

输出可调三轴正交同相振动方向变换器*

许龙^{1)†} 王刚¹⁾ 张海岛¹⁾ 韩亮亮²⁾

1) (中国计量大学理学院, 杭州 310018)

2) (深圳绿源轩电子技术有限公司, 深圳 518000)

摘要

三维正交振动方向变换器集功率合成和三维声辐射为一体的超声振动系统, 在功率超声技术领域具有重要应用价值。目前关于三维振动方向变换器的解析设计理论主要是基于复杂的波动方程法, 对其振动特性的研究也聚焦于对称结构的三维振动方向变换器。为此, 本文基于一维纵向振动理论、表观弹性法及力电类比原理, 建立了三维正交振动方向变换器三维耦合振动的简明等效电路模型, 设计了多个不同横向和纵向尺寸的变换器, 通过有限元仿真与实验测试对其振动性能进行分析。结果表明, 变换器某一方向的横向或纵向尺寸减小时, 对应于该方向细棒的等效质量减小, 同相共振下该方向输出端位移幅值增大; 反之, 增加变换器某一方向的尺寸则该方向的等效质量增加, 使其该方向的位移幅值减小。由此可知, 通过调节变换器各方向的横向或纵向尺寸, 可灵活调控各输出端的振动位移幅值, 从而满足多样化超声应用需求。理论计算结果与有限元仿真和实验测试结果一致, 该等效电路模型为三维正交振动方向变换器的工程设计与优化提供了简明的设计理论。

关键词: 振动方向变换器, 共振频率, 等效电路, 耦合振动

PACS: 43.38.+n, 43.40.+s

基金: 国家自然科学基金项目(批准号: 12074354)资助的课题。

† 通信作者. E-mail: xulong@cjlu.edu.cn

1 引言

功率超声技术作为超声领域的关键应用技术之一, 在超声加工、超声焊接、废水处理等领域有着深度应用^[1-3], 同时在超声驱动、成像、传感等低功率应用场景中也获得广泛应用^[4-6]。随着功率超声技术的持续发展和特定应用场景的需求,

业界对超声振动系统的技术指标提出了更为严苛的要求，包括多维度超声辐射、大功率输出以及高效能量转换。传统的一维纵向振动换能器仅具备单向振动传输的能力，存在辐射面积狭小、功率容量有限等固有缺点，难以满足实际应用需求。为适配实际需求，常用两种方法提高换能器的功率容量：一种是依次级联若干个半波长夹心式换能器构成多激励复合结构^[7]；另一种则是将多组压电陶瓷晶堆或多个夹心式纵向振动换能器并联排布或以一定角度排列，构建成振板声源或组成多激励源换能器^[8]。多激励结构虽能提高换能器的功率容量，但仍存在超声作用方向单一、单个换能器辐射面积有限等不足。

为实现单个超声振动系统的多维声辐射，国内外学者做了许多研究：Itoh 与 Mori 提出的 L-L 型和 L-L-L 型振动方向变换器^[9,10]实现了多维声辐射；Gudra 等设计出一款可同时向两个方向辐射声波的气介式超声换能器^[11]；贺西平团队提出的纵向振动转换体^[12-14]成功实现了能量从单输入端到多输出端的精准分配；林书玉等通过分析矩形六面体的三维纵向耦合振动^[15]，揭示了多维振动的耦合机理；许龙等通过引入机械耦合系数和力转换系数，利用力电类比原理建立了二维正交振动方向变换器的等效电路模型^[16]，在此基础上，提出了四激励二维正交换能器^[17]、纵弯正交耦合压电超声换能器^[18]以及雪花形换能器^[19]等，借助多激励耦合与等效电路建模等手段，提升了二维振动的输出强度与设计便捷性。但上述变换器及换能器的核心结构仍是几何对称结构，各方向输出的能量一致，在一些特殊的应用场景是不适用的。

鉴于传统纵向振动方向变换器普遍采用对称结构设计的现状，本文在兼顾多维声辐射特性的基础上，提出了一种更具普适性的输出可调节的三维同相正交振动方向变换器。基于一维纵向振动理论与表观弹性法，结合机电类比原理，建立

了**三维同相正交振动方向变换器**的机电等效电路模型，以表征其三维纵向正交耦合振动特性，并利用该等效电路推导了变换器在同相共振模式下的共振频率方程。在此基础上，通过 COMSOL 有限元仿真与实验测试对变换器的振动性能展开了系统研究。

2 三维振动方向变换器的结构及耦合振动机理

三维正交振动方向变换器的结构如图 1 所示。该变换器可看作由三根横截面为矩形且长度各异的细棒正交复合构成。 x 、 y 、 z 三个轴向金属细棒的长度分别为 $2H_x$ 、 $2H_y$ 、 $2H_z$ ，其中心矩形六面体的尺寸分别为 l_x 、 l_y 、 l_z 。三个轴向一维纵向振动相互正交复合构成了三维正交振动方向变换器的三维纵向正交耦合振动，并通过中心矩形六面体耦合块的耦合振动实现三个轴向一维纵向振动相互关联。该变换器有三种纵向正交耦合振动模式^[20]：第一种为三棒同时伸长或同时收缩；第二种为一棒伸长另外两棒同时收缩；第三种为一棒伸长一棒收缩，另外一棒不动。为实现三个方向同时向外辐射声波，本文重点研究该变换器的第一种纵向正交耦合振动模式。

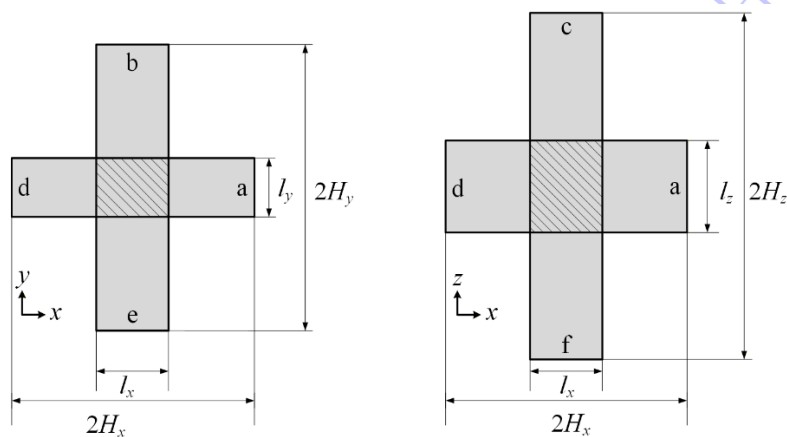


图 1 输出可调三维正交振动方向变换器的结构图

Fig. 1. Structure diagram of output adjustable three-dimensional orthogonal vibration direction converter

3 等效电路及频率方程

当**三维正交振动方向变换器**工作在同相振动模式时，其三维纵向正交耦合振动特性可拆解为非交叉部分的外围 6 根细棒的一维纵向振动和中心交叉部分矩形六面体耦合块的三维纵向正交耦合振动。通过等效电路法分析该变换器的振动性能时，将振动方向变换器的三维正交耦合振动拆解为外围 6 根细棒一维纵向振动的机电等效电路和中心矩形六面体耦合块三维纵向正交耦合振动的机电等效电路，且上述两部分间需满足机械上串联、电路上并联的边界约束条件。

3.1 外部细棒的机电等效电路

一维细棒纵向振动的等效电路^[21]如图 2 所示，其两端所受的纵向力分别为 F_{1t} 、 F_{2t} ，两端的纵向振动速度分别为 $\dot{\xi}_{1t}$ 和 $\dot{\xi}_{2t}$ 。图 2 中串联臂阻抗为 $Z_{t1} = j\rho cS_t \tan(k(H_t - l_t/2)/2)$ 、并联臂阻抗为 $Z_{t2} = \rho cS_t/j \sin(k(H_t - l_t/2))$ ，其中 ρ 为细棒的材料密度、 c 为声波在细棒中的传播速度， S_t 为细棒的横截面积。以左端为输入端，右端为输出端空载时，等效电路的输入机电阻抗可用参数 Z_{Lt} 表示， $Z_{Lt} = Z_{t1} + Z_{t1} \cdot Z_{t2}/(Z_{t1} + Z_{t2})$ ，($t = x, y, z$)。

