

跨临界流动的雷诺应力输运特性研究

马源¹⁾ 黄瑾¹⁾ 陈亚楼²⁾ 明平剑^{1)2)†}

1) (中山大学中法核工程与技术学院, 珠海 5190822)

2) (中山大学先进能源学院, 深圳 518107)

摘要

跨临界流动中, 超临界流体在拟临界区的剧烈热物性变化使其湍流特性显著偏离经典理论, 给传统湍流模型的适用性带来挑战。本文基于跨临界湍流直接数值模拟 (DNS) 数据库, 系统研究不同壁面温差条件下不同工质的热物性分布、雷诺应力特性及其输运机理。结果表明, 流道内压力分布近似均匀, 可视为等压过程, 流动可压缩效应主要由温度变化引起。在热壁附近, 物性脉动极为显著, 其中密度脉动幅度超过当地均值 40%, 比热容脉动超过 90%, 表明物性脉动的影响不可忽略。雷诺应力在不同工况下呈现相似的分布趋势与峰值区间, 但受密度脉动项影响难以实现统一标度。输运分析显示, 雷诺应力主要由产生项与压力-应变再分配项主导, 耗散项仅在近壁区起重要作用。随壁面温差增大, 能量交换外移, 压力-应变再分配作用增强, 各工况下输运项分布形式基本一致, 幅值随密度比变化。瞬时分析进一步揭示, 温度波动引发密度波动, 进而诱导流向速度脉动, 与法向速度脉动耦合生成雷诺应力。基于上述分析, 本文提出雷诺应力输运模型的改进方法, 为高密度比跨临界流动的湍流建模提供理论依据。

关键词: 直接数值模拟 (DNS), 湍流模拟, 雷诺应力, 湍流边界层

PACS: 47.27.Cn, 47.27.ek, 47.40.Ki

基金: 无

† 通信作者. E-mail: mingpj@mail.sysu.edu.cn

第一作者. E-mail: mayuan28@mail2.sysu.edu.cn

1 引言

超临界流体是指温度和压力均高于其临界值的流体。在此状态下, 气液相界面消失, 形成均匀稳定的单相。当流体压力高于临界压力, 温度跨越拟临界温度时, 将发生从类液相到类气相的连续转变: 密度与粘度急剧下降, 比热容则在窄

小的温度区间内剧烈变化并达到峰值，这一区域称为拟临界区。值得注意的是，上述物性剧变并不伴随相变发生。正是这些独特的热物理性质，高密度（类液相）、低粘度（类气相）及高比热容，使超临界流体在能源动力、化工分离等领域展现出广阔的应用前景。上述物性在拟临界区的剧烈变化，可通过典型工质的热物理性质曲线直观展示。以 CO_2 和 N_2 为例，图 1 给出了两者在 1.5 倍临界压力(P_c)和 1.14 倍 P_c 下临界点附近的热物理性质和温度变化。

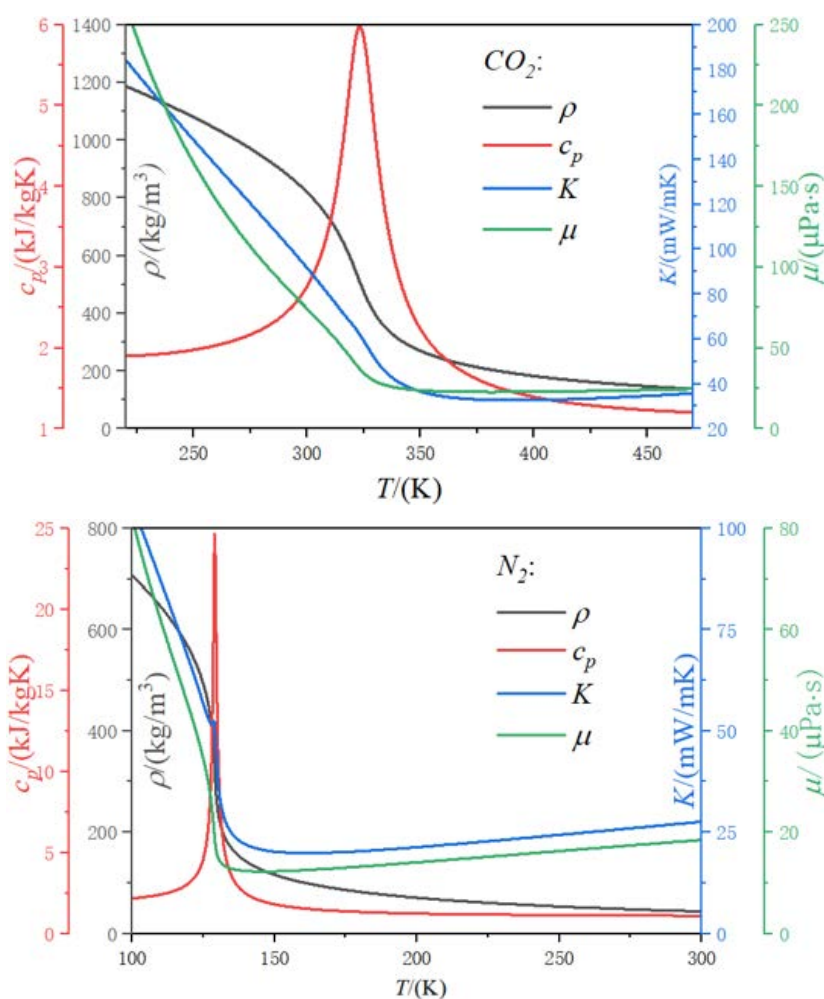


图1 CO_2 和 N_2 在临界点附近的热物理性质 (a) CO_2 , $1.5P_c$; (b) N_2 , $1.5P_c$, 数据来源NIST数据库

Fig.1. Thermophysical properties of CO_2 and N_2 near critical points. (a) CO_2 ; (b) N_2 , Data source: NIST database.

目前，针对超临界流体湍流传热的研究已取得了一定进展。对于一般高速可压缩湍流，可以认为密度脉动与平均密度相比可以忽略不计，即 Morkovin 假设成立^[1-3]。根据这一假设，通过例如 van-Driest 变换，可压缩湍流的平均速度分布

可以用不可压缩湍流标度律的密度修正实现剖面重合^[4,5]。目前,许多 DNS 研究发现,虽然 Morkovin 假设在临界区附近是无效的^[6-8],但是密度脉动并不影响超临界流体湍流的统计性质。例如,对于流向平均速度分布, Ma 等^[7]发现 van-Driest 变换对于跨临界流动的流向平均速度分布仍然成立, Nematì 等^[9]利用象限分析指出超临界流体湍流的上喷、下扫运动受密度脉动影响较小,真实流体效应并不改变雷诺应力与热流密度的输运。

目前的超临界壁湍流(包括槽道流、管流等)直接数值模拟(DNS)研究中,流场密度变化(密度之比 Ω)通常小于 3^[10-28],揭示了 Morkovin 假设的近似成立及标度律的部分适用性。然而,在实际工程应用中,如超临界流体布雷顿循环中的压缩机、航天动力系统的再生冷却通道等关键部件,流场最大密度比可达 10 以上。这种显著的密度差异引发了一个关键问题,即基于低密度比流场建立的统计特性认知,能否直接推广应用于高密度比工况。目前,密度比大于 5 的 DNS 研究相对有限,且主要聚焦于速度分布的标度律和湍动能输运分析。在现有的高密度比 DNS 研究中, Guo 等人^[29]研究了跨临界热边界层,并基于总能量方程提出了一种半局部温度变换。Li 等人^[30]评估了经典标度律在超临界压力下壁面限制湍流中的适用性,研究发现由于显著的密度波动,半局部标度关系失效,并指出附着涡理论能更好地解释速度波动的对数剖面。

尽管上述研究取得了一定进展,但仍存在若干不足。当前工作大多聚焦于标度律的适用性验证,缺乏对强物性变化下湍流结构微观演化机制的深入探讨。同时,经典统计理论在密度比 $\Omega > 5$ 的极端工况下的适用性尚不明确,制约了对超临界流体湍流物理本质的普适性认知。受限于此,基于雷诺平均的数值模拟(RANS)方法在预测该类流动时,相较于 DNS 和大涡模拟(LES)仍存在较大偏差,突出体现在雷诺应力的闭合建模上。其根本原因在于,高密度比条件下雷

雷诺应力的生成、耗散与输运机制尚未厘清，现有模型缺乏可靠的物理依据。

本文基于开源跨临界流动直接数值模拟数据库，选取密度比 Ω 从 2.5 到 10 的跨临界通道湍流开展研究。与以往侧重标度律验证的研究不同，本文从雷诺应力输运方程出发，聚焦热物性剧烈变化对雷诺应力分布特征、预算结构及生成机制的影响。研究旨在为超临界流动 RANS 模型的改进提供物理支撑。

