

专题: 超冷原子分子物理

非厄米双势阱中自旋-轨道耦合玻色原子的非互易 Floquet 隧穿动力学*

巨丽梅¹⁾ 张莹莹^{1)†} 梁继磊¹⁾ 常守康¹⁾ 朱遵略¹⁾
秦璐^{1)‡} 刘伍明¹⁾²⁾ 赵兴东^{1)††}

1) (河南师范大学 物理学院, 新乡 453007)

2) (中国科学院物理研究所, 北京凝聚态物理国家研究中心, 北京 100190)

(2026 年 2 月 8 日收到; 2026 年 3 月 31 日收到修改稿)

本文将自旋-轨道耦合的玻色原子置于一个具有增益-损耗的双势阱中, 研究非互易耦合对系统动力学的影响. 通过解析分析, 得到了含非互易耦合、增益-损耗和 Floquet 驱动的系统 \mathcal{PT} 对称相图, 并针对奇异点附近系统的稳定性进行了数值分析. 通过调节增益和损耗, 我们得到了平衡增益-损耗和非平衡增益-损耗的粒子隧穿动力学图像, 发现了塞曼场强度和 Floquet 驱动的相对关系对系统稳定性和隧穿过程的重要影响. 论文的研究可以为设计基于非厄米物理的新型自旋量子器件提供重要参考.

关键词: 自旋-轨道耦合, 非厄米双势阱, 非互易, 隧穿动力学**DOI:** 10.7498/aps.75.20260222**CSTR:** 32037.14.aps.75.20260222

1 引言

近年来, 开放量子系统中非厄米物理的研究已经涵盖多个领域, 如原子分子物理, 介观物理, 自旋与磁系统等^[1-5]. 与之相伴的各类新奇物理现象, 包括已在理论和实验层面被探索的反常拓扑性质^[6], 局域化跃迁^[7-9], 非厄米趋肤效应^[10-14]以及自发宇称-时间 (Parity-Time: \mathcal{PT}) 对称性破缺^[15]等引发广泛的研究兴趣. 鉴于非厄米系统中哈密顿量对应的复数能谱, 导致其动力学通常是不稳定的, 这为非厄米现象的实验观测带来了困难^[16]. \mathcal{PT} 对称系统作为非厄米系统理论和实验之间的桥梁,

其对应的实数能谱为系统稳定性提供保障^[17]. 目前很多来自不同领域对非厄米物理的研究都是考虑开放系统的耗散或者系统存在增益-损耗^[18], 例如在光学实验系统中, 增益是通过激光或者其他能量源输入的, 而损耗是由于能量或者信号在传播过程中的衰减引起的^[19-21], 理论分析过程中通常会考虑系统与环境的耦合或者开放的边界条件来实现增益-损耗. 与此同时, 非互易作为非厄米物理的一个重要分支, 基于非互易的腔光力系统人们研究了光力诱导透明^[22-26], 机械振子的基态冷却^[27-29]和非线性效应^[30-32]等一系列新颖物理现象^[33]. 在光学系统中, 非互易的实现往往是通过引入人工规范场来构造不对称的耦合^[34,35], 来进一步探索正向

* 国家自然科学基金 (批准号: 62505079, 12404377, 12334012, 12234012, 52327808, 62575314, 2024YFF0726700, 2021YFA1400900, 2021YFA0718300), 河南省自然科学基金 (批准号: 252300421995) 和中国博士后科学基金资助 (批准号: 2025M783380) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: yyzwuli415@163.com

‡ 通信作者. E-mail: qinlu@htu.edu.cn

†† 通信作者. E-mail: phyzhxd@gmail.com

与反向传输或跃迁过程的不对称响应, 这一特性在光学环形器, 拓扑保护边界态以及手性量子信息处理中具有关键应用^[36-39]. 最近, 损耗诱导非互易性作为一种简便易行的实现方式被提出, 并已在声子晶体、电路等人工结构中得到实验验证^[40,41]. 该方案利用系统固有的能量耗散来打破互易性, 无需外加磁场或时空调制, 为非互易器件的设计和耗散系统拓扑特性的研究提供了新思路.

最近, 由于冷原子具有易于操控等优势使其成为研究非厄米物理的平台之一. 2019年中山大学罗乐教授团队在耗散 Floquet 系统的超冷原子中观察到 \mathcal{PT} 对称性破缺^[42], 2022年浙江大学颜波教授利用动量晶格技术实现了等效非厄米的 SSH 模型^[43]. 去年香港科技大学研究团队利用超冷费米子实现了二维非厄米趋肤效应的量子模拟^[44]. 特别地, 自旋-轨道耦合量子气体的研究在理论构建和实验观测上都取得了突破性进展^[45-48], 这为基于超冷原子的量子物理研究提供了新的自由度^[49], 同时拓展了一些新的研究方向. 例如, 湖南师范大学的研究团队通过周期驱动非厄米自旋-轨道耦合冷原子双阱系统的方案实现稳定自旋翻转隧穿的操控^[50-52], 该系统极高的可控自由度在量子信息处理过程中有极大的潜在应用.

本论文中我们在非厄米自旋-轨道耦合冷原子双阱系统中考虑了势阱间的非互易隧穿, 研究了增益-损耗和非互易两个非厄米诱导机制对系统的动力学的影响. 论文的第二部分我们构建了系统的哈密顿量, 基于传统的 Floquet 理论对系统进行解析求解. 论文的第三部分我们分别对平衡增益-损耗和非平衡增益-损耗的非互易系统相图和量子态的传输动力学进行了分析. 最后在第四部分给出了论文的总结.

2 模型与理论

我们对囚禁在具有增益、损耗的双势阱中的偶极超冷玻色子的非互易隧穿进行了研究, 如图 1(a) 所示, 一对拉曼激光通过耦合原子的两个内部能级来实现有效自旋-轨道耦合^[53,54]. 这里, 我们选择 ^{87}Rb 原子 $F=1$ 的两个超精细内态 $|1, -1\rangle = |\downarrow\rangle$ 和 $|1, 0\rangle = |\uparrow\rangle$ 作为原子的赝自旋态, 同时它们远离 $|1, +1\rangle$ ^[55,56]. 该非厄米系统的动力学哈密顿量为: $H(t) = H_{Nrep}(t) + H_{Zm}(t) + H_{GL}(t)$, 其中

$$H_{Nrep}(t) = -\nu_1 \hat{a}_l^\dagger e^{-i\pi\lambda\hat{\sigma}_y} a_r - \nu_2 \hat{a}_r^\dagger e^{i\pi\lambda\hat{\sigma}_y} a_l, \quad (1a)$$

$$H_{Zm}(t) = \frac{\Omega}{2} \sum_j (n_{j\uparrow} - n_{j\downarrow}), \quad (1b)$$

$$H_{GL}(t) = \sum_s [\varepsilon_l(t)n_{ls} - \varepsilon_r(t)n_{rs}], \quad (1c)$$

这里, 哈密顿量 H_{Nrep} 中 $\nu_{1,2}$ 表征无自旋-轨道耦合情况下向左(右)的隧穿. 事实上, 只需增加一个扰动光晶格构造超晶格系统, 系统中的非互易跳跃通过人工规范场实现, 构成了传统的 Aubry-André-Harper(AAH) 模型^[57-59]. 此时, 可以定义 $\nu_1 = \nu$, $\nu_2 = \nu(1-g)$, g 表示左右阱隧穿强度的调控参数. 当 $g=0$ 时两阱之间为互易跃迁, 为了研究非互易特性对系统动力学的影响, 我们将重点讨论 $g \neq 0$ 的情况. 矢量算符 $\hat{a}_j^\dagger = (\hat{a}_{j\uparrow}^\dagger, \hat{a}_{j\downarrow}^\dagger)$, \hat{a}_{js} (\hat{a}_{js}) 是在第 j 个 ($j=l, r$ 表示左阱和右阱) 势阱中赝自旋为 s ($s=\uparrow, \downarrow$) 的原子的产生(湮灭)算符. λ 表示有效的自旋-轨道耦合强度, $\hat{\sigma}_y$ 是泡利算符的 y 分量. 塞曼能 H_{Zm} 中 Ω 表征有效塞曼场强度. 增益-损耗项 H_{GL} 中的 $\hat{n}_{js} = \hat{a}_{js}^\dagger \hat{a}_{js}$ 表示第 j 个势阱中自

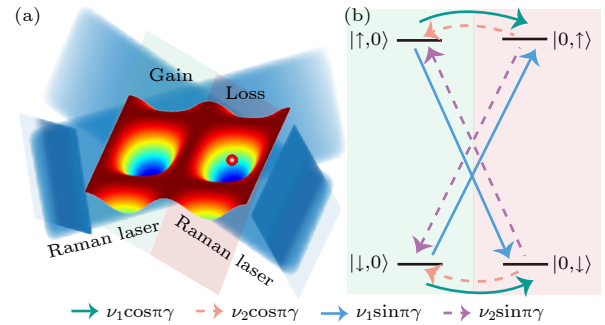


图 1 (a) 表示一对拉曼光构建的非厄米双势阱模型, 阱中包含一个自旋-轨道耦合的超冷玻色子, 这里绿色和红色区域分别对应左右两阱的增益和损耗; (b) 系统在不同态之间的跃迁过程, 其中绿色实线和橙色虚线表示没有自旋翻转的阱间隧穿, 蓝色实线和紫色虚线表示有自旋翻转的阱间隧穿. ν_1 和 ν_2 表示无自旋轨道耦合时两阱之间的隧穿强度. 黑色横实线表示双阱对应的四种模式

Fig. 1. (a) Illustrates a non-Hermitian double-well model constructed by a pair of counterpropagating Raman beams, containing a spin-orbit-coupled ultracold boson within the wells. Here, the green and red regions correspond to the gain and loss of the left and right wells, respectively; (b) Depicts the transition processes between different states of the system, where the green solid and orange dashed lines represent interwell tunneling without spin flip, while the blue solid and purple dashed lines represent interwell tunneling with spin flip. ν_1 and ν_2 denote the tunneling strengths between the two wells in the absence of spin-orbit coupling. The black horizontal solid lines indicate the four modes corresponding to their respective positions.

