

面向物理神经网络的 BCM 规则：机制、实现与展望*

黄江顺¹⁾ 黄安平^{1†)} 王玫¹⁾ 肖志松¹⁾ 狄增峰^{2†)}

1) (北京航空航天大学, 物理学院, 北京 100191)

2) (中国科学院上海微系统与信息技术研究所, 集成电路材料国家重点实验室, 上海 200050)

摘要

随着人工智能的发展, 利用物理系统模拟实现计算功能的物理神经网络 (PNNs) 受到了广泛关注。然而, PNNs 中非理想特性与噪声累积, 使其难以直接采用依赖高精度浮点数进行反向传播的传统训练方法。Bienenstock–Cooper–Munro (BCM) 规则作为一种高阶突触模型, 通过输入依赖的权重更新规则为神经网络训练提供了一种统计层面的学习与稳态机制。尤其是其内在突触可塑性与稳态可塑性机制的协同作用, 对维持 PNNs 系统学习过程的稳定性至关重要。本文综述了面向 PNNs 的 BCM 规则的机制、物理实现与应用前景等方面研究进展。详细介绍了 BCM 规则的理论模型与动力学特性, 深入探讨了以忆阻器为主的新型器件模拟 BCM 规则的进展, 并总结了基于 BCM 规则学习机制和稳态机制在物理系统中的训练、提高鲁棒性与减缓灾难性遗忘等方面潜力。最后, 从 PNNs 的实际应用出发, 展望了以功能为导向的 BCM 规则面临的机遇与挑战。

关键词: 物理神经网络, BCM 规则, 忆阻器, 突触可塑性

PACS: 84.35.+i, 87.19.lw, 85.35.-p, 07.05.Mh

基金: 国家自然科学基金项目 (批准号: 52403315, 5240130699) 资助的课题。

† 通信作者.E-mail: aphuang@buaa.edu.cn, zfdi@mail.sim.ac.cn

第一作者.E-mail: js_huang@buaa.edu.cn

1 引言

近年来，人工智能（AI）技术的快速发展正深刻地改变经济结构、生产模式乃至人类日常生活^[1,2]。仅仅数年时间，便完成了从基础模式识别到复杂认知任务的历史性跨越。如今，先进模型不仅能完成严谨的数学推理、生成专业代码、生成极其逼真的图像和视频，甚至还能深度参与学术问题^[3]。这些重大突破的核心，主要来源于大模型规模的持续扩大，模型参数规模从百万级迅速增长至万亿级^[4,5]。与此同时，呈指数级增长的算力与能耗需求对现有计算硬件体系结构提出了严峻挑战，已成为制约 AI 技术持续演进的关键瓶颈。因此，探索新型高效计算范式，已成为学术界与工业界的共同关注焦点^[6,7]。物理神经网络（physical neural networks, PNNs）作为一种新兴神经形态计算架构，因其潜在的能耗优势与并行性而受到广泛关注^[8,9]。PNNs 利用物理器件或材料的本征动力学特性直接进行计算，通过将神经网络的权重映射为可编程的物理参数，使得物理输入信号（如电压、光强或力学量）可在硬件层面直接映射为目标输出，如图 1（a）所示^[10]。

尽管 PNNs 已在实验室层面实现了多项小规模功能验证，但从原理验证迈向实际应用仍面临系统性挑战^[11,12]。如图 1（b）所示，PNNs 当前的核心挑战主要集中在以下两个方面^[8]：首先，系统中非理想因素在多层信号传播过程中易于累积，尽管神经网络本身具备一定的容错能力，累积误差仍显著制约其推理精度与工程可靠性^[13]；更重要的是，现有大部分人工神经网络架构源于对生物神经系统的过度简化，未能充分适配物理硬件的运算特性。其中依赖高精度浮点运算的反向传播过程工作机制远离生物神经系统，难以在物理系统中精确表达^[14]。生物神经系统作为迄今最成功的 PNNs 范式，能够在利用不可靠且具随机性的组件的同时，实现稳健的学习与推理，展现出对噪声、漂移乃至结构变化的显著鲁棒性^[15]。因此，借鉴大脑的学习机制，开发适配 PNNs 物理特性的训练算法，是释放其应

用潜力的关键^[16,17]。

脉冲神经网络 (SNNs) 作为新一代的神经网络模型, 使用神经元整合放电的尖峰编码 (Spike-coding) 取代了传统神经网络使用的实值编码 (Real-value coding)^[18]。其工作机制更接近生物神经系统, 更适合在物理硬件中部署, 已被应用于 TrueNorth、Loihi 与 Tianjic 等神经形态芯片^[19-21]。SNNs 中的训练算法源于对生物突触可塑性的模拟, 虽然在复杂任务上性能可能不及反向传播, 但在低功耗、实时学习与边缘计算等领域展现出独特优势。目前被广泛认可的突触学习规则由 Hebbian 理论描述, 其权重更新仅依赖于突触前后神经元活动。与依赖全局误差的反向传播算法不同, 该学习策略具有空间局部性, 因而在物理硬件中更易实现^[22,23]。然而, 传统的 Hebbian 规则缺乏内在的稳定机制, 权重可能出现持续增长或退化, 限制了其在长期自适应系统中的直接应用^[24]。为克服这一局限, Bienenstock-Cooper-Munro (BCM) 规则被提出, 在 Hebbian 机制基础上引入依赖于历史活动的滑移阈值, 实现负反馈调控, 从而在保持局部可塑性的同时增强系统稳定性^[25,26]。

近年来, BCM 规则的理论诠释已较为清晰, 但如何将其中的脉冲依赖性突触动力学与自适应阈值机制映射至物理硬件平台, 仍是当前研究的核心挑战^[27]。忆阻器的出现, 提供了一种在结构与功能上均与突触相似的硬件平台, 使复杂突触动力学的实现成为可能。基本的 Hebbian 规则如脉冲时间依赖可塑性 (STDP)、脉冲频率依赖可塑性 (SRDP) 等已经在经典的忆阻器中被广泛报道^[28,29]; 并且通过构建二阶忆阻器、三端忆晶体管等高阶器件, 初步复现了 BCM 规则的若干关键特征^[30-32]。但总体而言, 大多数 BCM 规则硬件研究多侧重于器件层面的突触行为拟合, 而在拓扑结构、编码逻辑与生物机制之间仍存在较大差异。这些差异往往会引入额外的电路复杂度与能耗开销, 导致难以在 PNNs 系统中部署。因

此，面向 PNNs 开发模拟 BCM 规则的新器件与架构，是实现其应用价值的关键路径。基于此，本综述聚焦基于 BCM 规则的 PNNs 研究进展，系统梳理其作用机制、物理实现路径与应用前景（图 2）。通过“生物-硬件-系统”为一体，深入讨论 BCM 规则的关键动力学特性、器件物理实现的最新进展与挑战，为后续研究提供分析框架与发展思路。

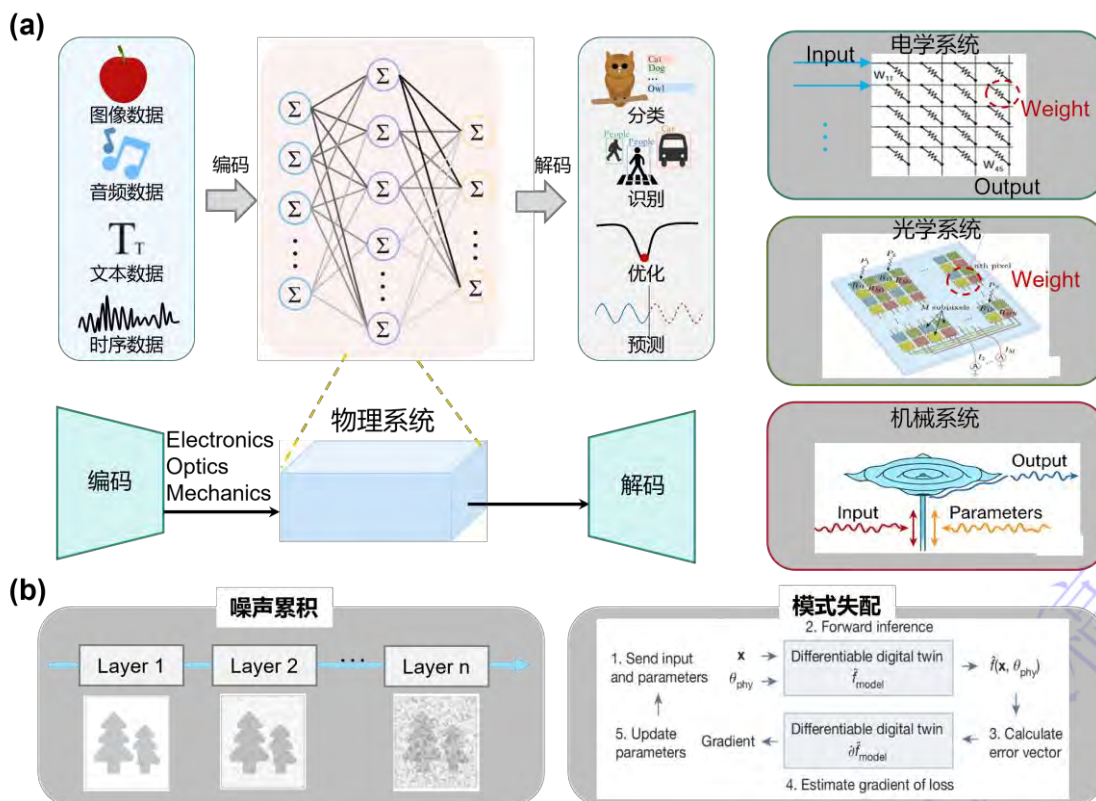


图 1 物理神经网络的概念与挑战

(a) 深度神经网络作为人工智能的核心，由神经元与突触模型逐层连接构成，通过存储权重并与输入信息进行加权运算，实现分类、识别、优化与预测等功能。神经网络的关键运算过程可完整映射至物理系统：在电学系统中，输入信息与权重分别编码为电压和器件电导，利用欧姆定律与基尔霍夫定律实现加权求和；在光学系统中，输入信息与权重编码为光强与器件的响应模式，通过读取阵列中的光电流完成加权运算；在力学系统中，输入数据与参数编码为应变与力，通过测量模态振荡获得输出^[10]。(b) 物理神经网络实现中的主要挑战：其一是噪声在网络传递过程中的累积效应；其二是当前神经网络训练算法难以直接映射至物理系统，易导致同构破缺（算法与物理结构的不匹配）^[13]。

Fig.1 Concept and Challenges of Physical Neural Networks

(a) As the core of artificial intelligence, deep neural networks consist of layered neurons and synaptic models that store weights and perform weighted operations with input information to enable functions such as classification, recognition, optimization, and prediction. The key computational processes of neural networks can be fully mapped onto physical systems: in electrical systems, input information and weights are encoded as voltages and device conductance, leveraging Ohm's law and Kirchhoff's laws to achieve weighted summation; in optical systems,

inputs and weights are encoded as light intensity and device photo-response patterns, with weighted summation performed by reading photocurrents from the array; in mechanical systems, input data and parameters are encoded as strain and force, with outputs obtained by measuring modal oscillations^[10]. (b) Main challenges in implementing physical neural networks: first, the cumulative effect of noise during signal propagation; second, the difficulty of directly mapping current neural network training algorithms onto physical systems, which often leads to isomorphism breaking^[13].