2 计算工况

2.1 分析对象和工况

本研究基于开源的跨临界流动DNS数据库(数据来源和获取详见本文致谢)，分析跨临界流动中的热物性分布、雷诺应力输运和产生机理。DNS数值模拟方法、状态方程和网格无关性验证已在附录A和作者已发表的文献^[31, 32]中说明和验证，此处仅介绍计算几何模型和边界条件。计算域为槽道，其尺寸为 L_x （主流方向）、 L_y （壁面方向）和 L_z （展向方向）。通过在主流方向施加体积力以保持恒定的质量流量，具体方法可参见文献^[33,34]，主流和展向方向均采用周期性边界条件。上壁面温度高于临界温度，下壁面温度低于临界温度，确保流体在槽道内流动时跨过临界点，上下壁面的温度在空间和时间上保持恒定，并采用无滑移边界条件。对于Case A和Case B，计算域的尺寸为 $L_x/L_y = 4\pi$ ， $L_z/L_y = 4\pi/3$ ，通道高度 L_y 为0.2mm；对于Case C和Case D，计算域的尺寸为 $L_x/L_y = 4\pi$ ， $L_z/L_y = 8\pi/3$ ，通道高度 L_y 为0.09mm。当流动达到统计稳定状态后，我们统计了相当于流体流经超过十个通道长度的时间段内的瞬时流场数据，从而获取稳定的流场系综参数。图2展示了本研究的计算模型。表1总结了本文研究的计算案例，其中下标 bw 表示底部冷壁，下标 tw 表示顶部热壁面，下标 b 表示全场平均值。对于所有算例，马赫数都小于0.1，流动通道内压力波动均小于均值0.5%，流动可以近视为等压流动，热物性为温度的函数(忽略压力变化的影响)。值得强调的是，本例中较大的密度变化主

要是由温度跨越拟临界区引起的热力学效应所致，而非由高流速动态压缩引起。

因此，尽管密度脉动强烈，但流动仍处于低马赫数 (<0.1)，这保证了压力波动极小 ($<0.5\%$ 均值)，从而支持我们将热物性仅视为温度的函数（忽略压力影响）的简化处理。

表 1 计算工况

Table 1. Summary of cases and conditions

算例	工质	$T_{bw}/T_c, T_{tw}/T_c$	ρ_{bw}/ρ_{tw}	$N_x \times N_y \times N_z$	$u_b(m/s)$	Ma_b	P_b/P_c
CaseA	CO_2	0.95, 1.1	2.55	$96 \times 96 \times 96$	<u>1.0</u>	<u>0.029</u>	1.5
CaseB	CO_2	0.8, 1.4	7.08		<u>1.0</u>	<u>0.025</u>	
CaseC	N_2	0.79, 1.11	5.2	$384 \times 256 \times 384$	<u>32.38</u>	<u>0.028</u>	1.14
CaseD	N_2	0.79, 1.51	10		<u>27.44</u>	<u>0.017</u>	

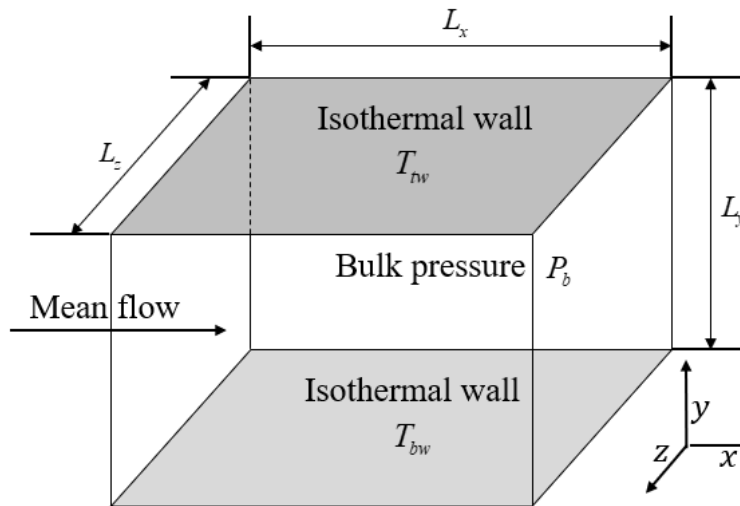


图2 几何模型

Fig.2. Physical model

2.2 统计方法验证

在详细分析前给出明确的本文符号定义。对于任一变量 ϕ ，Reynolds 平均表示为 $\bar{\phi}$ ，Favre 平均定义为 $\bar{\phi} = \overline{\rho\phi}/\bar{\rho}$ 。与之对应的雷诺平均与法夫尔平均脉动量分别定义为 ϕ' 和 ϕ'' 。上标+表示采用壁单位进行的无量纲化处理，*则表示基于半局部壁单位的无量纲参数。上标*和+分别表示半局部标度和壁面标度。法向坐标 y 、 y^+ 和 y^* 分别表示笛卡尔坐标、经壁面粘性尺度 $\delta_v^+ = \mu_w / \rho_w u_\tau$ 缩放后的坐标和经

半局部壁面粘性尺度 $\delta_v^* = \bar{\mu} / \bar{\rho} u_\tau^*$ 缩放后坐标。其中 $y^+ = y / \delta_v^+$, $y^* = y / \delta_v^*$,
 $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho_w}$, $u_\tau^* = \sqrt{\tau_w / \bar{\rho}}$ 。 τ_w 表示平均壁面切应力, 下标 w 表示壁面处的物性
 (冷壁 bw 或热壁 tw)。

为了验证本文统计方法的正确性, 我们复现了 Abdellatif 等人^[35]和 Guo 等人^[33, 34]中的二阶统计量, 包括速度的均方根和物性均方根。图 3 展示了统计结果和文献结果的对比, 其中图 3(a)显示了 Case A 的速度脉动均方根随壁面单元 y^+ 的变化, 并与文献^[35]的统计结果进行对比。图 3(b)展示了 Case D 的热物性脉动均方根与平均热物性比值随无量纲法向距离 y/L_y 的变化, 热物性包括密度 ρ , 粘度 μ , 热导率 K 和比热容 c_p , 并与文献^[34]的统计结果进行对比。由图 3 可见, 本文统计结果与文献数据吻合良好, 速度脉动和热物性脉动的分布趋势及量级均与参考结果一致, 验证了本文统计方法的可靠性。考虑到 DNS 数值方法、网格无关性验证及计算结果的统计验证已在作者之前的文章^[31, 32]中完成, 上述对比表明, 本文所采用的 DNS 数据精度可靠, 基于此开展的统计分析结果具有可信性。

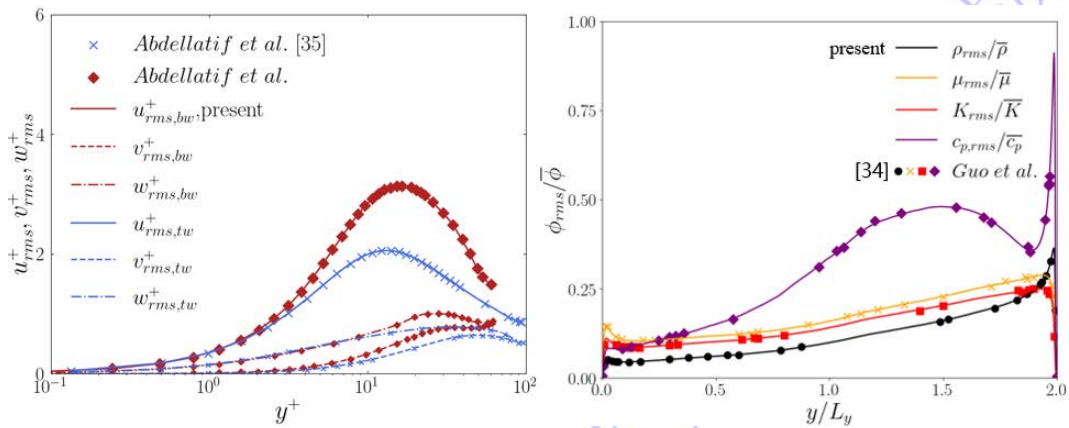


图3 统计结果复现. (a)Case A的速度脉动均方根分布^[35]; (b) Case D的热物性脉动的均方根与均值之比沿壁面法向的分布^[34]

Fig.3. Reproduction of statistical results. (a) Distribution of root-mean-square velocity fluctuations for Case A ^[35]; (b) Wall-normal distribution of the ratio of root-mean-square to mean thermophysical properties for Case D^[34].