旋为 s 的粒子数算符. 我们采用周期性驱动 $\varepsilon_j(t) = \varepsilon \cos(\omega t) + i\beta_j$ 来实现增益和损耗, 并且 $\beta_l = \beta$, $\beta_r = \alpha\beta$. 增益和损耗实验上可通过在凝聚体之间施加聚焦电子束的方法实现^[60,61].

考虑系统单粒子占据的情况, 即用 Fock 基 $|0, s\rangle(|s, 0\rangle)$ 表示自旋为 s 的原子占据状态. 将系统波函数在此基矢下进行展开可得:

$$|\psi_a(t)\rangle = a_1(t)|0, \uparrow\rangle + a_2(t)|\downarrow, 0\rangle + a_3(t)|\uparrow, 0\rangle + a_4(t)|0, \downarrow\rangle, \quad (2)$$

其中 $a_k(t)$ ($k = 1, 2, 3, 4$) 表示原子处于相应态的概率幅, 其概率分别为 $P_k(t) = |a_k(t)|^2$. 图 1(b) 是粒子在四个量子态之间的隧穿的示意图. 为了获得解析解, 我们增加限制条件 $\omega \gg \nu$, β_j , 和 $\Omega = n\omega$ (n 为整数)^[62], 然后引入变换:

$$[a_1(t), a_2(t), a_3(t), a_4(t)] = [b_1(t), b_2(t), b_3(t), b_4(t)]U, \quad (3)$$

这里变换矩阵 $U = \text{diag} \left[e^{-i \int [\frac{\Omega}{2} - \varepsilon \cos(\omega t)] dt}, e^{-i \int [-\frac{\Omega}{2} + \varepsilon \cos(\omega t)] dt}, e^{-i \int [\frac{\Omega}{2} + \varepsilon \cos(\omega t)] dt}, e^{-i \int [-\frac{\Omega}{2} - \varepsilon \cos(\omega t)] dt} \right]$. 最后, 可将变换系数通过傅里叶展开写成 $\exp \left[\pm i \int 2\varepsilon \cos(\omega t) dt \right] = \sum_{n'=-\infty}^{\infty} J_{n'} \left(\frac{2\varepsilon}{\omega} \right) \exp(\pm i n' \omega t)$ 以及 $\exp \left\{ \pm i \int [2\varepsilon \cos(\omega t) \pm \Omega] dt \right\} = \sum_{n''=-\infty}^{\infty} J_{n''} \left(\frac{2\varepsilon}{\omega} \right) \exp \left[\pm i \left(n'' \pm \frac{\Omega}{\omega} \right) \omega t \right]$. 忽略快速振荡项就可得到有效非驱动模型:

$$i \begin{bmatrix} \dot{b}_1(t) \\ \dot{b}_2(t) \\ \dot{b}_3(t) \\ \dot{b}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i\beta_r & -J_4 & -J_2 & 0 \\ -J_3 & i\beta_l & 0 & -J_1 \\ -J_1 & 0 & i\beta_l & J_5 \\ 0 & -J_2 & J_6 & -i\beta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ b_3(t) \\ b_4(t) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

这里有效耦合常数为 $J_{1,2} = \nu_{1,2} \cos(\pi\lambda) \mathcal{J}_0 \left(\frac{2\varepsilon}{\omega} \right)$, $J_{3,4} = \nu_{1,2} \sin(\pi\lambda) \mathcal{J}_{\frac{\Omega}{\omega}} \left(\frac{2\varepsilon}{\omega} \right)$, $J_{5,6} = \nu_{1,2} \sin(\pi\lambda) \times \mathcal{J}_{-\frac{\Omega}{\omega}} \left(\frac{2\varepsilon}{\omega} \right)$. 这里 $\mathcal{J}_n(x)$ 是 n 阶贝塞尔函数. n 为偶数时, $\mathcal{J}_n(x) = \mathcal{J}_{-n}(x)$; n 为奇数时, $\mathcal{J}_n(x) = -\mathcal{J}_{-n}(x)$. 显然, 有效耦合常数可以通过调节系统参数来控制.

根据传统的 Floquet 理论, 我们先求方程 (4) 的定态解 $|\psi_b(t)\rangle = (A, B, C, D)^T e^{-iEt}$. 然后根据变换 (3), 可以得到系统的解 $|\psi_a(t)\rangle = |\varphi_a(t)\rangle e^{-iEt}$,

这里 $|\varphi_a(t)\rangle = (A, B, C, D)U$ 即为系统的 Floquet 态, 相对应的本征值为 E , 其解析表达式为:

$$E_{1,2} = \frac{i}{2}(\beta_l - \beta_r \pm \rho_-), E_{3,4} = \frac{i}{2}(\beta_l - \beta_r \pm \rho_+), \quad (5)$$

这里 $\rho_{\pm} = [2(-2J_1J_2 - J_3J_4 - J_5J_6 \pm iQ) + (\beta_l + \beta_r)^2]^{1/2}$, 其中 $Q = [-J_3^2J_4^2 + 4J_2^2J_3J_5 + 4J_1^2J_4J_6 + 2J_3J_4J_5J_6 - J_5^2J_6^2 - 4J_1J_2(J_3J_4 + J_5J_6)]^{1/2}$. 由上述特征值可对应得出四个 Floquet 态 $|\varphi_a(t)\rangle$, 并可进一步求得周期性驱动系统得基本解 $|\psi_a(t)\rangle$.

3 结果与讨论

基于对上述系统耦合方程组的求解和稳定性分析, 可将系统的 Floquet 态准能量写成实部和虚部相加的形式, 即 $E_p = \text{Re}(E_p) + i\text{Im}(E_p)$ (这里 $p = 1, 2, 3, 4$), 如方程 (5), 其稳定性可取决于准能量的虚部 $\text{Im}(E_p)$. 当所有的 $\text{Im}(E_p)$ 都等于零时, 系统的准能量则为纯实数, 此时粒子态演化几率随时间呈周期性变化, 对应的系统是稳定的. 对系统准能量的实数性对应稳定相区的寻找可以类比于非厄米系统中的一种特例—即 \mathcal{PT} 对称系统. 这里, 结合 \mathcal{PT} 对称判定条件 $\mathcal{P}TH = H\mathcal{P}T$, 可以看出该系统满足 \mathcal{PT} 对称, 因此, 系统稳定参数区域的寻找可以等价于计算 \mathcal{PT} 对称相区. 同时, \mathcal{PT} 对称和 \mathcal{PT} 对称破缺相变阈值为稳定区域和非稳定区域的过渡, 即出现非厄米简并点或奇异点 (Exceptional Point: EP) 的位置. 除此之外, 若 $\text{Im}(E_p)$ 的一部分等于零而另一部分小于零, 由于粒子态演化的总几率在时间非常大的时候趋于恒定值, 也可认为系统是稳定的. 否则, 粒子态演化几率将呈指数增长或衰减, 即系统是非稳定状态.

考虑到系统存在增益和损耗, 我们分别对平衡增益-损耗型 (即两个势阱的增益-损耗系数相等, $\alpha = 1$) 和非平衡增益-损耗型 (即两个势阱的增益-损耗系数不等, $\alpha \neq 1$) 的非厄米系统的动力学进行研究. 另外, 在自旋粒子发生翻转隧穿的同时必然会伴随着能量的变化 $\Omega(-\Omega)$, 并且当塞曼场强度和驱动频率之比为整数 (Ω/ω) 时, 系统能够与驱动场交换能量来弥补因自旋翻转隧穿带来的能量损失. 通过 Floquet 平均理论可以将受周期驱动的自旋轨道耦合系统转化成在一个在效果上完全等效的, 更易于处理的非驱动系统 (静态系统) 来进行研究. 此时, 态 $|\downarrow, 0\rangle$ 和 $|0, \uparrow\rangle$ 之间的隧穿几率可以

通过 $\mathcal{J}_n(2\varepsilon/\omega)$ 来表征, 相应的态 $|\uparrow, 0\rangle$ 和 $|0, \downarrow\rangle$ 之间的隧穿几率可通过 $\mathcal{J}_{-n}(2\varepsilon/\omega)$ 来表征. 但是, 这里 $\mathcal{J}_n(2\varepsilon/\omega)$ 和 $\mathcal{J}_{-n}(2\varepsilon/\omega)$ 是否相等取决于 $n = \Omega/\omega$ 的奇偶性, 由此也可进一步讨论其对应的态之间翻转隧穿几率是否相等. 因此, 在该系统中不仅可以研究非厄米和非互易强度对态之间隧穿几率的影响, 还可以结合 n 的取值类型分析不同参数下系统对应的准能谱对稳定区域的影响.

