

稠密等离子体焦点粒子-流体混合模拟研究*

孙强¹⁾ 王春元¹⁾ 董焯²⁾ 杨薇²⁾ 赵隐剑³⁾ † 周前红²⁾ ††

1) (合肥工业大学电气与自动化工程学院, 合肥 230009)

2) (北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100094)

3) (哈尔滨工业大学能源科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

摘要

稠密等离子体焦点作为一种高效的高能量密度等离子体装置, 在聚变能源、辐射源开发及材料科学等领域具有重要应用潜力。然而, 稠密等离子体焦点中复杂的多尺度物理过程及其耦合作用, 使得传统单一数值模型难以实现对其全物理过程的高精度模拟。本文建立了粒子-流体的混合模型来研究稠密等离子体焦点的动力学过程。在混合模拟中, 采用粒子方法模拟动力学离子, 采用流体方法模拟准中性的无质量电子, 同时采用麦克斯韦方程和时域有限差分方法求解电磁场。针对混合模拟的时间步推进问题, 采用预估-修正方法实现了混合模拟的自洽显式迭代。通过与现有模拟及实验结果的对比, 验证了混合模拟程序的准确性。最后基于验证后的混合模型, 进行了 DPF 全物理过程研究, 并针对 DPF 离子加速机制进行了初步探索。研究表明在箍缩阶段磁流体力学不稳定性会导致箍缩等离子体在局部产生极高的电磁场, 电磁场加速产生高能离子, 最终束靶互作用产生中子。

关键词: 稠密等离子体焦点, 混合模拟, 预估-修正, 箍缩

PACS: 52.30.-q, 52.65.-y, 52.75.Kq

* **基金:** 国家自然科学基金(批准号: 12475256, 5247120164).

† 通讯作者.E-mail: zhaoyinjian@hit.edu.com

†† 通讯作者.E-mail: zhou_qianhong@qq.com

第一作者: 孙强.E-mail: sun_qiang@hfut.edu.cn

1 引言

稠密等离子体焦点 (Dense Plasma Focus, 简称 DPF) 装置是一种快脉冲 (μs 量级)、大电流 (数百 kA 到数 MA) 的等离子体放电装置, 能够以简单高效的放电形式产生高温 ($\sim 10^7 \text{ K}$)、高速 ($10^5 \sim 10^6 \text{ m/s}$) 和高密度 ($10^{23} \sim 10^{26} \text{ m}^{-3}$) 的等离子体^[1,2]。稠密等离子体焦点不仅可用于工业和科技领域改善材料表面、制备纳米材料^[3-10], 而且还可作为关键装置应用于国防领域, 例如粒子加速器^[11]、空间推进^[12,13]、脉冲中子源^[14,15]等。DPF 最早是 20 世纪 60 年代由苏联的 Filippov^[1] 和美国的 Mather^[2] 独立提出的, 国内外均针对 DPF 装置开展了广泛的探索研究^[16-30]。与传统大型聚变装置相比, DPF 装置具有结构相对简单、成本较低、可扩展性强等突出优点。因此, 近年来稠密等离子体焦点技术在实现高效核聚变反应方面展现出新的应用潜力^[31-33]。

广义上, DPF 属于 Z 箍缩 (Z-pinch) 的一种, 其焦点形成过程即为 Z 箍缩过程^[16]。DPF 基本结构包括一对同轴型的电极, 电极一端采用绝缘子隔开, 电极间充满气体。典型的 DPF 物理过程包括沿面击穿 (gas breakdown)、轴向加速 (run down)、径向内爆 (run in) 和箍缩 (pinch) 过程, 如图 1 所示。DPF 装置的预充电 (几十 kV) 高压电容器通过电感 (几十 nH)、触发开关对放电室放电, 工作电流峰值百 kA~MA, 脉宽数 μs 。触发开关导通后, 绝缘子沿面击穿形成等离子体鞘, 而后洛伦兹力推动等离子体鞘, 使其以超音速沿管道轴向加速。到达内电极末端后部分等离子体沿径向向内压缩, 最终一个超密集、超热的等离子体柱被挤压到轴上。

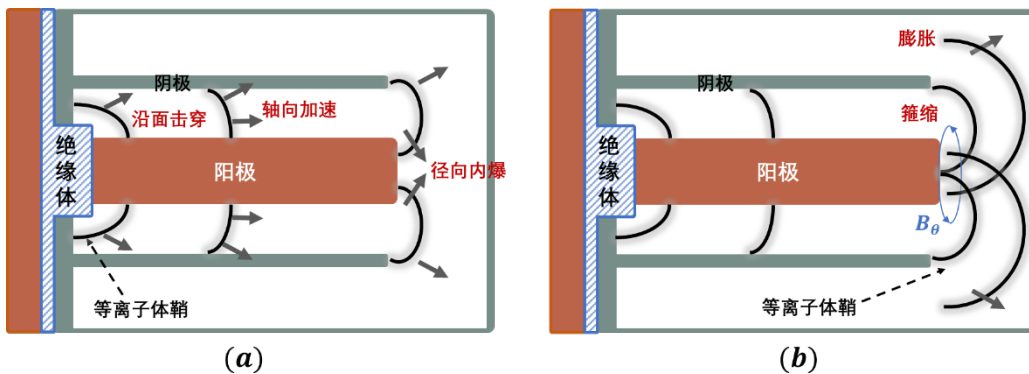


图 1 DPF 装置基本结构与工作原理

Fig.1. The basic structure and operating principle of the DPF device.

DPF箍缩阶段一个非常重要的过程是中子的产生, 中子产生机制主要包括热

核机制 (thermonuclear) 和束靶相互作用机制 (beam-target)。热核机制与等离子体温度有关, 在温度达到~keV 以上的稠密等离子体中 ($10^{24}\sim 10^{25}\text{ m}^{-3}$) 会比较显著, 中子一般呈各向同性分布; 束靶机制是指阳极附近产生高能D 离子束流 (百 keV~MeV), 然后轰击稠密等离子体进而生成中子的过程, 中子一般呈各向异性分布。目前的理论研究以及实验预测普遍认为, 在 DPF 的工作条件下束靶相互作用机制占主导。图 2 为 DPF 中子产生机制示意图。在 DPF 装置的 pinch 阶段, 由于初始扰动引发的磁流体力学正反馈效应 (即局部收缩导致环向磁场增强, 进而加剧收缩), 导致m=0 不稳定性的产生, 使得等离子体局部被夹断, 引发电压的剧烈升高。极高的电压将加速离子产生高能离子束, 最终通过束靶相互作用产生中子。可以发现高能离子束的产生是一个典型的粒子动力学行为, 离子不再满足麦克斯韦分布。

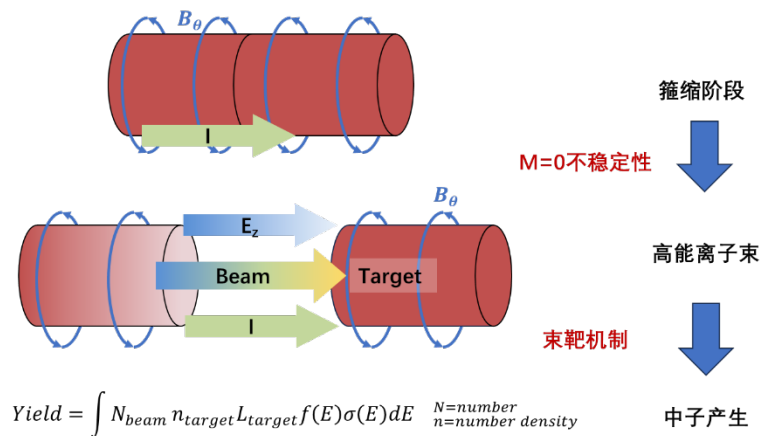


图 2 DPF 中子产生机制示意图

Fig.2. Schematic diagram of neutron generation mechanism in DPF.

