

托克马克欧姆加热条件下锯齿放电的安全因子与扭曲模演化

沈勇^{1)†} 董家齐¹⁾²⁾ 何宏达¹⁾ 石中兵¹⁾ 马瑞瑞¹⁾ 李佳³⁾ 韩明昆¹⁾ 邓玮¹⁾

1) (核工业西南物理研究院, 成都 610041)

2) (新奥科技发展有限公司, 廊坊 065001)

3) (成都理工大学数理学院, 成都 610059)

摘要: 锯齿放电是托卡马克实验中的一种重要放电形式. 本文基于 HL-2A 抛物线型电流剖面欧姆放电实验, 利用 EFIT 平衡代码和 GATO 稳定性代码, 通过模拟扫描分析不同的轴安全因子(q_0)和不同极向比压(β_p)时的磁流体动力学(MHD)平衡及其稳定性, 研究了锯齿振荡放电中扭曲模的演化. 结果表明, 锯齿静止(quiescent)期间, 圆截面等离子体的 q_0 一般位于0.6–0.8之间, 偏滤器等离子体的 q_0 略小于1, 锯齿崩溃时 q_0 弛豫至略高于1. 当 $q_0 < 1$ 时, 等离子体中会出现 $m = 1/n = 1$ 内扭曲模. 当 $\beta_p > 0.3$ 时, 模是不稳定的. 随着 β_p 的增大, 不稳定性持续发展, 当 β_p 较高时, 扭曲不稳定性的发展导致内破裂, 引发锯齿崩塌. 研究表明判断运行 β 极限需以 $q_0 \geq 1$ 时的扭曲模 β 极限为准. 锯齿放电的运行 β 极限比非锯齿放电的高. 本文揭示了锯齿振荡在装置运行 β 极限预测中的应用和意义, 表明锯齿放电是包括 ITER 在内的现代托卡马克的一种理想运行模式.

关键词: 锯齿放电; 安全因子; 扭曲模; 内破裂; 运行 β 极限

PACS: 52.35.Py, 52.35.Tn, 52.35.Fa

*国家重点研发计划(批准号: 2024YFE03190001, 2024YFE03180200), 国家自然科学基金(批准号: 12405254, 12305232)和核工业西南物理研究院创新项目(批准号: 202301XWCX001)资助的课题.

†通信作者. E-mail: sheny@swip.ac.cn

1 引言

锯齿是在所有托卡马克中的各种运行场景下都能观察到的弛豫振荡,是磁约束等离子体中常见的一类宏观不稳定性^[1]. 锯齿在燃烧等离子体方面可以起到有益的作用,例如从中心排出氦灰和钨^[2]. 锯齿还可以触发低约束模(L模)到高约束模(H模)的转换^[3,4]. 但是,锯齿崩塌产生的扭曲模共振输运和相空间再分配可以驱动强烈的快离子输运^[5], 锯齿崩塌前的内部扭曲增长阶段会产生大量的快离子损失. 大振幅锯齿崩塌不仅会降低托卡马克的约束,还会触发相邻共振磁面中的新经典撕裂模^[6],而小振幅锯齿崩塌被认为能够防止聚变反应堆中的杂质积聚^[7]. 特别是对于ITER来说,聚变产生的 α 粒子可能会导致非常长的锯齿周期^[8]. 在聚变反应中,需要抑制大锯齿带来的坏处而保留频繁出现的小锯齿的好处. 因此,锯齿振荡控制引起了人们的极大兴趣^[9,10],使得对锯齿行为的详细物理解变得至关重要.

对于锯齿形成机制,先后提出了一些研究模型,包括Kadomtsev模型^[11,12]、准交换(quasi-interchange)模型^[13]、随机磁场模型^[14]、刚性位移和准交换流(quasi-interchange flow)模型^[15]、不完全弛豫模型^[16]和泰勒弛豫模型^[17]. 上述模型从不同物理角度解释了锯齿崩塌的原理. 这些模型基于各自的物理出发点或实验假设条件,可能不适用于特定情况或不能解释锯齿振荡中某些方面的物理机制. 例如,准交换模型考虑的电导率可能高于真实托卡马克. 应用最广的Kadomtsev模型认为,锯齿破裂是由于在 $q = 1$ 的奇异面处,撕裂模不稳定性的发展导致螺旋磁场快速重联而引起的. 但是,Kadomtsev模型没有给出锯齿破裂的触发条件及锯齿振荡周期的机制. 锯齿崩塌前后常伴有 $m = 1/n = 1$ 撕裂模的先兆振荡和后兆振荡,其中 m 和 n 分别是极向和环向模数. 其激发机制复杂,需要进一步的实验研究^[18]. 锯齿放电中也会出现 $m = 1/n = 1$ 内扭曲模. 扭曲模和锯齿崩塌都是聚变等离子体中常见的磁流体力学(MHD)不稳定性. 通常,扭曲模(包括外扭曲模)和锯齿崩塌这两种不稳定性可能共存,内扭曲模是锯齿崩塌的前兆. 两次锯齿崩塌之间的静止(quiescent)期会出现缓慢增长的扭曲模,这些扭曲模在每次崩塌前饱和^[19]. 已经有一些文献^[4,20,21]基于实验研究了扭曲模在锯齿放电中的作用,推测锯齿崩塌是由 $m = 1/n = 1$ 扭曲模的非线性演化引发的. 我们通过理论模拟手段来论证上述现象和结果,即利用基于实验参数的模拟来研究扭曲模演化对有

先兆锯齿振荡的影响.

另外, 锯齿不稳定性理论强烈依赖于磁轴上的安全因子(q_0)值以及安全因子 q 分布的细节. 在锯齿崩塌及其控制的研究中常常涉及 q_0 演化与 q 剖面的确定^[22-24]. 在对锯齿崩塌后 q_0 值的测量实验中, 得到了不同的结果^[25-27]. 这些实验结果可能与等离子体位形有关, 这需要得到理论上的确认. 我们将从实验模拟的角度, 探讨 HL-2A 锯齿不稳定性期间 q_0 的演变带给扭曲不稳定性 and 锯齿崩塌的影响.

锯齿放电在各种位形等离子体里都可实现^[20, 21, 28], 基本原理相同或类似. 由于等离子体圆截面位形最简单, 最有代表性, 因此我们将重点研究圆截面位形等离子体锯齿放电的性质, 辅以非圆截面位形等离子体部分案例, 力图给出托卡马克等离子体锯齿放电的基本的共同性质及其物理机制. 在国内装置中, 以 HL-2A 装置进行的圆和近圆截面位形锯齿放电实验最多、数据最全、最有代表性^[29]. 文献[30]初步研究了 HL-2A 装置近圆的偏滤器位形中 $q_0 \sim 1$ 的锯齿放电, 主要涉及多 n 扭曲模在宏观不稳定性中的角色定位. 本文扩展研究 q_0 和 β_p 在宽范围变化的锯齿放电, 涉及 HL-2A 上的两种位形. 本研究从理论模拟方面证实了实验上的一些重要现象, 例如对 q_0 演化的研究揭示了在锯齿静止期间, 圆截面等离子体的 q_0 位于 0.6 – 0.8 之间, 偏滤器等离子体的 q_0 位于略小 1 区间, 锯齿波崩溃时弛豫至略高于 1. 锯齿放电相较于 $q_0 \gg 1$ 的非锯齿放电能达到的最大运行 β 相对更高. 通过对比分析锯齿放电与非锯齿放电条件下的装置运行 β 极限, 揭示了锯齿振荡在装置运行 β 极限预测中的应用和意义. ITER 等先进托卡马克装置倾向于使大多数放电运行在锯齿放电参数区间^[31-34], 因为可以得到更大的聚变增益, 本文从装置能达到的最大运行 β 方面来理解和解释了其中的一个原因.

2 MHD 平衡计算与参数剖面

本项研究选择了具有典型等离子体参数的有代表性的放电作为研究基础. 选取的 HL-2A 装置第 9492 炮孔栏位形放电和 16074 炮偏滤器位形放电. 9492 炮等离子体参数为: 等离子体电流 $I_p = 155$ kA, 环形磁场 $B_t = 1.24$ T, 欧姆电流 $I_{oh} = 19$ kA; 16074 炮等离子体参数为: $I_p = 170$ kA, $B_t = 1.39$ T, 欧姆电流 $I_{oh} = 23$ kA. 等离子体大半径和小半径分别为 $R_0 \approx 1.65$ m 和 $a \approx 0.4$ m.