3.1 平衡增益-损耗的非互易系统

3.1.1 Ω/ω 为偶数

当 $\alpha = 1$ 时, 即 $\beta_r = \beta_l = \beta$, 结合方程 (5) 可以看出准能量 E_p 的虚部取决于 $\text{Re}(\rho_{\pm})$ 是否存在, 而 ρ_{\pm} 的形式跟有效耦合常数 $J_{1\sim 6}$ 有关. 我们首先讨论 Ω/ω 为偶数和奇数时准能量及稳定区分布随参

数的变化. 当 $\Omega/\omega = 2$ ($\Omega = 100, \omega = 50$) 为偶数时, 图 2(a) 给出了准能量 $\text{Im}(E_p)$ 分布随 g 和 β 的变化. 图中紫色区域代表 $\text{Im}(E_p) = 0$ 对应的稳定区, 白色曲线则为准能量是否存在虚部的分界线. 很明显, 当 $g = 0$ 对应着互易情况下, β 增大到 0.713 系统才开始过渡到非稳定区, 进一步增大 g 使系统进入非互易, 非稳定区对应的 β 临界值减小; 类似的, β 的增大让非稳定区对应的临界值 g 也逐渐减小. 因此, 通过将 $\beta(g)$ 设置合理的数值, 可以实现更大的稳定的可调 $g(\beta)$ 参数区间. 同时, 为了验证白色曲线两侧的能量分布, 我们选取 $\beta = 0.3$ 绘制图 2(b), 可以看到当 $g = 0.817$ 时系统的准能量从纯实数变为纯虚数, 即为 EP. 图 2(a) 中的白色曲线为多个 EP 连接而形成的 EP 线, EP 线两侧分别对应着 \mathcal{PT} 对称和 \mathcal{PT} 对称破缺相区, 即系统的稳定区和非稳定区.

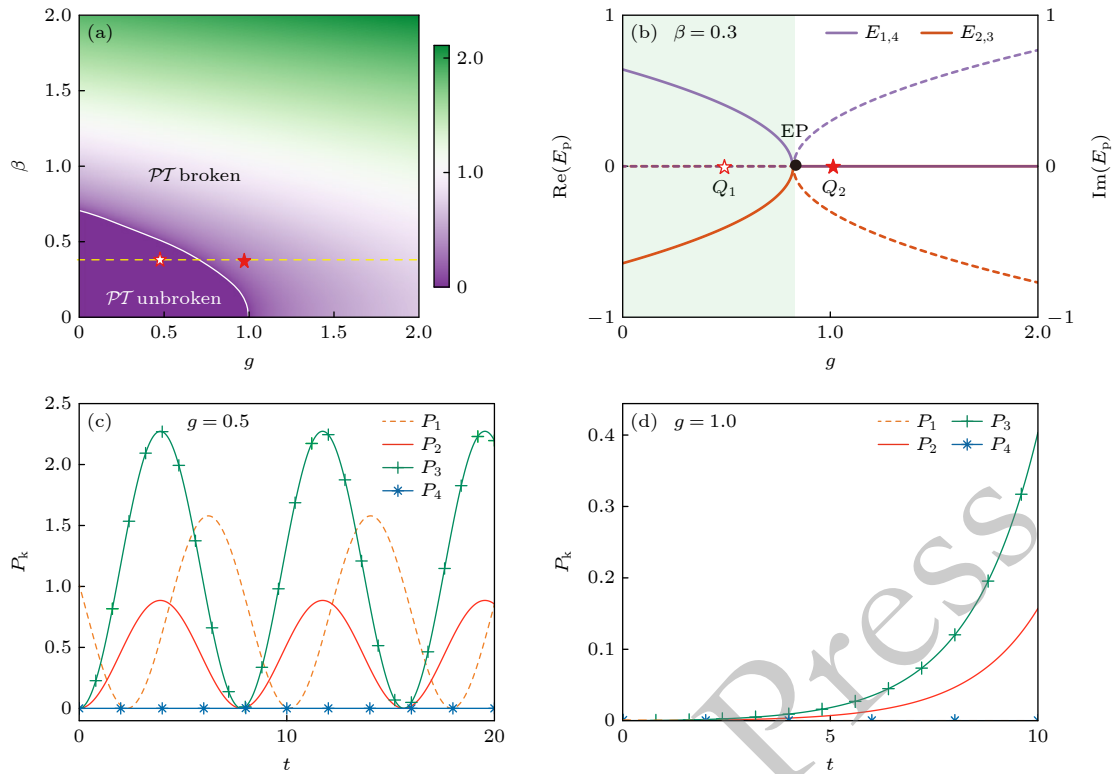


图 2 (a) 系统准能量 $\text{Im}(E_p)$ 随平衡非厄米强度 β 和非互易调节参数 g 的变化. 白色曲线表示 $\text{Im}(E_p)$ 为零和非零区的分界线; (b) 当 $\beta = 0.3$ 时准能量实部 $\text{Re}(E_p)$ (实线) 和虚部 $\text{Im}(E_p)$ (虚线) 随 g 的变化. 图中 EP 表示 \mathcal{PT} 对称与 \mathcal{PT} 对称破缺的相变点; (c), (d) 表示粒子初态为 $|0, \uparrow\rangle$ 时, g 取稳定区 (Q1) 和非稳定区 (Q2) 时不同态的几率随时间演化. 系统参数取值为: $\lambda = 0.3$, $x = 2\varepsilon/\omega = 1.5$, $\alpha = 1$

Fig. 2. (a) The quasi-energy $\text{Im}(E_p)$ of the system varies with the equilibrium non-Hermitian strength β and the nonreciprocal tuning parameter g . The white curve indicates the boundary between the regions where $\text{Im}(E_p)$ is zero and nonzero; (b) When $\beta = 0.3$, the real part $\text{Re}(E_p)$ (solid line) and imaginary part $\text{Im}(E_p)$ (dashed line) of the quasi-energy vary with g . In the figure, EP denotes the phase transition point between \mathcal{PT} symmetry and \mathcal{PT} symmetry breaking; (c), (d) When the initial state of the particle is $|0, \uparrow\rangle$, the probability evolution of different states over time for g in the stable region (Q1) and the unstable region (Q2). Other parameters are $\lambda = 0.3$ and $x = 2\varepsilon/\omega = 1.5$, $\alpha = 1$.

为了进一步探究不同相区的粒子自旋翻转隧穿的情况,我们以图 2(b) 中的 Q_1 和 Q_2 两点为例,绘制了不同态的几率 $P_k = |a_k(t)|^2$ 随时间的演化图像,如图 2(c) 和 2(d). 可以看到在图 2(c) 中当粒子初态为 $|0, \uparrow\rangle$ 时,经时间 t 演化后以一定概率跃迁到 $|\downarrow, 0\rangle$, 此时发生稳定的自旋翻转隧穿,但伴随着不守恒的总几率振荡,这是一种广义的 Rabi 振荡. 类似地,粒子也会以一定概率跃迁到 $|\uparrow, 0\rangle$, 此时对应无自旋翻转的稳定 Rabi 振荡. 在相同的初始条件下,在图 2(d) 中我们给出了 \mathcal{PT} 对称破缺相下系统随时间的演化. 可以看出不稳定的自旋隧穿可能导致态演化几率呈不受约束的指数型增长. 该结果表明,非互易调节参数 g 的增大会导致稳定自旋翻转隧穿变成非稳定自旋隧穿,且 g 的增大会优先抑制稳定自旋翻转隧穿.

在非厄米自旋-轨道耦合冷原子系统中,如何在稳定区域内实现自旋运输的有效操控是一个倍受关注的问题,所以我们对系统参数进行多维度调控. 我们研究了自旋轨道耦合强度 λ 和 $2\varepsilon/\omega$ 的连续变化对系统准能量稳定区域的影响. 当 $g = 0.5$, $\nu = 2$, $\beta = 0.3$ 时,系统多次在连续的参数区域对应着稳定态,如图 3(a) 所示. 这些连续稳定的参数区域宽度随 λ 的增大呈周期性变化,随着 $2\varepsilon/\omega$ 的增大而变窄. 进一步增大 β 到 0.6, 连续稳定区域逐渐变小直至消失,出现了离散稳定的参数区域,如图 3(b). 为了进一步探究稳定区域 λ 和 $2\varepsilon/\omega$ 的取值对粒子自旋翻转隧穿的影响,我们分别从图 3(a)—

(b) 中各选取稳定点 (Q_1, Q_2, Q_3), 在图 4 和图 5 中展示了随时间演化态的分布几率.