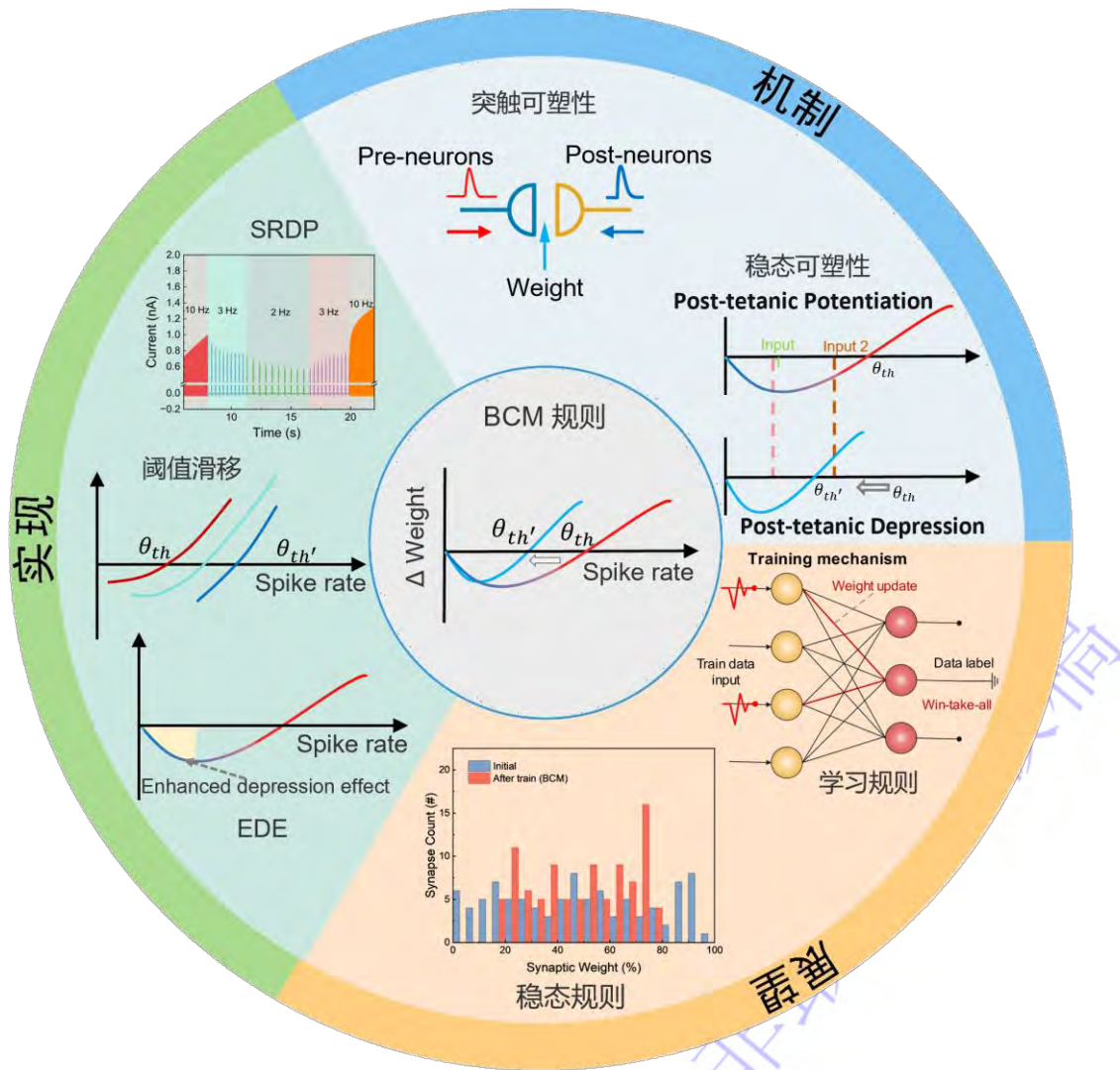


图 2 BCM 规则的机制、实现与展望

Fig. 2 The mechanism, implementation and prospects of BCM rules

2 BCM 规则

神经网络作为人工智能系统的核心架构，其设计灵感源自生物神经系统的信息处理机制。通过神经元与突触的多层连接与计算，赋予了机器学习和认知能力。因此，PNNs 被定义为一种物理实现的神经网络系统，其中网络权重由可编程的物理参数构成，通过物理输入直接驱动计算过程，将输入信号映射为目标输出。人工突触作为物理神经网络的关键构成部分，通过模拟生物突触的权重与权重更新规则实现学习与推理功能（图 3(a)）^[33-35]。在众多突触可塑性理论中，BCM 规则作为一种代表性框架受到了广泛关注。该理论不仅成功解释了动物初级视觉皮层在自然刺激下表现出的眼优势可塑性等经验依赖性特征（图 3(b)），还因其内在稳态调节机制而具备良好的动力学稳定性^[26]。在算法层面，BCM 规则的动力学特性已被重新表述并应用于神经网络模型及硬件部署（图 3(c)）^[36]。本节将聚焦 BCM 规则模型，系统梳理其理论发展脉络、动力学特性，并探讨其在实际物理实现中所面临的挑战。

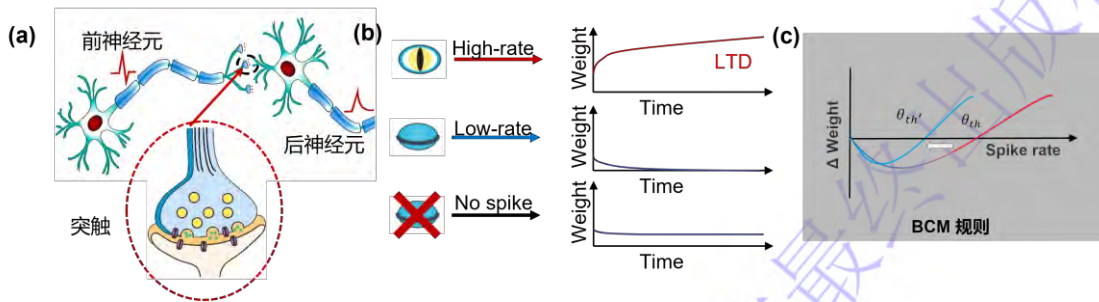


图 3 生物突触结构与视觉皮层可塑性

(a) 生物神经元与突触结构示意图，突触作为神经元之间的信息传递连接；(b) 动物初级视觉皮层在自然刺激下的权重变化：高频刺激下权重持续增强，视觉遮挡后（低频刺激）权重快速抑制，而使用化学药物抑制神经信号后（无输入）权重保持稳定^[26]；(c) 简化的 BCM 规则曲线，体现阈值滑移与非单调增强抑制效应（EDE）的关键特征。

Fig. 3 Biological synapse structure and visual cortex plasticity

(a) Schematic illustration of biological neurons and synaptic structures, where synapses serve as connections for information transmission between neurons; (b) Weight changes in the primary visual cortex of animals under natural stimulation: sustained potentiation under high-frequency stimulation, rapid depression upon visual occlusion (low-frequency stimulation), and stable weight maintenance when neural signaling is pharmacologically suppressed (no input) ^[26]; (c) Simplified BCM rule curve, illustrating the key features of threshold sliding and the non-monotonic enhanced

2.1 BCM规则的发展

突触理论的发展历程通常受到高层次神经功能的启发。为解释这些行为，研究者通常从现象学出发，构建低层次的突触与神经元机制，利用这些机制能够解释这种高层次的现象^[37-39]。早在20世纪50年代，人们便注意到神经网络能够形成一种分布式表征，这种表征具有显著的“联想性”，即激活某一记忆会促进与其经验相关的其他记忆被唤起。随着神经元模型的提出，神经元之间的连接强度（即突触权重）被认为是神经网络学习与记忆的生物学基础^[40]。基于这一观点，Rosenblatt于1958年提出了最早的PNNs模型——感知机，并于1960年展示了由约400个光传感器与1000个神经元构成的Mark I原型机，在硬件中实现了基本的学习与识别功能^[41]。在这一框架中，输入信号与突触权重的加权求和构成神经元的输出，从而实现对多维输入数据的分类。由此可见，通过调节神经网络中的突触权重分布，即可实现不同的功能映射。然而，感知机所采用的误差纠正学习规则虽然能够根据输出误差更新权重，但其更新过程依赖外部标签与全局误差信号，与大脑中仅依赖局部神经活动的学习机制仍有本质区别。为了模拟大脑的学习功能，必须模拟突触权重在神经活动下的更新规则，即突触可塑性。

早期突触可塑性规则的研究主要遵循著名的Hebbian规则，即“共同放电的神经元连接强度增强”^[42,43]。如图4(a)所示，生物突触的权重变化与突触前和突触后神经元的活动密切相关，这一过程通常被简化为与突触输入强度 x_i 正相关。在Hebbian规则中，突触权重的变化量正比于刺激强度，其数学形式可表示为：

$$\Delta w_{ij} \propto f(\text{pre}_i, \text{post}_j) \quad (1)$$

其中， Δw_{ij} 表示突触前神经元 i 与突触后神经元 j 之间的权重变化， pre_i 与 post_j 分别表示神经元活动水平，如图4(b)所示。在具体的突触可塑性模型中，Hebbian规则根据诱导机制的不同通常体现为STDP或SRDP^[23,44,45]。这些规则已被广泛应用于

脉冲神经网络的训练，并取得了一定进展^[46]。然而，进一步研究表明，在缺乏约束情况下，Hebbian规则会导致权重持续增强并最终发散，难以维持系统的长期稳定^[47,48]。

为克服Hebbian规则中权重无限增长的局限性，Cooper等人提出了Cooper-Liberman-Oja (CLO) 理论，通过在权重更新中引入一个固定阈值，将Hebbian与反Hebbian机制相结合，从而对Hebbian规则的线性关系进行修正^[49]。如图4(c)所示，当突触后活动高于阈值时诱导LTP，低于阈值时诱导LTD，修正后的突触可塑性函数为：

$$\frac{dw_{ij}}{dt} = \eta x_i \phi_{CLO}(y_j) \quad (2)$$

其中， η 为学习率， ϕ_{CLO} 为形式上的修正函数。然而，由于CLO规则的阈值为固定常数，在不同输入统计条件下仍难以保证稳定性：阈值过低会导致权重持续增长，阈值过高则使权重普遍衰减至零，导致神经元丧失选择性。

这一稳定性问题最终促成了BCM理论的提出。1982年，Bienenstock、Cooper与Munro在CLO理论上提出了BCM规则，引入了一个随历史活动动态滑移的阈值^[25]。该阈值由突触后神经元的长期平均活动水平决定：当历史活动增强时阈值升高，反之则降低，从而形成一种基于经验的稳态调节机制。如图4(d)所示，BCM规则的修正函数呈凹二次形态，低活动区诱导LTD，高活动区诱导LTP，且阈值可在历史刺激作用下发生滑移。这一设计确保了突触权重演化具有稳定的不动点，同时保留了神经元的竞争性与特征选择能力。BCM规则的原始数学形式可表示为：

$$y = \sum_i w_i x_i \quad (3-1)$$

$$\frac{dw_i}{dt} = y(y - \theta_M) x_i - \varepsilon w_i \quad (3-2)$$

$$\theta_M = E^p \left[\frac{y}{y_0} \right] \quad (3-3)$$

其中，公式(3-1)表示神经元输出为输入的线性加权和；公式(3-2)描述了权重更新规则；公式(3-3)定义滑动阈值 θ_M 为输出活动的 p 阶时间平均。该阈值使可塑性规则能够根据历史活动自适应调节LTP与LTD的分界点。

事实上，CLO与早期BCM修正函数均是基于现象提出的经验公式，缺乏明确的物理意义。为此，Intrator与Cooper（1992）通过引入目标函数，将BCM规则重新表述为一个显式的优化问题^[50]：

$$R = -\frac{1}{3}E[y^3] + \frac{1}{4}(E[y^2])^2 \quad (4)$$

根据神经脉冲的发放特性，公式(4)中第一项促使输出分布更尖锐，提高稀疏性与可分性；第二项则抑制过度发散，维持整体能量平衡。权重更新可由梯度下降推导得出，从而保证了数学上的稳定性。改进后的BCM规则数学形式如公式(5)所示：

$$y = \sigma \left(\sum_i w_i x_i \right) \quad (5-1)$$

$$\frac{dw_i}{dt} = y(y - \theta_M)x_i \sigma'(y) \quad (5-2)$$

$$\theta_M = E[y^2] \quad (5-3)$$

改进后的BCM规则通过引入激活函数 σ 更真实地模拟了生物神经元的饱和特性，并将阈值改进为二阶统计量 $E[y^2]$ 使其保持非负性，更易于数学分析。

1994年，Law与Cooper进一步优化了BCM规则中的权重更新动力学，通过引入动态调节的学习速度，更准确地模拟了不同阈值状态下的学习速率变化^[51]。其数学形式为：

$$\frac{dw_i}{dt} = \frac{y(y - \theta_M)x_i}{\theta_M} \quad (6)$$

这一改进并未改变BCM规则的数学性质，通过调节更新速度，使模拟更新过程更

为平滑，减少了振荡，提高模拟效率。上述三种数学形式体现了BCM理论从经验性生物模型逐步发展为数学严谨、可优化、可工程实现的演进历程。

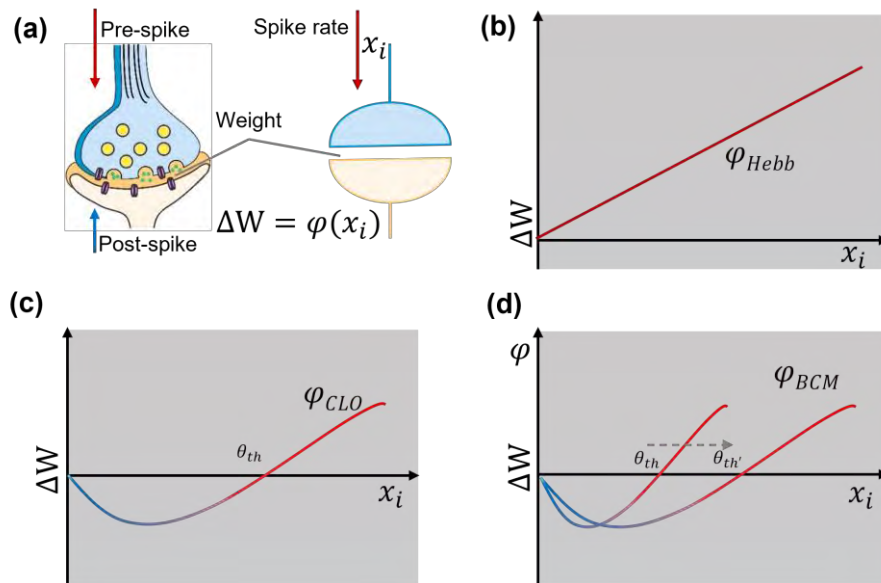


图 4 BCM 规则突触模型与修正函数

(a) 生物突触与人工突触模型示意图；(b) Hebbian 规则中的线性修正曲线。(c) CLO (Cooper-Liberman-Oja) 修正曲线，引入了抑制区间。(d) BCM 修正曲线，引入阈值滑移。

Fig. 4 Synaptic model and correction functions of the BCM rule

(a) Schematic illustration of biological and artificial synapse models; (b) Linear correction curve in the Hebbian rule; (c) CLO (Cooper-Liberman-Oja) correction curve, introducing a depression region; (d) BCM correction curve, introducing threshold sliding.