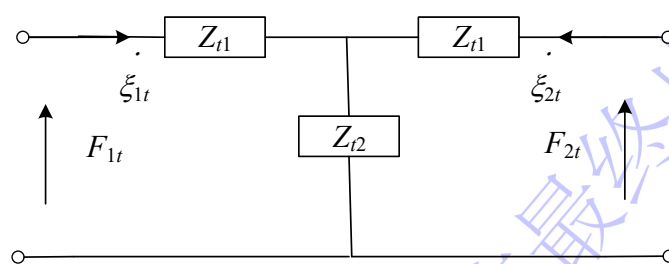


图 2 细棒纵向振动等效电路

Fig. 2. Equivalent circuit of longitudinal vibration of thin rod

3.2 中心矩形六面体耦合块的等效电路

当振动方向变换器做**三维正交耦合振动**时，其振动主要为 x 、 y 和 z 三个方向的一维纵向耦合振动，**剪切和扭转振动可忽略**^[15,22]。中心矩形六面体耦合块三维纵向正交耦合振动在 x 、 y 和 z 三个轴向等效应力和应变应满足以下关系：

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)], \quad (1)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)], \quad (2)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)], \quad (3)$$

其中 ε_x 、 ε_y 、 ε_z 和 σ_x 、 σ_y 、 σ_z 分别为三个轴向上的等效应变与等效应力。 E 和 ν 分别代表材料的杨氏模量与泊松比。将 $n_1 = \sigma_x/\sigma_y$ 、 $n_2 = \sigma_z/\sigma_x$ 、 $n_3 = \sigma_z/\sigma_y$ 分别定义为中心矩形六面体 x 与 y 方向， x 与 z 方向以及 y 与 z 方向之间的机械耦合系数，由上述定义可得 $n_1 \cdot n_2 = n_3$ 。此外，令 $E_x = \sigma_x/\varepsilon_x$ ， $E_y = \sigma_y/\varepsilon_y$ ， $E_z = \sigma_z/\varepsilon_z$ 分别为 x 、 y 、 z 三个轴向纵向形变的表观弹性常数，结合式(1)-(3)可得：

$$E_x = E/[1 - \nu(1/n_1 + n_2)], \quad (4)$$

$$E_y = E/[1 - \nu(n_1 + n_3)], \quad (5)$$

$$E_z = E/[1 - \nu(1/n_2 + 1/n_3)], \quad (6)$$

根据表观弹性法的基本原理，其三维纵向正交耦合振动可视为三个方向的一维纵向振动的相互耦合，可得中心矩形六面体耦合块三维纵向正交耦合振动时三个轴向上的频率方程^[15]为：

$$k_x l_x = i\pi \quad i = 1, 2, 3, \dots, \quad (7)$$

$$k_y l_y = j\pi \quad j = 1, 2, 3, \dots, \quad (8)$$

$$k_z l_z = k\pi \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (9)$$

上式中 $k_x = \omega/c_x$ ， $k_y = \omega/c_y$ ， $k_z = \omega/c_z$ ， $c_x = (E_x/\rho)^{1/2}$ ， $c_y = (E_y/\rho)^{1/2}$ ， $c_z = (E_z/\rho)^{1/2}$ ， $\omega = 2\pi f$ ，其中 k_x ， k_y ， k_z 以及 c_x ， c_y ， c_z 分别为中心矩形六面体耦合块 x 、 y 、 z 三个方向上的表观波数和表观声速， ρ 为材料密度， ω 和 f 为中心矩形六面体耦合块的振动圆频率及振动频率。当式(7)-(9)中的参数 i 、 j 、

k 取不同值时, 可得基频和高次谐频振动的频率方程。本文只研究其基频耦合振动, 即 $i = j = k = 1$ 。

将 E_x , E_y , E_z 及上述各式代入式(7)-(9), 当 $i = j = k = 1$, 可得;

$$[1 - \nu(n_2 + 1/n_1)]l_x^2 = (c\pi/\omega)^2, \quad (10)$$

$$[1 - \nu(n_1 + n_3)]l_y^2 = (c\pi/\omega)^2, \quad (11)$$

$$[1 - \nu(1/n_2 + 1/n_3)]l_z^2 = (c\pi/\omega)^2, \quad (12)$$

上式中 $c = (E/\rho)^{1/2}$, 其中 E 和 c 分别为中心矩形六面体耦合块材料的杨氏模量及一维纵向振动声速。

根据式(10)-(12), 以及耦合系数之间的关系, 可推导出表征**三维正交振动方向变换器**处于同相振动的机械耦合系数 n_1 、 n_2 、 n_3 的表达式:

$$n_1 = \frac{1 + (1 - A/l_y^2)/\nu}{1 + (1 - A/l_x^2)/\nu}, \quad (13)$$

$$n_2 = \frac{1 + (1 - A/l_x^2)/\nu}{1 + (1 - A/l_z^2)/\nu}, \quad (14)$$

$$n_3 = \frac{1 + (1 - A/l_y^2)/\nu}{1 + (1 - A/l_z^2)/\nu}. \quad (15)$$

式中 $A = (c\pi/\omega)^2$ 。

综合以上分析可得, 当**三维正交振动方向变换器**工作于同相共振模式下时, 其中心矩形六面体耦合块三维纵向正交耦合振动, 可等效为 x 、 y 、 z 三个轴向一维纵向振动复合后的耦合振动, 且通过机械耦合系数实现三个轴向相互耦合关联。基于上述分析, 借助力电类比可得该变换器处于同相振动模式时中心矩形六面体耦合块三维纵向正交耦合振动对应的机电等效电路, 如图 3 所示。

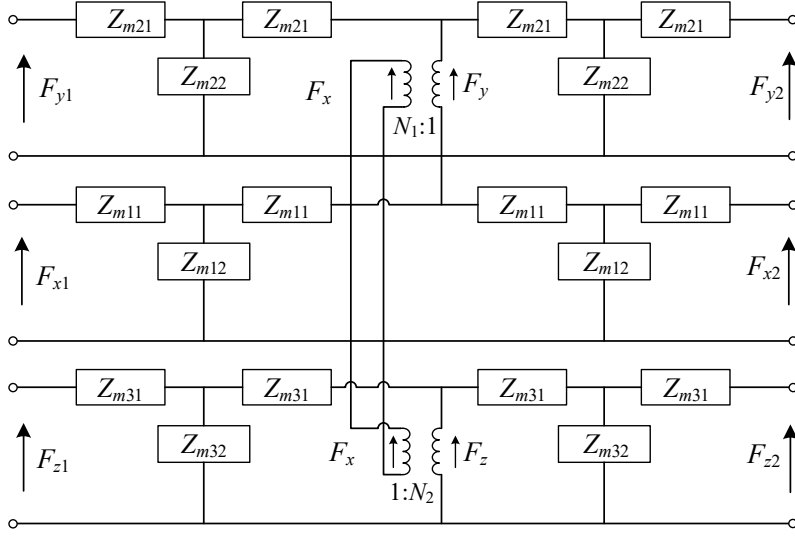


图 3 中心矩形六面体耦合块的三维耦合振动的机电等效电路

Fig. 3. Electromechanical equivalent circuit of three-dimensional coupled vibration of central rectangular hexahedron coupling block

图 3 中 $N_1 = F_x/F_y$ 定义为矩形六面体 x 与 y 方向之间的力转换系数， $N_2 = F_z/F_x$ 定义为矩形六面体 x 与 z 方向之间的力转换系数， $N_3 = F_z/F_y$ 定义为矩形六面体 y 与 z 方向之间的力转换系数。串并联阻抗 $Z_{m11} = j\rho c_x S_x \tan(k(l_x/2)/2)$ ， $Z_{m12} = \rho c_x S_x / j \sin(k(l_x/2))$ ， $Z_{m21} = j\rho c_y S_y \tan(k(l_y/2)/2)$ ， $Z_{m22} = \rho c_y S_y / j \sin(k(l_y/2))$ ， $Z_{m31} = j\rho c_z S_z \tan(k(l_z/2)/2)$ ， $Z_{m32} = \rho c_z S_z / j \sin(k(l_z/2))$ 。其中 k 为耦合波数， S_x 、 S_y 、 S_z 分别表示为矩形六面体 x 、 y 、 z 三个方向的截面积， F_{xq} 、 F_{yq} 、 F_{zq} 分别表示中心矩形六面体 x 、 y 、 z 振动方向的端面力($q = 1, 2$)。