图 4(a)—(c) 中分别展示了 λ 取不同值 0.5, 1.0, 1.7 时系统的 $\text{Re}(E_p)$ 和 $\text{Im}(E_p)$ 随着 $2\varepsilon/\omega$ 增大时的变化. 图中实部和虚部交替出现的零点为 \mathcal{PT} 对称到破缺的相变点,其对应相区分别为绿色和白色. 为了观察到相同的稳定区域不同的 λ 可以调控系统态分布随时间的变化,我们在 \mathcal{PT} 对称相区分别选取点 Q_1, Q_2, Q_3 , 具体可见图 4(d)—(f). 当 $\lambda = 0.5$ (如图 4(d)) 时,系统耦合常数满足 $J_1 = J_2 = 0$, 仅保留自旋翻转相关的耦合通道,此时系统只发生自旋翻转的量子隧穿过程. 当 λ 增大到 1 时 (如图 4(e)), 系统耦合常数呈现另一种特征: $J_3 = J_4 = 0$, 即自旋翻转相关的耦合通道全部关闭,此时系统仅发生无自旋翻转的量子隧穿过程. 当 λ 的取值不能使 $J_1 = J_2 = 0$ 或 $J_3 = J_4 = 0$, 稳定的广义自旋翻转和非自旋翻转 Rabi 振荡将同时发生,如图 4(f) 所示. 由此可见,通过调节自旋-轨道耦合强度 λ 的值可以实现对粒子的隧穿过程的精准调控.

图 5(a)—(c) 中分别展示了 $2\varepsilon/\omega$ 取不同值 2.405, 3.0 时,系统的 $\text{Re}(E_p)$ 和 $\text{Im}(E_p)$ 随着 λ 增大时的变化. 与图 4 分析类似,我们在每一个图中分别选取一个稳定点来研究对应的态几率随时间的变化. 研究发现调节 $2\varepsilon/\omega$ 的大小可以直接控制自旋翻转的发生,增大 $2\varepsilon/\omega$ 也可以让系统处于自旋不翻转和自旋翻转共存的状态. 这是因为当 $2\varepsilon/\omega = 2.405$

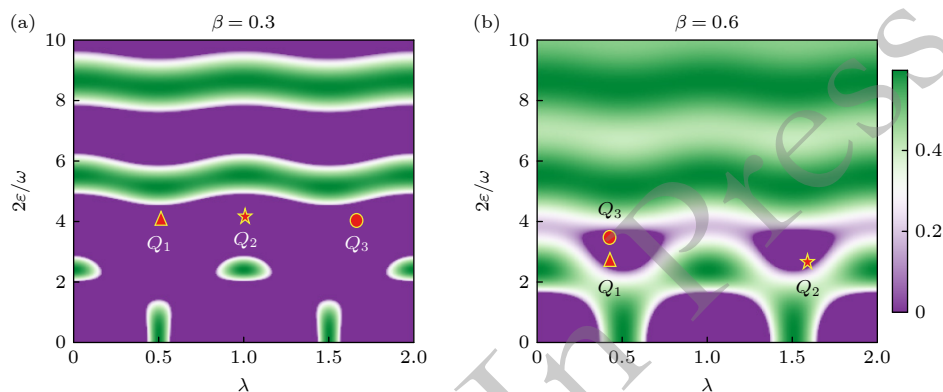


图 3 (a), (b) 分别对应 $\beta = 0.3, 0.6$ 时 λ 和 $2\varepsilon/\omega$ 连续变化的过程中 $\text{Im}(E_p)$ 的分布. 图中紫色和绿色区域的边界表示稳定区和非稳区的参数边界. 分别在上图中的稳定区域各选取点 Q_1, Q_2, Q_3 用以研究粒子的自旋翻转隧穿情况. 其他参数被定义为无量纲参数, 即 $\nu = 2$, $g = 0.5$, $\Omega = 100$, $\omega = 50$

Fig. 3. (a) and (b) show the distribution of $\text{Im}(E_p)$ as λ and $2\varepsilon/\omega$ vary continuously for $\beta = 0.3$ and 0.6 , respectively. The boundaries between the purple and green regions indicate the parameter thresholds separating the stable and unstable zones. Points Q_1, Q_2 , and Q_3 are selected in the stable regions of the figures above to study the spin-flip tunneling behavior of the particle. Other parameters are defined as dimensionless quantities: $\nu = 2$, $g = 0.5$, $\Omega = 100$, $\omega = 50$.

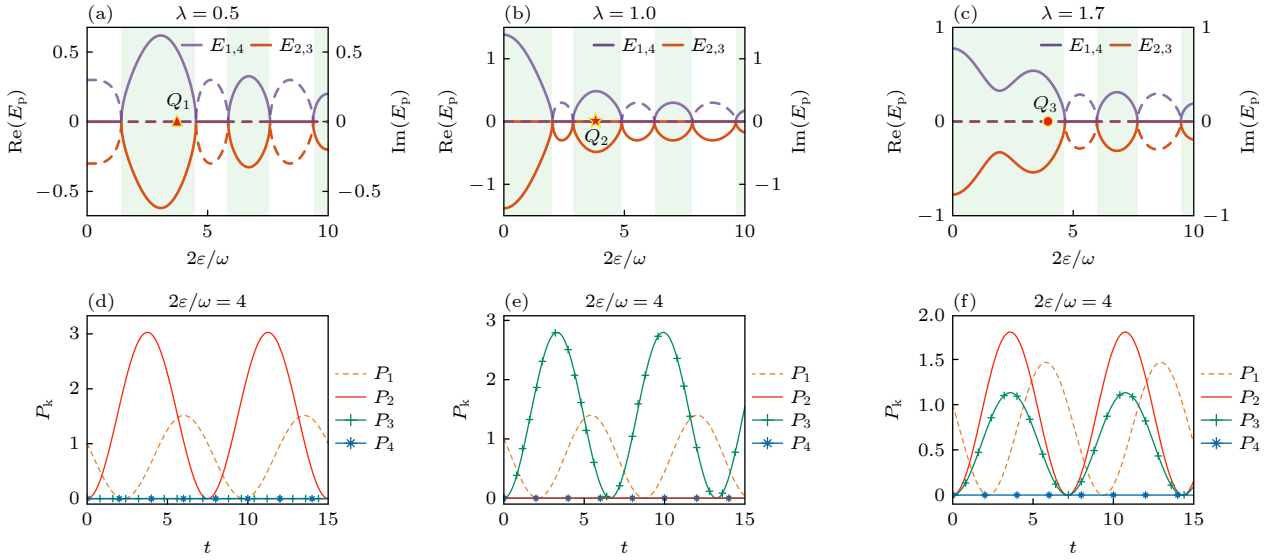


图4 第一行子图分别表示自旋轨道耦合强度分别为 (a) $\lambda = 0.5$, (b) $\lambda = 1.0$ 和 (c) $\lambda = 1.7$ 时, 系统准能量的实部 $\text{Re}(E_p)$ (实线) 和虚部 $\text{Im}(E_p)$ (虚线) 随 $2\varepsilon/\omega$ 的变化. 第二行子图表示在 $2\varepsilon/\omega = 4$ 的参数条件下, 对第一行子图中不同参数稳定区域在 Q1 点 (d), Q2 点 (e) 和 Q3 点 (f) 时的粒子态几率随时间的演化. 这里, 粒子初态为 $|0, \uparrow\rangle$

Fig. 4. The first row of subfigures shows the real part $\text{Re}(E_p)$ (solid lines) and imaginary part $\text{Im}(E_p)$ (dashed lines) of the system's quasi-energy as functions of $2\varepsilon/\omega$ for spin-orbit coupling strengths of (a) $\lambda = 0.5$, (b) $\lambda = 1.0$, and (c) $\lambda = 1.7$, respectively. The second row of subplots show the evolution of the probability of the particle state at Q1 (d), Q2 (e) and Q3 (f) for different parameter stability regions in the first subplot under the parameter condition of $2\varepsilon/\omega = 4$. Here, the initial state of the particle is $|0, \uparrow\rangle$.

