满足 Adam-Gibbs 关系：

$$\ln \frac{\tau}{\tau_0} \propto \frac{1}{\chi S_c} \quad (7)$$

这里需要说明的是，为了与前面的工作统一对熵与堆积密度都进行了归一化处理

$\tilde{S} = \frac{S_c - S_{RCP}}{S_{RLP} - S_{RCP}}$ ， $\tilde{\phi} = \frac{\phi - \phi_{RLP}}{\phi_{RCP} - \phi_{RLP}}$ 。其中 ϕ_{RLP} 和 S_{RLP} 分别代表 RLP 状态下的堆积密度与构型熵^[19, 25]，归一化结果如图 7(a)插图所示。进一步，研究通过用 Adam-Gibbs 函数对弛豫时间 τ 与 χS_c 之间的关系进行拟合，拟合结果如图 7(b)所示。结果发现在 $\Gamma = 3g$ 和 $\Gamma = 2g$ 分别有拐点，这与之前所提到的堆积密度与振动强度的转折相呼应。

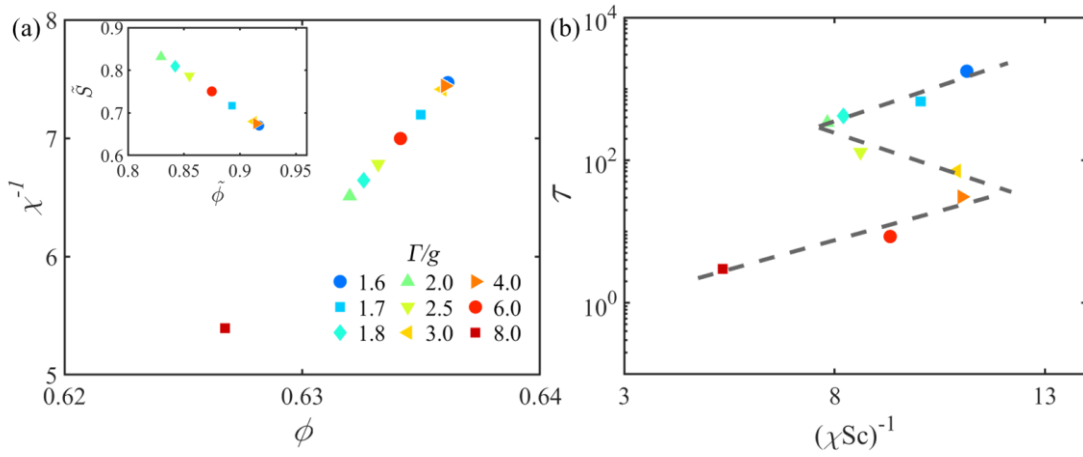


图 7 (a) “可压缩率”的倒数 χ^{-1} 与堆积密度 ϕ 的变化曲线；插图：归一化后的构型熵 \tilde{S} 与堆积密度 $\tilde{\phi}$ 的变化关系。(b) 弛豫时间与 $(\chi S_c)^{-1}$ 之间的变化关系，其中虚线是对数据的拟合结果， A 为常数。

Fig. 7. (a) Inversed compactivity $1/\chi$ as a function of ϕ . Inset: Rescaled configurational entropy \tilde{S} versus rescaled volume fraction $\tilde{\phi}$; (b) The relationship between relaxation time and $1/(\chi\tilde{S})$, the dashed line $\tau \sim \exp[A/(\chi\tilde{S})]$ is a fitting of the right, and A is a constant.

4 结论

本研究采用 X 射线断层扫描技术，系统探究了颗粒物质在不同振动强度下的堆积结构演化行为。实验发现，当外部激励低于某一临界值时，颗粒堆积体系无法达到稳定态，而是进入持续演化的老化状态。而不同振动强度下体系的堆积密度随振动次数的致密化过程都符合 KWW (Kohlrausch–Williams–Watts) 弛豫模型。此外，实验观测到一个重要现象：在体系进入老化状态之前，稳态堆积密度随振动强度的变化呈现非单调依赖关系。为探究该非单调行为的结构起源，进一步计算了若干结构表征量，包括接触数及各向异性参数（基于 Minkowski 张量分析）。结果显示，即使在不同振动强度下获得相近的宏观堆积密度，其内部结构在接触网络与各向异性程度上仍存在显著差异。通过结合 Edwards 热力学框