通过求解 Grad-Shafranov 方程^[35] 进行平衡重建和平衡计算. 在柱坐标系 (R, φ, Z) 中, 数值求解关于极向通量 ψ 的自由边界轴对称平衡方程:

$$R \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} = -\mu_0 R j_\phi, \quad (1)$$

$$j_\phi = R \frac{dP}{d\psi} + \frac{1}{\mu_0 R} F \frac{dF}{d\psi}. \quad (2)$$

式中, ψ 是归一化极向磁通量, j_ϕ 是环向电流密度, μ_0 是真空中磁导率. 式中含有两个自由函数 $P'(\psi)$ 和 $(F^2(\psi))'$ ($= 2F \frac{dF}{d\psi}$), 定义为:

$$P'(\psi) = \sum_{n=0}^{n_p} \alpha_n \psi^n, \quad (3)$$

$$(F^2(\psi))' = \sum_{m=0}^{n_F} \beta_m \psi^m. \quad (4)$$

式中, α_n 和 β_m 是两个多项式函数的系数. 在实际处理中, 电流密度分布建模为以下形式,

$$j_\phi = j_0 \left[\beta_p^0 \frac{R}{R_0} + (1 - \beta_p^0) \frac{R_0}{R} \right] (a + b\psi), \quad (5)$$

其中, R_0 是磁轴处的大半径, j_0 是初始电流, a 和 b 是非零常数. β_p^0 是极向 β 的初值. 一旦给定了基于真实实验中的典型放电的等离子体参数, 包括等离子体电流 I_p 、环向磁场 B_t 、极向场线圈电流测量值, 然后给定固定的 q_0 值并给出 β_p^0 , 则当限定生成如式 (5) 所示形式的抛物型电流剖面时, 即可由 EFIT 进行平衡计算生成想要的平衡. EFIT 算法是个循环的过程, 第一步需要假设初始等离子体电流分布 $j_\phi^{(0)}$, 并取 $n = 1$; 第二步是计算边界处的磁通值, 作为边界条件; 第三步是求解 Grad-Shafranov 方程, 得到各网格点处的极向磁通量 $\psi^{(n+1)}$, 并确定等离子体边界、磁轴及 X 点; 再用迭代法求解最小二乘问题, 确定相关参数; 最后一步是计算等离子体电流密度分布 $j_\phi^{(n+1)}$. 算法在第二步到最后一步之间循环 (每循环一轮都使 n 加 1), 直到得到收敛值. 注意, 以生成与等离子体参数和实测信号自洽的平衡位形为目标, 电流剖面优化是在给定条件下由 EFIT 代码自动完成的, 而且只有基于上述一系列合理的 (真实的) 实验参数, 这种优化才能正常地实现并得到与实验一致或可实现的平衡.

图 1(a)-(c) 分别显示 HL-2A 装置 9492 炮孔栏位形放电实验轴安全因子为 $q_0 = 0.8$ 时的不同 β_p 参数下的安全因子剖面、压强剖面和电流密度剖面. 安全因子分布主要受其边缘值 q_{95} 的影响. q_{95} 的减小导致 $q = 1$ 磁面向外移动, 等离子体中心的 q 剖面变平. β_p 对参数剖面有显著影响. 随着 β_p 的增加, 安全因子剖面显

示中心磁剪切变小, 压强剖面持续变尖, 电流剖面变宽. 在理想的情况下, 固定 q_0 值时, 极向比压的增加, 伴随着 $q = 1$ 磁面向外移动. 图1 (d)-(f) 显示 $\beta_p = 0.8$ 时不同 q_0 参数下的平衡剖面. 图1 (d) 显示, 在等离子体芯部区域的 q 剖面较平坦, 磁剪切大小取决于轴安全因子 q_0 . q_0 增大时, 磁剪切有减小的趋势, 因为边缘处的安全因子 q_a 基本相同. 只有 $q_0 = 1.05$ 时是个例外. 当 $q_0 = 1.05$ 时, 芯部磁剪切值小, q_a 却是最高的. 这与 $q_0 = 1.05$ 可以稳定 $m = 1/n = 1$ 内扭曲模的性质有关. 图1 (e) 和 (f) 表明压强剖面与电流密度剖面基本上同步变化, 即当 q_0 减小时, 这两种剖面都有变尖的趋势, 而且电流更加趋心.

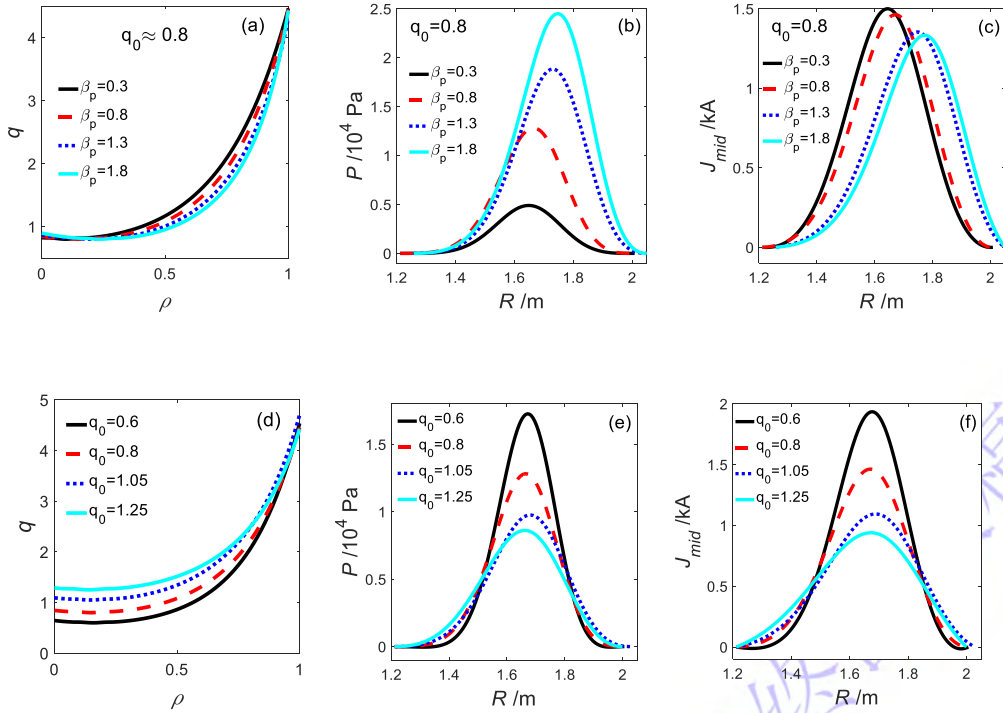


图 1 HL-2A 第 9492 炮放电中, 固定参数 $q_0 = 0.8$ (a,b,c) 和 $\beta_p = 0.8$ (d,e,f) 时的参数剖面, (a,d) 安全因子剖面, (b,e) 压强剖面, (c,f) 电流密度剖面. 其中 R 为大半径, ρ 为归一化小半径.

Figure 1. At $q_0 = 0.8$ and for different β_p in limiter discharge #9492, (a) safety factor (q), (b) equilibrium pressure, and (c) current density profiles; and at $\beta_p = 0.8$ and for different q_0 in limiter discharge #9492, (d) safety factor (q), (e) equilibrium pressure, and (f) current density profiles. Here, R and ρ represent major and normalized minor radii, respectively.

基于所构建的平衡, 使用 GATO 代码^[36] 来计算不同环向模数 (n) 下扭曲模的稳定性. 增长率 γ 按极向 Alfvén 频率 $\omega_A = [B_0^2/\mu_0\rho R_0^2q_0^2]^{1/2}$ 进行归一化, 得到特征值 $\lambda (\equiv (i\gamma)^2/\omega_A^2)$. 式中, ρ 表示质量密度. 为了避免与瞬态平衡变化混淆, 本研究侧重于研究最快增长的不稳定性 (即研究最大增长率情况). 如果 $|\lambda| \equiv$

$\gamma^2/\omega_A^2 > 10^{-4}$, 则平衡是不稳定的; 如果 $|\lambda| \leq 10^{-5}$, 则认为平衡是稳定的. 如果 $10^{-5} < |\lambda| \leq 10^{-4}$, 则需要检查模结构以确定稳定性; 即, 如果模具有高度局部化的结构, 则平衡是稳定的; 否则, 平衡被认为是不稳定的.

3 扭曲不稳定性

HL-2A 孔栏位形和偏滤器位形锯齿放电的基本特征如图 2 所示. 该图显示了这两种放电在 $q_0 = 0.95$ 和 1.05 时的稳定性计算结果. 从特征值 λ 来看, 当 $q_0 = 0.95$ 时, 两种放电等离子体都是不稳定的 (都有 $|\lambda| > 10^{-4}$); 而当 $q_0 = 1.05$ 时, 这两类等离子体都是稳定的 (都有 $|\lambda| < 10^{-5}$). 这是锯齿放电的典型特征.