DPF 的数值模拟方法主要分磁流体模型和粒子 PIC 模型^[34]。Potter 等人^[35]于 1971 年基于显式 Lax-Wendroff 方法, 建立了第一个自洽的二维磁流体动力学 (MHD) 程序。Garanin 等人^[36]建立了隐式差分的二维 MHD 模型, 该模型可以消除磁声速对计算时间步长的限制, 并显著减小虚拟真空密度对等离子体动力学的影响。Meehan 等人^[37]使用 ALEGRA MHD 代码, 展示了 DPF 全三维数值模拟预测结果, 与二维轴对称相比, 全三维模型更准确地预测了 DPF 轴向阶段持续时间。对于磁流体动力学方法来说, 流体模型一方面可以研究 DPF 等离子体运动、电流分布、流体不稳定性等宏观物理图像及演化过程, 另一方面可以评估参数 (如电极几何、气压、驱动电流波形) 对 DPF 整体性能的影响。但是在箍缩阶段, 磁流体模型无法自洽地计算 DPF 高能粒子束及中子产生等粒子动力学行为, 无法

获得高能粒子加速机制以及束靶中子产生机制（如图 2 所示）。2012 年以来，美国的 Schmidt A 等人^[38-40]利用粒子模拟程序 Chicago 对 DPF 等离子体的动力学行为进行了深入探索。粒子模拟可以细致考虑 DPF 等离子体箍缩过程中高能离子加速及中子产生过程，但由于计算效率的限制，目前主要针对箍缩阶段的高密度等离子体区域（百纳秒时间尺度）进行局部研究，无法进行全过程高能离子束产生及演化机理研究。

可以发现 DPF 的动力学过程涉及多尺度耦合的复杂物理现象：宏观尺度的电流鞘层压缩与磁流体不稳定性、介观尺度的湍流输运，以及微观尺度的离子动力学行为（如非热加速、束流形成）。传统数值模拟方法在捕捉这些多尺度现象时面临显著挑战——磁流体力学（MHD）模型虽能高效描述宏观演化，却无法解析离子动力学效应；而全粒子模拟（PIC）虽能追踪微观粒子运动，但因计算资源限制难以覆盖装置全时空尺度。近年来，离子 PIC-电子流体混合模拟方法作为一种折中方案，逐渐成为高能量密度物理数值模拟的研究热点。该方法将离子作为离散粒子以保留其动力学行为，同时将电子视为准中性连续流体（通过广义欧姆定律与泊松方程耦合电磁场），从而在降低计算成本的同时，精准刻画离子非平衡效应与宏观电磁场的协同演化。然而，目前的高能量密度物理混合模拟方法大多采用达尔文近似，电磁场在低密度或者真空区域磁场传输受到极大限制。

针对上述问题，本文旨在构建一个全电磁混合模拟框架，以自洽描述电磁场在等离子体及周围真空区域中的演化。该框架基于准中性假设建立，将离子采用粒子方法模拟、电子作为流体处理，并基于时域有限差分法（Finite Difference Time Domain, 简称 FDTD）直接求解完整的麦克斯韦方程组，而不依赖于达尔文型近似。本文建立了 DPF 的离子 PIC-电子流体-电磁场 FDTD 的混合模拟方法，实现 DPF 轴向加速、径向内爆和箍缩的全物理过程模拟，并初步探索了高能离子束产生及演化机制。第 2 部分详细介绍了本文使用的物理模型；第 3 部分对计算结果进行分析与讨论；第 4 部分是总结与展望。

2 模型

粒子-流体混合模拟的主要优点是不需要解决系统中最小的动力学尺度，可以将计算成本降低几个数量级；同时允许在保留离子动力学的同时捕获相对大规模的动力学行为。相较于单独的流体模拟和粒子模拟，混合模拟是研究复杂动力

学等离子体行为的更可靠和适应性更强的工具。当模拟时间远大于电子-电子碰撞的弛豫时间，模拟的等离子体尺度远大于等离子体的 Debye 长度时，混合模拟方法是适用的。混合模拟（离子 PIC 和电子无质量流体）被证明在许多低频等离子体现象的研究中非常有效。

针对 DPF 轴向加速、径向内爆、箍缩及中子产生全过程，本文基于准中性假定，建立了电磁 FDTD-离子 PIC-电子流体的混合模型，在离子 PIC 框架下耦合考虑激波电子流体算法和求解全电磁 Maxwell 方程的电磁场 FDTD 算法，研制的混合模拟程序如图 3 所示，下面给出模型的详细介绍。

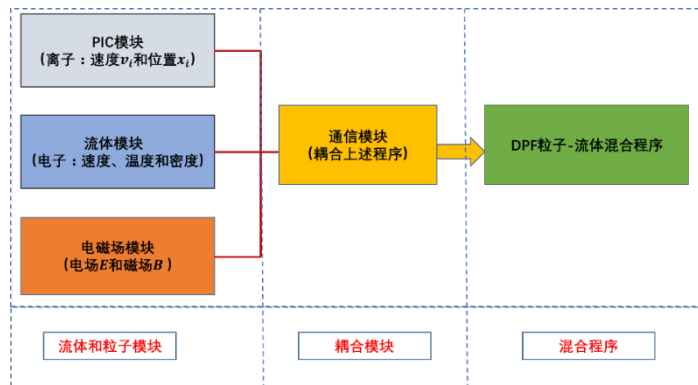


图 3 混合模拟框架

Fig. 3. The framework of hybrid simulation.

2.1 电磁场建模

首先对 DPF 系统中电磁场建模的两种常用方法进行评估，如图 4 所示。在混合模拟中，等离子体与电磁场的耦合主要有两种途径：一是基于全麦克斯韦方程组并考虑位移电流；二是采用达尔文近似，忽略位移电流。全麦克斯韦方法能够自然地描述电磁场，允许电磁波在真空中传播，并在等离子体中得到合理处理，但其在 FDTD 格式下需遵循严格的时间步长限制，计算成本较高。达尔文近似在计算效率上具有优势，其低频近似忽略光波，仅需在离子时间尺度上求解，因而计算速度较快。然而，该近似下的磁场计算方式与磁流体方法类似，在低密度或真空区域中磁场的传播会受到较大限制。

- 等离子体主要以两种方式耦合到电磁场中：全麦克斯韦方程（考虑位移电流）、达尔文近似（不考虑位移电流）。

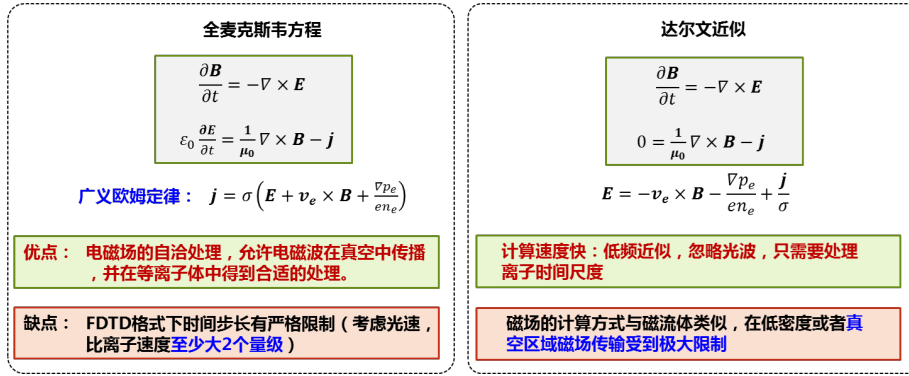


图 4 DPF 电磁场建模方式评估

Fig. 4. DPF electromagnetic field modeling approach evaluation.