2.2 BCM规则的特性

BCM规则在Hebbian学习框架内引入了历史活动依赖的滑动阈值，从而融合了突触可塑性与稳态可塑性两种机制^[47,52]。其中突触可塑性利用统计平均的脉冲频率(Spike-rate)替代Hebbian规则中常用的精确脉冲时间(Spike-time)，在短时间尺度呈现为正反馈。稳态可塑性则通过历史活动引入长时程负反馈，借助滑动阈值调节突触兴奋性，从而实现权重的长期稳定。如图5(a)所示，BCM规则的曲线中同时包含了短时间尺度上的权重修改与长时间尺度上的稳态调节。本节将从突触可塑性和稳态可塑性两个维度，对BCM规则的特性展开讨论。

2.2.1 突触可塑性

BCM权重更新机制完整继承了Hebbian的核心思想，并且引入了一个非单调性的修正函数，实现频率依赖的权重双向调节。在大脑学习与记忆中，权重的更新规则构成了信息存储的基础。在大多数的神经网络模型中，信息的传递都是前馈的。因此，突触受到的前后神经元刺激通常被简化为输入刺激强度 x_i ，突触权重 w_i 变化表示为 x_i 与修正函数的乘积。

$$\frac{dw_i}{dt} = x_i \phi(\theta) \quad (7)$$

其中 $\phi(\theta)$ 表示BCM规则的非线性修正函数，权重的增强与抑制由滑动阈值 θ 决定，具有典型的非单调性特征。当刺激强度大于阈值时，权重变化随着刺激强度单调递增。而在低于阈值时呈现出凹二次函数的非单调特征，被称为增强的抑制效应（EDE）^[53,54]。通过对突触模型进行非单调性修正，使得突触权重分别由高/低频率脉冲诱导LTP/LTD，并且在无输入时维持权重稳定。EDE行为与神经科学中观测的结果完全吻合，对于神经网络长时程的稳定具有至关重要的作用^[22,26]。

BCM规则中，突触刺激强度 x_i 以短时间窗口内脉冲频率的平均或积分量来描述，这种由脉冲频率诱导的权重变化机制被称为SRDP。而经典的突触可塑性理论则强调精确脉冲时间的作用，在STDP框架下突触前脉冲需短暂先于突触后脉冲才能诱导LTP，反之诱导LTD^[55]。从功能上看，BCM理论难以区分具有精细时间结构的输入模式。因此，突触可塑性究竟由脉冲频率还是精确脉冲时间主导，一直是神经科学领域持续争论的议题^[18,56,57]。为建立STDP与SRDP之间的联系，Kempster等人于1999年分析了两者间的对应关系，假设突触前脉冲由具有给定速率的泊松过程产生，则STDP曲线的线性叠加可简化为SRDP形式^[58,59]。然而，这种基于pair-STDP的统计平均结果并不符合BCM规则，无法解释诸多实验观察。受此启发，triplet-STDP模型被提出以解释更多实验现象，特别是BCM规则中脉冲频率与时间间隔的关联（图5(b)）^[60]。具体而言，LTP不仅取决于突触前脉冲

与突触后脉冲的间隔，还受前一个突触后脉冲时间影响。从计算角度分析，当输入与输出神经元满足独立泊松统计特性时，triplet-STDP模型可映射至BCM学习规则。在此基础上，Gjorgjieva等人进一步将BCM规则从简单的突触可塑性理论拓展为能够处理高阶时空相关性的学习框架，从理论上揭示了脉冲频率与时间编码的内在联系^[61]。另一方面，Graupner等人的研究提出了不同观点：在更接近生物自然状态的非规则放电条件下，突触对精确时间的敏感性显著下降，而脉冲频率在长时程可塑性中占据更主导地位^[62]。

在实际的脉冲神经网络中突触模型需要与神经元匹配，因此仍然以单一的STDP规则或SRDP规则作为编码策略^[63-65]。而在工程实现中，频率编码通过对脉冲序列进行时间平均来表征信息能抵抗单次脉冲的时序抖动与器件噪声，从而提升在模拟/混合电路与非理想突触器件上的鲁棒性^[66]。相比于精确时间控制的STDP，BCM规则中SRDP具有明显优势^[67]。并且脉冲频率的产生可以与神经元电路进行有效配合，使得功耗与实现复杂度低于需要高精度时序对齐的方案。

2.2.2 稳态可塑性

与经典突触可塑性规则相比，BCM规则的核心创新在于引入了基于历史活动的滑动阈值机制，从而实现神经网络权重的长期稳定^[24,68]。该稳态可塑性机制通过对突触可塑性过程的自适应调节，维持权重分布的整体平衡，使网络能够更灵活地应对外部输入变化。如图5(c)所示，BCM中的稳态可塑性由历史活动诱导：当突触经历持续的LTP或LTD刺激后，负反馈机制被激活以补偿偏差，使系统恢复稳态。其数学表达式为^[50]：

$$\theta = E^p [y] \quad (8)$$

其中 E^p 表示对突触后活动 y 的某阶时间平均（通常为二阶平均或幂次平均）。阈值 θ 作为二阶状态变量（或长期状态变量）直接作用于突触修正函数，从而间

接调控权重的动力学行为。当神经元长期处于高活动状态时， θ 升高，使得相同强度的刺激更难诱导LTP；反之，阈值降低，突触对新输入更为敏感^[52]。从功能层面看，这一机制属于高阶突触可塑性（或称元可塑性，metaplasticity）的范畴，即“突触可塑性的可塑性”^[69,70]。其核心意义在于：突触并非以固定方式响应各类刺激，而是根据历史经验（如环境丰富程度、应激水平或行为相关奖励）动态调整其对后续学习事件的敏感性。

BCM规则中稳态可塑性通过历史刺激诱导突触兴奋性的改变，从而调节神经网络的活动，如图5(d)所示^[24]。这一规则也适用于为脉冲神经网络提供稳态机制，将BCM规则中滑移阈值机制应用于神经网络。这一机制能防止权重在持续高激励下发散，同时避免在长期低激励下退化为零。并且，这一基于活动性调控的稳态机制，使得系统能够在经历新学习时保护已学知识，从而在一定程度上缓解在线学习中的遗忘问题。同时，阈值的上升或下降会动态改变突触的兴奋性，从而在网络内部实现权重的选择性分配。

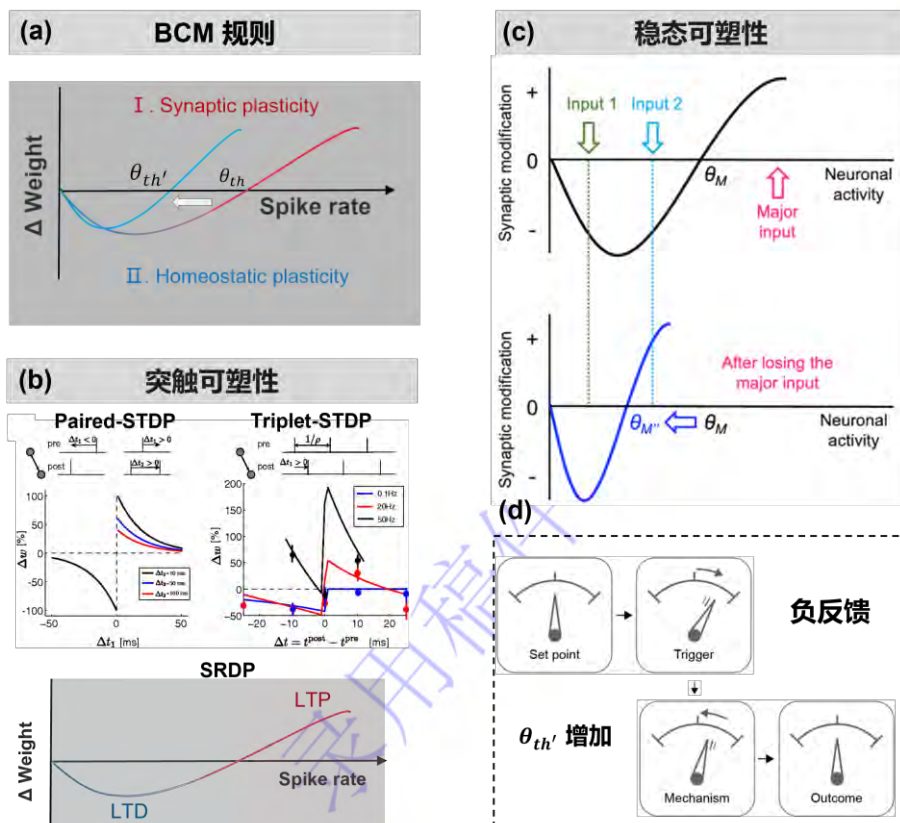


图 5 BCM 规则的特性

(a) BCM 规则中同时包含突触可塑性与稳态可塑性；(b) 经典的 pair-STDP 与 BCM 规则并不兼容，因此提出了 triplet-STDP 规则建立脉冲时间与脉冲频率之间的联系^[59]；(c) BCM 规则中的阈值滑移行为使突触产生了历史依赖性，提供了稳态可塑性^[47]；(d) BCM 的稳态可塑性可以应用于调节神经网络的活动水平^[24]。

Fig. 5 Characteristics of the BCM rule

(a) The BCM rule incorporates both synaptic plasticity and homeostatic plasticity; (b) Classical pair-STDP is incompatible with the BCM rule, motivating the development of the triplet-STDP rule to establish a link between spike timing and spike rate; (c) Threshold sliding in the BCM rule introduces history-dependent synaptic behavior, enabling homeostatic plasticity; (d) The homeostatic plasticity of the BCM rule can be leveraged to regulate the activity level of neural networks.