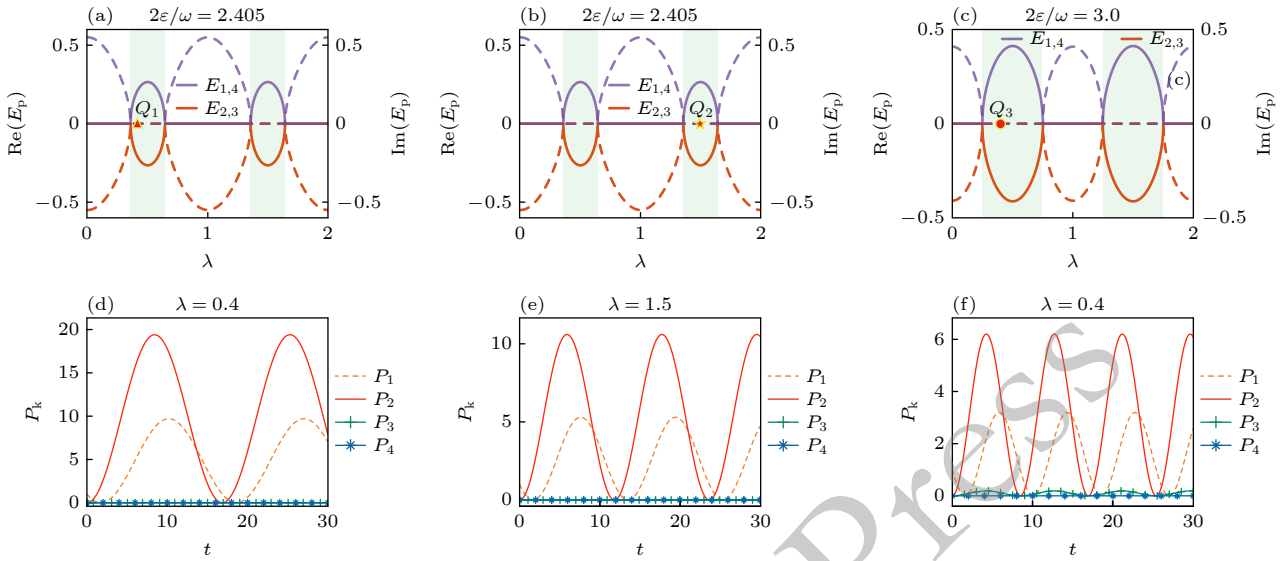


图5 第一行子图分别表示 $2\varepsilon/\omega$ 为 (a) 2.405, (b) 2.405 和 (c) 3.0 时, 系统准能量的实部 $\text{Re}(E_p)$ (实线) 和虚部 $\text{Im}(E_p)$ (虚线) 随 λ 的变化. 第二行子图表示在第一行子图中不同的参数稳定区在 Q1, Q2 和 Q3 点粒子态几率随时间的演化, 其中 Q1 和 Q3 对应 $\lambda = 0.4$ (d, f), Q2 对应 $\lambda = 1.5$ (e). 粒子初态为 $|0, \uparrow\rangle$

Fig. 5. The first row of subfigures shows the real part $\text{Re}(E_p)$ (solid lines) and imaginary part $\text{Im}(E_p)$ (dashed lines) of the system's quasi-energy as functions of λ , for $2\varepsilon/\omega$ equal to (a) 2.405, (b) 2.405, and (c) 3.0, respectively. The second row of subfigures displays the time evolution of the particle-state probabilities at points Q1, Q2, and Q3, corresponding to different stable parameter regions in the first row. Here, Q1 and Q3 correspond to $\lambda = 0.4$ (d, f), and Q2 corresponds to $\lambda = 1.5$ (e). The initial particle state is $|0, \uparrow\rangle$.

时, 零阶第一类贝塞尔函数满足零点条件: $\mathcal{J}_0(2\varepsilon/\omega) = 0$ (其中 $\mathcal{J}_0(x)$ 为零阶第一类贝塞尔函数). 在该条

件下, $J_1 = J_2 = 0$ (即无自旋翻转相关的耦合通道关闭), 而 $J_3, J_4 \neq 0$ (自旋翻转相关的耦合通道保

持开放), 此时系统仅允许自旋翻转的量子隧穿过程发生. 当 $\lambda = 0.4$ 和 1.5 时, 仅有含自旋翻转的稳定广义拉比振荡行为发生, 其时间演化曲线如图 5(d) 和 5(e) 所示. 而针对图 5(c) ($2\varepsilon/\omega = 3$), 贝塞尔函数未满足任何零点条件, 因此所有耦合通道均保持开放状态, 即 $J_1, J_2 \neq 0, J_3, J_4 \neq 0$. 这一特征直接导致系统内无翻转自旋隧穿 (对应 J_1, J_2 通道)

与翻转自旋隧穿 (对应 J_3, J_4 通道) 同时存在, 两种隧穿过程的竞争与协同作用, 使布居概率演化呈现更复杂的振荡特征, 如图 5(f) 所示. 由此可见, 调节 $2\varepsilon/\omega$ 大小可以改变粒子隧穿的翻转情况, 从而实现粒子的隧穿的更好控制.

综上, 在 Ω/ω 为偶数的情况下, 通过合理的调节 β 和 g 可以实现系统稳定区及 \mathcal{PT} 对称相的调

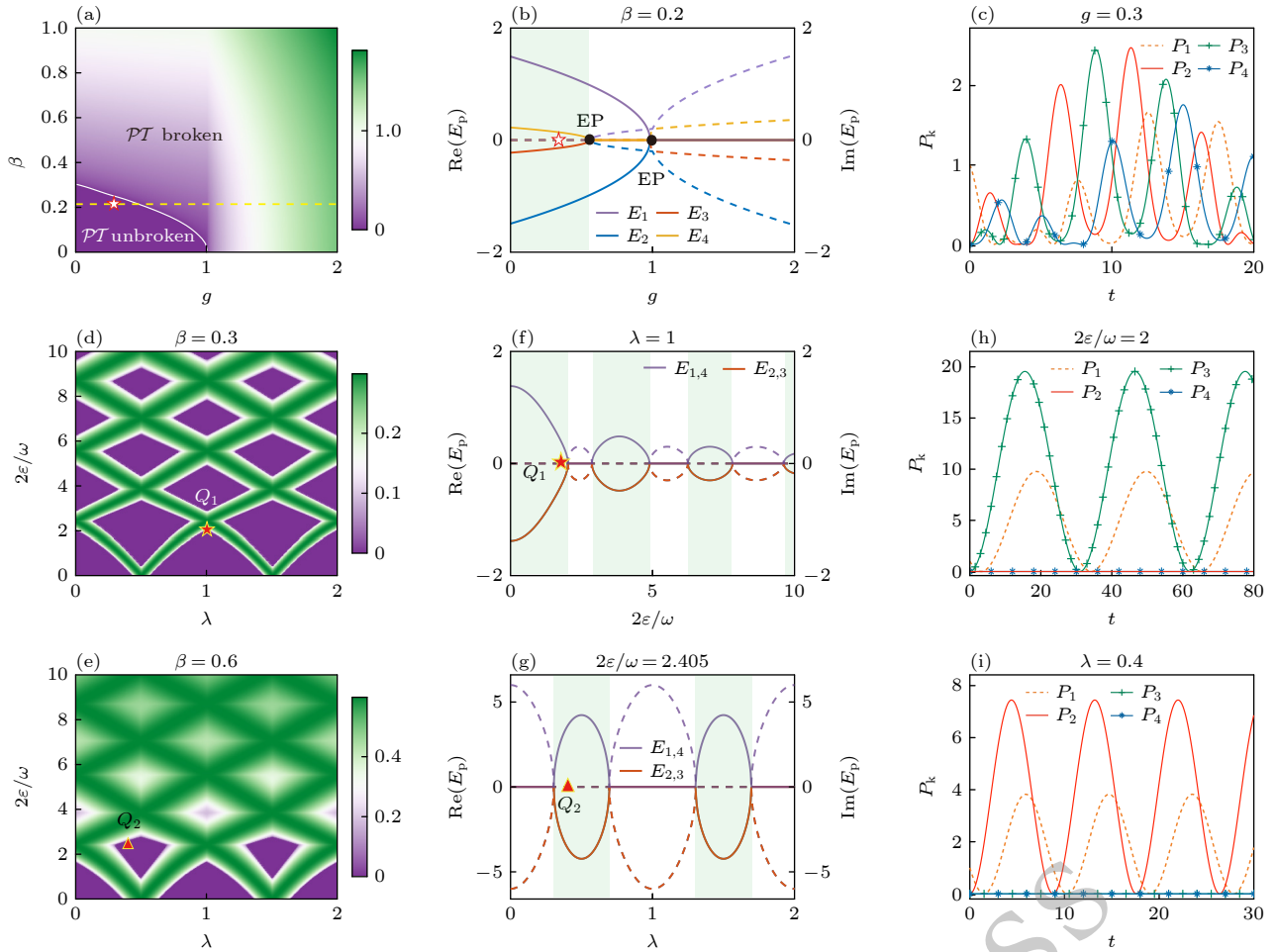


图 6 当 $\lambda = 0.3, 2\varepsilon/\omega = 1.5, \Omega/\omega$ 为奇数时, (a) 系统准能量虚部 $\text{Im}(E_p)$ 随 β 和 g 的变化分布. 白色实线是 \mathcal{PT} 对称和 \mathcal{PT} 对称破缺相变的分界线; 令 $\beta = 0.2$, 如图 (b) 系统的本征能量实部 (实线 $\sim \text{Re}(E_p)$) 和虚部 (虚线 $\sim \text{Im}(E_p)$) 随 g 的变化, 很明显本征能量在 $g = 0.556$ 和 1.0 位置分别发生两次简并, 即形成两个 EP; (c) 对第一个 EP 前的稳定区域取 $g = 0.3$, 粒子初态为 $|0, \uparrow\rangle$ 时不同态的几率随时间演化; (d), (e) 分别对应着 $\beta = 0.3, 0.6$ 时 λ 和 $2\varepsilon/\omega$ 连续变化的过程中 $\text{Im}(E_p)$ 的分布. 图中白色边界表示稳定区 (紫色区域) 和非稳定区 (绿色区域) 的分界; 在图中取两点 Q_1 ($\lambda = 1$) 和 Q_2 ($2\varepsilon/\omega = 2.405$) 分别绘制系统准能量随另一参数变化的分布, 如图 (f) 和 (g); 选取 Q_1, Q_2 点对应参数的粒子初态为 $|0, \uparrow\rangle$ 随时间演化, 如图 (h), (i)

Fig. 6. $\lambda = 0.3, 2\varepsilon/\omega = 1.5$, and Ω/ω is an odd. (a) The distribution of the imaginary part of the quasi-energy $\text{Im}(E_p)$ as a function of β and g . The solid white line represents the boundary between the \mathcal{PT} -symmetric and \mathcal{PT} symmetry-breaking phase transitions; Taking $\beta = 0.2$ in (b), the real part (solid curves representing $\text{Re}(E_p)$) and the imaginary part (dashed curves representing $\text{Im}(E_p)$) of the system's eigenenergy vary with g . Obviously, the eigenenergy undergoes degeneracy twice at $g = 0.556$ and 1.0 , forming two exceptional points (EPs); (c) For the stable region before the first EP, taking $g = 0.3$, the time evolution of probabilities for different states when the particle's initial state is $|0, \uparrow\rangle$; (d) and (e) correspond to the distributions of $\text{Im}(E_p)$ during continuous variations of λ and $2\varepsilon/\omega$ for $\beta = 0.3$ and 0.6 , respectively. The white boundaries in the figures indicate the separation between stable regions (purple) and unstable regions (green); Two points, Q_1 ($\lambda = 1$) and Q_2 ($2\varepsilon/\omega = 2.405$), are selected to plot the distribution of the E_p as a function of the other parameter, as shown in (f) and (g); The time evolution of the final state probabilities as shown in (h) and (i).