由于DPF是一个同时存在高密度等离子体区域和真空区域的典型系统，模拟过程中电磁场需从真空区向高密度等离子体区传播，并通过洛伦兹力驱动等离子体运动与箍缩。为自治描述真空区域中的电磁波，本研究采用全电磁模型并结合FDTD方法对电磁场方程进行求解。

2.2 粒子-流体的混合方法建模

离子粒子-电子流体-电磁场 FDTD 混合模型包括了离子 PIC 模块、电子流体模块以及电磁场模块这三个基本功能模块，主要模型如图 5 所示。首先 PIC 模块用于求解离子的速度和位置，流体模块用于求解电子的速度、温度和密度，电磁场模块用于求解全域的电场和磁场；然后使用通信模块，并设计和优化混合模拟迭代流程，以实现离子、电子、以及电磁场的自治耦合模拟功能（即粒子-流体混合模拟）。此外，针对 DPF 电路电流，进一步建立了外电路模型，并与混合模拟的边界条件相耦合。

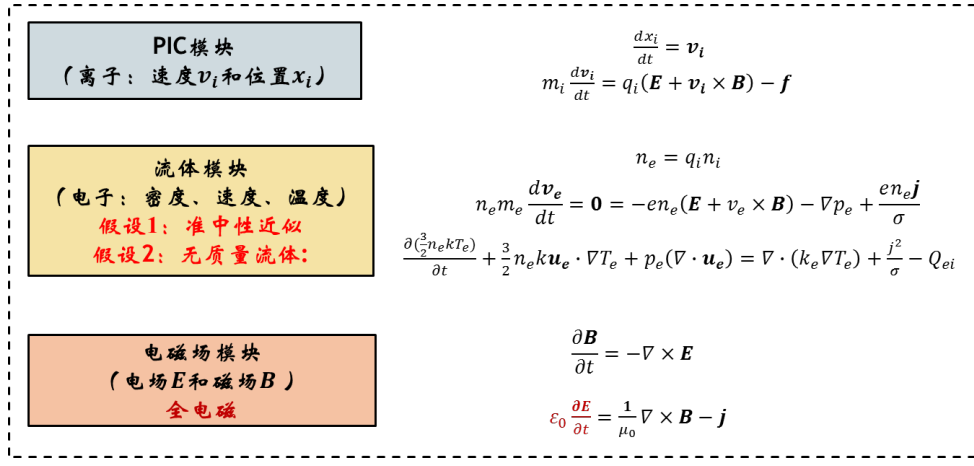


图 5 混合模拟方程示意图

Fig.5. The schematic diagram of the hybrid simulation equation.

离子采用 PIC 方法进行描述，其位移由运动方程决定，加速度由洛伦兹力决定：

$$\frac{dx_i}{dt} = v_i \quad (1)$$

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = q_i(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) - \mathbf{f} \quad (2)$$

其中 m_i 、 x_i 、 q_i 和 v_i 分别代表离子质量、离子位移、离子电荷和离子速度， \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 分别代表电场强度和磁场强度。(2)式等号右边的最后一项 \mathbf{f} 表示离子-电子碰撞， $\mathbf{f} = \frac{e\mathbf{j}}{\sigma}$ ，其中 \mathbf{j} 表示电流密度， σ 为电导率；离子-离子的库伦碰撞则由 MC 方法考虑。在模拟中离子推动采用 Boris 笛卡尔 Leap-Frog 推动方法，库伦碰撞采用 Nanbu 蒙特卡洛库伦碰撞模型进行实现。

电子被当作无质量流体，其动量方程用下式描述：

$$-en_e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) - \nabla p_e + \frac{en_e \mathbf{j}}{\sigma} = 0 \quad (3)$$

式中 n_e 、 \mathbf{v}_e 和 e 分别代表电子数密度、电子速度和电子电荷； p_e 是电子压力。通过公式 (3)，可以得到电流密度的广义欧姆定律表达式：

$$\mathbf{j} = \sigma \left(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B} + \frac{\nabla p_e}{en_e} \right) \quad (4)$$

其中电子被当作理想气体：

$$p_e = n_e k T_e \quad (5)$$

电子密度由准中性假设求得，对于 D 等离子体：

$$n_e = n_i \quad (6)$$

电子速度由电流密度关系得到：

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{v}_i - \frac{\mathbf{j}}{en_e} \quad (7)$$

电子温度需要基于有限体积等数值方法求解电子温度方程：

$$\frac{\partial \left(\frac{3}{2} n_e k T_e \right)}{\partial t} + \frac{3}{2} n_e k \mathbf{u}_e \cdot \nabla T_e + p_e (\nabla \cdot \mathbf{u}_e) = \nabla \cdot (k_e \nabla T_e) + \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma} - Q_{ei} \quad (8)$$

最后还需要使用全电磁方程求解电场 \mathbf{E} 和磁场 \mathbf{B} ：

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (9)$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} - \mathbf{j} \quad (10)$$

该框架基于全电磁方程及标准 FDTD 方法，并通过广义欧姆定律计算电流密度，可实现二维 RZ 坐标下电磁场的自洽求解，并采用适用于不同维度的 PML 边界条件吸收电磁波。

2.3 混合模拟迭代流程

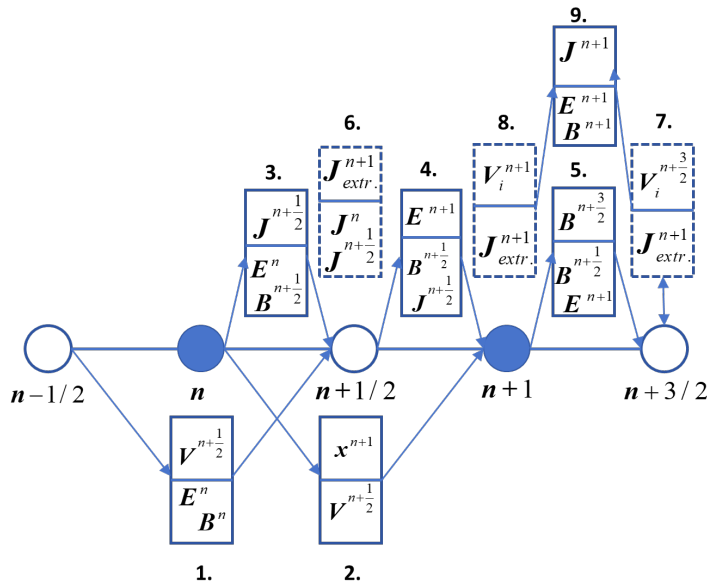


图 6 预估-修正迭代流程

Fig. 6. Estimate-and-revise iterative process

在混合模拟算法中，通常一个完整的时间步推进后无法将 $n+1/2$ 时刻的电流密度 $\mathbf{j}^{n+1/2}$ 更新到下个时间步 $n+1$ 时刻的值 \mathbf{j}^{n+1} 。这会使得每个时间步迭代完成后，仍然存在电流密度值的求解滞后，导致下个时间步粒子推动计算存在一定误差。针对这一问题，使用预估-修正的显式迭代流程，来保证模拟迭代过程的准确性，如图 6 所示。

从 n 时间步开始推进：此时粒子的位置 \mathbf{x}^n 、电场 \mathbf{E}^n 和磁场 \mathbf{B}^n 已知，而粒子的速度 $\mathbf{v}_p^{n-1/2}$ 则落后半个时间步长，这使得粒子的位置和速度在时间上“跳跃”。离子推动采用 Boris 格式，粒子速度与位移时间离散分离。

第 1 步，首先，在运动方程中，粒子速度由 $\mathbf{v}_p^{n-1/2}$ 推进到 $\mathbf{v}_p^{n+1/2}$ ：

$$\frac{\mathbf{v}_p^{n+1/2} - \mathbf{v}_p^{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m} \left(\mathbf{E}^n + \frac{\mathbf{v}_p^{n+1/2} + \mathbf{v}_p^{n-1/2}}{2} \times \mathbf{B}^n \right) + \frac{\mathbf{j}^n}{\sigma} \quad (11)$$

第 2 步，粒子位置从 x^n 推进到 x^{n+1} ：

$$\frac{\mathbf{x}^{n+1} - \mathbf{x}^n}{\Delta t} = \mathbf{v}^{n+1/2} \quad (12)$$

这个过程中可以统计得到网格内的离子定向速度 \mathbf{V}_i ($n+1/2$ 时间步) 和离子密度 n_i ($n+1$ 时间步)。

第 3 步，通过广义欧姆定律，直接得到电流密度 $\mathbf{j}^{n+1/2}$ ：

$$\begin{aligned} \mathbf{j}^{n+1/2} &= \sigma^{n+1/2} \left(\mathbf{E}^{n+1/2} - \frac{\mathbf{j}_e^{n+1/2}}{en_e^{n+1/2}} \times \mathbf{B}^{n+1/2} + \frac{\nabla p_e^{n+1/2}}{en_e^{n+1/2}} \right) \\ &= \sigma^{n+1/2} \left(\frac{\mathbf{E}^{n+1} + \mathbf{E}^n}{2} - \frac{\mathbf{j}_e^{n+1/2}}{en_e^{n+1/2}} \times \mathbf{B}^{n+1/2} + \frac{\nabla p_e^{n+1/2}}{en_e^{n+1/2}} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