3 物性平均参数和统计参数分布

以 CaseB 为例，图 4 展示了流场平均参数沿壁面方向的变化规律，包括平均速度 u 、平均压力 P 、平均温度 T 、热物性参数。结果显示，通道内压力分布变化很小，可以视为等压分布，此外压力脉动与平均压力的比值小于 0.4%，因此在本文中忽略压力脉动对流动和传热的影响，只需考虑温度变化引起的可压缩效应。图 5 展示了所有算例的热物性脉动均方根沿壁面方向的分布。结果显示 $\rho_{rms}/\bar{\rho}$ 最大值达到了 44%，高于 $Ma=8$ 的流动中的 30%，和马赫数 $Ma=12$ ^[2]的这一比值持平。由此可见，本文跨临界工况下的密度脉动强度甚至超过了高马赫数可压缩流动，但其物理根源不同：高马赫数流动的密度脉动源于高速流动引起的动态压缩，而本文工况中的密度脉动主要源于温度跨越拟临界区所引发的热力学物性剧变。对于所有工况，冷壁和热壁之间的热物性脉动存在明显的不对称性，热壁附近的脉动幅度显著更大。随着壁面温差增大， c_p 的波动更加显著，超过局部平均值的 90%。这一观察结果表明，在表征热边界层时捕捉 c_p 脉动的行为非常重要。此外，在热壁附近， ρ 、 μ 和 K 的脉动均超过平均值的 20%，显示出物性脉动的显著影响。值得注意的是，在大部分通道中，不同工况下的热物性脉动幅度均超过局部平均值的 10%。在经典可压缩湍流中，热力学波动通常可以忽略；即使是具有显著密度变化的超音速湍流边界层，通常也遵循 Morkovin 假设，其脉动幅度一般不超过平均值的 10 - 15%^[36,37]。然而，本文的跨临界流动呈现完全不同的特征：即使壁面温差最小的 Case A，通道中心区域的密度脉动也已超过局部平均值的 10%；高密度比工况下，各物性脉动幅度远超经典可压缩湍流的经验阈值。因此，在跨临界流动中，Morkovin 假设失效，热致密度脉动显著改变了湍流的输运特性，湍流建模中必须显式考虑热物性脉动的影响。

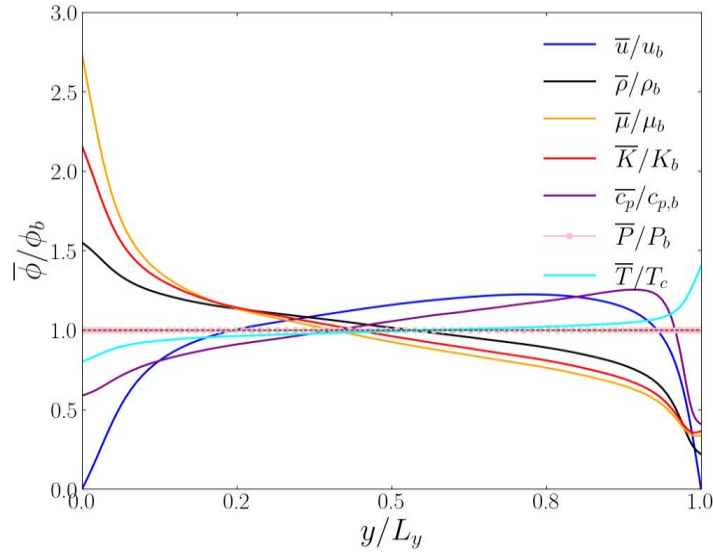


图4 Case B的平均参数沿壁面方向的分布, 包括流向速度、密度、粘度、热导率、比热容、
压力和温度的均值分布

Fig.4. Distribution of mean parameters along the wall direction for Case B, including mean
streamwise velocity, density, viscosity, thermal conductivity, specific heat, pressure, and
temperature.

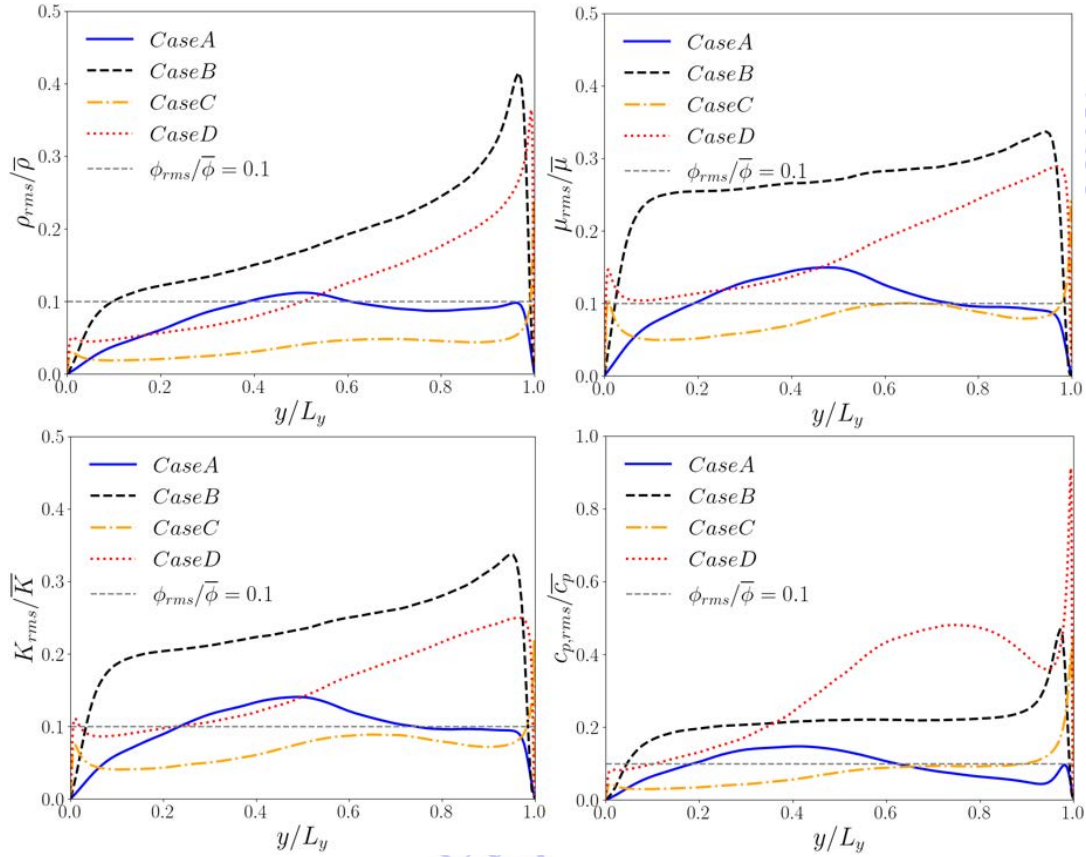


图5 不同工况下热物性脉动均方根沿壁面方向的分布. (a) 密度脉动均方根分布; (b) 粘度脉动均方根分布; (c) 热导率脉动均方根分布; (d) 比热容脉动均方根分布. 均用本地值进行

缩放，灰色线对应 $\phi_{rms}/\bar{\phi} = 0.1$

Fig.5. Distribution of Root-Mean-Square of thermophysical property fluctuations along the wall

direction under different conditions. (a) ρ_{rms} ; (b) μ_{rms} ; (c) K_{rms} ; (d) $c_{p,rms}$. All are

normalized by the average value. Gary dash line $\phi_{rms}/\bar{\phi} = 0.1$.

4 雷诺应力分析

4.1 雷诺应力分布

雷诺应力的精确描述是湍流模型闭合的关键。为探究跨临界流动对动量运输的影响，本节首先分析充分发展槽道湍流中雷诺剪应力的分布特征。根据高马赫数可压缩湍流理论，对于高马赫数的可压缩湍流， $\overline{u''v''}^+$ 是一个不变量。

$$\overline{u''v''}^+ = -\overline{\rho u''v''}/\tau_w \quad (1)$$

式中， τ_w 为壁面切应力。

图6中统计了不同工况的 $\overline{u''v''}^+$ 随半局部尺度 y^* 的分布变化，即用半局部尺度对变物性流动的修正标度。结果显示，在跨临界流动中， $\overline{u''v''}^+$ 分布显著依赖于壁面温差，无法用单一的无量纲化曲线描述。此外，对比Case A、Case B和Case C、Case D可以发现，随着壁面温差的增大，槽道中心处的雷诺应力强度也随之增大，峰值更高，且不同工况下的峰值区域均处于 $10 < y^* < 50$ 区间。定量比较表明，峰值处无量纲雷诺应力从Case A的约0.90单调增加至Case D的约1.70（增幅约80%），另外对比Case A和Case B，Case C和Case D峰值位置向外层移动，说明高密度比工况下雷诺应力增强不仅体现在幅值上，也反映在峰值位置的向外迁移。