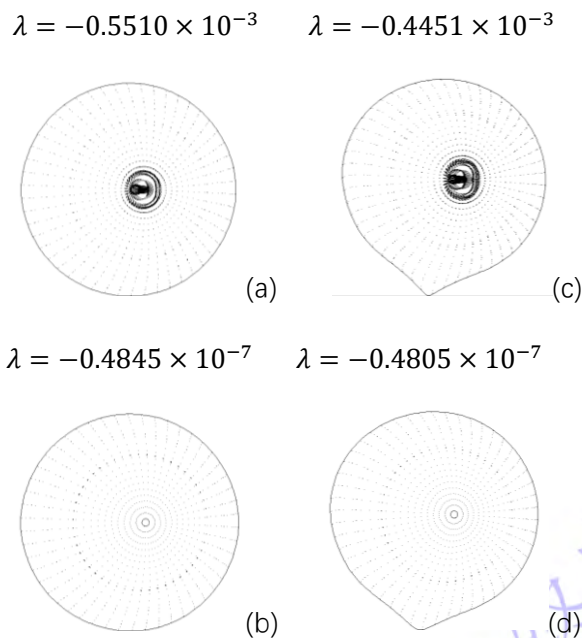


图 2 HL-2A 孔栏位形(a,b)和偏滤器位形(c,d)锯齿放电典型位形锯齿放电过程中等离子体稳定性, 参数如下: (a,c) $q_0 = 0.95$, (b,d) $q_0 = 1.05$.

Figure 2. MHD stabilities of the plasmas in HL-2A limiter, divertor and HL-3 typical sawtooth discharges with the parameters: (a,c) $q_0 = 0.95$, (b,d) $q_0 = 1.05$.

3.1 β 效应对扭曲模的影响

接下来我们研究孔栏位形(图 3-6)和偏滤器位形(图 7)锯齿放电中的扭曲模变化. 图 3 显示了低 q_0 ($= 0.6$) 时, 在不同 β_p 处等离子体扰动在极向截面的投影及模的傅里叶分解图. 一般来说, $q_0 < 1$ 时, (1,1) 内扭曲模总是不稳定的. 但图 3(a)

显示, 当 β_p 低至 0.1 时, 即使 $q_0 = 0.6 \ll 1$, 等离子体归一化增长率的平方值 $\lambda < 10^{-5}$, 表明等离子体处于稳定状态. 此时, $\beta_t = 0.037\%$, 归一化比压 $\beta_N^c = 0.12$. 所以, 当 β 很低时, 内扭曲模也可以稳定化. 当 $\beta_p > 0.3$ 时, 内扭曲模变得不稳定. 且随 β_p 的增加, 线性增长率逐步增大, 不稳定性强度随 β 的增大而增加. 从图 3(b), (d), (f) 和 (h) 来看, 不同 β_p 时模的结构基本相同, 都是以(1,1)内扭曲模为最强的谐波, 但随 β_p 的增长, (2,1)模以及其他更高 m 的谐波强度逐渐增大起来, 表明随 β 的增加, 外扭曲不稳定性逐渐增强.

$$\lambda = -0.7392 \times 10^{-5} \quad \lambda = -0.3195 \times 10^{-4} \quad \lambda = -0.2144 \times 10^{-3} \quad \lambda = -0.9960 \times 10^{-3}$$

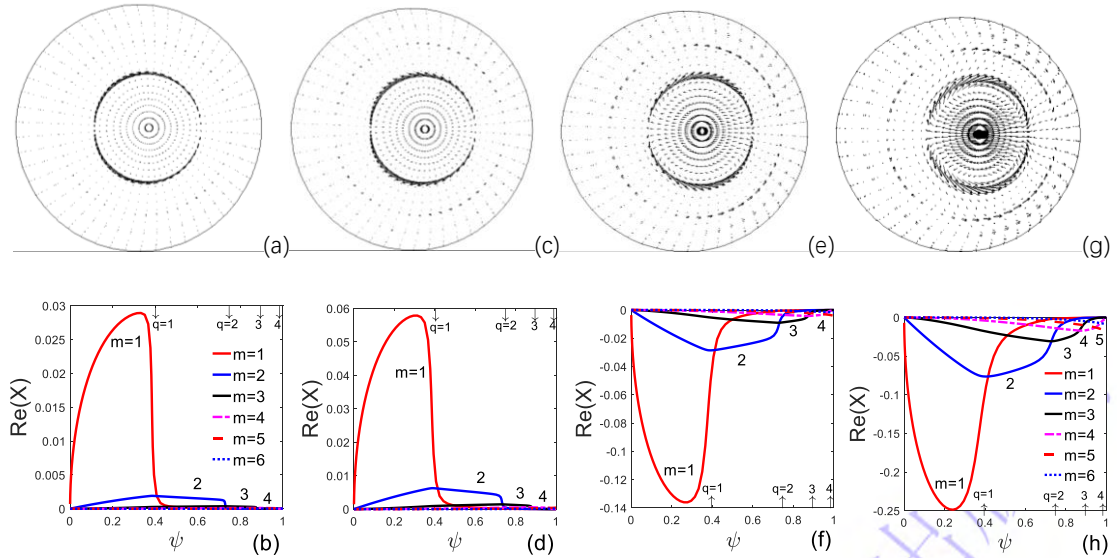


图 3. 9492 炮放电中的 β 效应对扭曲模的影响. 参数为 $q_0 = 0.6$, $\beta_p = 0.1$ (a, b), 0.3 (c, d), 0.8 (e, f) 和 1.3 (g, h). 图中的 $\text{Re}(X)$ 指等离子体径向扰动位移的实部. 下同.

Figure 3. β effects on kink modes in discharge #9492. The parameters are $q_0 = 0.6$ and $\beta_p = 0.1$ (a,b), 0.3 (c,d), 0.8 (e,f) 和 1.3 (g,h). $\text{Re}(X)$ in the figures represent the real part of radial perturbation displacement of the plasma.

3.2 q_0 效应对内扭曲模的影响

图 4 和图 5 显示了在固定的 β_p 、不同的 q_0 处等离子体的稳定性状态, 综合展示了在具有较小和较大 β 情况下, q_0 对等离子体不稳定性的影响. 首先, 图 4 表明当 β 较低 (如 $\beta_p = 0.3$) 时, $q_0 < 1$ (包括图中所示 $q_0 = 0.8$ 和 0.95) 时等离子体都是不稳定的, 主导不稳定性的是(1,1)内扭曲模. 当 q_0 提高到大于1时, (1,1)模被稳

定化了, 等离子体变成稳定的了.

$$\lambda = -0.1376 \times 10^{-4} \quad \lambda = -0.1204 \times 10^{-3} \quad \lambda = -0.4633 \times 10^{-7} \quad \lambda = -0.6379 \times 10^{-7}$$

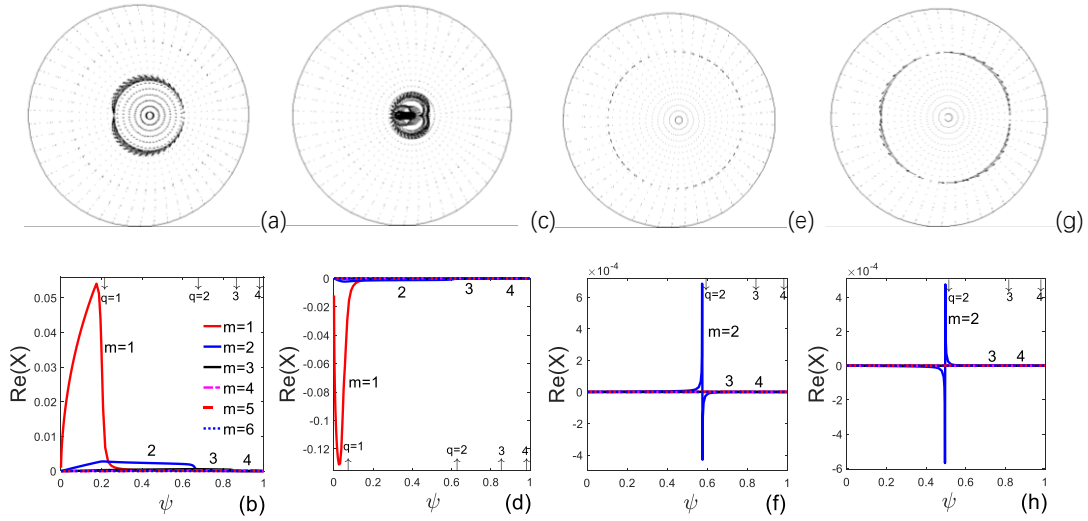


图 4. q_0 变化对内扭曲模的影响. 参数为 $\beta_p = 0.3$, $q_0 = 0.8$ (a,b), 0.95 (c,d), 1.05 (e,f) 和 1.25 (g,h).

Figure 4. q_0 effects on internal kink modes. The parameters are $\beta_p = 0.3$ and $q_0 = 0.8$ (a,b), 0.95 (c,d), 1.05 (e,f) and 1.25 (g,h).