3.3 变换器的整体等效电路

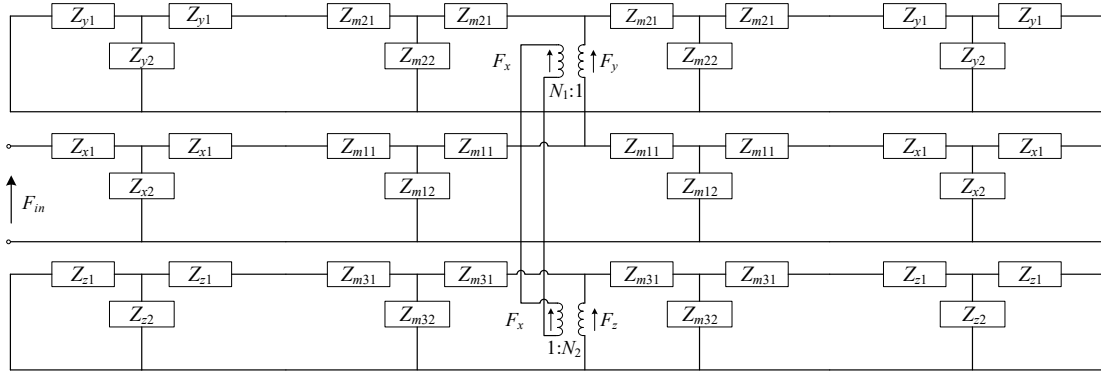


图 4 三维同相正交振动方向变换器的机电等效电路

Fig. 4. Electromechanical equivalent circuit of three-dimensional in-phase orthogonal vibration direction converter

综合以上分析，在输出端空载的情况下，结合图 2 与图 3 所示的等效电路，可建立三维同相正交振动方向变换器的三维纵向正交耦合振动的整体等效电路，如图 4 所示。

基于上述等效电路，借助传输线阻抗变换的基本原理，可推导得出以 x 轴向一端作为输入端时，该变换器的输入机电阻抗表达式为：

$$Z = Z_{x1} + \frac{(Z_{x1} + Z_1) \cdot Z_{x2}}{Z_{x1} + Z_1 + Z_{x2}}, \quad (16)$$

其中

$$Z_1 = Z_{m11} + \frac{(Z_{m11} + Z_2) \cdot Z_{m12}}{Z_{m11} + Z_2 + Z_{m12}}, \quad (17)$$

$$Z_2 = \frac{1}{Z_x} + \frac{1}{Z_y} + \frac{1}{Z_z}, \quad (18)$$

$$Z_x = Z_{wx}, \quad Z_y = \frac{N_1^2 \cdot Z_{wy}}{2}, \quad Z_z = \frac{Z_{wz}}{2 \cdot N_2^2}, \quad (19)$$

$$Z_{wz} = Z_{m31} + \frac{(Z_{m31} + Z_{Lz}) \cdot Z_{m32}}{Z_{m31} + Z_{Lz} + Z_{m32}}, \quad (20)$$

$$Z_{wy} = Z_{m21} + \frac{(Z_{m21} + Z_{Ly}) \cdot Z_{m22}}{Z_{m21} + Z_{Ly} + Z_{m22}}, \quad (21)$$

$$Z_{wx} = Z_{m11} + \frac{(Z_{m11} + Z_{Lx}) \cdot Z_{m12}}{Z_{m11} + Z_{Lx} + Z_{m12}}, \quad (22)$$

$$Z_{Lt} = Z_{t1} + \frac{Z_{t1} \cdot Z_{t2}}{Z_{t1} + Z_{t2}}, \quad (23)$$

当**三维正交振动方向变换器**输入机械阻抗等于零时,可得变换器在同相振动模式下的共振频率方程:

$$Z = 0. \quad (24)$$

4 输出可调三轴方向变换器设计与分析

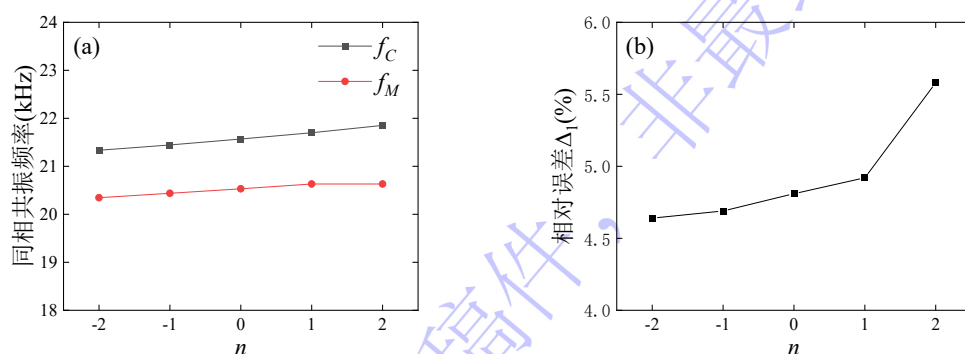
基于上述机电等效电路以及共振频率方程,选用 7075 硬铝设计了多个尺寸的三维正交振动方向变换器,材料参数如表 1 所示。利用上述等效电路法设计了不同横向和纵向尺寸的振动方向变换器并计算了其同相共振频率 f_M 。同时,通过 COMSOL 仿真了对应尺寸变换器的同相共振模态,得到其同相共振频率 f_C ,理论计算与有限元仿真的相对误差用 $\Delta_1 = |f_C - f_M|/f_C$ 表示。分别将变换器的 6 个轴向端面定义为 a、b、c、d、e、f 端面(如图 1 所示),并提取端面的平均位移振幅,分析变换器横向尺寸和纵向尺寸的改变对其同相振动特性的影响。

表 1 振动方向变换器的材料参数

Table 1. Material parameters of vibration direction converter			
材料属性	杨氏模量 $\times 10^{10}(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	密度 $\rho(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	泊松比 ν
7075 硬铝	7.15	2790	0.34

在变换器纵向尺寸为 $H_x = H_y = H_z = 70\text{mm}$ 时,采用两种横向尺寸调整方案去探究改变横向尺寸对变换器振动性能的影响。第一种保持横向尺寸 $l_x = l_z = 25\text{mm}$,只改变横向尺寸 l_y ,其变化规律为 $l_y = (25 + n)\text{mm}$;第二种为保持横向尺寸 $l_x = 25\text{mm}$, l_y 和 l_z 以不同步长同时改变,变化规律为 $l_y = (25 + m)\text{mm}$, $l_z = (25 + 2m)\text{mm}$ 。图 5 所示为在以上两种横向尺寸变化方

案下振动方向变换器同相共振频率随其横向尺寸的变化规律。由图 5(a)和图 5(c)可知,在变换器的纵向尺寸保持不变时,无论是变换器的一个方向的横向尺寸(如上第一种方案)增大还是两个方向的横向尺寸以不同的速率增大(第二种方案),其同相共振频率均逐渐增大。图 5(b)和(d)为两种横向尺寸增大方案下等效电路法计算的共振频率与有限元法计算结果之间的相对误差,由此可知,在 n 和 m 的值小于 1 时,两种方法所得结果的相对误差小于 5%,随着 n 、 m 的增大,二者之间的相对误差逐渐增大。关于横向尺寸变化时理论计算和有限元仿真结果误差增大的原因可从图 6 所示的模式振型中得到合理的解释。由图 6 可知,在变换器的横向和纵向尺寸在一定范围内变化时,变换器在 x 、 y 和 z 三个方向的一维纵向耦合振动并不一定是三个方向的一维纯纵向振动耦合,而是呈现纵向振动为主同时伴随着一定的弯曲振动(图 6(a)所示)和横向振动(图 6(c)所示),特别是在变换器的横向尺寸较大时由于泊松效应产生的横向耦合振动更为明显。因此,由于本文建立的变换器等效电路是基于 3 个方向的一维纵向耦合振动建立的,忽略了变换器外围分支棒的弯曲振动和横向振动,以上假设必然带来了理论计算结果和仿真结果之间的偏差。