在求解得到 $n+1/2$ 时刻的电流密度时，对电场采用了时间平均处理办法，并联立使用了安培定律。

第 4 步，通过安培定律和 FDTD 方法，求解 $n+1$ 时刻的电场 \mathbf{E}^{n+1} ：

$$\frac{\mathbf{E}^{n+1} - \mathbf{E}^n}{\Delta t} = c^2 \nabla \times \mathbf{B}^{n+1/2} - \frac{1}{\epsilon_0} \mathbf{j}^{n+1/2} \quad (14)$$

第 5 步，通过法拉第定律和 FDTD 方法，求解 $n+3/2$ 时刻的磁场 $\mathbf{B}^{n+3/2}$ ：

$$\frac{\mathbf{B}^{n+3/2} - \mathbf{B}^{n+1/2}}{\Delta t} = \nabla \times \mathbf{E}^{n+1} \quad (15)$$

后续需要进一步将电流密度推进到 $n+1$ 步才能得到完整的迭代流程，因为在下一个时间步的离子推动中需要用到 \mathbf{j}^{n+1} 。但是如何将电流密度 $\mathbf{j}^{n+1/2}$ 更新到 \mathbf{j}^{n+1} 是 DPF 全电磁混合模拟时间推进的主要问题来源。电流密度的推进通过图 6 所示的预估-修正算法实现，其具体步骤（第 6-9 步）如下。

第 6 步，预估 $n+1$ 时刻的电流密度 \mathbf{j}^{m+1} （对应图中第 6 步）：

$$\mathbf{j}^{m+1} = -\mathbf{j}^n + 2\mathbf{j}^{n+1/2} \quad (16)$$

第 7 步，利用预估的 $n+1$ 时刻电流密度 \mathbf{j}^{m+1} 和已经得到的 $n+1$ 时刻电场 \mathbf{E}^{n+1} 和磁场 \mathbf{B}^{n+1} 推动离子，通过方程（1）和（2）获得离子在 $n+3/2$ 时刻的定向速度 $V_i^{m+3/2}$ 及密度 $n_i^{m+3/2}$ 。

第 8 步，对离子定向速度和温度进行时间平均，得到 $n+1$ 时刻的离子定向速度 V_i^{m+1} 和温度 T_i^{m+1} ：

$$V_i^{m+1} = \frac{1}{2}(V_i^{n+1/2} + V_i^{m+3/2}) \quad (17)$$

第 9 步，通过预估的 $n+1$ 时刻离子定向速度得到修正后的 $n+1$ 时刻的电流密度：

$$\mathbf{j}^{n+1} = \sigma^{n+1} \left(\mathbf{E}^{n+1} - \frac{\mathbf{j}_e^{n+1}}{en_e^{n+1}} \times \mathbf{B}^{n+1} + \frac{\nabla p_e^{n+1}}{en_e^{n+1}} \right) \quad (18)$$

最终，通过上述的步骤可以完成 n 步到 $n+1$ 步的迭代过程，然后整个循环结束。需要说明的是，该预估-修正方法的计算精度较高，但是每个时间步循环需额外进行一次粒子推动，计算量明显增加（大约 50%）。

2.4 外电路和磁场注入边界

DPF 模拟过程中还要求解外电路电流，进而在边界注入电磁波。本工作建立了 DPF 外电路模型，并与混合模拟的边界条件相耦合。

DPF 的外电路模型如下：

$$\frac{d}{dt}[L_0 I] = V_0 - r_0 I - \frac{\int Idt}{C_0} - U_{PF} \quad (19)$$

其中 V_0 为电路初始电压， C_0 为电路电容， L_0 为电路电感， r_0 为电路电阻，这些参数直接由实验给定。 U_{PF} 为 DPF 装置的电压，则需要由混合模拟结果自洽确定：

$$U_{PF} = \frac{d(\int Bds)}{dt} \quad (20)$$

即在每个时间步对整个 DPF 系统内的磁场进行面积分，然后对时间求导得到 DPF 系统电压。

该方程为常微分，可离散为如下的一阶显式格式：

$$\begin{aligned} \frac{I^{n+1} - I^n}{\Delta t} &= \frac{1}{L_0} \left(V_0 - r_0 I^n - \frac{Q^n}{C_0} - U_{PF}^n \right) \\ \frac{Q^{n+1} - Q^n}{\Delta t} &= I^n \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $Q = \int Idt$ 为电路电荷。

通过该方式计算得到每个时间步的电流 I ，进而得到入口处注入边界的磁场：

$$B_\theta = \frac{\mu I}{2\pi r} \quad (22)$$

在计算的过程中需要先根据外电路来计算每个时间步的电路电流 I ，然后根据电流 I 计算入口处的磁场边界。

3 结果与讨论

3.1 模型校验

图 7 显示了美国 LLNL 实验室使用的百 kA 量级的 DPF 装置以及本文混合模拟初始设置的宏粒子数。DPF 阳极半径为 1 cm，阴极半径 $r=1.5$ cm，使用二维轴对称系统进行模拟。整体计算区域由两个同轴电极组成，内部的电极为中空阳极，外部电极为阴极，阳极内部中空区域的半径为 0.5cm。如图 7 所示，为便于在结构化网格框架中实现算法和边界条件设置，本研究的混合模拟程序将阳极右端简化为平头形状，这与图 7 所示美国 LLNL 实验室所采用的圆头阳极设计有所

不同。

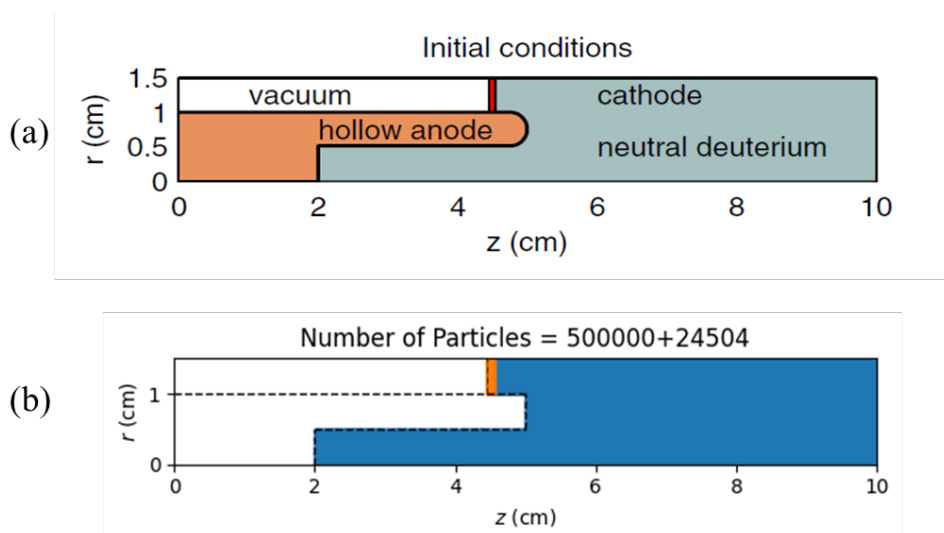


图 7 (a) LLNL 实验室 DPF 装置结构; (b) 混合模拟初始设置的宏粒子

Fig. 7. (a) Structure of the DPF device in LLNL laboratory; (b) Macro-particles of the initial setting of the hybrid simulation