控. 另一方面, 在 λ 和 $2\varepsilon/\omega$ 的可调参数空间, 基于有效耦合常数 $J_{1\sim 6}$ 中的周期特性和贝塞尔函数的零点条件, 我们发现仅当 λ 等于 $1/2$ 的奇数倍时, 有 $J_1 = J_2 = 0$, 此时无自旋翻转相关的耦合通道关闭; 仅当 λ 等于 $1/2$ 的偶数倍时, 有 $J_3 = J_4 = 0$, 此时自旋翻转相关的耦合通道关闭. 同时, 只要贝塞尔函数满足零点条件 (即 $2\varepsilon/\omega = 2.405$), 有 $J_1 = J_2 = 0$, 此时只有自旋翻转相关的耦合通道开放. 除此之外, 系统的所有耦合通道都开放.

3.1.2 Ω/ω 为奇数

另一种情况, 当 $\Omega/\omega = 1$ ($\Omega = \omega = 50$) 为奇数时, 条件 $J_3 = -J_5$, $J_4 = -J_6$ 成立, 在平衡增益-损耗的非互易系统中, 方程 (5) 中准能量 E_p 表达式中的参数 ρ 可重新写为 $\rho_{\pm} = 2 \times \sqrt{\beta^2 - (J_1 J_2 + J_3 J_4) \pm |J_2 J_3 + J_1 J_4|}$. 我们给出了在这种情况下基于稳定性分析的相图, 如图 6(a) 所示. 我们给出了 \mathcal{PT} 对称相图 g 和 β 的关系. 相比于偶数条件, 这里稳定相区明显减小. 很明显 Ω/ω 的奇偶性对系统的稳定性有显著影响. 为了研究图中稳定区的自旋翻转隧穿情况, 我们取定 $\beta = 0.2$, 进而分析 g 对准能量的影响. 如图 6(b) 所示, $g = 0.56$ 的第一个 EP 作为控制系统稳定性的临界点, 其前后对应的态几率随时间的演化依旧对应稳定和非稳定. 不同的是, 这里初态 ($|0, \uparrow\rangle$) 在稳定参数区随时间的演化出现了更加丰富的粒子态 (如图 6(c)), 这数值结果和对方程 (4) 的解析分析吻合.

在确定的非互易强度下, 我们分析了参数空间 (λ , $2\varepsilon/\omega$) 中的稳定性. 我们发现该参数空间的稳定区域均变为离散分布, 如图 6(d) 和 6(e) 所示. 显然, 稳定性边界曲线与 $\lambda = 1/2$ 的整数倍对应. 进一步分析发现, 离散分布稳定区的参数宽度随着 $2\varepsilon/\omega$ 的增大逐渐变小 (如图 6(f)), 而随 λ 的增大呈周期性变化 (如图 6(g)). 这表明系统的特定隧穿通道被阻断, 量子自旋隧穿不被允许发生. 这是由于在 $2\varepsilon/\omega$ 或 λ 变化过程中 ($(J_1 J_2 + J_3 J_4) \pm |J_2 J_3 + J_1 J_4|$) 可能为 0, 以至于在 β 为非零的情况下, 不可能有 $\text{Re}(\rho_{-}) = 0$ 成立. 增大 β (在图 6(e)), 稳定区域进一步被压缩. 接下来, 我们分别在图 6(f) 和 6(g) 中选取 Q1 ($\lambda = 1$, $2\varepsilon/\omega = 2$) 和 Q2 ($\lambda = 0.4$, $2\varepsilon/\omega = 2.405$) 点, 进一步分析了系统在指定初态下随时间的演化. 结合偶数情况, 对 (λ , $2\varepsilon/\omega$) 的特殊点分析, 也可发现相同稳定区 λ 和 $2\varepsilon/\omega$ 取不同

特殊值, 粒子态的自旋翻转情况完全不同, 这一结果与前述类似 (如图 6(h) 和 6(i)). 这也证明 Ω/ω 的奇偶性和非互易强度只对稳定区域的分布有显著影响, 但稳定区的粒子自旋翻转隧穿情况主要取决于 λ 和 $2\varepsilon/\omega$.

3.2 非平衡增益-损耗的非互易系统

事实上, 通过调节增益和损耗来实现对非厄米物理现象的研究是目前很多领域的研究热点. 在我们的系统中考虑非平衡增益-损耗的情况, 只需要两阱的增益-损耗强度取不同值即可实现, 即 $\beta_r \neq \beta_l$ (或者 $\alpha \neq 1$).

根据前面的分析发现, 当 Ω/ω 为偶数时, 方程 (5) 中的 ρ_{\pm} 可表示为 $\sqrt{(\beta_l + \beta_r)^2 - 4(J_1 J_2 + J_3 J_4)}$. 对系统准能量求解, 可得到稳定性存在条件下有效耦合强度和增益-损耗系数的相对关系, 即 $\beta_l \beta_r = J_1 J_2 + J_3 J_4$, 相应的 $E_1 = E_4 = 0$, $E_2 = E_3 = i(\beta_l - \beta_r)$. 为了进一步验证分析结果, 我们通过固定部分参数 $\Omega = 100$, $\omega = 50$, $\lambda = 0.3$, $\varepsilon = 37.5$, $g = 0.5$, $\nu = 2$, 结合稳定性条件下 β_l 和 β_r 满足的关系, 绘制了粒子态几率随时间的演化图像. 如图 7 所示, 这里 $P = \sum_{k=1}^4 P_k$. 图 7(a) 和 7(b) 表示相同参数下不同初始态粒子随时间的演化几率分布, 发现无论是初态位于左阱还是右阱中的粒子, 在较短时间间隔内其粒子态的总几率会迅速变化, 经过一段时间演化后逐渐达到稳定值. 即如果粒子初始在右 (损耗) 阱, 总几率将减小至稳定值 0.49 (如图 7(a)), 初态 $|0, \uparrow\rangle$ 以相对更大几率隧穿到左阱, 即对应 $|\uparrow, 0\rangle$. 然而不同的是, 对于粒子初始在左 (增益) 阱中, 其总几率则是增加至更高的稳定值约 1.51 (如图 7(b)), 其初态 $|\uparrow, 0\rangle$ 将以更大几率发生自旋翻转.

另一种情况, 当 Ω/ω 为奇数时, 准能量发生变化, 结合上述分析发现四个准能量在满足这两种情况下可使系统存在稳定性. 第一, 其中一个准能量为零, 其余准能量虚部均小于零; 第二, 其中两个准能量为零, 另外两个准能量虚部小于零. 第一种情况可对应两种关系, 即 ① $\beta_l \beta_r = (J_1 J_2 - J_3 J_4) - |J_2 J_3 + J_1 J_4|$ 且 $(\beta_l + \beta_r)^2 < 4[(J_1 J_2 + J_3 J_4) + |J_2 J_3 + J_1 J_4|]$; ② $\beta_l \beta_r = (J_1 J_2 - J_3 J_4) - |J_2 J_3 + J_1 J_4|$ 且 $0 \leq \rho_+ \leq \beta_r - \beta_l$. 以 ① 为例, 此时系统的准能量分别为 $E_1 = 0$, $E_2 = i(\beta_l - \beta_r)$, $E_3 = 1/2i(\beta_l - \beta_r) -$