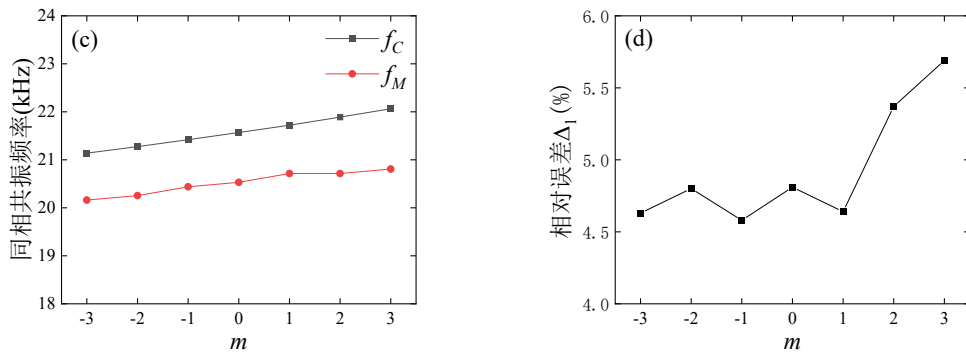


图5 变换器同相共振频率随横向尺寸变化的关系 (a)同相共振频率随 l_z 变化关系图 (b)相对误差 Δ_1 随 l_z 变化关系图 (c)同相共振频率随 l_y 和 l_z 变化关系图 (d)相对误差 Δ_1 随 l_y 和 l_z 变化关系图

Fig.5. The relationship between the in-phase resonant frequency of the converter and the change of the lateral size: (a)plot of in-phase resonance frequency versus l_z ; (b)plot of relative error Δ_1 versus l_z ; (c) plot of in-phase resonance frequency versus l_y and l_z ; (d) plot of relative error Δ_1 versus l_y and l_z

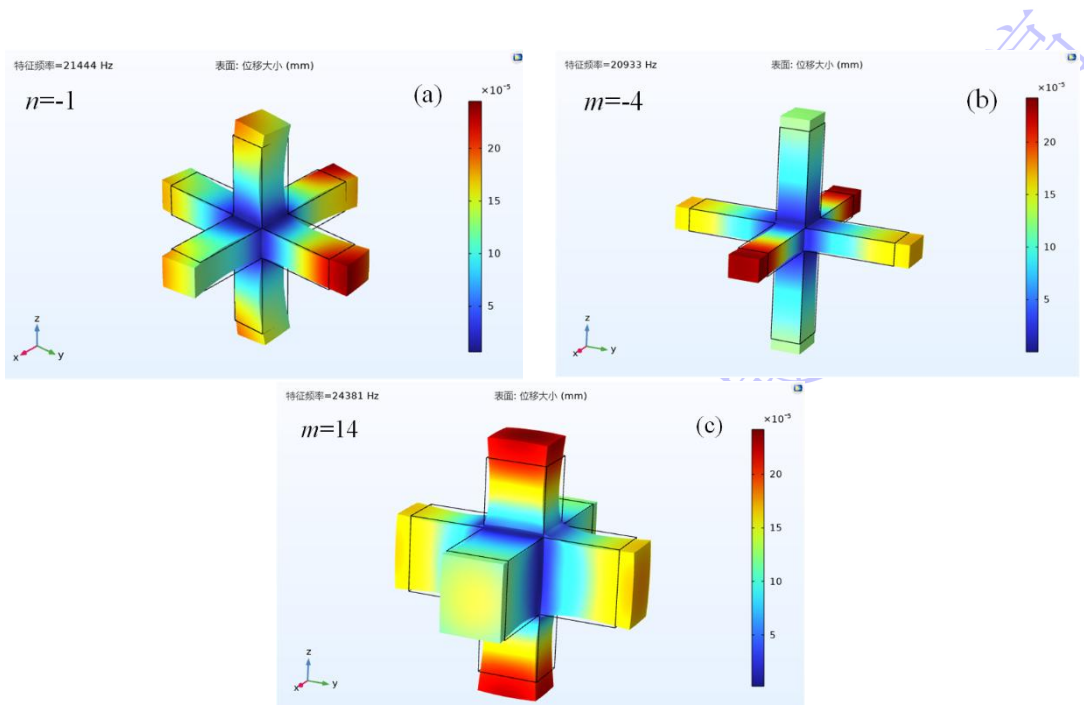


图6 不同横向尺寸变换器的同相共振模态 (a)纵向和弯曲共振模态 (b)纵向共振模态 (c)纵向和横向共振模态

Fig. 6. In-phase resonance modes of converters with different lateral dimensions: (a) longitudinal and bending resonance modes; (b)

longitudinal resonance mode; (c) longitudinal and transverse resonance modes

为了探究变换器横向尺寸对其各方向输出端位移振幅的影响特性，在 COMSOL 中提取不同横向尺寸变换器在同相振动模式下的 6 个端面平均位移振幅如图 7 所示。由图 7 可得：当 $l_z \leq l_x = l_y = 25\text{mm}$ 时，有 $S_z \geq S_x = S_y$ ，c/f 端面的平均位移小于或等于 a/d、b/e 端面，且 a/d 与 b/e 端面的平均位移基本相等；当 $l_z > l_x = l_y = 25\text{mm}$ 时，有 $S_z < S_x = S_y$ ，c/f 端面的平均位移反超 a/d、b/e 端面。当 $l_z \leq l_y \leq l_x = 25\text{mm}$ ，有 $S_x \leq S_y \leq S_z$ ，变换器 a/d 端面的平均位移最大，b/e 端面次之，c/f 端面最小；当 $l_z > l_y > l_x = 25\text{mm}$ ，有 $S_x > S_y > S_z$ ，c/f 端面的平均位移变为最大，b/e 端面次之，a/d 端面最小。基于上述分析，在变换器纵向尺寸保持不变时，随着某一轴横向尺寸的增大，其端面振动位移幅值减小；横向尺寸减小，其端面振动幅值增大。说明通过改变变换器的横向尺寸可实现放大或减小其各方向的位移振幅，从而实现对变换器不同方向超声输出能量的加强或减弱，从而满足具体场景的应用需求。

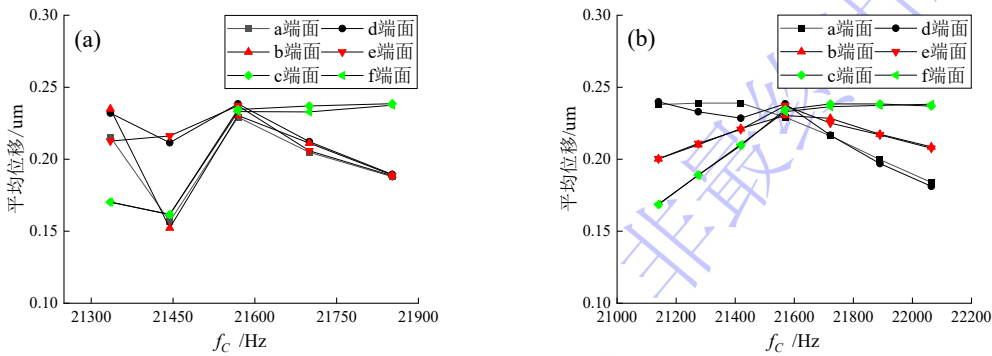


图 7 不同横向尺寸的变换器同相共振时 6 个端面平均位移幅值 (a) 改变横向尺寸 l_z (b) 改变横向尺寸 l_y 和 l_z

Fig. 7. The average displacement amplitude of the six end faces of the converter with different lateral dimensions at in-phase resonance: (a) change the transverse size l_z ; (b) change the