2.3 BCM 规则的意义

BCM规则在经典的突触可塑性模型基础上提出了滑动阈值机制，将LTP/LTD与神经元平均活动关联起来^[25]。在理论上阐释了模型在神经科学研究中的作用，以及突触如何根据过往激活水平自适应调整可塑性方向。实验研究表明，BCM规则能够复现小鼠视觉皮层的方向选择性和眼支配图完全一致，以及在高/低频输入下分别增强或抑制突触的实验结果^[51,71]。作为最准确的突触可塑性模型之一，BCM规则在神经形态计算的理论与工程应用中具有重要作用。在网络层面，BCM规则因其局部性和归一化效果常用于无监督学习；在稳态控制方面，BCM天然地将权重变化限制在滑动阈值附近，阈值随历史活动变化的特征还能控制学习率，在一定程度上缓解灾难性遗忘^[72]。此外，BCM与STDP有着明确对应关系，经典的STDP只能利用精确时间描述，而含triplet-STDP模型可以映射为BCM规则。这一映射揭示，BCM规则实际上是对精确的脉冲时间可塑性规律的频率统计近似，可在随机脉冲输入下得到频率依赖学习曲线。

尽管BCM规则具有极大的启发性，但本质上是一种基于经验的最低阶理论，其作用机制与生物合理性仍需深入验证^[26]。理论分析表明，BCM对时间尺度和参数设置高度敏感：阈值更新的时间常数、学习率等需精心调节，否则突触权重容易陷入不稳定（如持续增长或沉默），在BCM规则相关参数的选择上，还缺少有

效的理论以描述突触的群体行为。另一方面，BCM规则本质上是一个基于平均发放率的抽象学习模型，与生物神经元的机制仍然存在差异。由于编码中考虑神经元的速率信号，无法直接解释实验上常见的STDP现象。尽管已有研究表明，在特定条件下（如三脉冲STDP模型）BCM规则的学习曲线可与STDP对应，但这种对应依赖于对脉冲发放过程的严格假设。总之，BCM的滑动阈值更多是一个经验性假设，其物理基础与实际细胞过程之间仍然存在亟待解决的挑战。

录用稿件，非最终出版稿

3 BCM 规则的实现

BCM规则中对突触可塑性的描述被认为是目前最精确的模型之一，其内在的学习规则与稳态机制为神经形态计算提供了重要的理论基础。将BCM规则中的动力学过程映射为物理器件的状态演化，是这一理论应用于PNNs的关键。如图6(a)所示，BCM规则可简化为以下三个关键特征：脉冲频率依赖可塑性（SRDP）、阈值滑动机制，以及低频区域特有的非单调增强抑制效应（EDE）^[54,73]。然而，其内在的非线性行为涉及多个状态变量及耦合动力学过程，难以在传统的CMOS器件与单一状态变量的忆阻器中实现。因此，包含额外状态变量的二阶忆阻器与忆晶体管等新型器件被开发，以模拟BCM规则（图6(b)）。为深入理解这些新型器件中额外状态变量的作用机制及其对BCM规则的模拟过程，本节从理想忆阻器的物理模型出发进行理论分析^[36,74,75]。同时，我们也注意到现有研究多倾向于从现象层面复现BCM规则，而在拓扑结构与编码方式等方面与理论模型存在偏差。本节将聚焦BCM规则硬件实现，探讨其动力学特征及其在硬件中的映射方式。并在此基础上，结合我们自身的研究工作，提出一种实现完整BCM规则的通用策略。

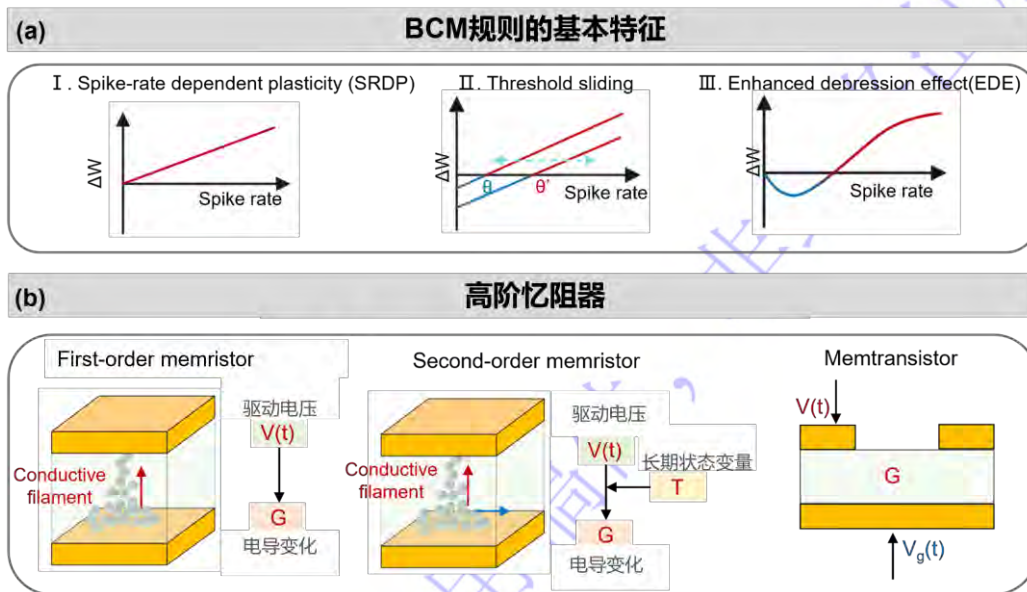


图 6 BCM 规则的硬件实现

(a) BCM 规则的核心特征包括脉冲频率依赖可塑性（SRDP）、阈值滑移以及增强的抑制效应（EDE）；(b) 不同阶次的忆阻器类型：一阶忆阻器、二阶忆阻器与忆晶体管

(memtransistor)。

Fig. 6 Hardware implementation of the BCM rule (a) Key features of the BCM rule include spike-rate dependent plasticity (SRDP), threshold sliding, and the enhanced depression effect (EDE); (b) Memristor categories with varying complexity: first-order memristors, second-order memristors, and memtransistors.

3.1 SRDP 的实现

脉冲频率是BCM规则的基础编码方式，权重的增强与抑制取决于脉冲频率是否高于阈值。作为一种基于统计平均的宏观模型，权重更新由一定时间窗口内的平均发放率决定，这一关系被称为SRDP。在生物突触中，SRDP行为源于Ca²⁺的累积动力学，这一机制为硬件设计提供了重要借鉴（图7(a)）^[36,78]。早期的研究已经报道CMOS电路已被用于模拟突触Ca²⁺动力学，但三端器件在机制层面与生物原型相似性有限，且系统集成需要大量器件与复杂电路^[79,80]。

如图7(b)所示，忆阻器为SRDP的硬件实现提供了更紧凑的物理模型，其电导G的演化可映射突触权重的变化^[81]。忆阻器电导由内部物理状态（如离子迁移程度、导电细丝尺寸或界面势垒）决定，这些状态受施加电压的时间积分（磁通）调控，能够自然模拟频率依赖效应^[82,83]。理想忆阻器动力学可表示为：

$$\frac{dG}{dt} = \eta \left(\int (V_{pre}(t) - V_{post}(t)) \right) \quad (9)$$

其中 $V_{pre}(t)$ 与 $V_{post}(t)$ 分别为施加在器件两端的前/后电压。当施加脉冲频率编码信号时，单位时间内的电压积分与脉冲频率成正比（图7(c)）。然而，忆阻器两端电压并非独立的物理量，难以直接实现生物突触中的乘性规则，需对突触动力学进行简化。如图7(d)所示，当前主流策略包括：将前/后脉冲分别编码为正/负极性的电压脉冲，将乘性更新近似为加性累积^[84,85]；利用串联可调负载电阻（晶体管）作为突触后刺激，调节施加在忆阻器上的有效负载电压实现对写入强度的可控调制^[86,87]。

对于理想忆阻器来说，器件的电导状态具有非易失性。若电导仅由脉冲频率驱动，器件在电压刺激下往往单调增加直至饱和，无法实现LTD。然而，实际的

忆阻器通常并非理想的器件，内部存在离子自发扩散或导电细丝的溶解过程（图7(e)）^[88,89]。使得实际的忆阻器动力学中具有自发衰减：

$$\frac{dG}{dt} = \eta\phi(t) - k \quad (10)$$

其中 $\phi(t)$ 为电压积分项， k 为衰减率（可对应于离子自发扩散、导电细丝溶解或界面恢复等物理过程）。在许多基于离子迁移的忆阻器（如氧空位或金属离子导电细丝型）中，单个脉冲引起的离子位移在脉冲间隔期间会因热扩散或反向电化学力部分恢复。在低频刺激下，脉冲间隔超过器件弛豫时间时，累积效应减弱甚至呈现净衰减。这一物理行为有助于在硬件层面近似再现生物突触的频率选择性，自发衰减过程会导致SRDP曲线向抑制方向平移。

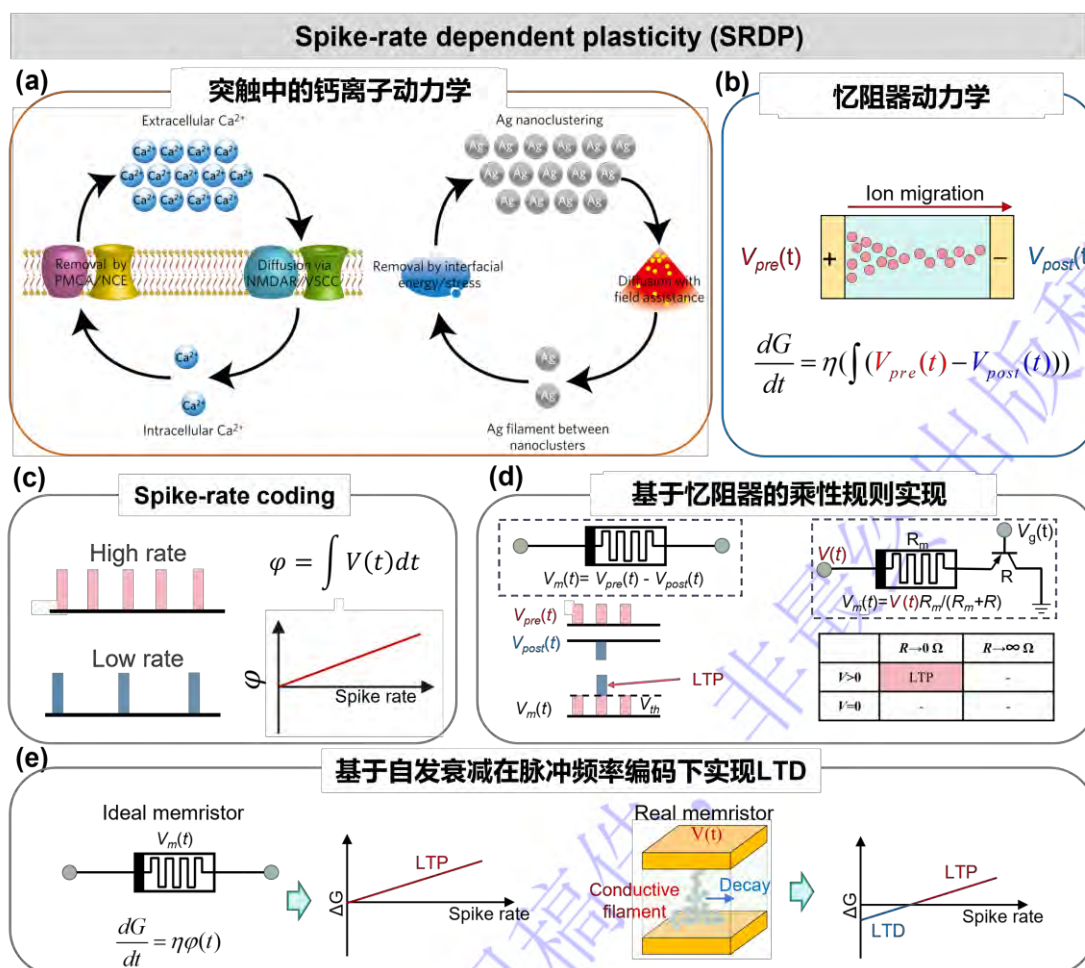


图7 脉冲频率依赖可塑性（SRDP）的物理实现

(a) SRDP行为源于 Ca^{2+} 的累积动力学，这一机制为器件设计提供了重要借鉴^[78]；(b) 忆阻器的电导演化通常由两端电压驱动，其电导变化量与单位时间内负载电压的积分成正比；(c) 脉冲频率编码由单位时间内的脉冲数量决定，因此单位时间内的磁通量与脉冲频率呈正比；(d)

突触模型中乘性规则的两种实现策略：第一种将前/后神经元刺激编码为正/负脉冲，当突触前后神经元同时放电时，电压超过器件阈值从而诱导LTP；第二种将突触后刺激映射为与忆阻器串联的可调电阻（晶体管），仅当前后刺激同时存在时方可诱导LTP；(e) LTD的实现方式：理想忆阻器中电导变化仅与磁通量成正比，难以在脉冲频率编码下模拟LTD；而实际忆阻器中通常存在自发衰减机制，从而在低频刺激下实现LTD行为。

Fig. 7 Physical implementation of spike-rate dependent plasticity (SRDP)

(a) SRDP originates from the accumulation dynamics of Ca^{2+} , providing key inspiration for device design; (b) The conductance evolution of memristors is typically driven by the voltage across the device, with conductance change proportional to the time integral of the load voltage per unit time; (c) Spike-rate encoding is determined by the number of spikes per unit time, and consequently, the flux per unit time is proportional to the spike rate; (d) Two implementation strategies for the multiplicative rule in synaptic models: the first encodes pre- and postsynaptic stimuli as positive and negative pulses, where coincident firing induces LTP when the voltage exceeds the device threshold; the second maps postsynaptic stimuli to a tunable resistor (transistor) in series with the memristor, enabling LTP only when both pre- and postsynaptic stimuli are simultaneously present; (e) LTD implementation: in ideal memristors, conductance change is solely proportional to flux, making it difficult to emulate LTD under spike-rate coding; however, practical memristors typically exhibit spontaneous decay, enabling LTD behavior under low-frequency stimulation.