在轴向阶段末期开始混合模拟计算, 初始时刻等离子体鞘位于 $z=4.5\text{cm}$ 处, 密度均匀。鞘层左侧的区域是真空, 鞘层右侧是背景氘气体 (电子和离子的密度为 $6.7 \times 10^{22} \text{m}^{-3}$, 无定向速度, 温度为 300K)。等离子体鞘层的初始定向速度为 $v_0 = (B^2 / 2\mu_0\rho_0)^{1/2} \approx 1.5 \times 10^5 \text{m/s}$ 。等离子体鞘初始温度约为 $T_e = T_i = 8.0 \times 10^5 \text{K}$ 。等离子体鞘的宽度为 1mm , 其内等离子体密度为 $3.3 \times 10^{23} \text{m}^{-3}$ 。

图 8 展示了本研究开发的混合模拟与美国 LLNL 实验室模拟结果的对比。图的左、右两部分分别对应于 LLNL 实验室采用 LSP 软件 (专为高能量密度物理研发的商业软件, 对中国禁运) 获得的全粒子模拟结果^[38], 以及本研究采用的混合模拟结果。模拟结果显示, 尽管等离子体位形存在一定差异 (可能源于阳极末端圆头与平头的结构区别), 但是等离子体的整体演化时间高度吻合, 偏差不足 10%。这表明与美国同类商业软件相比, 混合模拟在径向内爆和箍缩阶段的模拟是比较精确的。

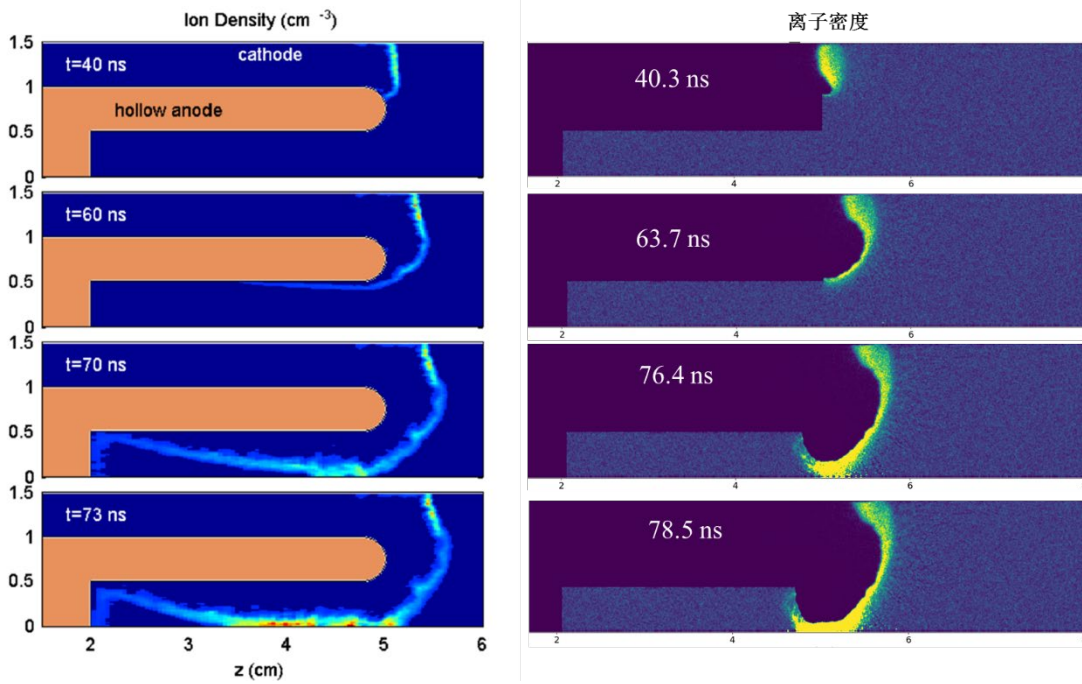


图 8 与美国 LLNL 模拟结果对比

Fig. 8. Comparison with the simulation results of LLNL in the United States

下面进一步通过小型的 UNU 装置来进一步验证混合模拟在轴向阶段模拟的准确性以及与外电路的耦合匹配情况。图 9 显示了 UNU 装置的结构以及混合模拟初始宏粒子设置。阳极半径为 0.95 cm，阴极半径为 3.25 cm，阳极长度为 16 cm。由于混合模拟需要在入口处注入电磁场，为了防止少部分粒子由于无规则热运动进入到电磁场注入源，因此一般将初始等离子体鞘层的位置设置在远离入口 2-3 cm 处。在模拟中，初始等离子体鞘层位置被设定为 2.5 cm，阳极末端位置被设定为 18.5 cm，以保持与实验条件一致。

图 10 对比了混合模型和 Lee 模型的电路电流计算结果。由于 Lee 模型在 UNU 装置上通过调整模型输入参数，已经与实验进行了良好的拟合，因此图 10 也可以看作是实验的电流值进行的对比。对比结果表明修正后的混合模型模拟得到的 DPF 电流在轴向阶段是比较准确的。与 UNU 装置结果的对比基本验证了混合模型在轴向阶段对等离子体运动和外电路耦合的模拟准确性。

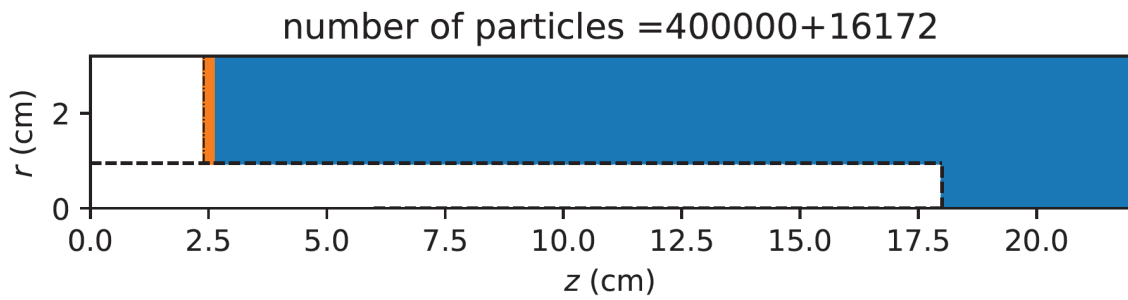


图 9 UNU 装置结构及初始宏粒子设置

Fig. 9. UNU device structure and initial macro-particle setup

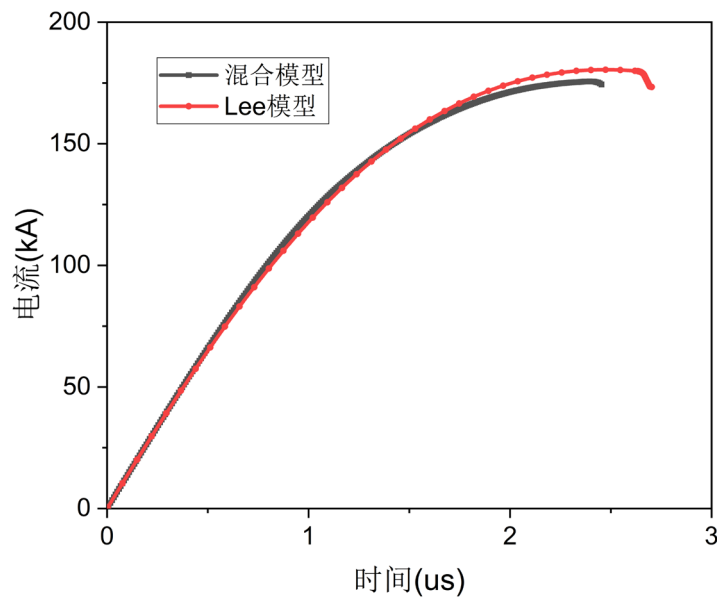


图 10 模拟得到的电路电流 (UNU 装置)

Fig. 10. The simulated circuit current of UNU device.