transverse dimensions l_y and l_z

在变换器的横向尺寸保持 $l_x = l_y = l_z = 25\text{mm}$ 不变时，采用两种纵向尺寸调整方案去探究改变纵向尺寸对该变换器振动性能的影响。第一种保持纵向尺寸 $H_x = H_y = 70\text{mm}$ ，只改变纵向尺寸 H_z ，其变化规律为 $H_z = (70 + 2.5n)\text{mm}$ ；第二种为保持纵向尺寸 $H_x = 70\text{mm}$ ， H_y 和 H_z 以不同步长同时改变，变化规律为 $H_y = (25 + m)\text{mm}$ ， $H_z = (25 + 2m)\text{mm}$ 。图 8 所示为以上两种纵向尺寸变化方案下振动方向变换器同相共振频率随其纵向尺寸的变化规律。根据图 8(a)和 (c)可知，在变换器横向尺寸保持不变时，无论是变换器的一个方向的纵向尺寸增大还是两个方向以不同速率增大，其同相共振频率均逐渐减小。图 8(b)和(d)是两种纵向尺寸增大方案下其等效电路法计算的共振频率与有限元计算结果之间的相对误差。由此可知，当 n 和 m 取值在 $(-1, 1)$ 之间时，两种方法所得共振频率的误差小于 5%；当 n 和 m 取值大于 1 或小于 -1 时，随着其绝对值的增大变换器三个纵向尺寸的差异增大，两种方法所得共振频率的误差在一定范围内增大，这是因为本文推导的机械耦合系数时只考虑了中心矩形六面体耦合块的横向尺寸，并未考虑外部细棒纵向尺寸长度以及各方向纵向尺寸之间差异对机械耦合系数造成的影响。因此，本文建立的等效电路模型在变换器三个纵向尺寸差异不是很大时，具有较高的理论计算精度，随着各纵向尺寸之间的差异增大，机械耦合系数所受的影响逐渐增大，导致两种方法计算所得结果的误差增加。

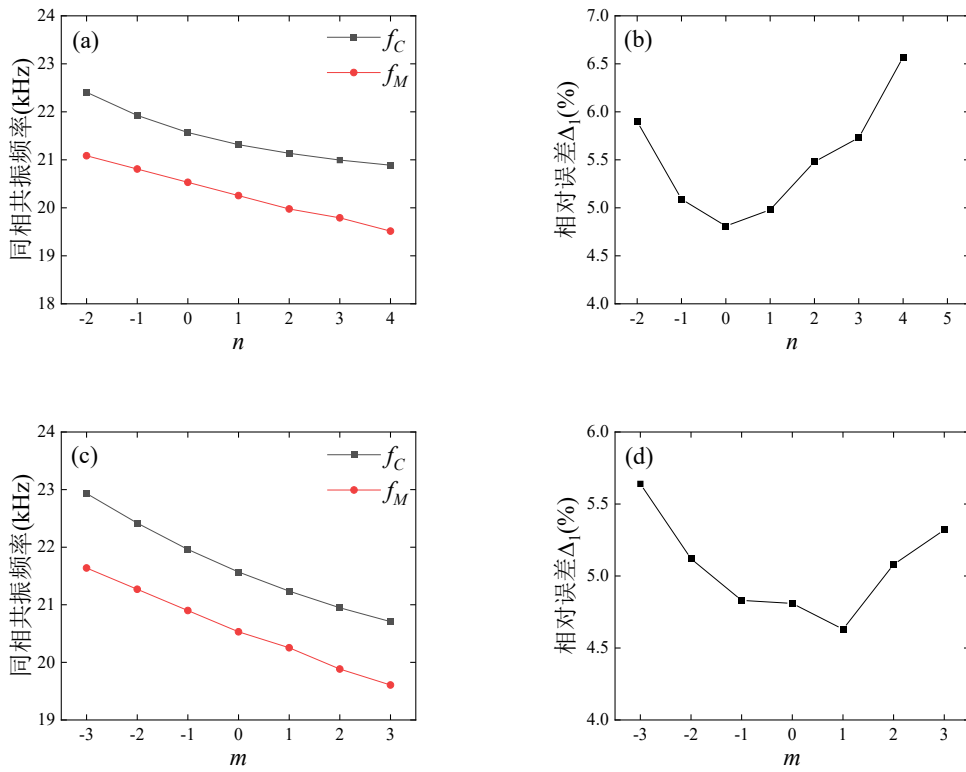


图 8 变换器同相共振频率随纵向尺寸变化的关系 (a) 同相共振频率随 H_z 变化关系图 (b) 相对误差 Δ_1 随 H_z 变化关系图 (c) 同相共振频率随 H_y 和 H_z 变化关系图 (d) 相对误差 Δ_1 随 H_y 和 H_z 变化关系图

Fig. 8. The relationship between the in-phase resonant frequency of the converter and the longitudinal size change: (a) plot of in-phase resonance frequency versus H_z ; (b) plot of relative error Δ_1 versus H_z ; (c) plot of in-phase resonance frequency versus H_y and H_z ; (d) plot of relative error Δ_1 versus H_y and H_z .

为了探究变换器纵向尺寸对其各方向输出端位移振幅的影响特性，使用 COMSOL 提取出不同纵向尺寸变换器在同相振动模式下 6 个端面的平均位移振幅，具体结果如图 9 所示。由图 9 可知：当 $H_z \leq H_x = H_y = 70\text{mm}$ 时，变换器 a/d、b/e 端面的平均位移幅值基本一致，且小于 c/f 端面的平均位移；而当 $H_z > H_x = H_y = 70\text{mm}$ 时，a/d、b/e 端面的平均位移幅值仍保持一致，但反超了 c/f 端面的平均位移。当 $H_z \leq H_y \leq H_x = 70\text{mm}$ 时，变换器 c/f 端面的平

均位移最大，b/e 端面次之，a/d 端面最小；而 $H_z > H_y > H_x = 70\text{mm}$ ，位移幅值的排序发生反转，a/d 端面的平均位移变为最大，b/e 端面次之，c/f 端面最小。基于上述分析，在变换器横向尺寸保持不变时，随着某一轴纵向尺寸的增大，其端面振动位移幅值减小，纵向尺寸减小，其端面振动位移幅值增大。说明通过改变变换器各方向的纵向尺寸也可实现放大或缩小其特定方向的位移振幅，从而实现变换器不同方向超声输出能量的加强或减弱，以满足应用需求。

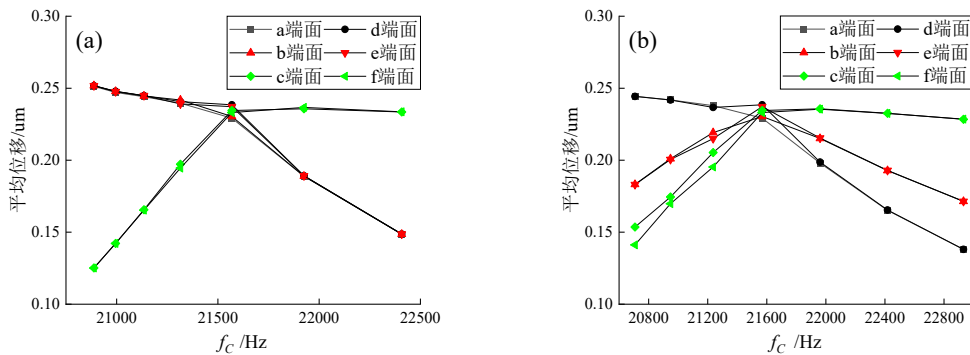


图 9 不同纵向尺寸的变换器同相共振时 6 端面平均位移幅值 (a) 改变纵向尺寸 H_z (b) 改变纵向尺寸 H_y 和 H_z

Fig. 9. The average displacement amplitude of the six end faces of the converter with different longitudinal sizes when in-phase resonance occurs: (a) change the longitudinal size H_z ; (b) change the longitudinal dimensions H_y and H_z

5 实验测试

综合前述理论分析与仿真验证结果，本研究加工制作了表 2 所列的两种不同尺寸的非对称三维振动方向变换器，其材料均为 7075 硬铝。

表 2 振动方向变换器尺寸参数

Table 2. Size parameters of vibration direction converter

编号	l_x/mm	l_y/mm	l_z/mm	H_x/mm	H_y/mm	H_z/mm
1#	25	20	30	70	70	70
2#	25	25	25	70	74	66