3.2 阈值滑移的实现

BCM规则的核心特征是阈值滑移，它使突触的频率阈值能够根据神经元的历史活动动态调整，从而引入了一种关键的稳态可塑性机制^[67,90,91]。在物理系统中实现BCM规则的主要挑战，在于开发能够模拟这种阈值滑移行为的紧凑型纳米器件。尽管忆阻器为实现SRDP行为提供了基础，但其本身难以模拟对历史刺激的依赖性^[92,93]。根本原因在于，传统一阶忆阻器仅包含单一状态变量（如导电细丝尺寸或界面势垒高度），缺乏对长期活动历史的记忆能力。要模拟滑动阈值，器件至少需要具备两个状态变量^[67,74]。其中，一阶状态变量（如导电细丝尺寸）直接决定器件的瞬时电导；二阶状态变量（如局部温度、离子分布或缺陷密度）则通过调控一阶变量的演化动力学，间接影响电导变化，从而实现历史依赖的阈值调节。在物理机制上，阈值 θ 可理解为电导增强（电压驱动）与自发衰减这两个竞争过程之间的动态平衡点。如式(11)所示，学习率 η 与衰减率 k 分别描述了电导增强与抑制的竞争强度。若引入二阶长期状态变量 T ，并使其作用于该竞争过程，则能够诱导平衡点产生滑移。其数学形式可表示为：

$$\frac{dG}{dt} = \eta_0(T)\varphi(t) - k \quad (11-1)$$

$$\frac{dG}{dt} = \eta\varphi(t) - k_0(T) \quad (11-2)$$

其中 $\eta_0(T)$ 与 $k_0(T)$ 由二阶状态变量 T 所调控。为实现负反馈式的阈值滑移，通常要求：当历史活动水平较高时（ T 增大），系统应降低电导增强过程的增益，或增强衰减速率，从而抑制权重过度增长，维持网络整体稳定。

基于二阶忆阻器策略，近年来已有多项研究在忆阻器中实现了阈值滑移机制。2015年，Lu等人设计了一种 WO_x 基二阶忆阻器，其中一阶动力学为导电细丝在电压驱动下的形成过程，二阶动力学为焦耳热引起的局部温度累积及其对离子扩散速率的影响^[74]。经历高频脉冲刺激后，器件内部形成温度累积，通过调制一阶动力学过程对后续脉冲输入响应，有效模拟了阈值滑移行为（图8(a)）。类似现象也在 HfO_x 、 TaO_x 及有机聚合物体系中得到验证（图8(b)）^[44,90,91]。Xiong等人进一步研究表明，通过调节顶电极材料成分调控器件本征衰减率，可实现频率阈值的连续可调（图8(c)）^[67]。该工作明确指出，忆阻器中增强与衰减速率之间的相互竞争是阈值滑移的关键物理机制。总体而言，二阶忆阻器通过在同一器件中引入多个物理过程耦合^[94,95]，为硬件实现BCM规则的滑动阈值提供了可行且生物相容的技术路线。通过材料工程与器件架构的协同设计，可将BCM规则以本征或近本征的方式映射至物理突触，从而增强物理神经网络的长期适应性与鲁棒性。

阈值滑移的实现

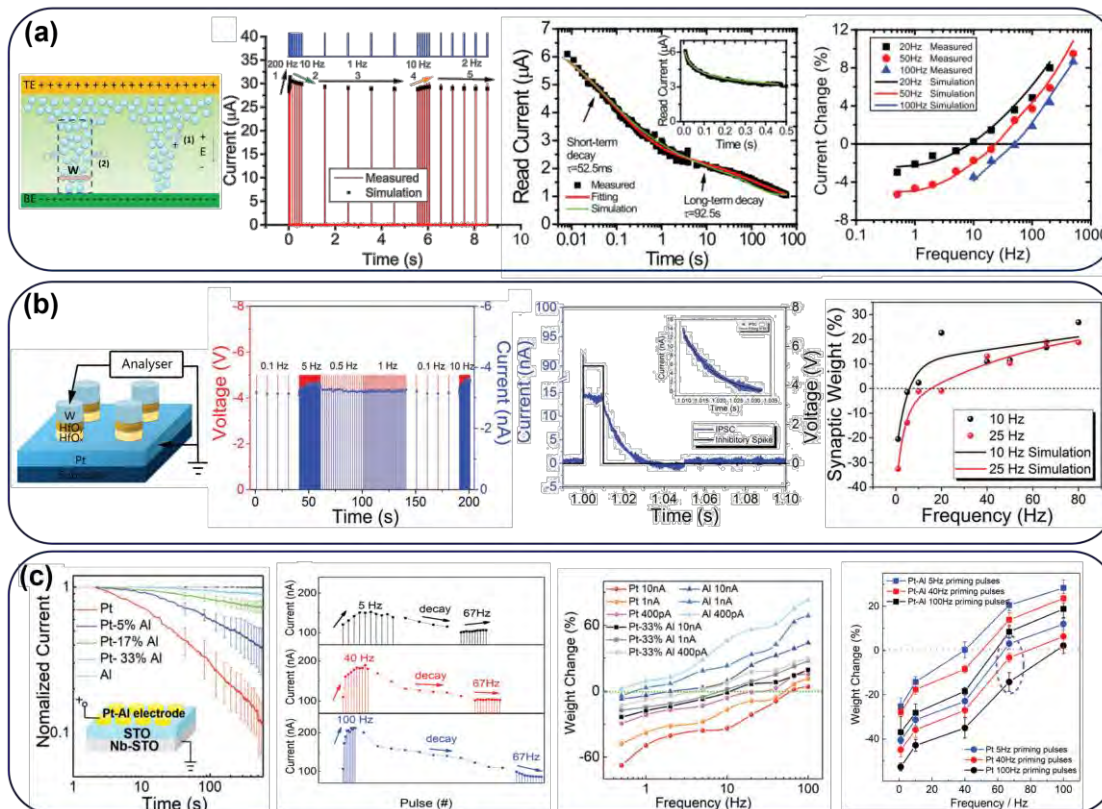


图8 阈值滑移的物理实现 (a) WO_x 基二阶忆阻器在实现SRDP的基础上, 利用器件的长期状态变量进一步实现了阈值滑移^[74]; (b) HfO_x 基二阶忆阻器实现阈值滑移^[90]; (c) STO基二阶忆阻器通过电极成分调控器件的自发衰减速率, 从而实现阈值滑移^[67]。

Fig. 8 Physical implementation of threshold sliding (a) WO_x -based second-order memristor realizes SRDP and further achieves threshold sliding by leveraging its long-term state variable; (b) HfO_x -based second-order memristor demonstrating threshold sliding; (c) STO-based second-order memristor achieves threshold sliding by modulating the spontaneous decay rate through electrode composition engineering.

3.3 EDE 的实现

BCM规则的另一重要特征是其非单调的EDE行为, 该机制能够确保突触在无脉冲输入时仍维持权重的长期稳定。要求器件在无输入条件下不产生遗忘, 同时仍保留对低频刺激的抑制性响应。因此, 在硬件层面实现EDE, 对于BCM规则的物理部署具有至关重要的意义。在具备阈值滑移行为的二阶忆阻器中, 阈值由电导增强与自发衰减之间的竞争过程共同决定。其中, 自发衰减行为会导致器件在无输入时电导始终处于抑制状态。另一方面, 传统忆阻器的电导增强与刺激频率呈单调正相关关系, 这与BCM规则所要求的非单调行为存在本质差异(图8)。为实现EDE效应, 目前主要存在两种策略: 一是通过特殊的编码方式引入非单调性

行为，二是利用器件内在的竞争动力学直接实现。

3.3.1 非单调性编码策略

利用外部调控引入非单调行为，是在二阶忆阻器中模拟EDE现象的一种有效策略。2020年，Wang等人基于 WO_x 二阶忆阻器提出了一种triplet-STDP编码策略，通过模拟突触前与突触后活动的乘法相关性实现了EDE^[54]。该策略利用复杂的脉冲时序结构来复现生物突触中的乘性相关性与短时程效应。如图9(a)所示，该 WO_x 具有快速的自发衰减特性（衰减50%的时间常数约为50 ms），在传统脉冲频率编码下仍呈现单调响应。如图9(b)所示，Triplet-STDP编码由三个脉冲对构成，每个脉冲对包含一个负脉冲和一个正脉冲，时序结构记为 $[V^-, \text{retention}, V^+]$ 。其中retention表示正负脉冲之间的时间间隔，需设置足够长以使自发弛豫充分发生。该编码的核心机制在于：忆阻器实际负载电压为 $V_m = V_{\text{pre}} - V_{\text{post}}$ ，每对脉冲根据时间差 $\Delta t = t_{\text{post}} - t_{\text{pre}}$ 形成一次LTP($\Delta t > 0$)或LTD($\Delta t < 0$)事件，这本质上属于paired-STDP编码。例如，一次LTP事件由序列 $[V^-, \text{retention}, V^+, \Delta t, V^+, \text{retention}, V^-]$ 构成。当retention足够长时，前后两个 V^- 的影响可忽略不计，该序列等效于 $[V^+, \Delta t, V^+]$ （图9(c)）。通过这种方式，paired-STDP被转化为双脉冲易化（paired-pulse facilitation, PPF）事件——即短间隔脉冲可增强后续电导变化。因此，完整的triplet-STDP编码实质上是先发生一次PPD事件，随后发生一次PPF事件。如图9(d)所示，在初始电导较低（对应于低历史刺激水平，蓝色曲线）时，器件的边界条件使得抑制效应几乎可忽略，后续的PPF效应主导电导增强；而在初始电导较高（红色曲线）时，抑制效应超过后续增强效应，导致净抑制。该方法通过时间间隔重新定义了“脉冲频率”，在具有自发衰减的二阶忆阻器上成功诱导出EDE行为（图9(e)），并已在 CsFAPbI_3 、IGZO及二维材料体系中得到验证（图9(f)）^[96-99]。然而，triplet-STDP策略仅在现象层面复现了EDE，并未从根本上解决“无输入时电导稳定”这一核心

问题。

另一种更直接的策略是利用额外栅极主动控制器件的自发衰减速率。这类多端器件被称为忆晶体管 (memtransistor)。Han等人报道了一种基于MoS₂/WSe₂异质结的三端忆晶体管,其源-漏通道呈现典型的二阶忆阻器行为,在脉冲编码下仍表现为单调的SRDP响应(图9(g))^[77]。关键在于,栅极电压可有效调控电导的自发衰减速率(图9(h)),从而在无输入时通过栅压主动抑制衰减,实现EDE行为。

其动力学可描述为:

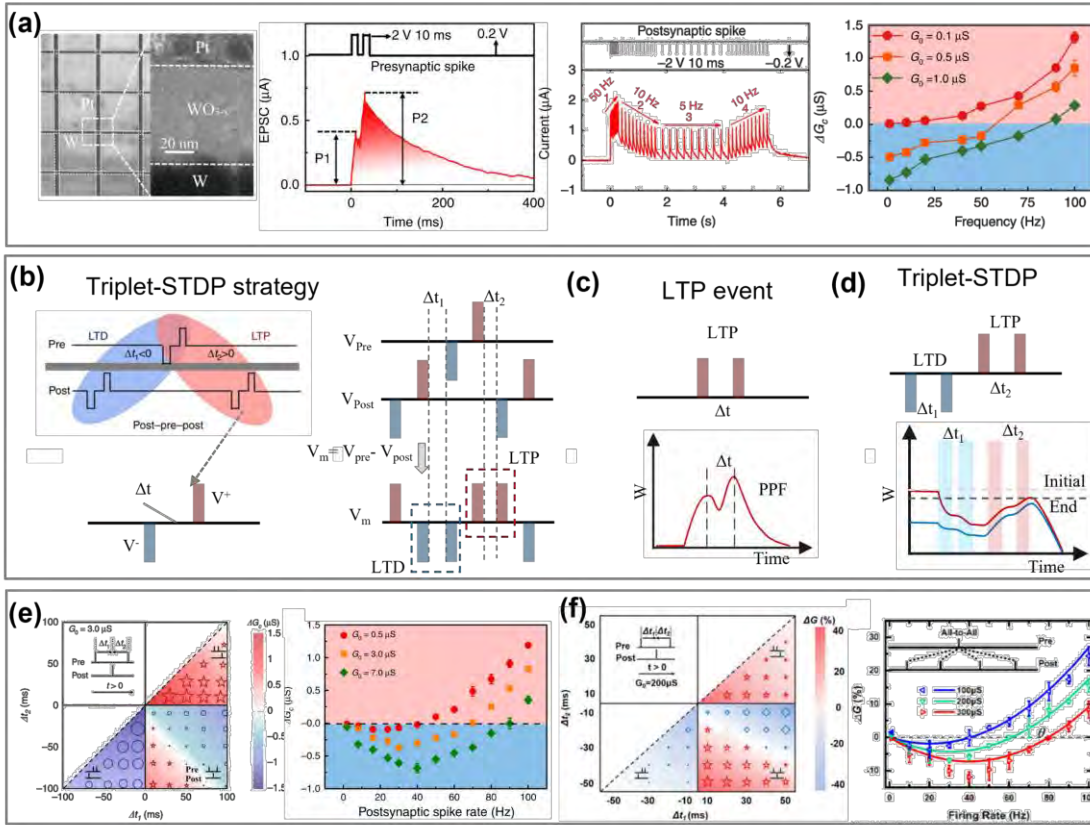
$$\frac{dG}{dt} = \eta_0(G_{max} - G)\varphi(t) - k(V_g) \quad (12)$$