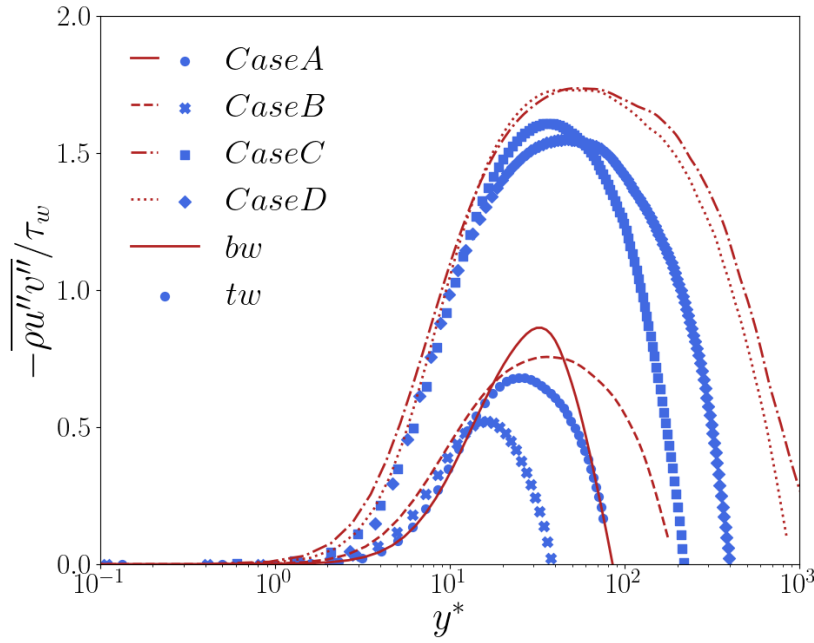


图6 沿壁面方向上雷诺应力分布，用 τ_w 缩放

Fig.6. Distribution of Reynolds stress along the wall direction, normalized by τ_w .

4.2 密度脉动对雷诺剪切应力的影响

在可压缩湍流中，根据Morkovin 假设认为密度脉动与平均密度相比可以忽略不计，即公式(2)中的 $\overline{\rho' u'' v''}$ 项在建模时可以忽略，根据4.1节的统计结果， $\rho_{rms}/\bar{\rho}$ 超过40%，由此将雷诺应力项拆分为平均密度项和脉动密度项，分析 $\overline{\rho' u'' v''}$ 项的占比。

$$\overline{\rho u'' v''} = \overline{\rho u'' v''} + \overline{\rho' u'' v''} \quad (2)$$

图7为公式2中密度脉动项相比于平均密度项的占比。图7清晰地展示了密度脉动项 $\overline{\rho' u'' v''}$ 的贡献随 Ω 增大而系统性增强。在低密度比工况 ($\Omega \approx 2.5$, Case A)，该项贡献在大部分区域低于10%(传统理论认为可以忽略的界限)，证明在低密度比的流动下，可以忽略脉动项的影响。在高密度比工况下 (Case B $\Omega = 7.1$; Case C $\Omega = 5$; Case D $\Omega = 10$)，脉动项在近壁区及对数区均显著超过10%，在 $y^* \approx 1-5$ 处存在峰值，均超过20%。当流动过程中存在较大的密度变化时，由温度脉动/密度脉动直接驱动的动量输运项 $\overline{\rho' u'' v''}$ 不可忽略。此外，各算例槽道中心区域密度

项的影响均超过10%，对应区域涵盖对数区及外层区。定量比较表明，在粘性底层 $y^* < 10$ 的区域脉动项与平均项的比值存在一个峰值，峰值处的密度脉动项占比从Case A的不足10%跃升至Case D的约40%，其中Case B和Case C的峰值分别约为20%和30%。高密度比工况（ $\Omega \geq 5$ ）的峰值占比约为低密度比工况的2-4倍，进一步证实了密度脉动在高 Ω 条件下的主导作用。随着壁面温差的增大，密度脉动项的贡献占比也相应提高。因此，在跨临界流动的雷诺应力建模中，必须考虑密度脉动项的影响，而不能简单地将其等价于高马赫数可压缩流动($Ma < 5$)假设下的形式 $\overline{\rho u''v''} \neq \overline{\rho} \overline{u''v''}$ 。

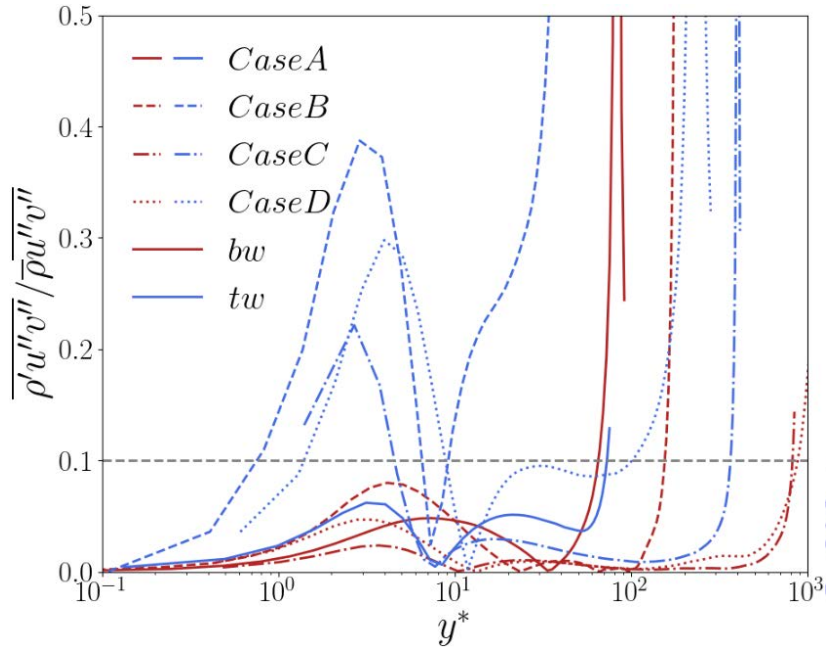


图7 不同工况的雷诺应力密度脉动项与平均密度项比值分布，虚线对应密度脉动项与平均密度项比值为0.1

Fig.7. Distribution of the ratio of density-fluctuation term to mean-density term in Reynolds stress for different cases. The dashed line marks the ratio of density-fluctuation term to mean-density term equal 0.1.

4.3 雷诺应力输运方程

根据4.1和4.2节的统计结果，不同工况下的雷诺剪切应力并不能归一，且密度脉动项的影响不可忽略，本节将推导雷诺应力的输运方程，并分析跨临界流动

下雷诺应力输运的主导因素。基于可压缩湍流的N-S控制方程，推导出可压缩湍流的Reynolds应力输运方程。其中应力RS张量定义为：

$$\tau_{ij} = \overline{\rho u_i'' u_j''} \quad (3)$$

参考文献^[38-41]，输运方程为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \tau_{ij}) = & - \left(\tau_{ki} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \tau_{kj} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x_k} \overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''} \right) - \left(\overline{u_i'' \frac{\partial p'}{\partial x_j}} + \overline{u_j'' \frac{\partial p'}{\partial x_i}} \right) \\ & + \left(\overline{u_i'' \frac{\partial \sigma_{jk}}{\partial x_k}} + \overline{u_j'' \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}} - \overline{u_i'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j}} - \overline{u_j'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}} \right) - \left(\sigma'_{ik} \frac{\partial u_j''}{\partial x_k} + \sigma'_{jk} \frac{\partial u_i''}{\partial x_k} \right) + \left(\frac{\partial \sigma'_{ik} u_j''}{\partial x_k} + \frac{\partial \sigma'_{jk} u_i''}{\partial x_k} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

方程左端为Reynolds应力的增长率，方程右端第一项内的各项为Reynolds应力生成项 P_r ，表征平均运动的变形和Reynolds应力的相互干扰作用的贡献。方程右端第二项是湍流扩散系数 T_r ，包含脉动速度和脉动压力相关作用产生的扩散项。第三项为速度-压力应变相关系数 π_r ，表征脉动压力和脉动速度变形率的相关项，表征Reynolds应力的再分配特征。第四项为密度波动产生的附加项 E_r ，分为脉动运动对脉动Reynolds应力的输运的扩散作用，和湍流脉动运动与平均运动的压力梯度的相互干扰作用贡献。第五项是Reynolds应力的耗散项 ε_r ，包含了黏性作用产生的Reynolds应力耗散。第六项为粘性扩散系数 V_r ，表征黏性作用产生和脉动运动产生的扩散。

由于本文中的研究为槽道流，流向和展向均为周期边界条件，对于任意变量 ϕ 均满足：

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} = \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