比较图 4(a) 和 4(c), 我们发现当 $q_0 < 1$ 时, 在低 β 运行模式下, q_0 的进一步降低, 不但不会增加不稳定性强度, 增长率反而有所降低. 在锯齿崩塌前, 放电倾向于运行在 $q_0 = 0.6 - 0.8$ 区间, 而不是运行在 q_0 稍小于 1 比如 $q_0 = 0.95$ 的参数空间, 因为在此区间等离子体比 $q_0 = 0.95$ 时更稳定. 有趣的是, 在早前一些实验中 (例如, 参见文献[24]) 也得到类似的结果.

总之, 导致锯齿不稳定的内部扭曲模要求 $q_0 < 1$, 将 q_0 增加到 1 以上通常会抑制这种模. 虽然在较高 q_0 下降低磁剪切会影响其他 MHD 稳定性方面, 但当抛物线电流分布中 q_0 增加时, 整体扭曲驱动会降低. q_0 刚大于 1, 磁剪切高于高 q_0 , 利于其他 MHD 稳定性, 特别是驱动扭曲不稳定性的临界 β 是最高的.

当 β 很高时, 情况会发生一些变化. 当接近 β 极限时, q_0 稍大于 1 时等离子体才是稳定的, q_0 低于 1 时或 q_0 高于 1 较多时, 都不稳定. 如图 5 所示, 当 β 达到稳定性阈值 ($\beta_p = 1.8$) 后, 则只有 q_0 稍高于 1 的情况下等离子体是稳定的, 而在其他 q_0 (包括 $q_0 < 1$ 和 q_0 超过 1 较多) 时, 等离子体都是不稳定的. 当 $q_0 < 1$ 时, 最不稳定的谐波的是 $(m, n) = (1, 1)$ 内模; 当 $q_0 > 1$ 时, 最不稳定的谐波是 $(2, 1)$ 模等外模, 且其他

高 m 谐波强度也都相当高. 因此, 锯齿放电需要在 β 低于扭曲模极限的范围内进行. 另外, 比较 $q_0 = 1.05$ (图 5(e)) 和 $q_0 = 1.25$ (图 5(g)), 当 $q_0 > 1$ 时, 相对低的 q_0 有助于外扭曲不稳定性增长率的降低. 即当 $q_0 > 1$ 的情况下, q_0 越低时, 驱动外扭曲不稳定的 β 阈值越低.

$$\lambda = -0.2317 \times 10^{-2} \quad \lambda = -0.1111 \times 10^{-2} \quad \lambda = -0.1878 \times 10^{-5} \quad \lambda = -0.6081 \times 10^{-3}$$

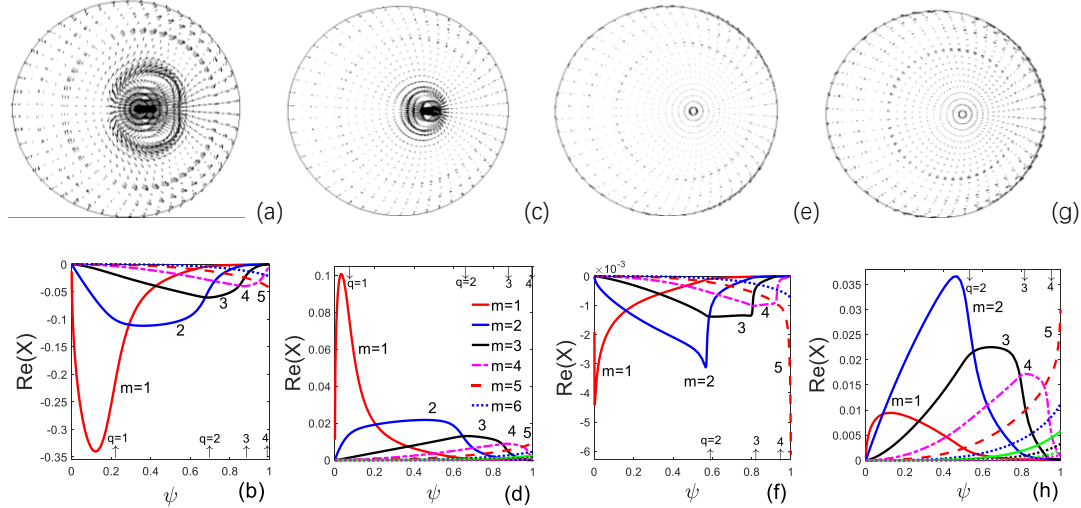


图 5. q_0 变化对内扭曲模的影响. 参数为 $\beta_p = 1.8$, $q_0 = 0.8$ (a,b), 0.95 (c,d), 1.05 (e,f) 和 1.25 (g,h).

Figure 5. q_0 effects on internal kink modes. The parameters $\beta_p = 1.8$ and $q_0 = 0.8$ (a,b), 0.95 (c,d), 1.05 (e,f) 和 1.25 (g,h).

比较图 5 和图 4, 当 β_p 高时, $q_0 < 1$ 时等离子体不稳定性显著高于 β_p 低的时候, 即在 β 较高时, (1,1)内扭曲不稳定性的的发展可能引起内破裂, 导致锯齿崩塌, q_0 变为大于 1, 内扭曲模被稳定化. 但随着加热的持续进行, 芯部电子温度升高, 电流密度增加, 电流剖面再次变尖, 使 q_0 又下降到低于 1, 内扭曲模重新变得不稳定, 随着内扭曲不稳定性的的发展, 出现新一轮内破裂. 但是, 只要 β 没有超过运行 β 极限, 等离子体就不会发生大破裂, 放电可以持续下去.

3.3 高 n 扭曲模

F. Porcelli 提出的锯齿振荡周期理论指出, 可以通过改变不稳定性阈值来修改锯齿振荡行为^[16]. 只有当锯齿崩塌的前兆是 $m = 1/n = 1$ 模时, Porcelli 的理论才有效. 然而, Wang 等^[23]和 Li 等^[37]发现, 当初始 q 分布为非单调时, 锯齿崩塌的前兆具有高 n , 而不是 $m = 1/n = 1$ 扭曲模; 在锯齿崩塌之前, 形成了多个磁通量管. 在非线形阶段, 主模态通过模态耦合从较高的 n 过渡到 $n = 1$, 最终的压力崩塌仍

由(1,1)模态主导. 但本文研究的 q 分布是单调的. 为跟上述非单调 q 分布的结果进行对比, 这里我们将核实单调 q 分布下高 n 模相对于 $n = 1$ 模在宏观不稳定性中的重要程度. 图 6 和图 7 分别展示了较低 q_0 和较高 q_0 时的多 n 扭曲模, 结果表明了 $n = 1$ 扭曲模在锯齿放电中的主导地位. 当 $q_0 = 0.8$ 时, $n = 1$ 模的增长率特征值绝对值 $|\lambda| > 10^{-5}$, 是不稳定的, 如图 4(a)所示. 此外, 如图 6 所示, $n = 2$ 模的特征值绝对值 $|\lambda| < 10^{-5}$, 是稳定的. $n = 3$ 模的增长率特征值绝对值 $|\lambda|$ 虽然大于 10^{-5} , 但图 6(d)显示其模结构高度局域化, 等离子体事实上是稳定的. 也就是说, 在低 q_0 且 β 低的情况下, 只有 $n = 1$ 模可能不稳定, $n > 1$ 模都是稳定的.

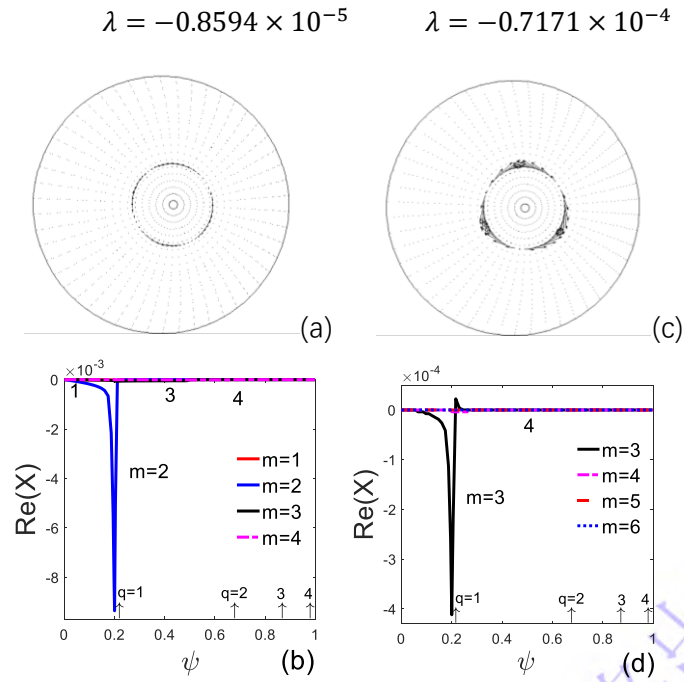


图 6. 扭曲不稳定性随 n 的变化. 参数为 $q_0 = 0.8$, $\beta_p = 0.3$, (a,b) $n = 2$, (c,d) $n = 3$.