在训练阶段,栅压 V_g 可动态调节遗忘增益,使得低频输入时衰减增强诱发LTD,高频输入时写入效应占优实现LTP。该方法在电路层面更易实现:可通过外部或本地电路将突触后平均活动映射为栅压信号,从而实现与滑动阈值的耦合^[76]。

然而,三端结构与生物突触的双端本质存在差异,显然增加了电路与控制复杂度^[98]。在向大规模PNNs阵列扩展时,面临着不容忽视的外围电路开销问题。

对于Triplet-STDP方案,生成具有精确时序的脉冲序列,需要集成高精度时钟、延迟锁定环或脉冲整形电路,这在模拟/混合信号工艺中会显著增加芯片面积与动态功耗。对于三端忆晶体管方案, $n \times n$ 的突触器件阵列需要增设 n^2 数量级的栅极控制线^[15]。驱动电路的静态漏电与动态充电功耗可能超过忆阻器核心阵列的能耗,从而部分甚至完全抵消神经形态计算所期望的能效优势。目前,上述方案仍主要停留在小规模原型验证阶段,尚缺乏面向大规模阵列的系统级功耗-面积-精度协同仿真数据。因此,未来的研究应优先探索基于两端器件本征动力学实现EDE的策略。从物理机制层面避免精密时序控制与额外栅极增加系统开销,从而真正释放BCM规则在低功耗、高密度物理神经网络中的应用潜力。

EDE的实现: Triplet-STDP编码策略



EDE的实现: 额外栅极编码

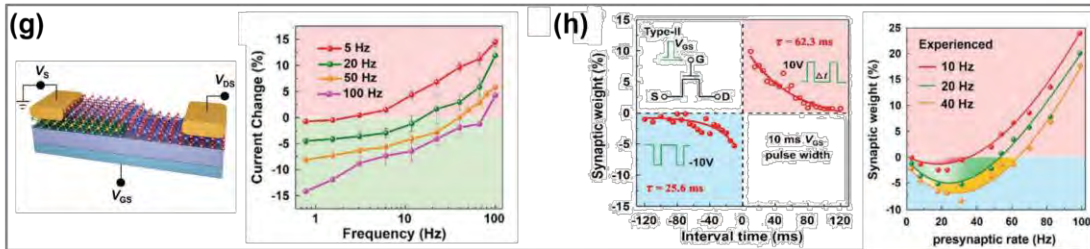


图9 EDE的物理实现

(a) WO_x 基二阶忆阻器在脉冲频率编码下呈单调SRDP行为; (b) Triplet-STDP编码策略可分解为一次LTP事件与一次LTD事件的组合^[54]; (c) LTP事件中, 器件负载电压的等效波形表现为双脉冲易化 (PPF) 效应; (d) 完整的Triplet-STDP编码可在不同初始电导状态下分别诱导增强与抑制响应, 体现出非单调性; (e) 在Triplet-STDP编码下, WO_x 基二阶忆阻器呈现出EDE行为; (f) 基于Triplet-STDP编码, 钙钛矿基忆阻器中实现BCM规则^[96]; (g) $\text{MoS}_2/\text{WSe}_2$ 异质结器件在脉冲频率编码下呈单调SRDP行为^[77]; (h) 通过栅极调控, $\text{MoS}_2/\text{WSe}_2$ 异质结器件呈现出EDE行为^[77]。

Fig. 9 Physical implementation of EDE

(a) WO_x -based second-order memristor exhibits monotonic SRDP behavior under spike-rate coding; (b) Triplet-STDP encoding scheme can be decomposed into a combination of one LTP event and one LTD event; (c) During the LTP event, the effective load voltage across the device resembles paired-pulse facilitation (PPF); (d) A complete triplet-STDP coding sequence can induce either potentiation or depression depending on the initial conductance state, demonstrating non-monotonic behavior; (e) Under triplet-STDP coding, the WO_x -based second-order memristor exhibits EDE behavior; (f) BCM rule implemented in a perovskite-based memristor using triplet-STDP coding; (g) $\text{MoS}_2/\text{WSe}_2$ heterojunction device shows monotonic SRDP behavior

under spike-rate coding; (h) With gate modulation, the MoS₂/WSe₂ heterojunction device exhibits EDE behavior.

3.3.2 内在动力学策略

目前报道的EDE实现多依赖特定的外部刺激模式，与SRDP的脉冲频率并不兼容，这往往带来系统复杂度、功耗与可扩展性方面的挑战。从脉冲神经网络的兼容性出发，探索在自然脉冲频率编码条件下由器件本征动力学产生EDE的内在策略，更符合PNNs需求。从动力学机制上看，要实现EDE同时避免自发衰减导致的非易失性问题，关键在于构建一种随频率增长而渐进饱和（或低频区被激活）的本征抑制机制，而非依赖自发衰减作为低频抑制的主要手段。如图10(a)所示，理想忆阻器应具备随脉冲频率单调递增的电导增强机制；若能引入渐进饱和的抑制机制与之耦合，即可在脉冲编码条件下自发产生EDE。与外部控制方案相比，这类内在策略在生物相容性、硬件效率与阵列级并行性方面具有显著优势。

从实现路径上，抑制机制可通过多种物理途径构建。Gu等人报道了一种势垒可控异质结忆阻器，通过在器件内部构造两个相反的肖特基势垒结，使其在不同电压幅值区间呈现非单调电导响应，从而实现电压驱动的非单调EDE行为（图10(b)）^[73]。从结果上看，该策略通过材料与界面工程引入内在竞争机制，避免了复杂的外部控制。但是，其编码方式仍然与脉冲频率编码存在差异。在我们近期工作中，利用二阶CuInP₂S₆忆阻器中的结寄生电容产生的频率依赖的抑制机制，与忆阻器本身单调的电导增强机制耦合实现了脉冲频率编码的EDE行为（图10(c)）。基于这一发现，我们提出了一种在脉冲频率编码下实现EDE行为的通用策略。利用波形调制电路将方波脉冲转化为包含反极化与超极化状态的神经动作电位，将非单调的EDE行为编码入正负电位在时间上的积分中。利用该策略能够在一般的二阶忆阻器中有效地实现EDE行为。此外，由于忆阻器阵列通常以

Crossbar架构进行集成，通过每行（列）器件共用输入端与波形调制电路耦合，可以极大简化集成复杂度，这为BCM规则的系统级实现提供硬件基础。该策略在自然脉冲编码条件下同时支持写入累积与低频触发的主动抑制，实现完整BCM规则，而无需全局控制或复杂编码，在能耗、时序要求与阵列扩展性方面表现出较好泛用性。总体而言，内在动力学策略将EDE作为器件本征动力学的产物，而非依赖外部操控。该策略不仅有助于保留器件的非易失性与长期存储能力，也更有利于在大规模PNNs中维持长期稳定。

值得注意的是，实际忆阻器普遍存在显著的器件间与批次间差异性，包括高低电阻值、离子迁移率与自发衰减率等^[27,28]。从理论上讲，BCM规则中的滑动阈值机制通过历史活动依赖的负反馈调节，改变单一器件的学习率。PNNs的统计计算特性导致即使存在器件差异性，但仍然能够有效表达出统计上的权重差异。然而，这种内在容错能力是有限的。当差异超过器件本征动力学可补偿的范围，可能导致网络学习行为失效。目前，该领域尚缺乏面向大规模阵列、系统评估器件变异性对BCM规则学习性能影响的定量研究。未来工作需结合器件统计模型与网络级仿真，明确BCM规则对器件非理想性的容忍边界，并为材料生长与工艺制备提供更具指导性的设计指标。

EDE的实现：内在动力学策略

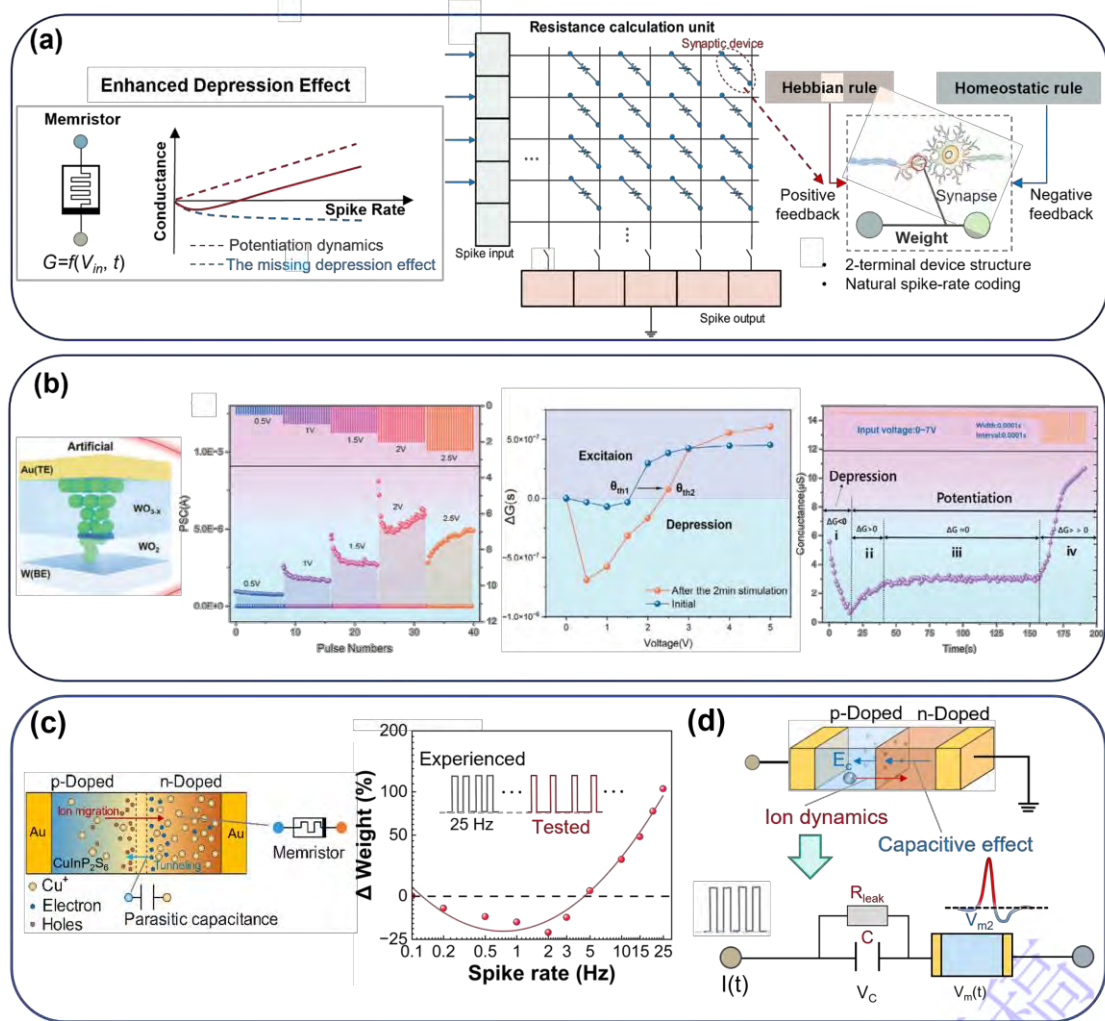


图10 基于忆阻器本征动力学的EDE的实现

(a) 通过一对竞争动力学过程实现EDE，该策略兼具两端器件结构与自然脉冲频率编码特性，与现有物理神经网络架构高度兼容；(b) 基于双肖特基势垒结的竞争机制实现类BCM规则，在脉冲电压编码条件下成功模拟EDE行为^[73]；(c) 利用二阶CuInP₂S₆忆阻器中的结寄生电容效应在脉冲频率编码下实现的EDE行为；(d) CuInP₂S₆忆阻器中结寄生电容产生的反向电压可等效为包含漏泄电阻的串联电容。

Fig. 10 Implementation of EDE based on intrinsic memristor dynamics

(a) EDE realized through a pair of competing dynamic processes. This strategy features a two-terminal device structure and natural spike-rate coding, making it highly compatible with existing physical neural network architectures; (b) BCM-like rule implemented via competing mechanisms in a dual Schottky barrier junction, successfully emulating EDE behavior under pulsed voltage coding; (c) EDE behavior achieved under pulse frequency coding by utilizing the junction parasitic capacitance effect in the second-order CuInP₂S₆ memristor; (d) The reverse voltage generated by the junction parasitic capacitance in the CuInP₂S₆ memristor can be equivalent to a series capacitance including a leakage resistor.