公式(4)中的粘性力计算公式为

$$\sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (6)$$

通过公式(5)对公式(4)进行化简，可得剪应力 τ_{xy} 的输运方程的各项结果

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial y}(\tilde{v}\tau_{xy}) = & -\left(\overline{\tau_{yx}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial y}} + \overline{\tau_{yy}\frac{\partial u}{\partial y}}\right) - \left(\frac{\partial}{\partial y}\overline{\rho u''v''v''}\right) - \left(\overline{u''\frac{\partial p'}{\partial y}} + \overline{v''\frac{\partial p'}{\partial x}}\right) \\
& + \left(\overline{u''\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y}} + \overline{v''\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y}} - \overline{u''\frac{\partial \bar{p}}{\partial y}} - \overline{v''\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}}\right) \\
& - \left(\overline{\sigma'_{xx}\frac{\partial v''}{\partial x}} + \overline{\sigma'_{xy}\frac{\partial v''}{\partial y}} + \overline{\sigma'_{xz}\frac{\partial v''}{\partial z}} + \overline{\sigma'_{yx}\frac{\partial u''}{\partial x}} + \overline{\sigma'_{yy}\frac{\partial u''}{\partial y}} + \overline{\sigma'_{yz}\frac{\partial u''}{\partial z}}\right) \\
& + \left(\overline{\frac{\partial \sigma'_{xx}v''}{\partial x}} + \overline{\frac{\partial \sigma'_{xy}v''}{\partial y}} + \overline{\frac{\partial \sigma'_{xz}v''}{\partial z}} + \overline{\frac{\partial \sigma'_{yx}u''}{\partial x}} + \overline{\frac{\partial \sigma'_{yy}u''}{\partial y}} + \overline{\frac{\partial \sigma'_{yz}u''}{\partial z}}\right)
\end{aligned} \tag{7}$$

根据公式(7)，本研究对密度脉动变化最大的两个工况(CaseB 和 CaseD)进行了统计分析，图 8 为雷诺应力输运方程的各项统计结果，所有项均用 $\tau_s = \tau_w \sqrt{\tau_w / \rho} / L_y$ 缩放。

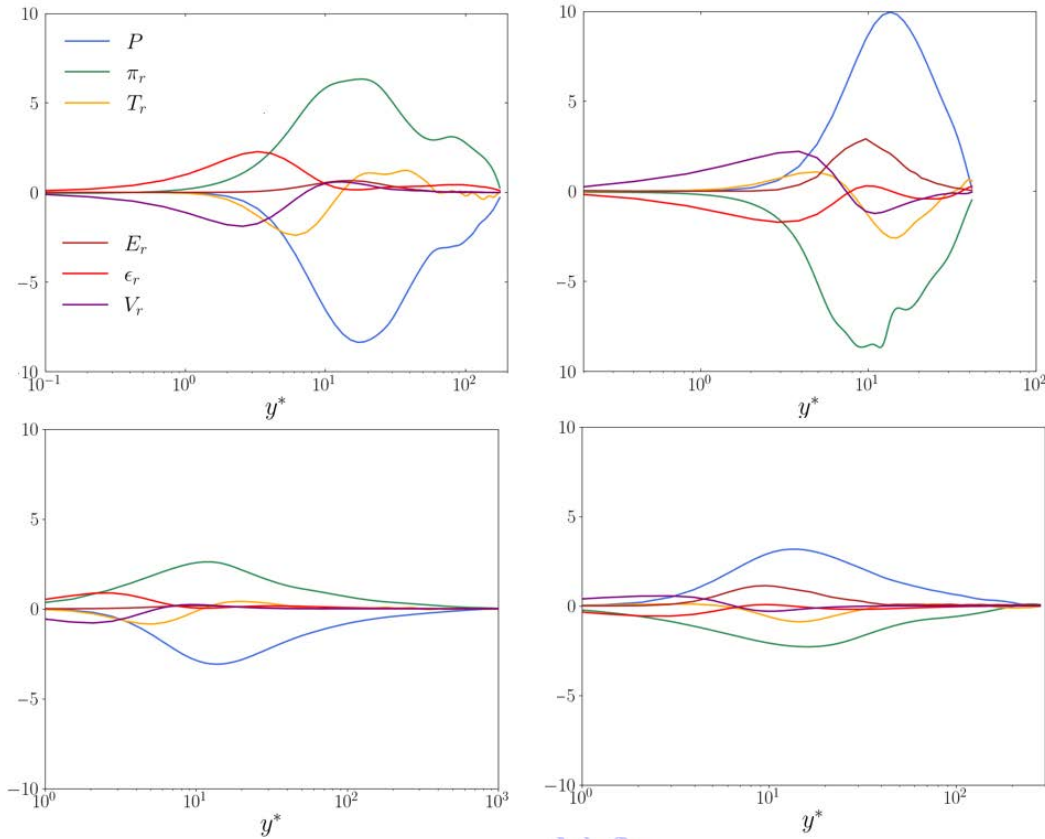


图8 雷诺应力输运方程各项分布. (a) Case B *bw*; (b) Case B *tw*; (c) Case D *bw*; (d) Case D *tw*.

所有项用 τ_s 缩放

Fig.8. Terms of Reynolds stress transport equation. (a) Case B *bw*; (b) Case B *tw*; (c) Case D

bw; (d) Case D *tw*. All terms normalized by τ_s .

通过对比图 8 中各算例的各项分布，我们可以得出在雷诺应力输运方程中，主要是湍流产生项 P 和压力-应变相关项的 π_r 占据主导，耗散项在对数层存在影响，但是对于相比于产生项和压力-应变项的影响可以忽略，而扩散项的影响可以视为在整个流动区域内可以忽略。结合作者之前的工作^[42, 43]和 Wan 等人^[44]工作中表明， p' 通常仅作为 TKE 平衡中的传输项出现，并且其贡献在边界层的大部分区域都相对较小，即对于低马赫数跨临界流动，压力应变的作用可以忽略。对于雷诺应力可以看出，在 $0 < y^* < 10$ 区域，主要由耗散作用 ε_r 和粘性扩散 V_r 相互平衡。对于 $y^* > 10$ 区域， ε_r 的影响可以忽略，由 P 和 π_r 主导，即 ε_r 的影响仅在近壁区域不可忽略。在 $10 < y^* < 20$ 区域，两者达到峰值。从输运方程分析可以得出，除了生产和耗散之外，由 π_r 驱动的再分配作用在雷诺应力平衡和输运过程中起着主导作用。这种现象表明，超临界湍流中的压力应变特性与不可压缩湍流中的相似，即它负责雷诺应力张量不同分量之间的重新分布，导致雷诺应力分布的各向异性。

对比 Case B 和 Case D 的输运项统计结果可以发现，壁面温差增大导致，雷诺应力输运方程的各项分布更加扁平化(峰值降低)，能量交换过程向边界层外区延伸，压力-应变项的主导作用范围显著扩大。对比同一工况的冷壁和热壁， bw 与 tw 的分布情况存在细微差异， tw 工况中各项的脉动幅度普遍大于 bw 工况，特别是在 $y^* > 10$ 区域，这反映了热壁面与冷壁面条件下湍流结构的非对称性，热壁面 (tw) 附近，压力-应变项 π_r 的峰值更尖锐，说明能量再分配过程更为剧烈。

跨工况（不同 Ω 、不同工质）的输运项分布呈现形态普适、幅值特异的特征：所有算例的压力-应变项均在 $y^* \approx 15$ 处出现峰值，产生项均在 $y^* \approx 20$ 处达峰，这反映了跨临界通道流雷诺应力输运的拓扑结构稳定性，而幅值的差异则源于物性脉

动的强度差异。高密度比工况 (Case D, $\Omega=10$) 下, 各项的峰值较 Case B ($\Omega=7.08$) 降低约 50%, 但分布形态保持一致, 表明物性脉动主要影响输运强度而非输运结构。基于这一规律, 可建立以密度比 Ω 为参数的经验修正模型, 即保留输运项的结构形式, 通过 Ω 相关系数调整幅值。

4.4 雷诺应力生成机理

通过瞬时的快照的分解, 分析瞬时的雷诺应力的产生机理。2.1 节中已经说明热物性可以视为温度的函数, 即密度变化和温度变化密切相关。图 9 为所有工况的流向速度和温度脉动的相关性, 可以发现除了通道中心处, 流向速度和温度脉动具有高度的相关性, 即温度脉动同时叠加流向速度脉动, 而前文已经说明温度脉动和密度脉动等价。温度脉动通过物性耦合关系直接诱导了密度脉动, 而密度脉动进一步与流向速度脉动耦合叠加, 即高密度区对应高流向速度区、低密度区对应低流向速度区, 这一关联性为法向速度脉动提供了调制基础, 当温度脉动引起的密度分层与法向速度脉动相互作用时, 便显著增强了对雷诺应力的贡献, 体现了热力学效应对湍流动量输运的直接影响。图 10 展示了 Case B 的瞬时快照结果, 其中轮廓为瞬时密度 $\rho = 600 \text{ kg/m}^3$ 的等值面瞬时轮廓, 叠加瞬时的密度、温度、流向速度、壁面速度脉动, 以及雷诺应力的瞬时分布。从图 9 中可以发现, 瞬时温度脉动诱导出显著的密度脉动, 低温区与高密度区空间重叠, 而高密度区又对应高主流速度区; 当叠加法向速度脉动时, 便产生明显的雷诺应力分布。