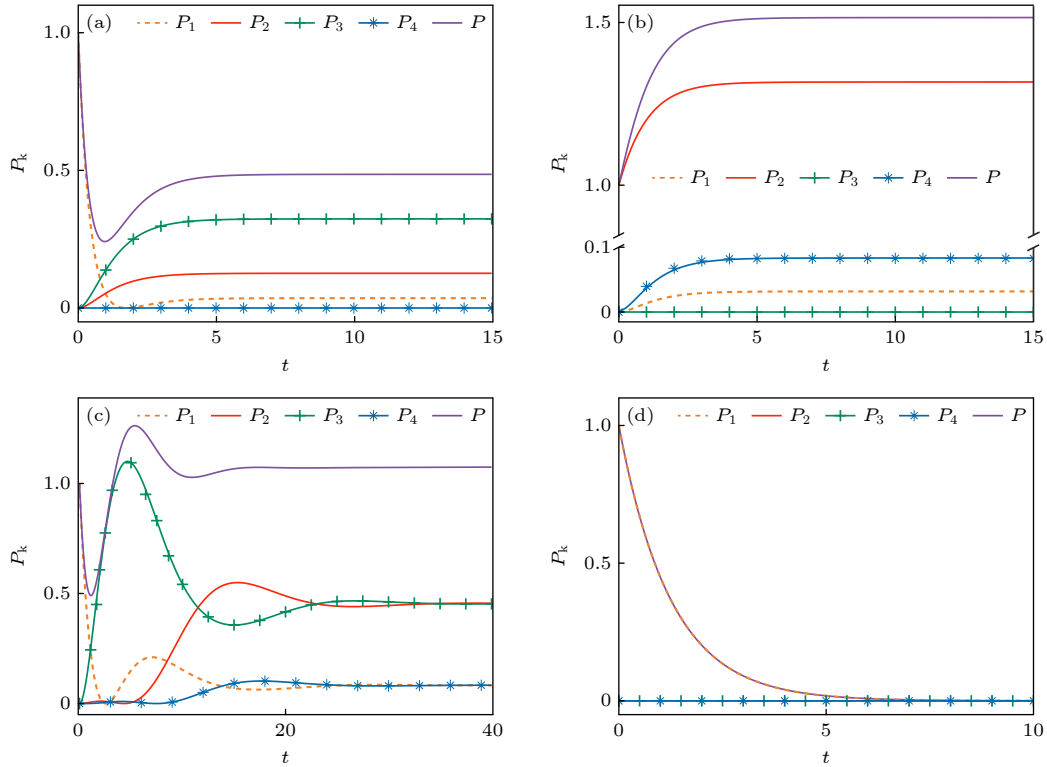


图 7 非平衡增益-损耗非互易系统中, 稳定区域内不同条件下各态几率 $P_k = |a_k(t)|^2$ 和总几率 P 随时间的演化. (a) 和 (b) 分别表示在 Ω/ω 为偶数时, 粒子初始在右阱和左阱对应的态演化随时间分布. 其中 $\Omega = 100$, $\lambda = 0.3$ 和 $\varepsilon = 37.5$; (c) 和 (d) 表示 Ω/ω 为奇数时, 不同的稳定条件下粒子几率随时间的演化. 这里, 粒子初态在右阱且自旋向上. 其余参数取为 $\nu = 2$, $\omega = 50$ 和 $g = 0.5$

Fig. 7. In a non-equilibrium gain-loss nonreciprocal system, the evolution diagrams of the probability $P_k = |a_k(t)|^2$ for each state and the total probability P over time under different conditions within the stable region. (a) and (b) represent the temporal distribution of state evolution when the particle is initially in the right well and left well, respectively, for Ω/ω being an even number. Here, $\Omega = 100$, $\lambda = 0.3$, and $\varepsilon = 37.5$; (c) and (d) illustrate the temporal evolution of particle probabilities under different stable conditions when Ω/ω is an odd number. In this case, the particle initially resides in the right well with spin-up. The remaining parameters are set as $\nu = 2$, $\omega = 50$, and $g = 0.5$.

ρ_+), $E_4 = 1/2i(\beta_l - \beta_r + \rho_+)$, 当 $\beta_r > \beta_l$ 时, ρ_+ 的纯虚数特性使系统达到稳定态. 如图 7(c), 参数条件 $\Omega = 50$, $\omega = 50$, $\lambda = 1/4$, $\varepsilon = 100$, $g = 0.5$, $\nu = 2$ 下可观察到初始粒子占据在右阱自旋向上随时间演化后会发生自旋翻转隧穿行为. 经过足够长时间后终态总几率趋于稳定值 1.15. 然而, 在第二种情况下可对应三种关系, 即 ① $J_3 = J_4 = 0$, $\beta_r\beta_l = J_1J_2$; ② $J_1 = J_2 = 0$, $\beta_r\beta_l = J_3J_4$; ③ $J_1 = J_2 = J_3 = J_4 = 0$, $\beta_l = 0$. 以③为例, 我们在图 7(d) 中绘制了粒子演化几率随时间的变化. 此时系统的准能量为 $E_1 = E_4 = 0$, $E_2 = E_3 = -i\beta_r$. 这种情况下, 粒子将保持在初始阱中, 如果将粒子初态限制在另一个阱中, 其末态依旧在原来位置. 因此在这种情况下系统的稳定性依赖它的初态. 例如, 取参数 $\Omega = 50$, $\omega = 50$, $\lambda = 1$, $\varepsilon = 60.125$, $\nu = 2$, 对于初始条件 $|0, \uparrow\rangle$ 系统总几率随时间指数衰减为零, 而对于初始条件

$|\downarrow, 0\rangle$ 将保持初始状态, 出现相干隧穿现象.

4 结 论

综上所述, 我们研究了非厄米双势阱中自旋-轨道耦合玻色原子的非互易 Floquet 隧穿动力学. 基于传统的 Floquet 理论, 我们在高频近似处理下解析计算了非厄米系统准能量、Floquet 态及其稳定性条件. 研究表明: 在平衡增益-损耗的非互易系统中, 当 Ω/ω 为偶数时系统出现连续的稳定参数区. 随着增益-损耗强度的增大, 稳定的自旋翻转隧穿被优先抑制, 稳定参数区域变窄. 然而, 当 Ω/ω 为奇数时, 之前的连续稳定区都变成离散参数稳定区. 由此可见, 稳定区域的大小依赖于非互易和平衡增益-损耗强度, 稳定区域的连续和离散可取决于 Ω/ω , 而粒子的自旋翻转隧穿情况可以

通过参数 λ 和 $2\varepsilon/\omega$ 来进行调控. 另一方面, 当非互易系统中引入非平衡的增益-损耗时, 我们也计算出 Ω/ω 分别为偶数和奇数时系统出现稳定自旋翻转隧穿的平衡条件. 我们的研究为实现粒子的鲁棒自旋翻转隧穿提供新的理论途径, 也对非厄米超冷原子系统中的量子态的稳定输运具有重要指导意义.