1#与2#变换器的同相共振模态如图 10 所示。当变换器工作于同相共振模态时, 结合上述对变换器振动性能的分析, 以及 1#、2#两款变换器的具体尺寸参数可知: 1#变换器纵向尺寸一致, 其三个轴向横截面大小顺序为 $S_y > S_x > S_z$, 则 y 轴细棒的质量和横向尺寸最大, x 轴细棒的质量和横向尺寸次之, z 轴细棒的质量和横向尺寸最小, 其各轴向端面位移表现为 z 轴的 c/f 端面位移幅值最大, x 轴的 a/d 端面位移幅值次之, y 轴的 b/e 端面位移幅值最小; 2#振动方向变换器的横向尺寸一致, 其三个方向的纵向尺寸大小顺序为 $H_y > H_x > H_z$, 则 y 轴细棒的质量和纵向尺寸最大, x 轴细棒的质量和纵向尺寸次之, z 轴细棒的质量和纵向尺寸最小, 其各轴向端面位移表现为 z 轴的 c/f 端面位移幅值最大, x 轴的 a/d 端面位移幅值次之, y 轴的 b/e 端面位移幅值最小。无论是横向尺寸还是纵向尺寸的改变, 对端面位移幅值的影响规律是一致的, 即质量和尺寸较大的轴向(y 轴)其端面位移幅值较小, 质量和尺寸较小的轴向(z 轴)其端面位移幅值较大。由此可知, 通过改变变换器三个方向的纵向和横向尺寸实现调节三个方向的质量, 最终实现灵活调节三个方向输出端的位移振幅及超声辐射强度。上述分析结果与图 10 所示的 1#和 2#变换器在同相共振模态下的表面振动位移规律一致。

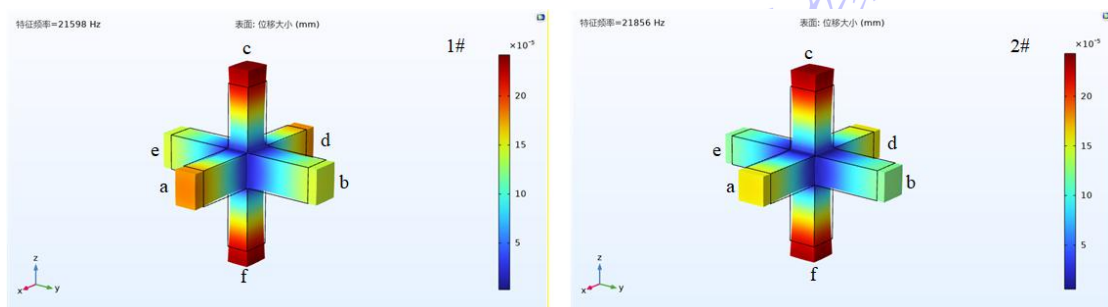


图 10 1#和 2#振动方向变换器的同相共振模态

Fig. 10. Co-phase resonance modes of 1# and 2# vibration direction converters

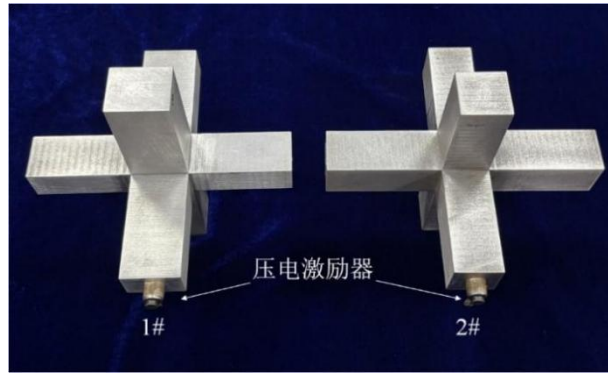
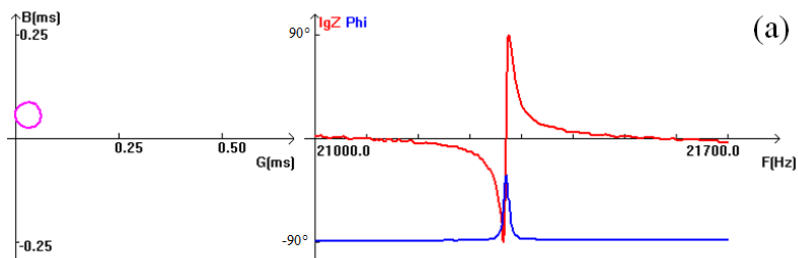


图 11 振动方向变换器实验样品

Fig.11. Experimental sample of vibration direction converter

为了实验测试上述两个变换器的振动性能，加工制作了图 11 所示的 1#和 2#变换器的实验样品。在变换器的 a 端面安装一个压电激励器，如图 11 所示。为尽量减少因压电激励器本身的质量和尺寸对实验样品变换器的同相共振频率造成的影响，实验中采用图 11 所示的小尺寸压电激励器，并使用 M4 标准螺栓将其固定在变换器的 a 端面。采用 PV-70A 阻抗分析仪对变换器的阻抗-频率响应特性进行了测试，测试结果如图 12 所示。图中红线为变换器阻抗的对数随频率的变化关系曲线，蓝线为变换器阻抗的相位差随频率的变化关系曲线。在变换器的阻抗对数-频率特性曲线中，阻抗的最小值点对应其谐振频率。因此，由图 12(a) 可得 1#振动方向变换器的同相共振频率为 21323Hz，由图 12(b) 可得 2#振动方向变换器的同相共振频率为 21578Hz。



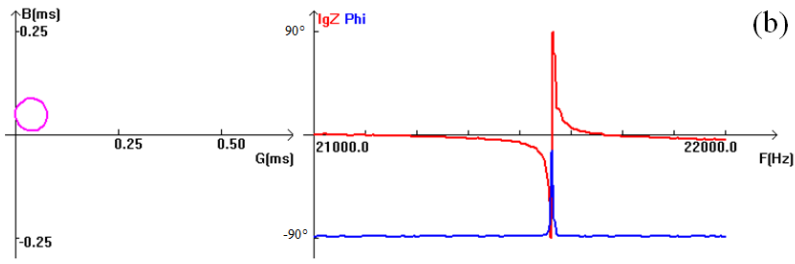


图 12 振动方向变换器的导纳圆和阻抗-频率曲线 (a) 1#振动方向变换器的导纳圆和阻抗-频率曲线 (b) 2#振动方向变换器的导纳圆和阻抗-频率曲线

Fig.12. Admittance circle and impedance-frequency curve of vibration direction converter: (a) admittance circle and impedance-frequency curve of 1 # vibration direction converter; (b) admittance circle and impedance-frequency curve of 2 # vibration direction converter

依据表 2 中 1#与 2#变换器的尺寸参数，将理论计算、有限元仿真和实验测试所得变换器的同相共振频率汇总于表 3。其中 f_E 代表实验测试所得同相共振频率， $\Delta_2 = |f_M - f_E|/f_E$ 为同相共振频率理论计算值与实验测试值的相对误差， $\Delta_3 = |f_C - f_E|/f_E$ 为同相共振频率仿真计算值与实验测试值的相对误差。表 3 数据分析结果表明，等效电路法与有限元法计算所得非对称三维正交振动方向变换器的同相共振频率与实验测试结果基本吻合，两种计算方法所得结果相对与实验测试值的误差区间为 1.27%~4.85%。这一结果说明本文建立的三维同相正交振动方向变换器等效电路模型具备较高的理论计算精度。

表 3 理论计算、有限元仿真与实验测试的同相共振频率和相对误差

Table 3. Co-phase resonance frequency and relative error of theoretical calculation, finite element simulation and experimental test

编号	f_M/mm	f_C/mm	f_E/mm	$\Delta_2/\%$	$\Delta_3/\%$
1#	20346	21598	21323	4.58	1.27
2#	20531	21856	21578	4.85	1.29

为对上述变换器振动性能的分析结论开展实验验证，均在峰—峰值为 20Vpp

的激励电压下，采用 LV-S01 单点激光测振仪，分别对 1#和 2#变换器的输入端（a 端面）沿两条相互垂直直线路径上的纵向位移，以及各输出端（b、c、d、e、f 端面）上过中心点的两条相互垂直直线路径上的纵向位移进行逐点测量。实验测试装置如图 13 所示，相应的测量结果分别如图 14 和图 15 所示。