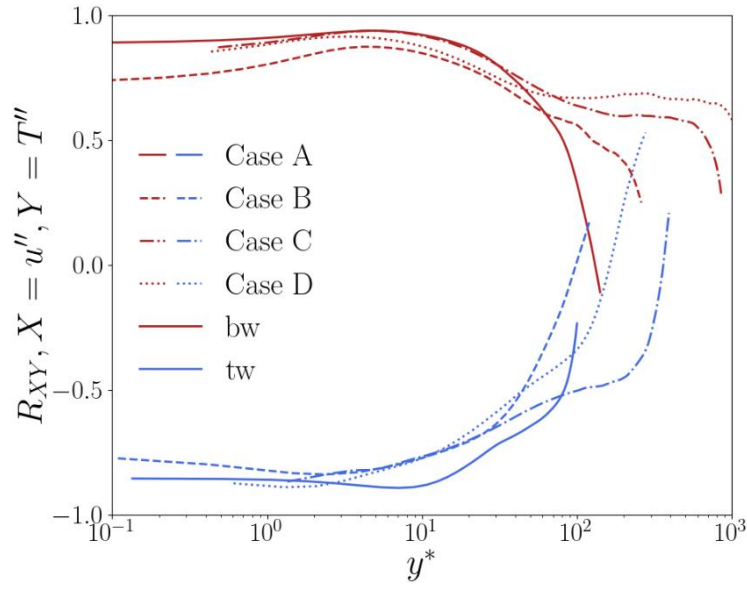


图9 所有工况的速度-密度脉动相关性，红线：冷壁，蓝线：热壁

Fig.9. Correlation analysis of u'' and T'' of all cases. Red line: cold wall; blue line: hot wall.

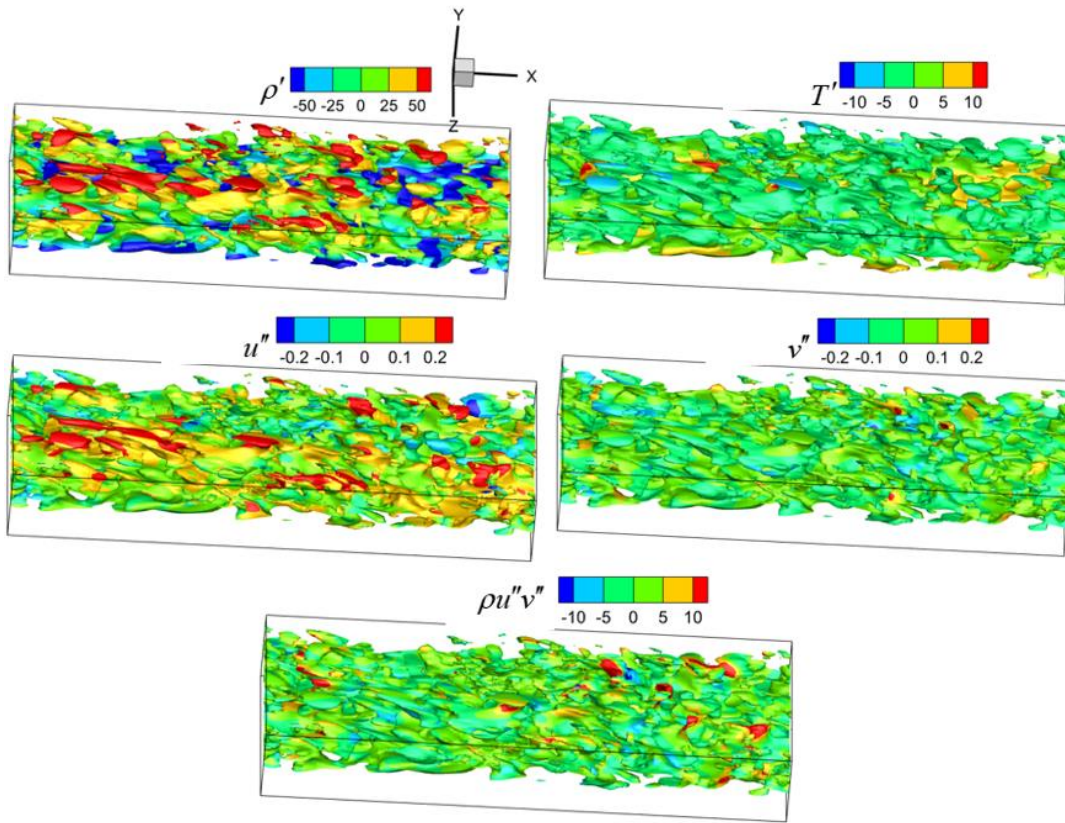


图10 Case B瞬时快照结果. (a) ρ' ; (b) T' ; (c) u'' ; (d) v'' ; (e) $\rho u'' v''$.

Fig.10. Instantaneous snapshot of Case B. (a) ρ' ; (b) T' ; (c) u'' ; (d) v'' ; (e) $\rho u'' v''$.

在超临界边界层中，温度波动引发剧烈的密度波动，这种密度波动不仅在近

壁区激发不可忽略的流向速度扰动，还显著改变近壁低速与高速条带的空间分布。由于超临界条件下密度随温度的急剧变化特性，低速条带由壁面加热的高温、气态低密度($\rho' < 0$)流体组成，而高速条带则是低温、液态高密度流体($\rho' > 0$)，这种密度与速度的耦合关系诱导出近壁的雷诺应力 $\rho u''v''$ 。

4.5 面向高密度比跨临界流动的RSM湍流模型改进思路

不同工况下，雷诺切应力的产生项 P_r 与其压力-应变再分配项 π_r 的比值，稳定在 1 至 2.5 之间，图 11 给出了不同工况下冷、热壁面该比值的统计分布，定量分析表明，在对数区 ($y^* > 10$) 内，所有工况的比值均落在 1.5-2.5 范围内。对比 Case A 和 Case B, Case C 和 Case D 的峰值大小和分布区间，可以发现随着密度比 Ω 的增大（即壁面温差增大），比值下降约 20%，但不影响峰值分布区间和分布趋势。这一统计规律表明，在核心流动区，雷诺切应力的生成与再分配过程之间，存在着一种相对稳定的动态平衡标度关系。参考湍动能输运方程中产耗比在对数区平衡的假定，假定产生项和压力应变率项这一比值在 $y^* > 10$ 区域内为 1，即

$$\underline{P_r = \pi_r} \circ$$

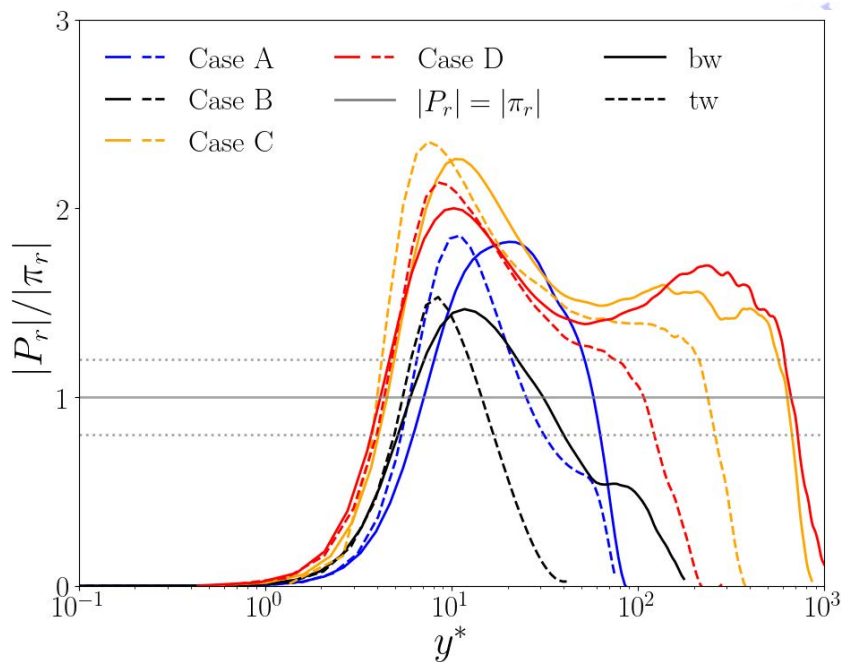


图 11 不同工况的 P_r/π_r 的比值，虚线对应产生项和再分配项相等 $P_r=\pi_r$

Fig.11 P_r/π_r at different cases. The dashed line indicates equality of production and redistribution terms ($P_r=\pi_r$).