3.2 结果分析

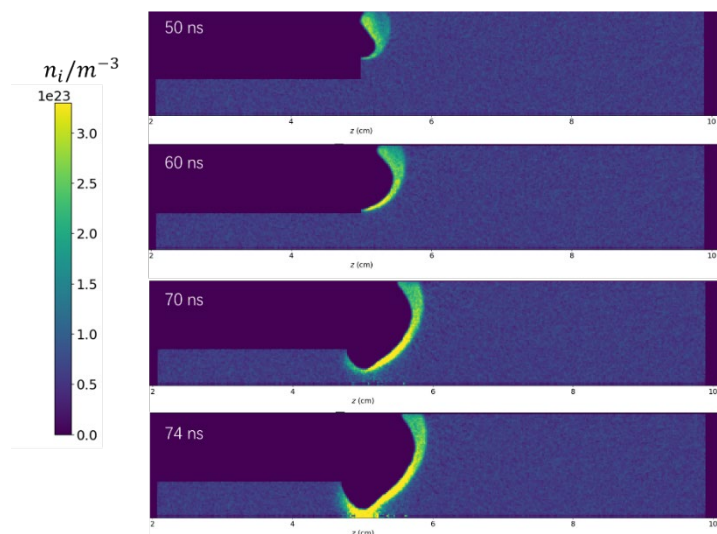


图 11 内爆阶段等离子体密度分布

Fig. 11. Plasma density distribution in the implosion stage

本研究针对 LLNL 实验室使用的百 kA 量级 DPF 装置，开展了全物理过程的混合模拟，并对其中高能离子束的产生与演化机制进行了初步探索。图 11 和图 12 显示了使用混合模拟得到的 DPF 内爆阶段等离子体密度和磁场的分布变化。可以看到，等离子体鞘在洛伦兹力加速下沿径向不断加速，最终被箍缩在对轴上形成高温高密等离子体。等离子体鞘在内爆阶段的速度是不断升高的，这主要是由于内爆阶段磁场逐渐增强。在 DPF 同轴电极系统中，DPF 在真空区域（低密度区）的磁场分布与其半径基本成反比，因此随着内爆过程的发展，等离子体鞘与阳极的距离越来越近，这也导致等离子体鞘靠近真空侧的磁场不断升高，导致等离子体受到的洛伦兹力越来越大，进而使得其内爆速度也越来越高。图 11 与图 12 显示，内爆阶段混合模拟计算得到的等离子体密度分布以及磁场的分布总体较为光滑，此时并未形成显著的磁流体不稳定性。

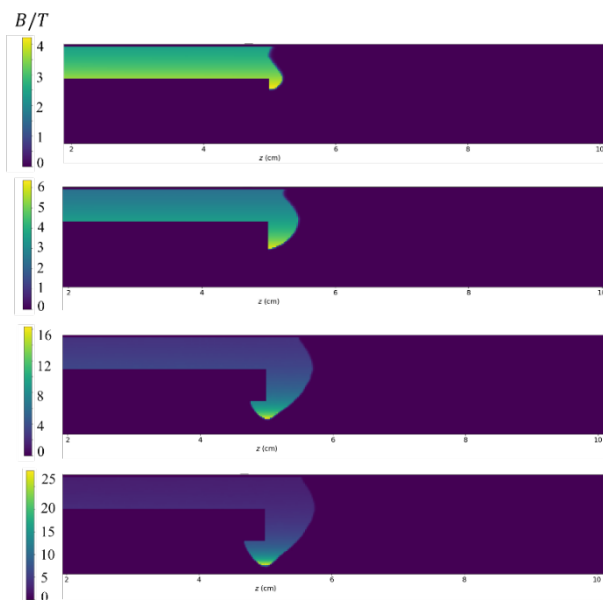


图 12 内爆阶段磁场分布

Fig. 12. Magnetic Field Distribution in the Implosion Stage

图 13 为 DPF 箍缩阶段等离子体密度和离子相图的分布变化。模拟结果发现在箍缩阶段，等离子体柱某些位置发生局部收缩，此时产生了磁流体力学不稳定性（ $m = 0$ 不稳定性），如图 13 中 80 ns-84 ns 时刻。这主要是由于混合模拟中粒子的随机运动会导致电磁场在不同网格上分布不均匀，粒子模拟本质上能够产生 DPF 不稳定性发展所需要的微扰动。随着 $m = 0$ 不稳定性的进一步发展，箍缩等离子体在局部会形成细颈，细颈处产生的磁场强度显著高于等离子体柱的其他区域，进而导致细颈处受到更强的洛伦兹力，最终导致等离子体柱在极短的时间内（4 ns 内）被压断，此时等离子体柱失去环向磁场的约束进而崩溃消失。

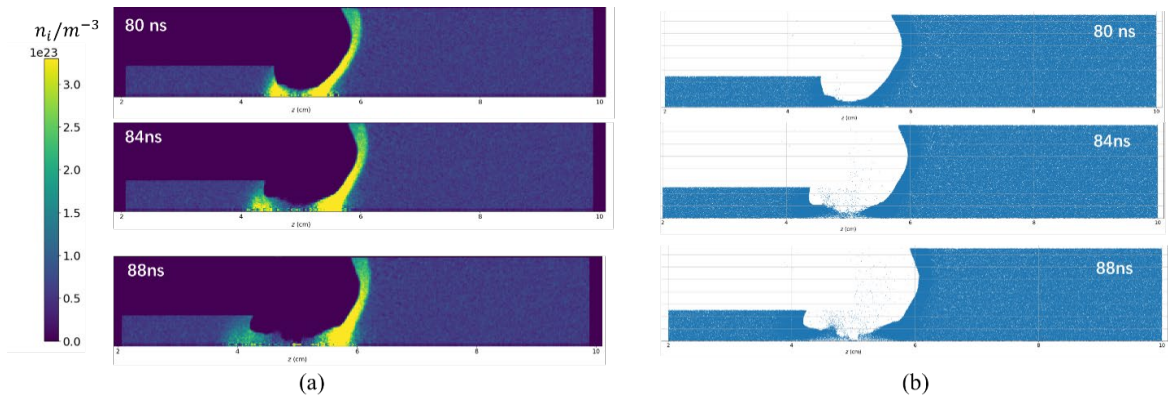


图 13 箍缩阶段等离子体分布 (a) 离子密度; (b) 离子相图

Fig. 13. Plasma distribution during the contraction stage (a); Ion density (b) Ion phase diagram

通过上述混合模拟结果可以发现 DPF 在箍缩阶段存在显著的磁流体力学不稳定性，下面来进一步分析这些不稳定性对电磁场的影响。图 14 显示了箍缩阶段电磁场的分布情况。可以发现随着不稳定性的发展，磁场和电场的畸变也越来越强。以箍缩阶段磁场分布为例（图 14a），80 ns 时刻磁场分布相对均匀；但随着不稳定性发展，84 ns 时刻磁场在等离子体柱细颈的局部区域存在极不均匀的磁场分布；最终在 88 ns-90 ns 时刻，等离子体局部被压断，此时该区域电磁场剧烈上升。从 90 ns 的磁场及电场分布可以发现，等离子体柱崩溃后，局部磁场能够达到 ~ 200 T，局部轴向电场能够达到 $\sim 10^{11}$ V/m。

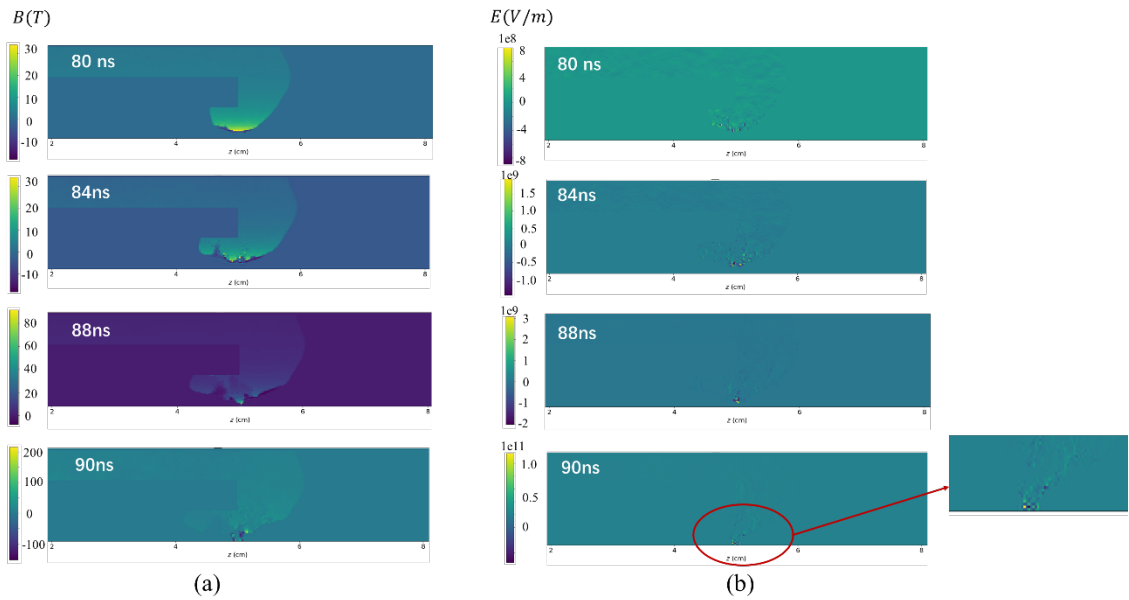


图 14 箍缩阶段电磁场分布 (a) 磁场; (b) 轴向电场

Fig. 14. Electromagnetic field distribution during the contraction stage (a) Magnetic field; (b)