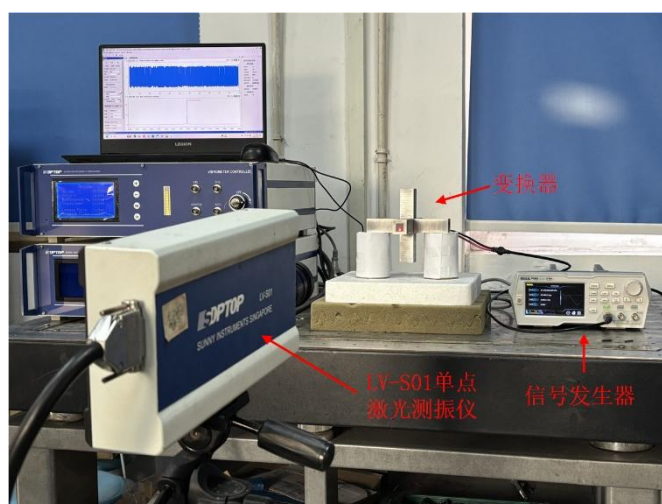


图 13 位移振幅测试装置

Fig.13. Displacement amplitude test device

图 14 为 1#变换器在同相共振模式下各端面的位移振幅测量结果。由图 14(a) 可得，c 端面位移振幅最大，a 端面位移振幅次之，b 端面位移振幅最小。由图 14(b) 可得，f 端面位移振幅最大，d 端面次之，e 端面最小。此外，同一轴向的两个端面（a 端面与 d 端面、b 端面与 e 端面、c 端面与 f 端面）的位移振幅基本一致。

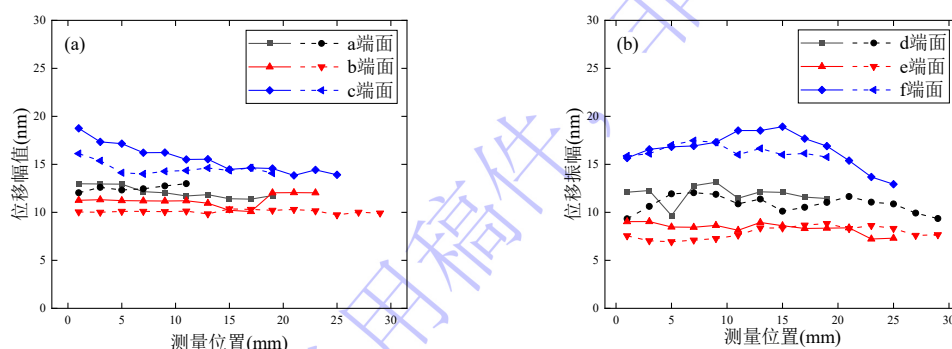


图 14 1#振动方向变换器在同相共振时各端面的振动位移幅值 (a) a、b、c 端

面位移振幅 (b)d、e、f 端面位移振幅

Fig 14. The vibration displacement amplitude of each end face of the 1 # vibration direction converter at in-phase resonance: (a) a, b, c end displacement amplitude; (b) d, e, f end displacement amplitude

图 15 为 2#变换器在同相共振模式下各端面的位移振幅测量结果。由图 15(a) 可得, c 端面位移振幅最大, a 端面位移振幅次之, b 端面位移振幅最小。由图 15(b)可得, f 端面位移振幅最大, d 端面次之, e 端面最小。此外, 同一轴向的两个端面 (a 端面与 d 端面、b 端面与 e 端面、c 端面与 f 端面) 的位移振幅基本一致。

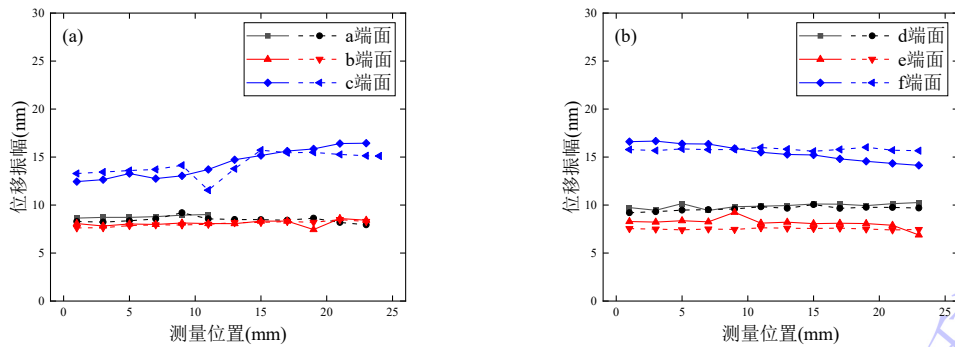


图 15 2#振动方向变换器在同相共振时各端面的振动位移幅值 (a) a、b、c 端面位移振幅 (b)d、e、f 端面位移振幅

Fig 15. The vibration displacement amplitude of each end face of the 2 # vibration direction converter at in-phase resonance: (a) a, b, c end displacement amplitude; (b) d, e, f end displacement amplitude

由图 14 和图 15 可得, 1#和 2#变换器的 a 端面位移振幅与 d 端面位移振幅基本一致, b 端面位移振幅与 e 端面位移振幅基本一致, c 端面位移振幅与 f 端面位移振幅基本一致。1#和 2#变换器的 a 和 d 端面位移振幅大于 b 和 e 端面位移振幅, 小于 c 和 f 位移振。以上实验测试结果与图 8 所示的 1#和 2#振动方向变换器在同相共振模态下的表面位移云图一致, 及变换器纵向尺寸一定时, 改变变换器的横向尺寸, 横截面积小的轴向端面位移振幅大, 横截面积大的轴向端面

位移振幅小；变换器横向尺寸一定时，改变变换器的纵向尺寸，纵向尺寸小的轴向端面位移振幅大，纵向尺寸大的轴向端面位移振幅小。

6 结论

本文建立了三维振动方向变换器的简明等效电路模型，基于解析理论计算、有限元仿真和实验测试研究了结构尺寸对变换器的同相振动特性的影响特性，得出以下结论：

1、在变换器纵向尺寸保持不变时，改变其横向尺寸可实现对同相共振模式下各端面振动位移幅值的调控。具体规律为：变换器横截面积较小、质量较轻的端部，纵向振动位移幅值相对更大；反之，横截面积较大、质量较重的端部，纵向振动位移幅值则相对更小。

2、在变换器横向尺寸保持恒定的前提下，调整其纵向尺寸同样能够实现对同相共振模式下各端面振动位移幅值的调控。具体表现为：变换器纵向尺寸较小、质量较轻的端部，纵向振动位移幅值显著偏大；反之，纵向尺寸较大、质量较重的端部，纵向振动位移幅值则相应偏小。

由此表明，通过对变换器各个方向纵向和横向尺寸的差异化设计，可灵活实现对各方向输出端位移振幅的灵活调节，从而实现特定方向超声辐射强度的增强或减弱，满足三维超声辐射场景对输出可调振动方向变换器的应用需求，相关研究结果为振动方向变换器的工程应用提供新的简明设计理论和应用指导。

参考文献

- [1] Asami T, Miura H 2012 *2012 IEEE International Ultrasonics Symposium Dresden Germany*, October 7—10, 2012 pp2667—2670
- [2] Cheng X, Yang K, Wang J, Xiao W T, Huang S S 2022 *J. Manuf. Process.* **84** 1196
- [3] Chen Y Y, Huang S J, Carballo G V, Hsiao C Y, Austria H FM, Hung W s, Wang C