5 结 论

本文通过对 DNS 计算结果统计分析,研究了跨临界流动中的热物性分布、雷诺应力分布及其输运和产生机理。分析了不同壁面温差条件下不同工质的流动特性。得出以下主要结论:

(1) 高密度比($\Omega>5$)跨临界流动中,热壁附近密度脉动超过当地均值的 40%,定压比热容脉动超过 90%。热物性脉动的显著增强使 Morkovin 假设失效,并对湍流统计特性产生实质性影响,需在湍流建模中显式考虑。

(2)不同工况下的雷诺应力分布显示出相似的峰值区间和趋势,但受密度脉动影响无法归一化。当 $\Omega>5$,密度脉动项对雷诺应力的贡献由不足 5%跃升至超过 20%,传统基于壁面单位的标度律失效。

(3) 在跨临界通道湍流中,雷诺应力输运由湍流产生项与压力-应变再分配项主导,耗散项仅于近壁区显著。壁面温差增大促使能量交换外移并强化压力-应变作用,且不同工质不同温差下的雷诺应力输运项分布趋势一致,各项的幅值随工况的密度比而变化。

(4)瞬时快照分析揭示了雷诺应力的产生机理。超临界边界层中的温度波动引发大密度波动,进而诱发出流向速度脉动,导致近壁区域雷诺应力的产生,表明在跨临界流动中温度波动和密度波动的耦合作用。

基于本文提出的在 $y^*>10$ 雷诺切应力产生项与压力-应变再分配项比值近似为 1 的简化假设,后续研究将该简化假设植入常用 CFD 求解器中,通过对比模型改进前后的计算结果,评估其对计算精度的提升效果,并进一步检验该假设在不同流动条件下的有效性与适用范围。

作者衷心感谢西北工业大学李方博老师提供的直接数值模拟(DNS)数据(本文中Case

C和Case D) [46], 并感谢其在数据处理与实际流体相似性分析工作中给予的宝贵指导和鼎力支持。同时, 作者深切致谢巴塞罗那加泰罗尼亚理工大学流体力学系, 尤其致谢Lluís Jofre教授开源的直接数值模拟 (DNS) 数据 (本文中Case A和Case B)。该数据基于知识共享署名 4.0 国际许可协议 (CC BY 4.0) 授权, 可在 Figshare + 数据平台 (获取地址 <https://doi.org/10.25452/figshare.plus.29787812>) [47] 中获取, 许可协议原文参见网址: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>。

附录A 控制方程、状态方程和网格分辨率

本研究所采用的开源 DNS 数据库^[47]详细描述了超临界流体在多种压力和温度条件下的细微特性。基于无量纲化的质量、动量和总能量方程进行的全可压缩模拟, 构成了描述跨临界流体运动和理解其动力学特性的基础。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (\text{A1})$$

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla P + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad (\text{A2})$$

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} E) = \nabla \cdot (K \nabla T) - \nabla \cdot (P \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u}), \quad (\text{A3})$$

其中, t 为时间, $\mathbf{u}$ 为速度矢量, ρ 为密度, P 为压力。粘性应力张量 $\boldsymbol{\tau}$ 表示为 $\boldsymbol{\tau} = \mu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T - (2/3)(\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I})$, 其中 μ 为动力粘度, $\nabla \mathbf{u}$ 和 $(\nabla \mathbf{u})^T$ 为速度梯度和速度梯度的转置, $\mathbf{I}$ 为单位矩阵。 E 为总能, T 为温度, K 为热导率。

采用 Peng-Robinson (PR) 状态方程^[48]来描述流体的状态变量 (压力 P 、温度 T 和密度 ρ)。该方程至关重要, 因为它能够实现热力学变量从理想气体状态 (仅依赖于温度的低压场景) 到超临界状态 (压力高于临界压力) 的转换。理想气体部分通过 NASA 的 7 系数多项式^[49]计算, 而超临界压力条件下的解析表达式则源自 PR 状态方程^[50]。

$$P = \frac{Z \rho R T}{\gamma M a^2} \quad (\text{A4})$$

其中, $Z = P/(\rho R T)$ 为压缩因子, R 为特定气体常数,

$\gamma = Z(c_p/c_v) \left[\left((Z + T(\partial Z/\partial T)_\rho) / (Z + T(\partial Z/\partial T)_p) \right) \right]$ 为近似的真实气体比热容比， c_v 为定容比热容， Ma 为体积马赫数。诸如 μ 和 K 等热物理性质是基于 T 、 ρ 及其他相关参数，采用 Chung 等人^[51]提出的关联式进行计算。

对于 Case A 和 Case B，网格分辨率的范围为 $8.3 \leq \Delta x^+ \leq 10.1$ ， $0.31 \leq \Delta y^+ \leq 0.4$ and $4.17 \leq \Delta z^+ \leq 5.1$ 。对于 Case C 和 Case D，网格分辨率的范围为 $4.9 \leq \Delta x^+ \leq 8$ ， $0.2 \leq \Delta y^+ \leq 1$ and $3.26 \leq \Delta z^+ \leq 6.8$ 。参照示例包括 Kim 等人^[52]、Pumir 等人^[53]和 Yao 等人^[54]的工作，他们分别提及了 $\Delta x^+ = 10.98$ ， $0.43 \leq \Delta y^+ \leq 5.93$ ， $\Delta z^+ = 5.63$ 等网格参数。本文工况的分辨率被认为足以捕捉所有相关的流动尺度，确保高强度壁面切应力事件能够准确解析。

参考文献

- [1] Spina E F, Smits A J, Robinson S K. 1994. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **26**: 287
- [2] Duan L, Beekman I, Martin M P. 2011. *J. Fluid Mech.*, **672**: 245
- [3] Bradshaw P. 1977. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **9**: 33
- [4] Pecnik R, Patel A. 2017. *J. Fluid Mech.*, **823**: R1
- [5] Trettel A, Larsson J. 2016. *Phys. Fluids*, **28**: 026102
- [6] Bae J H, Yoo J Y, McEligot D M. 2008. *Phys. Fluids*, **20**: 055108
- [7] Ma P C, Yang X I A, Ihme M. 2018. *Phys. Rev. Fluids*, **3**: 034609
- [8] Kim K, Hickey J P, Scalo C. 2019. *J. Fluid Mech.*, **871**: 52
- [9] Nemati H, Patel A, Boersma B J, Pecnik R. 2016. *J. Fluid Mech.*, **800**: 531
- [10] Peeters J W R, Pecnik R, Rohde M, van der Hagen T H J J, Boersma B J. 2017. *Phys. Rev. Fluids*, **2**: 024602
- [11] Patel A, Peeters J W R, Boersma B J, Pecnik R. 2015. *Phys. Fluids*, **27**: 095101
- [12] Wan T, Zhao P H, Li Y J, Li J Q, Jiang P X. 2024. *Flow Turbul. Combust.*, **112**: 1027
- [13] Wang J C, Yang Y T, Shi Y P, Xiao Z L, He X T, Chen S Y. 2013. *Phys. Rev. Lett.*,

- [14] Wang J C, Shi Y P, Wang L P, Xiao Z L, He X T, Chen S Y. 2012. *J. Fluid Mech.*, **713**: 588
- [15] Sciacovelli L, Cinnella P, Grasso F. 2017. *J. Fluid Mech.*, **825**: 515
- [16] Wang J C, Shi Y P, Wang L P, Xiao Z L, He X T, Chen S Y. 2011. *Phys. Fluids*, **23**: 125103
- [17] Livescu D, Li Z. 2017. *AIP Conf. Proc.*, **1793**: 150009
- [18] He K. 2015. Ph.D. Dissertation. Sheffield: The University of Sheffield
- [19] Kawai S. 2019. *J. Fluid Mech.*, **865**: 563
- [20] Kimura Y, Herring J R. 2012. *J. Fluid Mech.*, **698**: 19
- [21] Hallez Y, Magnaudet J. 2015. *J. Fluid Mech.*, **762**: 435
- [22] Martin W, Günther G. 1998. *Int. J. Heat Fluid Flow*, **19**: 150
- [23] Hanjalic K. 2002. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **34**: 321
- [24] Ren J, Marxen O, Pecnik R. 2019. *J. Fluid Mech.*, **871**: 831
- [25] Zonta F, Marchioli C, Soldati A. 2012. *J. Fluid Mech.*, **697**: 150
- [26] Zonta F, Marchioli C, Soldati A. 2012. *J. Fluid Mech.*, **697**: 175
- [27] Wan T, Zhao P H, Liu J M, Zhao M, Wang X J. 2020. *Phys. Fluids*, **32**: 055103
- [28] Peeters J W R, Pecnik R, Rohde M, van der Hagen T H J J, Boersma B J. 2016. *J. Fluid Mech.*, **799**: 505
- [29] Guo J, Yang X I A, Ihme M. 2018. Center for Turbulence Research Annual Research Briefs: 273
- [30] Li F B, Pei B B, Bai B F. 2022. *Phys. Fluids*, **34**: 085104
- [31] Ma Y, Chen Y, Ming P. 2025. *Phys. Fluids*, **37**: 125133
- [32] Ma Y, Tang Y, Zhao J, Yang J, Ming P. 2026. *Appl. Therm. Eng.*, **290**: 129934
- [33] Guo J, Yang X I A, Ihme M. 2022. *J. Fluid Mech.*, **934**: A45
- [34] Guo J. 2023. Ph.D. Dissertation. Stanford: Stanford University