架与 Adam-Gibbs 关系，本研究发现在堆积密度发生转折的振动强度处，Adam-Gibbs 关系同样出现相应转折。以上结果共同表明，振动作用下颗粒体系的弛豫过程可能同时存在至少两种竞争机制：在较高振动强度下，颗粒惯性运动占主导；随着振动强度降低，颗粒间逐渐形成持久性接触，此时弛豫由惯性运动与接触滑移共同主导，导致堆积密度出现初始下降；当振动强度进一步减小至接触网络占主导时，体系堆积密度转而上升。本研究结果不仅为理解颗粒物质的老化与弛豫动力学提供了关键实验依据，也为存在多弛豫机制的软物质与无序体系理论建立了重要的实证基础。

录用稿件，非最终出版稿

参考文献

- [1] Gennes P G d 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** 629
- [2] Jaeger H M, Nagel S R 1992 *Science* **255** 1523
- [3] Jaeger H M, Nagel S R, Behringer R P 1996 *Rev. Mod. Phys.* **68** 1259
- [4] Kadanoff L P 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** 435
- [5] Forterre Y, Pouliquen O 2008 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **40** 1
- [6] Nagel S R 2017 *Rev. Mod. Phys.* **89** 025002
- [7] Reimann J, Vicente J, Brun E, Ferrero C, Rack A 2017 *Powder Technol.* **318** 471
- [8] Gan Y, Kamlah M, Reimann J 2010 *Fusion Eng. Des.* **85** 1782
- [9] Bernal J, Mason J 1960 *Nature* **188** 910
- [10] Briscoe C, Song C, Wang P, Makse H A 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 188001
- [11] Onoda G Y, Liniger E G 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 2727
- [12] Schröter M, Goldman D I, Swinney H L 2005 *Phys. Rev. E* **71** 030301
- [13] Scott G D 1960 *Nature* **188** 908
- [14] Yuan Y, Xing Y, Zheng J, Li Z, Yuan H, Zhang S, Zeng Z, Xia C, Tong H, Kob W, Zhang J, Wang Y 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 018002
- [15] Zeng Z, Zhang S, Zheng X, Xia C, Kob W, Yuan Y, Wang Y 2022 *Phys. Rev. Lett.* **129** 228004
- [16] Knight J B, Fandrich C G, Lau C N, Jaeger H M, Nagel S R 1995 *Phys. Rev. E* **51** 3957
- [17] Nowak E R, Knight J B, Povinelli M L, Jaeger H M, Nagel S R 1997 *Powder Technol.* **94** 79
- [18] Philippe P, Bideau D 2002 *Europhys. Lett.* **60** 677
- [19] Ai X, Yuan H, Zhang S, Zeng Z, Li H, Xia C, Wang Y 2025 *Commun. Phys.* **8** 157
- [20] Xia C, Li J, Cao Y, Kou B, Xiao X, Fezzaa K, Xiao T, Wang Y 2015 *Nat. Commun.* **6** 8409
- [21] Richard P, Nicodemi M, Delannay R, Ribière P, Bideau D 2005 *Nat. Mater.* **4** 121

- [22] Kou B, Cao Y, Li J, Xia C, Li Z, Dong H, Zhang A, Zhang J, Kob W, Wang Y 2017 *Nature* **551** 360
- [23] Xia C, Li J, Kou B, Cao Y, Li Z, Xiao X, Fu Y, Xiao T, Hong L, Zhang J, Kob W, Wang Y 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 238002
- [24] Cao Y, Li J, Kou B, Xia C, Li Z, Chen R, Xie H, Xiao T, Kob W, Hong L, Zhang J, Wang Y 2018 *Nat. Commun.* **9** 2911
- [25] Xing Y, Yuan Y, Yuan H, Zhang S, Zeng Z, Zheng X, Xia C, Wang Y 2024 *Nat. Phys.* **20** 646
- [26] Yuan H, Kob W, Wang Y 2025 *Nat. Commun.* **16** 10567
- [27] D'Anna G, Mayor P, Barrat A, Loreto V, Nori F 2003 *Nature* **424** 909
- [28] Aste T, Saadatfar M, Senden T J 2005 *Phys. Rev. E* **71** 061302
- [29] Schröder-Turk G E, Mickel W, Kapfer S C, Schaller F M, Breidenbach B, Hug D, Mecke K 2013 *New J. Phys.* **15** 083028
- [30] Schröder-Turk G E, Mickel W, Schröter M, Delaney G W, Saadatfar M, Senden T J, Mecke K, Aste T 2010 *Europhys. Lett.* **90** 34001
- [31] Jin Y, Makse H A 2010 *Physica A* **389** 5362
- [32] McNamara S, Richard P, de Richter S K, Le Caër G, Delannay R 2009 *Phys. Rev. E* **80** 031301
- [33] Pica Ciamarra M, Coniglio A, Nicodemi M 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 158001
- [34] Edwards S F, Oakeshott R B S 1989 *Physica A* **157** 1080