Figure 6. Variation of kink instability against n . The parameters as $q_0 = 0.8$ and $\beta_p = 0.3$, (a,b) $n = 2$, (c,d) $n = 3$ kink modes.

当 $q_0 > 1$ 时, 只有在 β_p 较高时模才可能不稳定. 图 7 展示了 $q_0 = 1.25$ 且 $\beta_p = 1.71$ 时多 n 扭曲模的情况. $n = 1$ 模增长率特征值 $|\lambda| < 10^{-5}$, 模是稳定的. $n = 3$ 模的模结构是高度局域化的, 等离子体事实上是稳定的. $n > 4$ 模的扰动量在正负值之间骤然跳变, 属于数值解, 等离子体事实上也是稳定的. 只有 $n = 2$ 模比较特殊, 其特征值 $|\lambda| > 10^{-5}$, 且模结构(图 7(d))局域性不强, 表明这支模可能是不稳定的. 事实上, 在有的装置如 JET 的部分放电^[38]中, 就观察到 $n = 2$ 扭曲模占主导地位. 但是, 在一般情况下, 如果 $n = 2$ 处于弱不稳定状态, 等离子体仍可保持临界稳

定, $n = 1$ 模仍是占主导的, 下面将对此进行分析.

$$\lambda = -0.7296 \times 10^{-5} \quad \lambda = -0.3564 \times 10^{-4} \quad \lambda = -0.3122 \times 10^{-3} \quad \lambda = -0.1345 \times 10^{-2}$$

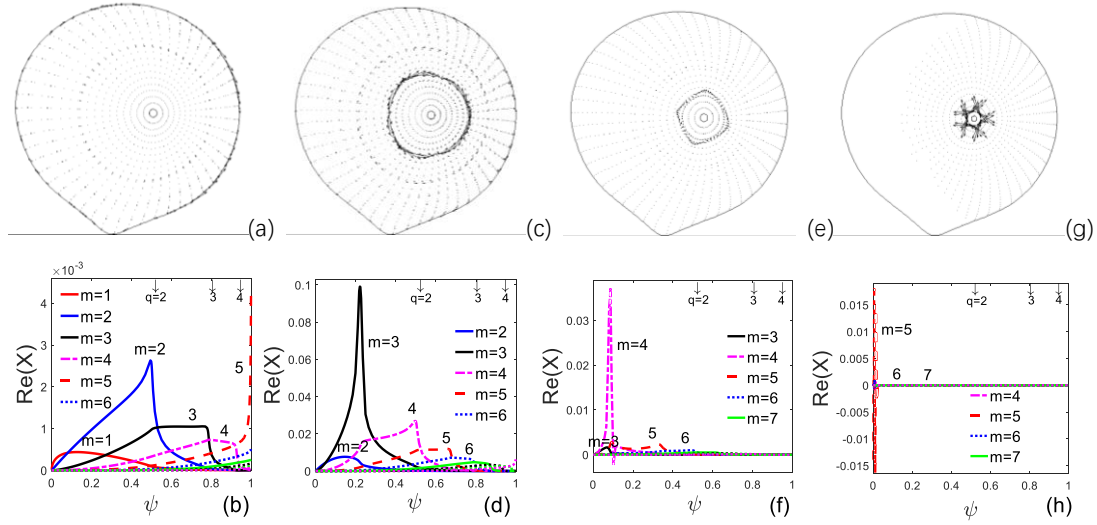


图 7. 第 16074 炮放电中扭曲不稳定性随 n 的变化. 参数为 $q_0 = 1.25$, $\beta_p = 1.71$, (a,b) $n = 1$, (c,d) $n = 2$, (e,f) $n = 3$, (g,h) $n = 4$.

Figure 7. Variation of kink instability against n in discharge #16074. with the parameters as $q_0 = 1.25$ and $\beta_p = 1.71$, (a,b) $n = 1$, (c,d) $n = 2$, (e,f) $n = 3$, (g,h) $n = 4$ kink modes.

图 6 和图 7 说明, $n = 1$ 模稳定时, 其他高 n 模一般情况下都是稳定的, 但特殊情况下 $n = 2$ 模可能不稳定, 但它基本上都属于 $n = 1$ 模占主导的弱不稳定模, 不影响等离子体的整体稳定性. 总之, 在锯齿放电中, $n = 1$ 扭曲模是占主导地位的, 这是计算锯齿放电下运行 β 极限的物理基础. 随着 n 的增加, 具有显著扰动振幅的谐波的极向模数 m 也增加, 模的谐波波长变短, 模结构越来越局部化. 物理上^[30], $n = 1$ 模占主导地位是因为长波扰动决定了扭曲不稳定性. 高 n 模的线性增长率与该模是否在等离子体中占主导地位并没有直接关系. 随着 n 的增加, 扰动波长迅速减小, 模增长率虽有增加, 但其对宏观不稳定性的影响被一些物理效应所削弱, 包括高 n 模具有更短的扰动波长、模结构局域化程度更高、起决定作用的 m 谐波的极向模数值 m 更高, 这样的谐波对全局不稳定性的贡献较低. 此外, 高 n 模波长较短, 短波发生非线性饱和的速度更快, 这也是高 n 模不如低 n 模对宏观不稳定性的影响大的原因之一.

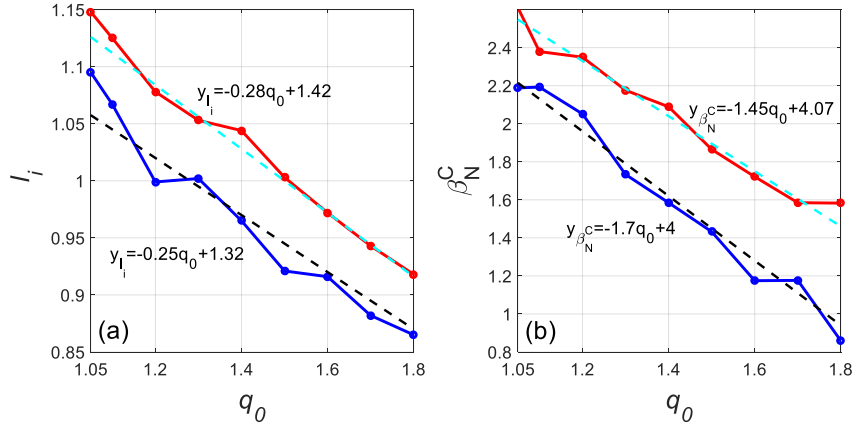


图 8 (a) 电感 l_i 和 (b) $n = 1$ 扭曲极限随 q_0 的变化, 蓝色线和红色线分别表示孔栏位形放电和偏滤器位形放电.

Figure 8. (a) Inductance l_i and (b) achievable maximum β_N (β_N^c) limited by $n = 1$ kink mode versus q_0 in limiter (shown by blue lines) and divertor (shown by red lines) discharges. Each parameter takes its value for marginal stability of the modes, the blue and red lines represent the limiter and divertor cases, respectively.

3.4 $n = 1$ 扭曲 β 极限

根据上面的分析, 表明锯齿放电的运行 β 极限可以以 $n = 1$ 扭曲模 β 极限为判定标准. 图 8 显示了在孔栏位形放电和偏滤器位形放电中 $n = 1$ 模临界稳定时的电感 l_i 和扭曲极限 β_N^c 随 q_0 的变化. 如图 8(a) 所示, 为了在最大 β 下实现稳定的放电, q_0 越大, 所需的内部电感 l_i 就越小. l_i 值随着 q_0 的增加而单调减小, 表明 l_i 和 q_0 之间呈线性关系. 在孔栏位形放电中, l_i 和 q_0 之间的关系为 $l_i \equiv y_{l_i} = -0.25q_0 + 1.32$. 随着 q_0 的增加, 可以通过减小 l_i 来提高扭曲模的稳定性, 这会增加等离子体边缘区域附近的剪切力, 从而提高稳定性. 同样, 典型偏滤器位形放电器中 l_i 和 q_0 之间关系的表达式为 $l_i \equiv y_{l_i} = -0.28q_0 + 1.42$. 两种情况下的 l_i 值大小相似, 偏滤器情况略高于孔栏情况. 一个更有趣的问题是运行 β 极限 (β_N^c) 随 q_0 的变化. 如图 8(b) 所示, β_N^c 随着 q_0 的增加单调递减, 最终分别达到最低值 ~ 1.9 和 ~ 1.6 . β_N^c 和 q_0 之间的关系是线性的, 也就是说, 对于孔栏位形放电, β_N^c 和 q_0 之间的关系为, $\beta_N^c \equiv y_{\beta_N^c} = -1.7q_0 + 4$; 对于偏滤器位形放电, $\beta_N^c \equiv y_{\beta_N^c} = -1.45q_0 + 4.07$. 这表明偏滤器情况下的 β_N^c 总体上略高, 随着 q_0 的增加, β_N^c 的降低速度比孔栏情况下的要慢, 这是偏滤器位形放电的优点之一.