4. BCM 规则的应用

传统PNNs架构通常采用静态突触器件阵列，通过映射人工神经网络的权重参数来实现前向推理^[11,12,100]。然而，在真实物理系统中直接实现原位训练与全局

误差反向传播面临巨大挑战^[8,101]。实际应用中，往往需要在传统计算机中进行反向传播计算，再将更新后的权重写入阵列。这种“训练-映射”分离模式不仅增加了系统复杂度与能耗，也削弱了在线学习与自适应推理方面的核心优势。BCM规则为上述问题提供了一种极具吸引力的替代方案。作为一种局部学习规则，BCM不依赖全局误差信号或跨层梯度信息，仅利用突触前、突触后神经元的局部活动以及历史活动驱动的滑动阈值来完成权重更新。这一特性使BCM规则在结构与信息流层面与PNNs的物理实现高度契合，能够自然地映射至基于忆阻器或其他突触器件的并行阵列中，从而规避复杂且能耗高昂的梯度计算与全局通信。更为重要的是，BCM规则内嵌了一种负反馈式的稳态可塑性机制。通过滑动阈值对神经元平均活动水平的自适应调节，系统能够将网络活动维持在合适的动态范围内，防止权重过度增长或衰减^[102]。这种内在的稳定性对于需要长期运行、持续学习的物理神经网络尤为关键，是保证系统鲁棒性与记忆持久性的核心机制。因此，本节将围绕BCM规则在学习规则以及稳态规则方面的应用展开讨论。

4.1 学习规则

作为一种突触学习规则，BCM已被证明可应用于多种前馈式无监督训练任务。前馈神经网络是最基础的人工神经网络模型，其信息流动方向为单向，不存在循环或反馈连接。网络由神经元节点与突触连接构成，第 $k+1$ 层神经元的输入等于第 k 层神经元的输出与对应突触权重的加权和。在此架构中，BCM规则作为一种局部学习规则，通过无监督的局部神经活动相关性实现权重更新。尽管其分类精度尚无法与反向传播算法媲美，但在能效与生物适应性方面展现出独特优势。

在单层神经网络中，赢家通吃（Winner-Take-All, WTA）是一种经典的竞争性神经元激活机制，网络中激活程度最高的神经元被选为“赢家”。WTA通常用于无监督学习，但也可扩展至监督/半监督场景。基于该策略，Wang等人提出了一

种结合WTA结构的监督学习范式，采用两层的神经形态前馈网络，并将BCM规则作为权重更新规则，应用于模式识别，如图11(a)所示^[54]。在训练过程中，向突触前/后神经元分别输入模式与标签信息，仅正确的通道被选为赢家，产生权重长时程增强。类似的结果在其它数据集中也被报道，训练后的准确率超过85%。为进一步解决传统神经网络缺乏可解释性的问题，一种正负欧氏距离胜者通吃(\pm ED-WTA)算法被提出^[105]。揭示了BCM规则通过区分神经元刺激来发展选择性，赋予了人工网络竞争与选择机制，为理解深度神经网络中神经元运作提供了符合生物可塑性的理论视角。

BCM规则同样可扩展至多层神经网络系统，如图11(b)所示。Wade等人提出了一种融合STDP与BCM规则的突触权重关联训练方法，形成兼具时间依赖性与稳态行为的局部学习规则，从而摆脱对权重截断或全局误差信号的依赖^[102]。仿真结果表明，BCM规则在此架构下表现出与经典STDP规则相近的性能。同时，为提升神经网络无监督学习方法的泛化能力，部分研究将BCM规则与经典神经网络框架相结合^[103,104]。在深度学习方面，Mondragón等人将BCM规则作为核心局部可塑性机制，整合进卷积神经网络的卷积层中，用于替代或与其他局部无监督学习规则（如Grossberg/Instar更新）并列，从而增强网络的生物可解释性与稳态控制能力^[105]。实验表明，在多层卷积神经网络中引入BCM规则可显著提升识别性能，在CIFAR-10数据集上达到75.3%的准确率，为构建接近反向传播性能的生物可解释特征学习模块提供了新路径。最近的研究中，BCM规则同样被应用于脉冲神经网络^[106]与循环神经网络^[107]（图11(c)）。通过监测突触后神经元的发放率与动态滑动阈值的相对关系，来决定权重的增强或减弱，从而维持神经元间关联性。在动态避障和连续控制任务中，无论是在正常还是输入干扰、权重退化等极端条件下，均显著提升了网络的鲁棒性和泛化能力。

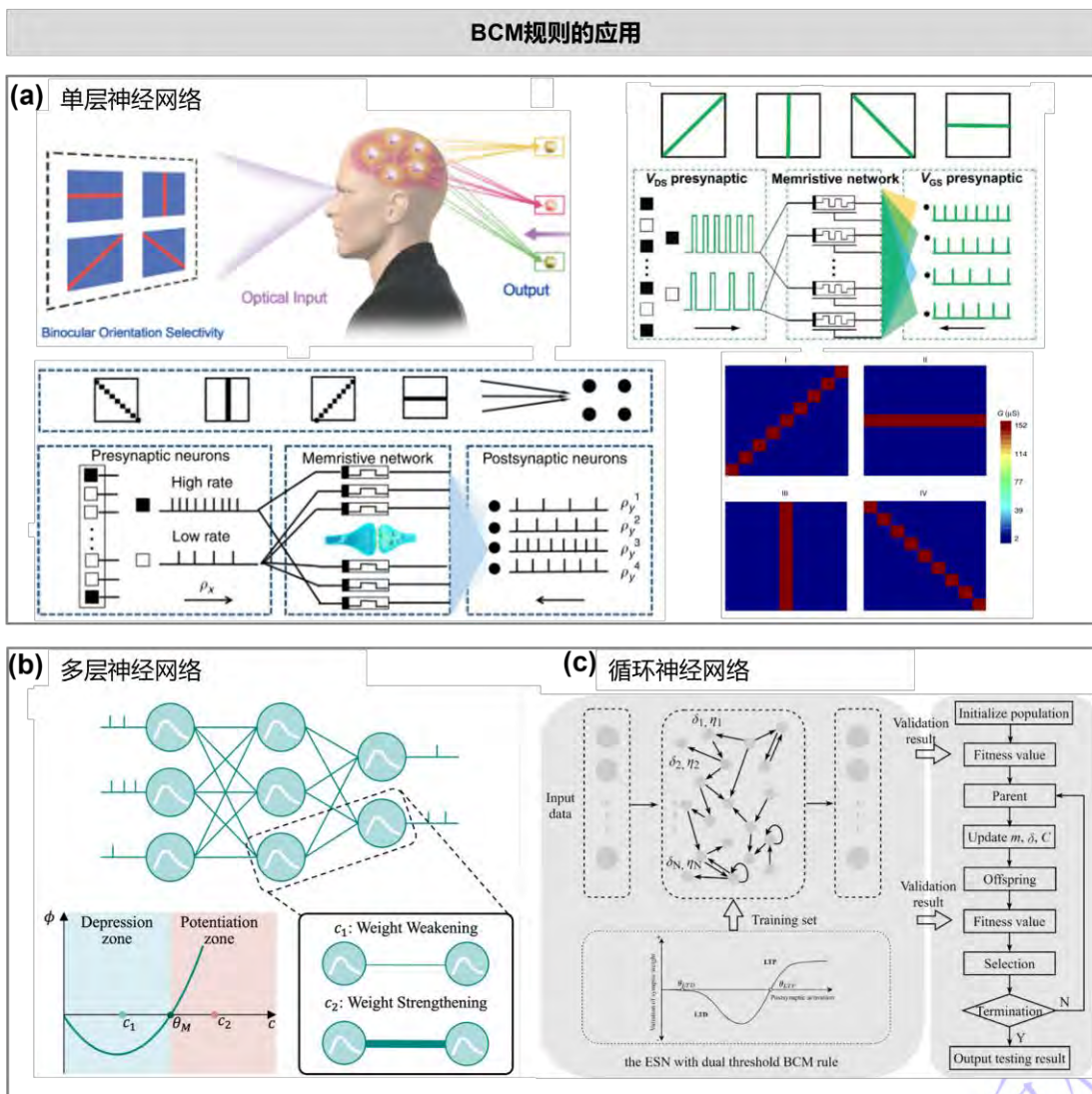


图11 BCM规则的应用

(a) BCM规则在单层神经网络中的应用^[54,77,96]; (b) BCM规则在多层神经网络中的应用^[106];
(c) BCM规则在循环神经网络中的应用^[107]。

Fig. 11 Applications of the BCM rule in different network architectures

(a) Application of the BCM rule in a single-layer neural network; (b) Application of the BCM rule in a multi-layer neural network; (c) Application of the BCM rule in a recurrent neural network.

4.2 稳态规则

稳态可塑性是生物维持生存和功能的核心理论，通过动态调节生理与生化过程确保内部环境的稳定性^[24,47,108]。在神经网络中，BCM规则的滑动阈值机制为实现神经网络的稳态调节与权重稳定提供了关键的机制。单独的Hebbian学习具有正反馈倾向，容易导致突触权重发散或网络失稳。BCM模型通过引入动态调整的阈值有效抵消了这一倾向。这一机制在视觉皮层中得到了实验验证，为BCM理论

提供了生物学基础^[68]。BCM规则在神经形态计算中的稳态效应同样得到了广泛验证。首先，有研究表明在回声状态网络的改进研究中，经过BCM规则微调输入权重的模型在多种复杂非线性场景下，其预测精度与泛化能力均显著优于传统神经网络^[107]。同样的，在经典的前馈神经网络中，可以利用BCM规则区分不同刺激的特异性并提供稳态机制^[103]。并且，BCM规则能够集成到卷积神经网络后的全连接层，利用动态滑动阈值在神经元激活模式中维持清晰的“隐式边界”，有效区分刺激存在与缺失的状态，克服了其他赫布型规则在连续学习中容易出现的选择困难和权重不稳定问题^[109]。

除维持权重分布稳定外，BCM规则在网络的自修复与容错方面展现出积极价值^[110]。基于BCM的学习规则可通过可塑性窗口的动态调整实现自我修复：当神经元处于不活跃状态时，窗口沿垂直轴上移；随着突触后神经元活动的增加及学习的进行，可塑性窗口沿垂直轴下移，直至学习停止。这种机制使网络即便在突触连接受损的情况下，仍能通过重新训练重新组织自身，恢复到故障前的映射状态。对于容错硬件系统而言，这种分布式、细粒度的修复能力可显著提升可靠性，优于传统集中式修复方法。在连续学习场景下，固定的Hebbian更新往往导致新任务学习时旧知识的遗忘（灾难性遗忘），而BCM规则为此提供了有效解决方案。通过动态调整学习阈值或学习率，网络可根据突触历史活动调整学习门槛，在新旧知识间达到平衡。BCM学习规则通过控制突触未来可塑性的速率，能够帮助网络保持过去信息，显著减缓灾难性遗忘的发生。

5. 总结与展望

本文从理论机制、器件实现与系统应用三个层面，系统综述了BCM规则在物理神经形态网络中的研究进展与面临挑战。首先，梳理了BCM规则的发展脉络与核心特性，分析了其在神经网络中的贡献与局限性。在物理实现层面，将BCM规

则的核心特征归纳为SRDP、阈值滑动机制与非单调EDE，并总结了其在以忆阻器为代表的纳米器件中的实现进展。结合脉冲神经网络的系统约束与物理实现需求，我们以功能为导向，深入探讨了BCM规则关键动力学特性向硬件映射的可行路径。最后，概述了BCM规则在前馈与循环神经网络中用于无监督特征学习与稳态控制的最新研究，涵盖理论模型发展与实验验证两方面。尽管BCM规则作为理论模型已取得显著成功，其在物理神经形态网络中的实际部署仍面临诸多挑战。