Axial electric field

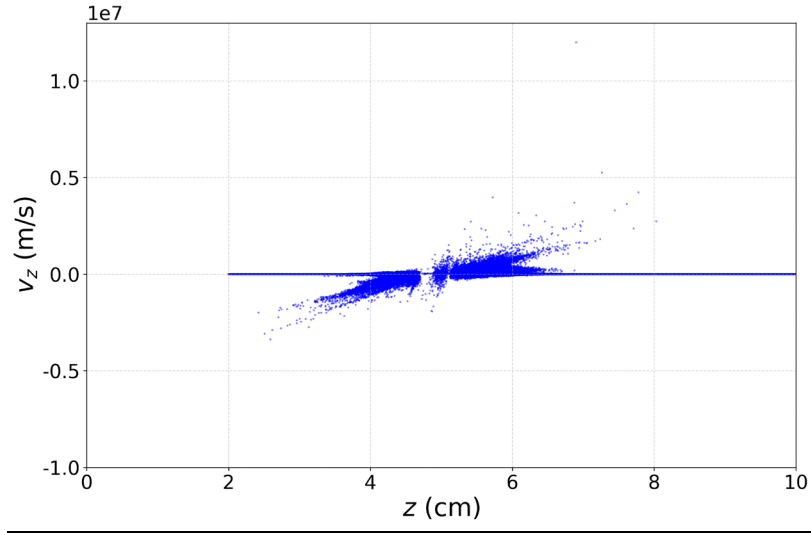


图 15. 90ns 时刻离子的轴向速度相图

Fig. 15. Axial velocity phase diagram of ions at 90 ns

图 15 为 90 ns 时刻离子的轴向速度相图分布。从图中可以发现，由于等离子体柱崩溃后局部极高的电场 ($\sim 10^{11} \text{ V/m}$) 会导致高能离子的产生。在图中存在轴向离子速度达到 $1.2 \times 10^7 \text{ m/s}$ 的高能离子，其对应的离子能量约为 1.5 MeV。除了 MeV 的高能离子外，还出现了大量百 keV (对应离子定向速度为 $3 \times 10^6 \sim 4 \times 10^6 \text{ m/s}$) 的高能离子束。这也说明了百 keV 的高能离子束是 DPF 中子产生的主要原因。

在 DPF 装置的箍缩阶段，中子产生机制包括热核反应 (thermonuclear) 与束靶相互作用 (beam-target)。热核中子产生速率由下式给出^[41]：

$$\frac{dY_{th}}{dt} = \int \frac{1}{2} n_i^2 \langle \sigma v \rangle_{th} dV \quad (23)$$

其中 n_i 是 D 离子密度， $\langle \sigma v \rangle_{th}$ 为对应于等离子体温度的热核聚变反应截面与粒子速度的平均乘积， V 表示等离子体的体积。

束靶中子产生速率由下式给出^[41]：

$$\frac{dY_{bt}}{dt} = \int n_b n_i \sigma_E v_b dV \quad (24)$$

其中 n_b 是高能离子束密度， σ_E 是依赖于离子能量的 D-D 聚变反应截面^[41]， v_b 是高能离子束的速度。

总中子产生速率等于热核中子产生速率 $\frac{dY_{th}}{dt}$ 与束靶中子产生速率 $\frac{dY_{bt}}{dt}$ 之和。由于在百 kA 低电流条件下 DPF 热核中子产额几乎可以忽略不计，因此本研究模拟的中子产额只考虑了束靶中子产额的贡献。图 16 为中子产生速率随时间的变化。

研究表明，在箍缩阶段磁流体动力学不稳定性会导致箍缩等离子体在局部产生极高的电磁场，电磁场加速产生高能离子，最终通过束靶相互作用产生中子。通过对中子产生速率进行积分可以得到总中子产额约为 0.23×10^7 ，这一结果与美国 LSP 程序通过完全动力学模拟得到的中子产额 0.86×10^7 在同一数量级^[38]。总体而言，通过混合模拟得到的高能离子束以及中子产额与实验在定性上符合较好。

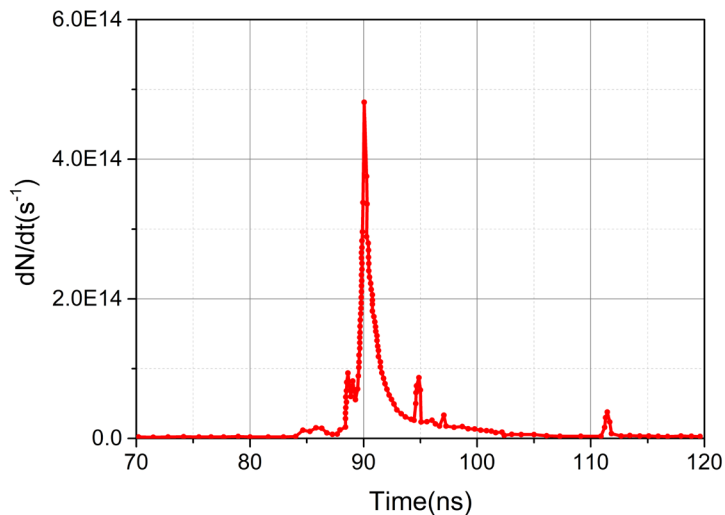


图 16. 中子产生速率随时间的变化

Fig. 16. The neutron production rate over time

4 结论

针对稠密等离子体焦点装置中宏观流体演化与微观离子动力学的耦合问题，本研究建立了一套基于全电磁求解的离子 PIC-电子流体混合模型。该混合模型在准中性假设下，将离子视为离散粒子追踪其非平衡动力学行为，将电子处理为无质量流体，并采用时域有限差分方法直接求解完整麦克斯韦方程组。由此突破了传统达尔文近似在真空区域磁场描述上的局限，实现了高密度等离子体区域与真空区域电磁场的统一自治描述。针对混合模拟中时间步推进问题，本研究引入了预估-修正方法，在不损失计算稳定性的前提下，实现了显式格式的自治推进，显著提高了算法的时间精度。通过与 LLNL 实验室 LSP 程序的模拟结果及 UNU 装置实验数据的对比，验证了本模型在轴向加速、径向内爆、箍缩时序及电路耦合等方面的可靠性。

最后利用该模型对 DPF 全物理过程进行模拟，在混合模拟框架下清晰复现了箍缩阶段 $m = 0$ 磁流体不稳定性触发的触发与发展过程，并揭示了其引发局部电磁场剧增（磁场超 200 T、轴向电场达 10^{11} V/m 量级）、进而加速产生高能离子束的演化机制。研究进一步确认了束靶相互作用是 DPF 中子的主要来源，模拟得到的