4 结果与讨论

表 1 基于 HL-2A 第 9492 炮(孔栏位形)放电计算的不同 q_0 和不同 β_p 参数下的稳定性特征值 $|\lambda|$ (单位: 10^{-5})

Table 1. Stability eigenvalues $|\lambda|$ calculated based on HL-2A (limiter) discharge #9492 for different q_0 and different β_p (Unit of eigenvalue: 10^{-5}).

β_p	0.1	0.3	0.8	1.3	1.8	2.0
$q_0 = 0.6$	0.7392	3.196	21.44	99.6	258.4	365.2
$q_0 = 0.8$	2.671	1.376	16.05	90.52	231.7	361.3
$q_0 = 0.95$	1.874	12.04	51.10	69.87	111.1	192.4
$q_0 = 1.05$	0.0044	0.0046	0.0048	0.0049	0.1878	47.15
$q_0 = 1.25$	0.0061	0.0064	0.0066	0.0065	60.81	211.3

表 2 基于 HL-2A 第 16074 炮(偏滤器位形)放电计算的不同 q_0 和不同 β_p 参数下的稳定性特征值 $|\lambda|$ (单位: 10^{-5})

Table 2. Stability eigenvalues $|\lambda|$ calculated based on HL-2A (divertor) discharge #16074 for different q_0 and different β_p (Unit of eigenvalue: 10^{-5}).

β_p	0.1	0.3	0.8	1.3	1.85	2.0
$q_0 = 0.6$	0.0432	3.505	22.53	95.19	283.7	342.9
$q_0 = 0.8$	3.769	6.536	16.56	81.08	255.7	331.8
$q_0 = 0.95$	4.925	4.646	5.802	44.51	111.5	153.3
$q_0 = 1.05$	0.0045	0.0048	0.0048	0.0048	0.2024	30.70
$q_0 = 1.25$	0.0638	0.0064	0.0067	0.0067	27.50	125.3

基于9492炮孔栏位形放电和16704炮偏滤器位形放电参数计算的不同 q_0 和不同 β_p 参数下的扭曲模增长率特征值分别如表 1 和表 2 所示. 从表中特征值判断, 当 $\beta_p = 0.1$ 时, $q_0 = 0.6$ 参数下的等离子体是完全稳定的. 当 $\beta_p = 0.1$, $q_0 \leq 0.95$ 或 $\beta_p = 0.3$, $q_0 \leq 0.8$ 时, 等离子体是临界稳定的. 当 $\beta_p \leq 1$ 时, 对圆截面等离子体, q_0 介于0.6 – 0.8之间时的特征值远小于 $q_0 = 0.95$ 时的值, 说明在低 β 时锯齿静止期(要求 $q_0 < 1$)放电更倾向于运行在 $q_0 = 0.6 - 0.8$ 区间; 对于偏滤器等离子体, $q_0 < 1$ 时, q_0 越接近于1, 特征值越大, 说明在锯齿静止期放电更倾向于运行在 q_0 低于1但接近于1的区域. 当 $\beta_p = 1.8$ 时, 孔栏位形放电达到运行 β_p 极限; 当 $\beta_p = 1.85$ 时, 偏滤器位形放电达到运行 β_p 极限. 比压极限的计算方法可参见文献[39]. 根据上述结果讨论如下.

4.1 锯齿放电中 q_0 变化是个动态的过程

托卡马克等离子体中的锯齿不稳定性导致围绕磁轴的等离子体发生规则的周期性重组. 锯齿循环包括一个静止期, 在此期间等离子体密度和温度增加, 随后是螺旋磁扰动的增长, 接着是中心密度和温度的快速崩溃^[1]. 对锯齿不稳定性期间 q_0 变化的模拟分析表明, 弛豫的边界是 $q = 1$ 磁面. 在锯齿静止期, 圆截面等离子体的 q_0 一般在 0.6-0.8 之间, 偏滤器等离子体的 q_0 倾向于处于略小于1的区间; 当锯齿周期增加时, q_0 弛豫回到略低于1. 在锯齿崩溃时, q_0 弛豫回到1左右及以上的值. 锯齿崩塌前会出现的1/1内扭曲不稳定性. 表1和表2表明, 当 β_p 低($\beta_p < 1$)时, $q_0 \ll 1$ 比 $q_0 \lesssim 1$ 的等离子体不稳定性更弱. 另一方面, 当 β_p 高时(如 $\beta_p \geq 1.3$), $q_0 \lesssim 1$ 与 $q_0 \gg 1$ 时的等离子体不稳定性更弱. 当 β_p 高于运行 β 极限 β_N^c , 即当孔栏位形放电中 $\beta_p > 1.8$, 偏滤器位形放电中的 $\beta_p > 1.85$ 时, $q_0 > 1$ 的等离子体中外扭曲模将发展起来, 并成为主导不稳定性的模式, 等离子体将可能迎来大破裂的发生.

我们重点看圆截面等离子体的情况, 稳定性计算结果如图4和5及表1所示. 随欧姆加热的进行, 电子温度上升, 电流聚芯, 电流密度剖面峰化程度增高, 引起 q_0 下降, 当 q_0 下降到低于1时, 出现内扭曲模不稳定性. 在锯齿崩塌之前, 电流密度剖面会持续变尖, q_0 会持续降低, 降低到 $q_0 = 0.6 - 0.8$, 在此参数下等离子体处于临界稳定状态下, 增长率相对较低, 此状态相较 $q_0 \sim 0.95$ (即 q_0 稍低于1)更易维持, 不过, 在 $\beta_p \geq 0.3$ 时, 内扭曲模仍处于低增长率的不稳定状态, 随着不稳定性的持续发展, 等离子体会出现内破裂, 引起锯齿崩塌. 锯齿崩塌后能量向外输运, 电子温度大幅降低, 压强剖面变平, 电流密度剖面也变平, 引起 q_0 升高到稍大于1, 内扭曲模被稳定化, 等离子体进入稳定状态.

实验上, 采取抑制锯齿的措施如辅助加热后, 内扭曲导致等离子体局域扰动, 引起压强与电流重分布, 压强变平抑制气球模; 而电流变平, $q_0 > 1$, 内扭曲被抑制; 然后随着放电的继续进行, 中心温度升高, 电流又开始变尖, 使 q_0 降低, $q_0 < 1$ 时又驱动内扭曲不稳定性.

4.2 β 变化的影响

表 1 和表 2 还显示了锯齿振荡过程中 β 的变化. 在相同参数下, β 越大, 扭曲模增长率越高, 模结构越全域化. 随着加热的进行, 电子温度越来越高, 等离子体热压强增大, β 增大, 扭曲模增长率越来越大, 等离子体不稳定性增强. 例如, 在参数为 $q_0 = 0.8$ 和 $\beta_p = 0.3$ 时, 归一化增长率的平方值 $\gamma^2/\omega_A^2 = 1.376 \times 10^{-5}$, 等离子体处于稳定状态. 当 $\beta_p = 0.8$ 和 1.3 时, γ^2/ω_A^2 分别为 1.605×10^{-4} 和 9.052×10^{-4} , 等离子体处于弱不稳定状态, $m = 1/n = 1$ 内扭曲模占主导.

如图 3 所示, 当 $q_0 < 1$ 且 β 较高时, 内扭曲不稳定性的发展很快, 最终引起内破裂, 导致锯齿崩塌. 在锯齿崩塌前, β 相对较高, 锯齿崩塌后, 由于能量向外输运, 热压强降低, β 值会减小, 电流剖面变尖, 引起 q_0 下降, 当 q_0 降低到低于1后, (1,1)内扭曲模又出现了. 随着加热的进行, β 重新渐渐上升, 放电向下一个内破裂循环发展. 当 $q_0 \geq 1$ 且 β 不太高时, 等离子体将一直处于稳定状态. 当 β 增大到大于临界值时, 外扭曲模发展起来, 外扭曲不稳定性导致等离子体进入不稳定状态, 导致大破裂, 放电中止. 只要不超过运行 β 极限, 一般就不会发生大破裂. 但在 $q_0 < 1$ 时, 随着 $m = 1/n = 1$ 内扭曲不稳定性的发展, 等离子体可能出现内破裂, 引起锯齿崩塌. 锯齿崩塌伴随等离子体能量由内部向外部输运, 电子温度和电子密度下降, 压强剖面拉平; 芯部电流密度降低, 电流密度剖面拉平, q_0 上升. 当 q_0 略大于 1 时, $m = 1/n = 1$ 内扭曲模被抑制.