- [35] Abdellatif A, Jofre L. 2024. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **231**: 125837
- [36] Coleman G N, Kim J, Moser R D. 1995. *J. Fluid Mech.*, **305**: 159
- [37] Huang P G, Coleman G N, Bradshaw P. 1995. *J. Fluid Mech.*, **305**: 185
- [38] Fu D X. 2010. Direct Numerical Simulation of Compressible Turbulence. Beijing: Science Press (in Chinese)
- [39] Li D, Komperde J, Peyvan A, Zhang X L. 2022. *J. Fluid Mech.*, **931**: A10
- [40] Cécora R D, Radespiel R. 2015. *AIAA J.*, **53**: 739
- [41] Pantano C, Sarkar S. 2002. *J. Fluid Mech.*, **451**: 329
- [42] Ma Y, Chen Y L, Ming P J. 2025. *Phys. Fluids*, **37**: 125147
- [43] Ma Y, Tang Y J, Zhao J L, Yang J W, Ming P J. 2026. *Appl. Therm. Eng.*, **290**: 129934
- [44] Wan T, Zhao P H, Wang X J. 2025. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **241**: 126734
- [45] Li F B, Pei B B, Bai B F. 2020. *Phys. Fluids*, **32**: 095112
- [46] Li F, Zhang W, Ihme M. 2024. *Phys. Rev. Fluids*, **9**: 104602
- [47] Abdellatif A, Monteiro C, Bernardes M, Jofre L. 2024. *Sci. Data*, **11**: 926
- [48] Peng D Y, Robinson D B 1976 *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, **15** 59
- [49] Burcat A, Ruscic B 2005 Third Millennium Ideal Gas and Condensed Phase Thermochemical Database for Combustion with Updates from Active Thermochemical Tables (Argonne: Argonne National Laboratory) (Technical Report)
- [50] Jofre L, Urzay J 2021 *Prog. Energy Combust. Sci.*, **82** 100877
- [51] Chung T H, Lee L L, Starling K E 1984 *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, **23** 8
- [52] Kim K, Hickey J P, Scalo C 2019 *J. Fluid Mech.*, **871** 52
- [53] Pumir A, Xu H T, Siggia E D 2016 *J. Fluid Mech.*, **804** 5
- [54] Yao J, Hussain F 2022 *J. Fluid Mech.*, **933** A10

Study on the Transport Characteristics of Reynolds Stress in Transcritical Flows

Ma Yuan ¹⁾ Huang Jin ¹⁾ Chen Yalou ²⁾ Ming Pingjian ¹⁾²⁾[†]

1) (Sino-French Institute of Nuclear Engineering and Technology, Sun Yat-Sen University, Zhuhai 5190822, China)

2) (School of Advanced Energy, Sun Yat-Sen University, Shenzhen 518107, China)

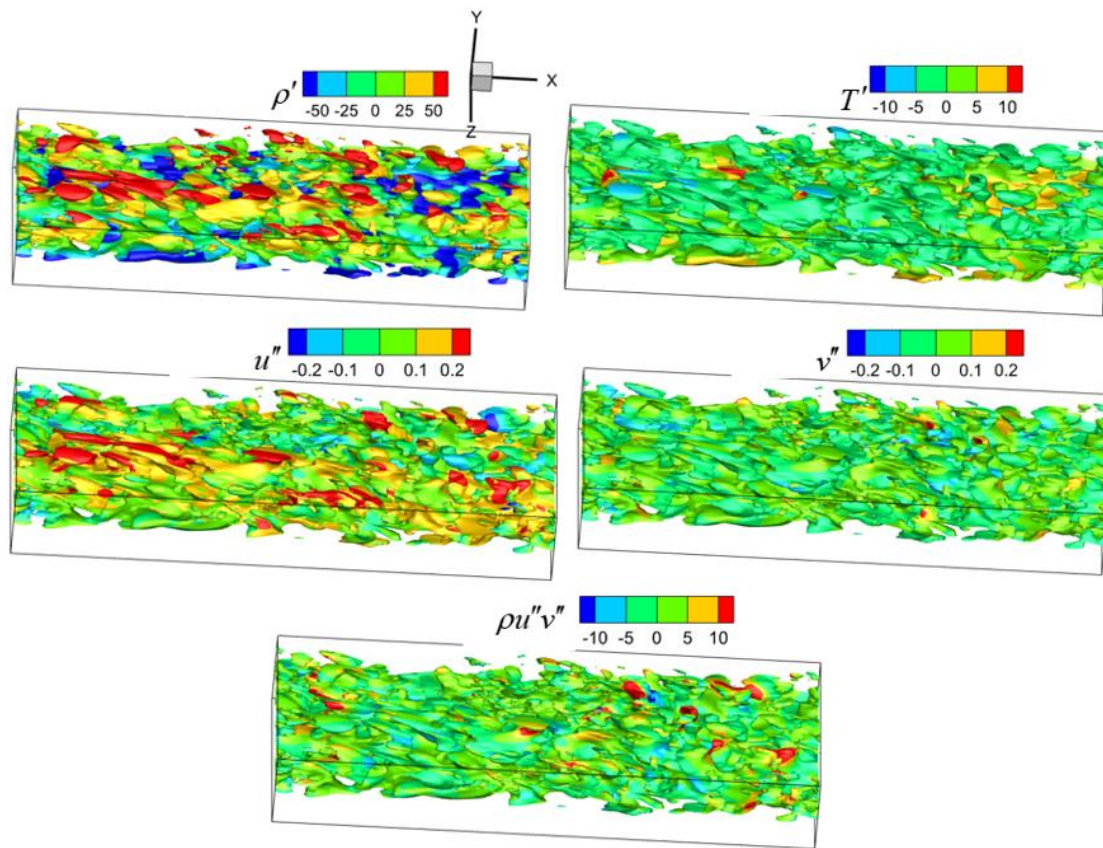
Abstract

This study investigates the turbulent characteristics of supercritical fluids using open source DNS database, focusing on thermal property variations, Reynolds stress dynamics, and flow behavior at transcritical conditions. Results reveal that pressure remains nearly constant across the channel, with temperature-driven compressibility dominating flow adjustments. Near the hot wall, density fluctuations exceed 40%, invalidating the Morkovin hypothesis, while specific heat capacity fluctuations surpass 90%, highlighting the necessity to account for thermal property variability. Reynolds stress distributions exhibit similar peak trends across conditions but resist normalization due to strong density fluctuation impacts. Analysis of the Reynolds stress transport equation shows viscous sublayer dynamics governed by dissipation and diffusion terms, whereas production and pressure-strain terms dominate the logarithmic layer, crucially regulating turbulent kinetic energy redistribution. Instantaneous snapshots link temperature-induced density fluctuations to streamwise velocity variations, driving Reynolds stress generation near walls. These findings challenge traditional turbulence models and provide critical insights into transcritical heat transfer mechanisms, offering a foundation for optimizing supercritical fluid applications in engineering systems. Further instantaneous analysis discloses that temperature fluctuations induce density fluctuations, which in turn trigger streamwise velocity fluctuations; these streamwise fluctuations couple with wall-normal velocity fluctuations to generate Reynolds stress.

Based on the above analysis, this paper proposes an improved framework for the Reynolds stress transport model, providing a theoretical foundation for turbulence modeling of transcritical flows with high density ratios.

Keywords: Direct Numerical Simulation; Turbulence Modeling; Reynolds Stress; Turbulent

Boundary Layer



* No Project supported.

† Corresponding author.E-mail: mingpj@mail.sysu.edu.cn
The first author.E-mail: mayuan28@mail2.sysu.edu.cn