Aging of Tapped Granular Packing Using CT Imaging*

HUANG Wei¹⁾ ZENG Zhikun³⁾ JIANG Yonglun¹⁾ YUAN Houfei³⁾ WANG Yujie¹⁾²⁾³⁾ †

1) (*School of Physics, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China*)

2) (*State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China*)

3) (*School of Physics and Astronomy, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China*)

Abstract

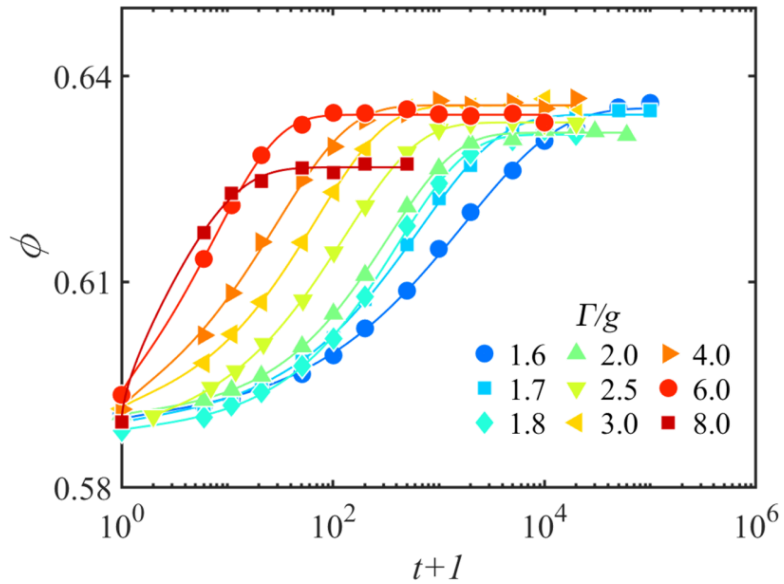
Granular matter is ubiquitous in both natural and industrial settings, and its unique physical properties have long been a focus of research. As a central theme in this field, granular packing is of particular significance due to its direct relevance to industrial applications. Among various particle shapes, spheres, owing to their high symmetry and geometric simplicity, serve as the most ideal model for investigating packing problems.

In this study, the granular packing was subjected to continuous external vibration by tapping. The volume fraction at different times was obtained by combining X-ray tomography with Watershed image processing algorithms and Voronoi tessellation.

The results show that under different vibration intensities, the relationship between volume fraction and the number of vibrations is described by the Kohlrausch–Williams–Watts (KWW) function. However, a non-monotonic relationship was observed between the steady-state volume fraction and vibration intensity, indicating that external excitation does not simply "accelerate densification" but may also alter the accessible configuration space and rearrangement pathways of the system. To uncover

the structural mechanisms behind this non-monotonic behavior, we introduced structural descriptors such as contact number and Minkowski tensors. The analysis revealed that even when systems reach the same volume fraction under different vibration intensities, their internal structures exhibit significant differences in their scale and morphological features. By further calculating relevant thermodynamic quantities and combining with the Adam–Gibbs (AG) relation, we find that a crossover in the AG relation occurs at the turning point of the volume fraction. This phenomenon is hypothesized to be related to a transition in relaxation mechanisms: at higher vibration intensities, granular packing relaxation is dominated by inertial vibration; as vibration intensity decreases, relaxation shifts to a combination of vibration-driven inertial motion and contact sliding; and at very low vibration intensities, relaxation becomes entirely governed by interparticle contact sliding. These findings not only provide important experimental evidence for understanding the aging behavior of granular materials but also suggest that multiple relaxation mechanisms may exist in granular systems under different vibrational conditions, offering insights for further research in related fields.

Keywords: X-ray tomography technology, compaction process, volume fraction, KWW fit



不同振动强度下体系的堆积密度 ϕ 与振动次数 t 之间的关系。实线代表KWW拟合曲线。

The relationship between the volume fraction ϕ and the number of vibrations t of the system under different vibration intensities. The solid line represents the KWW fitting.

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 12534008, 12274292) and the Space Application System of China Manned Space Program (KJZ-YY-NLT0504).

† Corresponding author-mail: yujiewang@sjtu.edu.cn