4.3 装置运行 β 极限与ITER计划中的锯齿放电

装置运行所能达到的最大 β 值称为装置运行 β 极限. 在 β 极低如 $\beta_p = 0.1$ 时, 不管 q_0 大小为多少, 等离子体都是绝对稳定的. 当 β 升高时, 等离子体的稳定性与 q_0 的大小有关. 当 $q_0 < 1$ 时, $m = 1/n = 1$ 内扭曲不稳定性占主导, 使得当 $\beta_p \geq 0.3$ 时等离子体都是不稳定的, 也即不存在严格的 β 极限. 但是, 如果属于锯齿放电, 由于内破裂引起的锯齿崩塌后使 q_0 上升到略大于1, 等离子体变得稳定, 此时存在 β 极限. 由于在每个锯齿周期中 q_0 在小于1和大于1之间振荡. $q_0 < 1$ 时内扭曲模占主导, 可以引起内破裂, 出现锯齿崩塌, 轴安全因子变为 $q_0 \geq 1$, 等离子体进入稳定状态, 随后随着芯部加热, q_0 又变为小于1, 放电进入下一个锯齿周期. 总

之, $q_0 < 1$ 时放电不会中止, 但 $q_0 > 1$ 时, 外扭曲模的发展却可能导致大破裂. 因此, 锯齿放电的 β 极限以 q_0 大于1时的最大 β 为运行 β 极限.

进一步的研究(图6-8)表明, 当 $q_0 > 1$ 时, β 较大时有多 n 扭曲模出现, 但占主导地位的是 $n = 1$ 模. 同时发现, 在所有 $q_0 (> 1)$ 中, 以 q_0 略大于1的 β 极限最高, 这个极限被确定为装置运行 β . 这时的 q_0 略大于1的 β 极限, 恰好对应着实验上的锯齿放电 β 极限. 随 q_0 的继续增大, β 极限逐渐变小. 由此推之, 抛物线性电流剖面放电以锯齿放电达到的 β 极限为最高. 这就体现了锯齿放电的优点. ITER 计划大多数放电运行在锯齿放电参数区间, 其中一个好处是锯齿崩塌有利于及时排出杂质, 并得到更高的聚变增益. 锯齿放电可实现最大运行 β . 同时, 锯齿导致L模向H模的转换时, 在H模下可得到很高的运行 β , 实现高 β 放电^[40]. 当然, 在放电中需要对锯齿进行调控, 抑制大锯齿带来的坏处而保留频繁出现的小锯齿的好处. ITER 运行有三种主要模式—感应模式、混合模式和稳态运行模式. 在感应模式(欧姆)放电的电流爬升阶段往往会出现锯齿, 混合模式中电子回旋电流驱动(ECCD)^[41]等也可触发锯齿振荡, 中性束注入(NBI)加热^[42]、低混杂波驱动(LHCD)^[43]和电子回旋共振加热(ECRH)^[44]等辅助加热与驱动可以有效调控或抑制锯齿振荡. 锯齿可触发L-H转换, 为进入高约束模(H模)稳态运行创造条件. 在稳态运行阶段, 一般采用共振磁扰动(RMP)主动调控结合等离子体参数优化等措施, 实现锯齿的稳定控制^[33, 34].

5 结论

本文基于HL-2A实验数据, 模拟扫描分析了不同 q_0 和不同 β_p 时的MHD平衡及其稳定性, 研究了锯齿放电中的扭曲模演化, 核实了有关锯齿放电的重要实验结果, 验证和发展了锯齿崩塌相关物理. 结果表明, 1) 对于圆截面等离子体, q_0 略小于1后, β 低, q_0 越低增长率越小, 可能是锯齿静止期间一种持续时间较长的平衡位形; 但对于偏滤器等离子体, 在锯齿静止期间 q_0 略低于1. 2) q_0 略大于1后, 内扭曲模稳定化, 在 β_p 中等或较大时, 平衡都可以是稳定的, q_0 越高增长率越大, q_0 约大于1时的平衡是一种可以达到最大运行 β 的平衡位形. 锯齿崩塌是由于 $m = 1/n = 1$ 内扭曲模不稳定性的缓慢发展, 引起内破裂(因为扰动局限于芯部 $q < 1$

磁面内部, 故是内破裂). 即崩塌始于 (1,1) 模式的非线性增长. 本文还探讨了锯齿放电在装置运行 β 极限预测中的意义和应用, 讨论了基于孔栏位形放电和偏滤器位形放电的 $n = 1$ 扭曲 β 极限随 q_0 的变化规律, 反映了锯齿放电可以达到最高的运行 β , 在托卡马克实验中具有特殊地位.

参考文献

- [1] Chapman I T, Pinches S D, Graves J P, Akers R J, Appel L C, Budny R V, Coda S, Conway N J, de Bock M, Eriksson L-G, Hastie R J, Hender T C, Huysmans G T A, Johnson T, Koslowski H R, Krämer-Flecken A, Lennholm M, Liang Y, Saarelma S, Sharapov S E, Voitsekhovitch I, the MAST and TEXTOR Teams and JET EFDA Contributors 2007 *Plasma Phys. Control. Fusion* **49** B385
- [2] Kim D, Goodman T P, Sauter O 2014 *Phys. Plasmas* **21** 061503
- [3] Martin Y R 2004 *Plasma Phys. Control. Fusion* **46** A77
- [4] Shao L M, Xu G S, Yan N, Chen R, Chen L, Duan Y M, Gao W, Qian J P, Shen W, Ti A, Xu M 2020 *Phys. Lett. A* **384** 126184
- [5] Bonofiglio P J, Podestà M, Vallar M, Gorelenkov N N, Kiptily V, White R B, Giroud C, Brezinsek S, JET Contributors 2022 *Nucl. Fusion* **62** 112002
- [6] Sauter O, Westerhof E, Mayoral M L, Alper B, Belo P A, Buttery R J, Gondhalekar A, Hellsten T, Hender T C, Howell D F, Johnson T, Lamalle P, Mantsinen M J, Milani F, Nave M F F, Nguyen F, Pecquet A L, Pinches S D, Podda S, Rapp J 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 105001
- [7] Nave M F F, Rapp J, Bolzonella T, Dux R, Mantsinen M J, Budny R, Dumortier P, von Hellermann M, Jachmich S, Koslowski H R, Maddison G, Messiaen A, Monier-Garbet P, Ongena J, Puiatti M E, Strachan J, Telesca G, Unterberg B, Valisa M, de Vries P, contributors to the JET-EFDA Workprogramme 2003 *Nucl. Fusion* **43** 1204
- [8] Hu B, Betti R, Manickam J 2006 *Phys. Plasmas* **13** 112505
- [9] Chapman I T, Jenkins I, Budny R V, Graves J P, Pinches S D, Saarelma S 2008 *Plasma Phys. Control. Fusion* **50** 045006
- [10] Lerche E, Lennholm M, Carvalho I S, Jacquet P, Mantsinen M, Dumortier P, Van Eester D, Graves J P, Card P, Noble C 2020 *Nucl. Fusion* **60** 126037
- [11] Kadomtsev B B 1975 *Sov. J. Plasma Phys.* **1** 389
- [12] Wesson J A 1990 *Nucl. Fusion* **30** 2545
- [13] Wesson J A 1986 *Plasma Phys. Control. Fusion* **28** 243
- [14] Lichtenberg A J, Itoh K, Itoh S-I, Fukuyama A 1992 *Nucl. Fusion* **32** 495
- [15] Kolesnichenko Ya I, Yakovenko Yu V, Anderson D, Lisak M, Wising F 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 3881
- [16] Porcelli F, Boucher D, Rosenbluth M N 1996 *Plasma Phys. Control. Fusion* **38** 2163
- [53] Taylor J B 1986 *Rev. Mod. Phys.* **58** 741
- [17] Gimblett C G, Hastie R J 1994 *Plasma Phys. Control. Fusion* **36** 1439
- [18] Igochine V 2023 *Phys. Plasmas* **30** 120502