参考文献

- [1] Lee T E, Chan C K 2014 *Phys. Rev. X* **4** 041001
- [2] Rotter I, Bird J P 2015 *Rep. Prog. Phys.* **78** 114001
- [3] Sun P Z, Lei Z T, Deng Y G 2025 *Chin. Phys. B* **34** 110303
- [4] Giorgi G L 2010 *Phys. Rev. B* **82** 052404
- [5] Galda A, Vinokur V M 2016 *Phys. Rev. B* **94** 020408
- [6] Banerjee A, Sarkar R, Dey S, Narayan A 2023 *J. Phys.: Condens. Matter* **35** 333001
- [7] Acharya A P, Datta S 2024 *Phys. Rev. B* **109** 024203
- [8] Nehra R, Roy D 2024 *Phys. Rev. B* **109** 094311
- [9] Liu Y X, Zhou Q, Chen S 2021 *Phys. Rev. B* **104** 024201
- [10] Yi Y F 2024 *Chin. Phys. B* **33** 060302
- [11] Zhang T, Zhang X J, Lu M H, Chen Y F 2023 *Phys. Rev. B* **107** 094111
- [12] Ma X R, Cao K, Wang X R, Wei Z, Du Q, Kou S P 2024 *Phys. Rev. Res.* **6** 013213
- [13] Yuce C 2020 *Phys. Lett. A* **384** 126094
- [14] Liu G G, Mandal S, Zhou P H, Xi X, Banerjee R, Hu Y H, Wei M G, Wang M R, Wang Q, Gao Z, Chen H S, Yang Y H, Chong Y D, Zhang B L 2024 *Phys. Rev. Lett.* **132** 113802
- [15] Zhou H, Zeng Z Y, Tang J, Luo X B 2020 *Acta Phys. Sin.* **71** 070302 (in Chinese) [胡洲, 曾招云, 唐佳, 罗小兵 2020 物理学报 **71** 070302]
- [16] Cheng S J, Feng X X, Chen W, Khan N A, G X L 2024 *Phys. Rev. B* **109** 174209
- [17] Cen J, Joglekar Y N, Saxena A 2024 *Phys. Rev. Res.* **6** 013167
- [18] Najji J, Jafari M, Jafari R, Akbari A 2022 *Phys. Rev. A* **105** 022220
- [19] Xia S Q, Kaltsas D, Song D H, Komis I, Xu J J, Szameit A, Buljan H, Makris K G, Chen Z G 2021 *Science* **372** 72
- [20] Zhang Y, Xia S Q, Zhao X Y, Qin L L, Feng X H, Qi W, Jiang Y H, Lu H X, Song D H, Tang L Q, Zhu Z H, Liu W J, Liu Y 2023 *Photon. Res.* **11** 225
- [21] Zhang Y Y, Xia S Q, Qin L, Wang Q, Jia P B, Qi W R, Feng X J, Jiang Y J, Zhu Z L, Zhao X D, Liu W M, Liu Y F 2023 *Appl. Phys. Lett.* **123** 161107
- [22] Dong C H, Shen Z, Zou C L, Zhang Y L, Fu W, Guo G C 2015 *Nat. Commun.* **6** 6193
- [23] Ruesink F, Miri M-A, Alù A, Verhagen E 2016 *Nat. Commun.* **7** 13662
- [24] Shen Z, Zhang Y L, Chen Y, Zou C L, Xiao Y F, Zou X B, Sun F W, Guo G C, Dong C H 2016 *Nat. Photon.* **10** 657
- [25] Xu X W, Li Y 2015 *Phys. Rev. A* **91** 053854
- [26] Wang J 2020 *Chinese Phys. B* **29** 034210
- [27] Zhang J M, Li Y Q, Zhang Y 2024 *Opt. Express* **32** 499
- [28] Yang J, Zhao C S, Yang Z, Peng R, Chao S L, Zhou L 2022 *Front. Phys.* **17** 52507
- [29] Lu T X, Chen L S, Zhong W J, Xiao X 2023 *Front. Phys.* **11** 1332496
- [30] Wu Q, Sun H J 2023 *Photonics* **10** 991
- [31] Huang R, Miranowicz A, Liao J Q, Nori F, Jing H 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 153601
- [32] Ullah M, Yang X H, Wang L G 2022 *Ann. Phys. (Berlin)* **534** 202200231
- [33] Ji A-C, Xie X C, Liu W M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 183602
- [34] Wang L, Jing Y Z, Xiao K W, Wang W Y 2025 *Phys. Scr.* **100** 055113
- [35] Jing Y Z, Xiao K W, Ma Y Q, Dou F Q, Wang W Y 2025 *New J. Phys.* **27** 033015
- [36] Rai A, Pivoluska M, Sasmal S, Banik M, Ghosh S, Plesch M 2022 *Phys. Rev. A* **105** 052227
- [37] Xiang C, Li S S, Wen S S, Xiang S H 2022 *Chin. Phys. B* **31** 030306
- [38] Li E Z, Ding D S, Yu Y C, Dong M X, Zeng L, Zhang W H, Ye Y H, Wu H Z, Zhu Z H, Gao W, Guo G C, Shi B S 2020 *Phys. Rev. Res.* **2** 033517
- [39] Scheucher M, Hilico A, Will E, Volz J, Rauschenbeutel A 2016 *Science* **354** 1577
- [40] Wu J, Hu Y J, He Z J, Deng K, Huang X Q, Ke M Z, Deng W Y, Lu J Y, Liu Z Y 2025 *Phys. Rev. Lett.* **134** 176601
- [41] Peterson G A, Lecocq F, Cicak K, Simmonds R W, Aumentado J, Teufel J D 2017 *Phys. Rev. X* **7** 031001
- [42] Li J M, Harter A K, Liu J, de Melo L, Joglekar Y N, Luo L 2019 *Nat. Commun.* **10** 855
- [43] Liang Q, Xie D Z, Dong Z L, Li H W, Li H, Gadway B, Yi W, Yan B 2022 *Phys. Rev. Lett.* **129** 070401
- [44] Zhao E, Wang Z Y, He C D, Poon T F J, Pak K K, Liu Y J, Ren P, Liu X J, Jo G B 2025 *Nature* **637** 1476
- [45] Zhang Y, Chen Y Y, Lyu H, Zhang Y P 2023 *Phys. Rev. Res.* **5** 023160
- [46] Dai X Y, Liu B Y 2022 *Phys. Rev. A* **105** 043313
- [47] Cao R, Han J S, Wu J H, Yuan J M, He L Y, Li Y Q 2022 *Phys. Rev. A* **105** 063308
- [48] Ji A C, Liu W M, Song J L, Zhou F 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 010402
- [49] Liang Z X, Zhang Z D, Liu W M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 050402
- [50] Xie X, Cui J X, Luo Z D, Xie Y Q, Li W J, Hai W H, Luo Y R 2023 *J. Phys. A: Math. Theor.* **56** 505302
- [51] Luo Y X, Yi J, Li W J, Xie X, Luo Y R, Hai W H 2022 *Commun. Theor. Phys.* **74** 055104
- [52] Li W J, Yin H C, Yi J, Luo Y X, Xie X, Hai W H, Luo Y R 2022 *Results Phys.* **36** 105706
- [53] Lin Y J, Compton R L, Jiménez-García K, Porto J V, Spielman I B 2014 *Nature* **462** 628
- [54] Meng Z M, Huang L H, Peng P, Chen L C, Fan H, Wang P J, Zhang J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 243202 (in Chinese) [孟增明, 黄良辉, 彭鹏, 陈良超, 樊浩, 王鹏军, 张靖 2015 物理学报 **64** 243202]
- [55] Hammer C, Zhang Y P, Khamehchi M A, Davis M J, Engels P 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 070401
- [56] Hu Q Q, Freier C, Sun Y, Leykauf B, Schkolnik V, Yang J, Krutzik M, Peters A 2018 *Phys. Rev. A* **97** 013424
- [57] Wu Y P, Zhang G Q, Zhang C X, Xu J, Zhang D W 2021 *Front. Phys.* **17** 62504
- [58] Jiang H, Lang L J, Yang C, ZHu S L, Chen S, 2019 *Phys. Rev. B* **100** 054301
- [59] Hatano N, Nelson D R 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 570
- [60] Barontini G, Labouvie R, Stubenrauch F, Vogler A, Guarrera V, Ott H 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 035302
- [61] Labouvie R, Santra B, Heun S, Ott H 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 235302
- [62] Luo Y R, Wang X M, Luo Y X, Zhou Z, Zeng Z Y, Luo X B 2020 *New J. Phys.* **22** 093041

SPECIAL TOPIC—Ultracold atomic and molecular physics

Nonreciprocal Floquet tunneling dynamics of spin-orbit-coupled bosonic atoms in non-Hermitian double-well potentials*

JU Limei¹⁾ ZHANG Yingying^{1)†} LIANG Jilei¹⁾ CHANG Shoukang¹⁾
 ZHU Zunlue¹⁾ QIN Lu^{1)‡} LIU Wuming¹⁾²⁾ ZHAO Xingdong^{1)††}

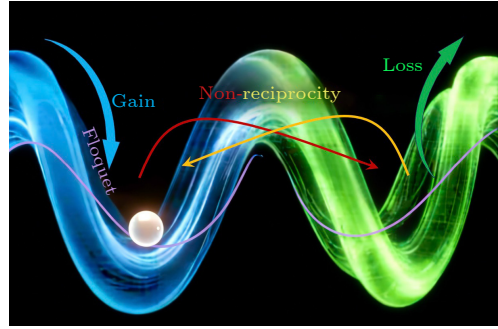
¹⁾ (*School of Physics, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China*)

²⁾ (*Laboratory of Condensed Matter Theory and Materials Computation, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

(Received 8 February 2026; revised manuscript received 31 March 2026)

Abstract

The stable tunneling dynamics in non-Hermitian quantum systems is one of the fundamental issues in the study of quantum transport. Nonreciprocal coupling, as another crucial manifestation of non-Hermiticity, exerts significant regulatory effects on the stability of quantum devices and spin tunneling dynamics. Here, we place spin-orbit coupled bosonic atoms in a double-well potential with gain and loss, investigating the effect of nonreciprocal coupling on the system dynamics. Through analytical analysis of the Floquet states and quasi-energy spectrum under periodic driving, we obtain the \mathcal{PT} symmetry phase diagram of the system. We further explore the synergistic regulation mechanism of multiple factors, including the strength of nonreciprocal coupling, the non-Hermitian strength arising from gain–loss, and periodic driving—on stable spin-flip tunneling. The results demonstrate that precise manipulation of nonreciprocity and gain-loss can significantly expand the stable parameter region of the system. In nonreciprocal systems with balanced gain and loss, the continuity and discreteness of the stable parameter region are determined by the parity of the driving frequency ratio Ω/ω , and the spin-flip tunneling can be precisely controlled via the parameters λ and $2\varepsilon/\omega$. For the unbalanced gain-loss scenario, the equilibrium conditions for achieving stable spin-flip tunneling under different parities of Ω/ω are further provided. These findings offer a new theoretical approach for realizing robust spin-flip tunneling, provide guiding significance for the study of quantum state transport in non-Hermitian ultracold atomic systems, and also serve as a reference for the experimental design of novel spin-based quantum devices.



Keywords: spin-orbit coupling, non-Hermitian double-well potential, nonreciprocity, tunneling dynamics

DOI: [10.7498/aps.75.20260222](https://doi.org/10.7498/aps.75.20260222)

CSTR: [32037.14.aps.75.20260222](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20260222)

* National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 62505079, 12404377, 12334012, 12234012, 52327808, 62575314, 2024YFF0726700, 2021YFA1400900, 2021YFA0718300), the Natural Science Foundation of Henan Province (Grant No. 252300421995) and the China Postdoctoral Science Foundation (Grant No.2025M783380).

† Corresponding author. E-mail: yyzwuli415@163.com

‡ Corresponding author. E-mail: qinlu@htu.edu.cn

†† Corresponding author. E-mail: phyzhxd@gmail.com