- F, Lee K R, Lai J Y 2025 *J. Membr. Sci.* **735** 124535
- [4] Xu C L, Lu G X, Kang H C, Humayun M S, Zhou Q F 2022 *Micromachines* **13** 1536
- [5] Wang J C, Zhong C, Hao S H, Lv N, Wang L K 2021 *Micromachines* **12** 1417
- [6] Nguyen T H L, Park S 2020 *Sensors* **20** 388
- [7] Liang Z F, Zhou G P, Mo X P, Li Z Z 2011 *Symposium on Piezoelectricity, Acoustic Waves and Device Applications (SPAWDA)* Shenzhen, China, December 9—11, 2011 p208
- [8] Khmelev V N, Levin S V, Tsyganok S N, Khmelev M V, Khmelev S S 2009 *10th International Conference and Seminar on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM)* Novosibirsk, Russia, July 1—6, 2009 p254
- [9] Itoh K, Mori E 1972 *J. Acoust. Soc. Japan* **28** 127
- [10] Itoh K, Mori E 1973 *J. Acoust. Soc. Japan* **29** 28
- [11] Gudra T, Palasz L, Opielinski K J 2013 *Proc. Mtgs. Acoust.* **19** 065083
- [12] He X P, Zhang H D 2016 *Sci. Sin. Phys. Mech. Astron.* **46** 034301 (in Chinese) [贺西平, 张海岛 2016 中国科学:物理学 力学 天文学 **46** 034301]
- [13] Zhang H D, He X P, Li N, Shi R T, Yan X L 2017 *Acta Acust.* **42** 311 (in Chinese) [张海岛, 贺西平, 李娜, 时瑞堂, 闫秀丽 2017 声学学报 **42** 311]
- [14] He X P, Yao J, Zhang H D, Liu D D, Li J X 2015 *Ultrasonics* **58** 104
- [15] Lin S Y, Zhang F C, Guo X W 1991 *Acta Acust.* **16** 91 (in Chinese) [林书玉, 张福成, 郭孝武 1991 声学学报 **16** 91]
- [16] Xu L, Zhou J C, Chang Y, Li F M, Li W D 2018 *Acta Acust.* **43** 786 (in Chinese) [许龙, 周锦程, 常燕, 李凤鸣, 李伟东 2018 声学学报 **43** 786]
- [17] Xu L, Zhang D, Chen Y B 2023 *Acta Acust.* **48** 882 (in Chinese) [许龙, 张丹, 陈一博 2023 声学学报 **48** 882]
- [18] Xu L, Li X S, Yao L, Gong T, Liang Z F 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 121 (in Chinese) [许龙, 李雪松, 姚磊, 龚涛, 梁召峰 2025 物理学报 **74** 121]
- [19] Xu L, Wang W Z, Gong T, Li G, Zhao L, Zhou G P, Liang Z F 2024 *J. Vib. Shock* **43** 287 (in Chinese) [许龙, 王威震, 龚涛, 李果, 赵伦, 周光平, 梁召峰 2024

振动与冲击 43 287]

- [20] Lin Z M 1987 *Principles and Design of Ultrasonic Horns* (Beijing: Science Press) pp199—207 (in Chinese) [林仲茂 1987 超声变幅杆的原理和设计 (北京:科学出版社) 第 199—207 页]
- [21] Sherrit S, Dolgin B P, Bar-Cohen Y, Pal D, Kroh J, Peterson T 1999 *1999 IEEE Ultrasonics Symposium* Tahoe, NV, USA, October 17—20, 1999 p647
- [22] Xian X J, Chen X M 2007 *J. Shaanxi Norm. Univ. (Nat. Sci. Ed.)* 35 41 (in Chinese) [鲜晓军, 陈秀梅 2007 陕西师范大学学报(自然科学版) 35 41]

Output adjustable three-axis orthogonal in-phase vibration direction converter

XU Long^{1†} WANG Gang¹ ZHANG Haidao¹ HAN Liangliang²

1) (College of Science, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

2) (Shenzhen Lvyuanxuan Electronic Technology Co., Ltd., Shenzhen 518000, China)

Abstract

The three-dimensional orthogonal vibration direction converter is an ultrasonic vibration system integrating power synthesis and three-dimensional acoustic radiation, which has important application value in the field of power ultrasonic technology. At present, the analytical design theory of three-dimensional vibration direction converter is mainly based on the complex wave equation method, and the research on its vibration characteristics also focuses on the three-dimensional vibration direction converter with symmetrical structure. Therefore, based on the one-dimensional longitudinal vibration theory, the apparent elasticity method and the

electromechanical analogy principle, this paper establishes a concise equivalent circuit model for the three-dimensional coupled vibration of a three-dimensional orthogonal vibration direction converter (The equivalent circuit of the output-adjustable three-axis quadrature in-phase vibration direction converter is shown in Fig.4.). Several converters with different lateral and longitudinal dimensions are designed, and their vibration performance is analyzed by finite element simulation and experimental test. The results show that when the transverse or longitudinal size of the converter in a certain direction decreases, the equivalent mass of the bar in this direction decreases, and the displacement amplitude of the output end in this direction increases under in-phase resonance. On the contrary, increasing the size of the converter in a certain direction will increase the equivalent mass in that direction and reduce the displacement amplitude in that direction. It can be seen that by adjusting the transverse or longitudinal dimensions of the converter, the vibration displacement amplitude of each output end can be flexibly adjusted to meet the needs of diversified ultrasonic applications. (The in-phase vibration modes of the 1 # and 2 # experimental sample converters are shown in Fig.10). The theoretical calculation results are consistent with the finite element simulation and experimental test results. The

equivalent circuit model provides a concise design theory for the engineering design and optimization of three-dimensional orthogonal vibration direction converter.

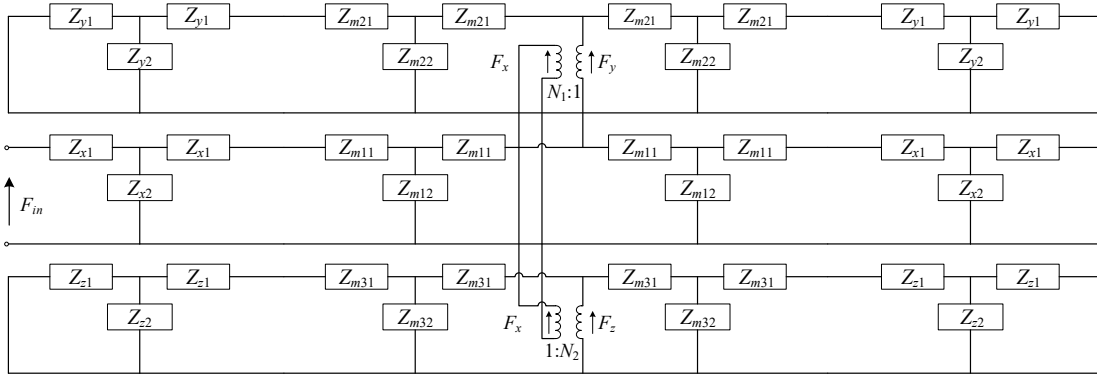


Fig. 4. The equivalent circuit of the output-adjustable three-axis quadrature in-phase vibration direction converter

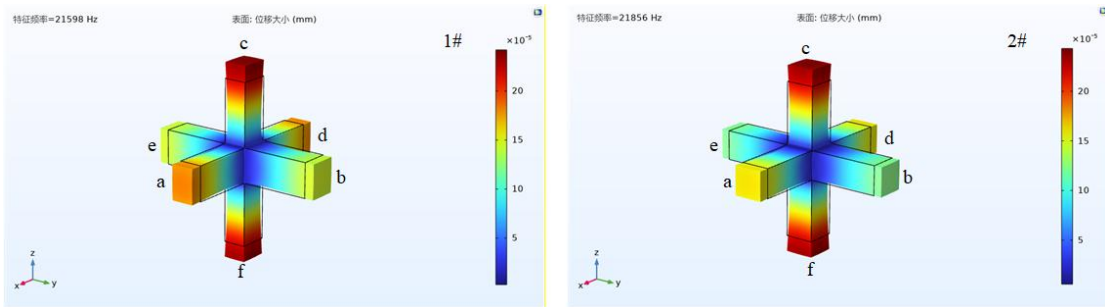


Fig. 10. Co-phase resonance modes of 1# and 2# vibration direction converters.

Keywords: vibration direction converter, resonant frequency, equivalent circuit, coupled vibration

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12074354).

† Corresponding author. xulong@cjlu.edu.cn