- [19] Buratti P, Alper B, Annibaldi S V, Becoulet A, Belo P, Bucalossi J, Baar M de, Vries P de, Frigione D, Gormezano C, Joffrin E, Smeulders P, JET-EFDA contributors [2006 *Plasma Phys. Control. Fusion* 48 1005](#)
- [20] Lazarus EA, Luce T C, Austin M E, Brennan D P, Burrell K H, Chu M S, Ferron J R, Politzer A. W. Hyatt, R. J. Jayakumar, L. L. Lao, J. Lohr, M. A. Makowski, T. H. Osborne, C. C. Petty, P A, Prater R, Rhodes T L, Scoville J T, Solomon W M, Strait E J, Turnbull A D, Waelbroeck F L, Zhang C [2007 *Phys. Plasmas* 14 055701](#)
- [21] Aydemir A Y, Kim J Y, Park B H, Seol J [2015 *Phys. Plasmas* 22 032304](#)
- [22] Messmer M C C, Ko J, Chung J, Woo M H, Lee K-D, Jaspers R J E [2018 *Nucl. Fusion* 58 016030](#)
- [23] Wang X, Zhang W, Ma Z W [2025 *Nucl. Fusion* 65 016055](#)
- [24] Wróblewski D, Lao L L [1991 *Phys. Fluids B: Plasma Physics* 3 2877](#)
- [25] Wróblewski D, Huang L H, Moos H W, Phillips P E [1988 *Phys. Rev. Lett.* 61 1724](#)
- [26] Osborne T H, Dexter R N, Prager S C [1982 *Phys. Rev. Lett.* 49 734](#)
- [27] O'Rourke J [1991 *Plasma Phys. Control. Fusion* 33 289](#)
- [28] Ding X, Zhao K, Xie Y, Chen Z, Chen Z Y, YANG Z, Gao L, Ding Y, Wen S, Hu Y, [2025 *Acta. Phys. Sin.* 74 045201](#) (in Chinese) [丁肖冠, 赵开君, 谢耀禹, 陈志鹏, 陈忠勇, 杨州军, 高丽, 丁永华, 温思宇, 胡莹欣 [2025 *物理学报* 74 045201](#)]
- [29] Shen Y, Dong J, Shi Z, He H, Zhao K, Peng X, Qu H, Li J, Sun A [2025 *Acta. Phys. Sin.* 74 135204](#) (in Chinese) [沈勇, 董家齐, 石中兵, 何宏达, 赵开君, 彭晓东, 曲洪鹏, 李佳, 孙爱萍 [2025 *物理学报* 74 135204](#)]
- [30] Shen Y, Dong J Q, He H D [2025 *IEEE Trans. Plasma Sci.* 53 3129](#)
- [31] Eriksson L-G, Johnson T, Mayoral M-L, Coda S, Sauter O, Buttery R J, McDonald D, Hellsten T, Mantsinen M J, Mueck A, Noterdaeme J-M, Santala M, Westerhof E, Vries P de, JET-EFDA contributors [2006 *Nucl. Fusion* 46 S951](#)
- [32] ITER Physics Expert Group on Disruptions, Plasma Control and MHD, ITER Physics Expert Group on Energetic Particles, Heating and Current Drive, ITER Physics Expert Group on Diagnostics and ITER Physics Basis Editors [1999 *Nucl. Fusion* 39 2577](#)
- [33] Kessel C E, Giruzzi G, Sips A C C, Budny R V, Artaud J F, Basiuk V, Imbeaux F, Joffrin E, Schneider M, Murakami, [Luce M T, St John H, Oikawa T, Hayashi N, Takizuka T, Ozeki T, Na Y-S, Park J M, Garcia J, Tucillo A A](#) [2007 *Nucl. Fusion* 47 1274](#)
- [34] Na Y-S, Schuster E, Budny R V, Garofalo A M, Hahn S-H, Kim H-T, Koechl F, Polevoi A R, Barr J, Baruzzo M, [Battaglia D, Bobkov V, Chung J, Colas L, de Vries P C, Ding S, Dubrov M, Esposito B, Felici F, Fujita T, Garcia J, Gong X, Granucci G, Gribov Y, Hanada K, Hayashi N, Helou W, Hobirk J, Huang J, Ide S, Jacquet P, Kang J, Kavin A, Khayrutdinov R, Kim B, Kim H-S, Kim S H, Lee Y, Lerche E, Lin Y, Lukash V, Mailloux J, Mineev A, Martinez A P, Park J M, Schneider M, Snipes J A, Victor B S, Yoo M-G, Zhang B](#), ITPA Integrated Operation Scenario topical group [2025 *Nucl. Fusion* 65 093001](#)
- [35] Lao L L, John H St, Stambaugh R D, Kellman A G, Pfeiffer W [1985 *Nucl. Fusion* 25 1611](#)
- [36] Bernard L C, Helton F J, Moore R W [1981 *Comput. Phys. Commu.* 24 377](#)
- [37] Li E, Igochine V, Dumbrajs O, Xu L, Chen K, Shi T, Hu L [2014 *Plasma Phys. Control. Fusion* 56 125016](#)
- [38] Huysmans G T A, Hender T C, Alper B, Baranov Yu F, Borba D, Conway G D, Cottrell G A, Gormezano C, Helande P, Kwon O J, Nave M F F, Sips A C C, Söldner F X, Strait E J, Zwingmann W P, JET Team [1999 *Nucl. Fusion* 39 1489](#).

- [39] Shen Y, Dong J Q , He H D, Li J, Wu N, Zhao K J, Deng W 2024 *J. Phys. Soc. Jpn.* **93** 104501
- [40] Turnbull A D, Taylor T S, Lin-Liu Y R, John H St 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 718
- [41] Zanini M, Laqua H P, Thomsen H, Stange T, Brandt C, Braune H, Brunner K J, Fuchert, G, Hirsch M, Knauer J, Höfel U 2020 *Nucl. Fusion* **60** 106021
- [42] Angioni C, Pochelon A, Gorelenkov N N, McClements K G, Sauter O, Budny R V, De Vries P C, Howell D F, Mantsinen M, Nave M F F, Sharapov S E 2002 *Plasma Phys. Control. Fusion* **44** 205
- [43] Söldner F X, McCormick K, Eckhardt D, Kornherr M, Leuterer F, Bartiromo R, Becker G, Bosch H S, Brocken H, Derfler H, Eberhagen A 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 1137
- [44] Sertoli M, Odstrcil T, Angioni C 2015 *Nucl. Fusion* **55** 113029

Study on the evolution of safety factor and kink modes in tokamak sawtooth discharges under ohmic heating conditions

SHEN Yong^{1)†} DONG Jiaqi¹⁾²⁾ HE Hongda¹⁾ SHI Zhongbing¹⁾ MA Ruirui¹⁾ LI Jia³⁾ HAN Mingkun¹⁾ DENG Wei¹⁾

¹⁾Southwestern Institute of Physics, Chengdu 610041, China

²⁾ENN Science and Technology Development Co., Ltd., Langfang 065001, China

³⁾ School of Mathematics and Science, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China

Sawtooth discharge [is an](#) important discharge mode in tokamak experiments. Based on [ohmic discharge](#) experiments with a parabolic current profile in the HL-2A tokamak and employing the MHD equilibrium code EFIT and stability code GATO, this study investigates the evolution of kink modes in tokamak sawtooth discharges by simulating and scanning the magnetohydrodynamic (MHD) equilibrium and stability at different axial safety factor (q_0) and poloidal beta (β_p). The results indicate that during the sawtooth quiescent phase, the q_0 of circular cross-section plasma typically ranges between 0.6 and 0.8, while the q_0 of divertor plasma is slightly less than 1, and it relaxes to slightly above 1 when the sawtooth wave collapses. When $q_0 < 1$, an $m = 1/n = 1$ internal kink mode appears in the plasma. If $\beta_p > 0.3$, the mode becomes unstable. As β_p increases, the instability continues to develop, and at higher β_p , the growth of kink instability leads to internal disruptions, triggering sawtooth collapse. Sawtooth discharges are in a dynamic process where the plasma oscillates between unstable (when $q_0 < 1$) and stable (when $q_0 > 1$) states during each sawtooth cycle. As long as the operational β limit is not [beyond](#), internal disruptions caused by kink instability do not lead to major disruptions. [Whether the plasma disrupts or not depends on whether the kink mode continues to develop, so the operational \$\beta\$ limit is determined on the base of the kink mode \$\beta\$ limit when \$q_0 \gtrsim 1\$. Compared to non-sawtooth discharges with \$q_0 \gg 1\$, a relatively higher maximum operational \$\beta\$ can be achieved in sawtooth discharges.](#) It was found that in discharge experiments with parabolic safety factor profiles, the operational β limit of sawtooth discharges was high compared to non-sawtooth discharges. We explained the internal disruptions and sawtooth collapses from the perspective of evolution of kink modes according to experimental and simulation results. The analysis highlighted the significance and application of

sawtooth discharges in predicting the operational β limits of the device, demonstrating that sawtooth discharges are one of the ideal operational modes for modern tokamaks, including ITER.

Key words: sawtooth discharge; safety factor; kink mode; internal disruptions; operational β limit

PACS: 52.55.Fa, 52.35.Py, 52.55.Tn

* Project supported by the National Key R&D Program of China (Grant Nos. 2024YFE03190001 and 2024YFE03180200), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12305232 and 12305232) and the innovation program of Southwestern institute of physics (Grant No. 202301XWCX001).

† Corresponding author. Email: sheny@swip.ac.cn

录用稿件，非最终出版稿