中子产额与完全动力学模拟结果量级一致。本工作建立的全电磁混合模拟方法为 DPF 及其他高能量密度装置中多尺度耦合问题的研究提供了可行的技术路径。

参考文献

- [1] Filippov N, Filippova T, Vinogradov V 1962 *Nucl. Fusion* **2** 577
- [2] Mather J 1964 *Phys. Fluids* **7** S28
- [3] Khan I, Jabbar S, Hussain T 2010 *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res.* **268** 2228
- [4] Khan K, Ahmad R, Hussain T 2022 *Radiat. Eff. Defects Solids* **177** 892
- [5] Rawat R 2015 *Proceedings of the International Conference on Recent Trends in Physics 2014* Jaipur, India, February 20-21, 2015 012021
- [6] Soto L 2005 *Plasma Phys. Control. Fusion* **47** A361
- [7] Tang V, Adams M, Rusnak B 2010 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **38** 719
- [8] Temple B, Barnouin O, Miley G H 1991 *Fusion Sci. Technol.* **19** 846
- [9] Thomas R, Yang Y, Miley G 2005 *Proceedings of the AIP Conference* **746** 536
- [10] Auluck S 2023 *Phys. Plasmas* **30** 043109
- [11] Gribkov V, Latyshev S, Miklaszewski R 2010 *Phys. Scr.* **81** 035502
- [12] Verma R, Roshan M, Malik F 2008 *Plasma Sources Sci. Technol.* **17** 045020
- [13] Lerner E J, Hassan S M, Karamitsos Z I, Fritsch R 2023 *J. Fusion Energy* **42** 7
- [14] Bennett N, Blasco M, Breeding K 2016 *Source and Diagnostic Development for a Neutron Diagnosed Subcritical Experiment* North Las Vegas, NV, United States
- [15] Bennett N, Blasco M, Constantino D 2016 *Dense Plasma Focus Experimental Results and Plans for NDSE* North Las Vegas, NV, United States
- [16] Krishnan M 2012 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **40** 3189
- [17] Bernard A, Coudevilie A, Jolas A 1975 *Phys. Fluids* **18** 180
- [18] Sadowski M, Herold H, Schmidt H 1984 *Phys. Lett. A* **105** 117
- [19] Decker G, Kies W, Nadolny R 1996 *Plasma Sources Sci. Technol.* **5** 112
- [20] Brzosko J S, Robouch B, Klobukowska J 1987 *Fusion Sci. Technol.* **12** 71
- [21] Gribkov V, Bienkowska B, Borowiecki M, Dubrovsky A V, Ivanova-Stanik I, Karpinski L, Miklaszewski R A, Paduch M, Scholz M, Tomaszewski K 2007 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **40** 1977
- [22] Dense Plasma Focus Group 1975 *Acta Phys. Sin.* **24** 309 (in Chinese) [浓密等离子]

- 子体焦点研究小组 1975 *物理学报* **24** 309]
- [23] Lv M F, Han Y, Yang J J, Wang X X 1996 *Tsinghua Sci. Technol.* **5** 36 (in Chinese)
[吕铭方, 韩旻, 杨津基, 王新新 1996 *清华大学学报* **5** 36]
- [24] Wang X X, Han Y, Wang Z W, Liu K 1999 *Sci. China* **29** 76 (in Chinese) [王新新, 韩旻, 王志文, 刘坤 1999 *中国科学* **29** 76]
- [25] Zhang G X, Luo C M, Wang X X 2002 *High Volt. Eng.* **28** 32 (in Chinese) [张贵新, 罗承沐, 王新新等 2002 *高电压技术* **28** 32]
- [26] Han Y, Luo C M, Wang K C 1995 *High Power Laser Part. Beams* **7** 461 (in Chinese)
[韩旻, 罗承沐, 王克超 1995 *强激光与粒子束* **7** 461]
- [27] Long J D, Chen L, Feng S P, 2019 *High Energy Dens. Phys.* **2** 42 (in Chinese) [龙继东, 陈林, 丰树平 2019 *高能量密度物理* **2** 42]
- [28] Chen L, Feng S P, Gao S S 2004 *Sci. China* **34** 458 (in Chinese) [陈林, 丰树平, 高顺受 2004 *中国科学* **34** 458]
- [29] Li M J, Fan J, Zhang F Q 2018 *High Power Laser Part. Beams* **30** 129 (in Chinese)
[李名加, 范娟, 章法强 2018 *强激光与粒子束* **30** 129]
- [30] Guo H S, Yang G Z, Zhu X B 2012 *Nucl. Electron. Detection Tech.* **32** 880 (in Chinese) [郭洪生, 杨高照, 朱学彬 2012 *核电子学与探测技术* **32** 880]
- [31] Lerner E J, Krupakar Murali S, Haboub A 2011 *J. Fusion Energy* **30** 367
- [32] Lerner E J, Hassan S M, Karamitsos-Zivkovic I, Fritsch R 2023 *J. Fusion Energy* **42** 7
- [33] Kiai S S, Adlparvar S, Sadeghi H, Fazelpour S 2025 *Sci. Rep.* **15** 14081
- [34] Auluck S, Kunes P, Paduch M, Sadowski M J, Krauz V I, Lee S, Soto L, Scholz M, Miklaszewski R, Schmidt H, Blagoev A, Samuelli M, Seng Y S, Springham S V, Talebitaher A, Pavez C, Akel M, Yap S L, Verma R, Kolacek, Keat P L C, Rawat R S, Abdou A, Zhang G X, Laas T 2021 *Plasma* **4** 450
- [35] Potter D 1971 *Phys. Fluids* **14** 1911
- [36] Garanin S F, Mamyshev V I 2008 *Plasma Phys. Rep.* **34** 639
- [37] Meehan B T, Niederhau H 2016 *JDMS* **13** 153
- [38] Schmidt A, Tang V, Welch D 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 205003
- [39] Schmidt A, Link A, Welch D 2014 *Phys. Plasmas* **21** 102703
- [40] Angus J, Link A, Schmidt A 2021 *Phys. Plasmas* **28** 010701

Particle–fluid hybrid simulation of dense plasma focus*

Sun Qiang¹⁾ Wang Chunyuan¹⁾ Dong Ye²⁾ Yang Wei²⁾ Zhao Yinjian³⁾ [†] Zhou Qianhong²⁾ ^{††}

1) (School of Electrical and Automation Engineering, Hefei University of Technology, Hefei
230009, China)

2) (Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100094, China)

3) (School of Energy Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001,
China)

Abstract

The Dense Plasma Focus (DPF) is a high-energy-density plasma device capable of producing extreme plasma conditions, which makes it promising for applications in fusion energy, radiation sources, and materials science. However, the dynamical process of DPF involve multi-scale processes, ranging from macroscopic magnetohydrodynamic (MHD) instabilities to microscopic kinetic ion behavior, which are not fully captured by traditional single-approach simulations. In this study, a self-consistent electromagnetic hybrid simulation framework is developed to investigate the complete physical process of DPF, including the run-down, run-in, pinch formation, and generation of high-energy ion beams. In the proposed model, ions are treated kinetically using the particle-in-cell (PIC) method, while electrons are described as a quasi-neutral massless fluid. The full set of Maxwell's equations is solved by the finite-difference time-domain (FDTD) method without invoking the Darwin approximation, allowing

electromagnetic waves to propagate self-consistently in both plasma and vacuum regions. A predictor-corrector iteration scheme is implemented to ensure stable and accurate time advancement in the hybrid algorithm. The model is first validated against simulation results from the LLNL laboratory obtained with the LSP code, showing good agreement in pinch timing despite slight differences in plasma geometry. Further validation with the UNU device confirms the accuracy of the hybrid model in simulating axial acceleration and circuit coupling. Using the verified model, the full DPF process is simulated. It is revealed that during the pinch phase, $m=0$ magnetohydrodynamic instabilities lead to the formation of localized plasma necks, where magnetic fields exceed 200 T and axial electric fields reach $\sim 10^{11}$ V/m. These extreme fields accelerate ions to energies up to 1.5 MeV, and a broad spectrum of ~ 100 keV ion beams is also observed. The results indicate that beam-target interactions driven by these accelerated ions constitute the primary mechanism for neutron production in DPF. This work demonstrates that the hybrid PIC-fluid-FDTD approach provides an efficient and physically comprehensive tool for modeling multi-scale plasma dynamics in DPF and similar high-energy-density devices.

Keywords: Dense plasma focus, Hybrid simulation, Prediction-correction, Pinch

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12475256, 5247120164).