在理论机制层面，现有BCM规则仍是一种高度理想化的模型，其源于对大脑高级功能的宏观观测^[26]。尽管该模型能在一定程度上解释突触权重的双向调节和输入特异性现象，但其背后的动力学机制与生物原理尚未完全阐明。实验观测到的突触可塑性主要遵循精确时间控制的STDP规则，这与BCM规则的脉冲频率编码范式存在明显差异^[59]。基于triplet-STDP的理论虽试图在时间编码与频率编码之间建立联系，但其依赖的附加假设使其合理性仍存争议^[62]。另一方面，阈值调节机制在分子层面获得了较多实验支持：研究表明，钙离子动力学、NMDA受体亚基表达及甲基化状态的变化均可作为突触活动历史的分子指示器，进而调控可塑性阈值，这间接验证了BCM理论在体内的调节效应。然而，其具体时间尺度与生物实现细节仍需进一步研究。

在物理实现层面，尽管已有部分研究报道了BCM规则在纳米器件中的实现，但大多数工作中非单调EDE的产生仍依赖于特定的编码方式（如triplet-STDP）或外部栅极控制。这些额外复杂度的引入对BCM规则在大规模物理系统中的部署构成了显著挑战。因此，仍然需要探索在传统脉冲频率编码条件下实现BCM规则的本征策略。对于神经网络系统而言，BCM规则的参数配置如何影响模型收敛性、是否需要与其他可塑性机制协同工作，仍是当前研究热点。现有BCM模型尚未充分关注突触异质性、神经调质调节以及复杂网络拓扑结构的影响，而这些因素在

生物系统中具有关键作用。

因此，未来研究应重点关注以下方向：一是深化BCM规则动力学模型研究，包括参数优化及与其他学习规则（如STDP、突触权重缩放及高级脑区调节机制）的整合机制；二是在应用层面探索将BCM规则更有机地融入现有脉冲神经网络框架，以提升训练效率与系统稳定性；三是推动材料、器件、电路与算法的协同作用，为理解和设计高性能物理神经网络提供新思路。BCM规则为物理神经网络提供了一个兼具局部学习能力与内在稳定性的理论框架。要将其成功应用于脉冲神经网络技术，需要神经科学、材料科学、电路设计与计算理论等多学科的交叉融合与协同攻关。在解决上述挑战的过程中，BCM规则将持续作为连接神经科学原理与类脑工程实现的关键桥梁，是推动脉冲神经网络技术创新发展的重要支柱。

录用稿件，非最终出版稿

参考文献

- [1] Anantrasirichai N, Zhang F, Bull D 2026 *Artificial Intelligence Review*. **59** 89
- [2] Zhao Z P 2026 *Micronano electronic Technology* **63** 020101 (in Chinese) [赵正平 2026 微纳电子技术 **63** 020101]
- [3] He R, Cao J, Tan T N 2025 *National Science Review* **12** 1
- [4] Han Y, Xu H, Lu M, Wang H, Huang J, Wang Y, Wang Y, Min F, Liu Q, Liu M, Sun N 2024 *Fundamental Research* **4** 1431
- [5] Zha D, Bhat Z P, Lai K-H, Yang F, Jiang Z, Zhong S, Hu X 2025 *ACM Comput. Surv.* **57** 129
- [6] Zhou Z, Huang P, Kang J F 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 148507 (in Chinese) [周正, 黄鹏, 康晋锋 2022 物理学报 **71** 148507]
- [7] Duan X, Cao Z, Gao K, Yan W, Sun S, Zhou G, Wu Z, Ren F, Sun B 2024 *Advanced Materials* **36** 2310704
- [8] Momeni A, Rahmani B, Scellier B, Wright L G, McMahon P L, Wanjura C C, Li Y, Skalli A, Berloff N G, Onodera T, Oguz I, Morichetti F, del Hougne P, Le Gallo M, Sebastian A, Mirhoseini A, Zhang C, Marković D, Brunner D, Moser C, Gigan S, Marquardt F, Ozcan A, Grollier J, Liu A J, Psaltis D, Alù A, Fleury R 2025 *Nature* **645** 53
- [9] Xu T, Luo Z, Liu S, Fan L, Xiao Q, Wang B, Wang D, Huang C 2026 *Nature Communications* **17** 1766
- [10] Wright L G, Onodera T, Stein M M, Wang T, Schachter D T, Hu Z, McMahon P L 2022 *Nature* **601** 549
- [11] Yao P, Wu H, Gao B, Tang J, Zhang Q, Zhang W, Yang J J, Qian H 2020 *Nature* **577** 641
- [12] Zhang W, Yao P, Gao B, Liu Q, Wu D, Zhang Q, Li Y, Qin Q, Li J, Zhu Z, Cai Y, Wu D, Tang J, Qian H, Wang Y, Wu H 2023 *Science* **381** 1205
- [13] Wang Z, Yu R, Jia Z, He Z, Yang T, Gao B, Li Y, Hu Z, Hao Z, Liu Y, Lu J, Yao P, Tang J, Liu Q, Qian H, Wu H 2025 *Nature Electronics* **8** 276
- [14] Nakajima M, Inoue K, Tanaka K, Kuniyoshi Y, Hashimoto T, Nakajima K 2022 *Nature Communications* **13** 7847
- [15] Marković D, Mizrahi A, Querlioz D, Grollier J 2020 *Nature Reviews Physics* **2**

- [16] Terasa M-I, Birkoben T, Noll M, Adejube B, Madurawala R, Carstens N, Strunskus T, Kaps S, Faupel F, Vahl A, Kohlstedt H, Adelung R 2023 *Materials Today* **69** 41
- [17] Abbott L F, Nelson S B 2000 *Nature Neuroscience* **3** 1178
- [18] Li F, Li D, Wang C, Liu G, Wang R, Ren H, Tang Y, Wang Y, Chen Y, Liang K, Huang Q, Sawan M, Qiu M, Wang H, Zhu B 2024 *Nature Communications* **15** 3689
- [19] Akopyan F, Sawada J, Cassidy A, Alvarez-Icaza R, Arthur J, Merolla P, Imam N, Nakamura Y, Datta P, Nam G-J, Taba B, Beakes M, Brezzo B, Kuang J B, Manohar R, Risk W P, Jackson B, Modha D S 2015 *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems* **34** 1537
- [20] Davies M, Srinivasa N, Lin T H, Chinya G, Cao Y, Choday S H, Dimou G, Joshi P, Imam N, Jain S, Liao Y, Lin C K, Lines A, Liu R, Mathaikutty D, McCoy S, Paul A, Tse J, Venkataramanan G, Weng Y H, Wild A, Yang Y, Wang H 2018 *IEEE Micro* **38** 82
- [21] Pei J, Deng L, Song S, Zhao M, Zhang Y, Wu S, Wang G, Zou Z, Wu Z, He W, Chen F, Deng N, Wu S, Wang Y, Wu Y, Yang Z, Ma C, Li G, Han W, Li H, Wu H, Zhao R, Xie Y, Shi L 2019 *Nature* **572** 106
- [22] Song S, Miller K D, Abbott L F 2000 *Nature Neuroscience* **3** 919
- [23] Zenke F, Gerstner W 2017 *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences* **372** 20160259
- [24] Fitzpatrick M J, Kerschensteiner D 2023 *Prog Retin Eye Res* **94** 101131
- [25] Bienenstock E, Cooper L, Munro P 1982 *The Journal of Neuroscience* **2** 32
- [26] Cooper L N, Bear M F 2012 *Nature Reviews Neuroscience* **13** 798
- [27] Yao X, Klyukin K, Lu W, Onen M, Ryu S, Kim D, Emond N, Waluyo I, Hunt A, del Alamo J A, Li J, Yildiz B 2020 *Nature Communications* **11** 3134
- [28] Wen X Y, Wang Y S, He Y H, Miao X S 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 140501 (in Chinese) [温新宇, 王亚赛, 何毓辉, 缪向水 2022 物理学报 **71** 140501]
- [29] Wen J, Huang M, Wang Z, Guo X 2022 *Chinese Science Bulletin* **67** 1054 (in Chinese) [温娟, 黄鹤鸣, 王哲, 郭新 2022 科学通报 **71** 1054]

- [30] Yu H, Wei H, Gong J, Han H, Ma M, Wang Y, Xu W 2020 *Small* **17** 2000041
- [31] Li J, Yang Y, Yin M, Sun X, Li L, Huang R 2020 *Materials Horizons* **7** 71
- [32] Deng W, Wang L S, Liu J N, Yu X L, Chen F X 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 217302 (in Chinese) [邓文, 汪礼胜, 刘嘉宁, 余雪玲, 陈凤翔 2021 物理学报 **70** 217302]
- [33] Zhu S K, Zhao Y 2024 *Journal of Functional Materials and Devices* **30** 287 (in Chinese) [朱赛克, 赵毅 2024 功能材料与器件学报 **30** 287]
- [34] Wang Z Q, Xu H Y, Li X H, Yu H, Liu Y C, Zhu X J 2012 *Advanced Functional Materials* **22** 2759
- [35] Shen L F, Hu L X, Kang F W, Ye Y M, Zhuge F 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 148505 (in Chinese) [沈柳枫, 胡令祥, 康逢文, 叶羽敏, 诸葛飞 2021 物理学报 **71** 148505]
- [36] Huang Y, Liu J, Harkin J, McDaid L, Luo Y 2021 *Neurocomputing* **423** 336
- [37] von der Malsburg C 1973 *Kybernetik* **14** 85
- [38] Chen Y 2008 *Progress in Biochemistry and Biophysics* **35** 610 (in Chinese) [陈燕 2008 生物化学与生物物理进展 **35** 610]
- [39] Huang W, Xia X, Zhu C, Steichen P, Quan W, Mao W, Yang J, Chu L, Li X a 2021 *Nano-Micro Letters* **13** 85
- [40] Zhou M, Cornell J, Salinas S, Huang H-Y 2022 *Neural Regeneration Research* **17** 705
- [41] Rosenblatt F 1958 *Psychological review* **65** 386
- [42] Bonhoeffer T, Kossel A, Bolz J, Aertsen A 1990 *Cold Spring Harb Symp Quant Biol* **55** 137
- [43] Paulsen O, Sejnowski T J 2000 *Current Opinion in Neurobiology* **10** 172
- [44] Dong W S, Zeng F, Lu S H, Liu A, Li X J, Pan F 2015 *Nanoscale* **7** 16880
- [45] Einarsson H, Gauy M M, Lengler J, Steger A 2017 *Frontiers in Computational Neuroscience* **11** 33
- [46] Zenke F, Agnes E J, Gerstner W 2015 *Nature Communications* **6** 6922
- [47] Lee H K, Kirkwood A 2019 *Front Cell Neurosci* **13** 520
- [48] Chistiakova M, Bannon N M, Bazhenov M, Volgushev M 2014 *Neuroscientist* **20** 483
- [49] Cooper L N, Liberman F, Oja E 1979 *Biological Cybernetics* **33** 9
- [50] Intrator N, Cooper L N 1992 *Neural Networks* **5** 3

- [51] Law C C, Cooper L N 1994 *Proceedings of the National Academy of Sciences* **91** 7797
- [52] Udeigwe L C, Munro P W, Ermentrout G B 2017 *The Journal of Mathematical Neuroscience* **7** 2
- [53] Kirkwood A, Rioult M G, Bear M F, 1996 *Nature* **381** 526
- [54] Wang Z, Zeng T, Ren Y, Lin Y, Xu H, Zhao X, Liu Y, Ielmini D 2020 *Nature Communications* **11** 1510
- [55] Bi G Q, Poo M M 1998 *J Neurosci* **18** 10464
- [56] Masuda N, Aihara K 2002 *Physical Review Letters* **88** 248101
- [57] Mayr C G, Partzsch J 2010 *Frontiers in Synaptic Neuroscience* **2** 33
- [58] Kempter R, Gerstner W, van Hemmen J L 1999 *Physical Review E* **59** 4498
- [59] Shouval H Z 2011 *Proceedings of the National Academy of Sciences* **108** 19103
- [60] Pfister J P, Gerstner W 2006 *J Neurosci* **26** 9673
- [61] Gjorgjieva J, Clopath C, Audet J, Pfister J-P 2011 *Proceedings of the National Academy of Sciences* **108** 19383
- [62] Graupner M, Wallisch P, Ostojic S 2016 *The Journal of Neuroscience* **36** 11238
- [63] Subbulakshmi Radhakrishnan S, Sebastian A, Oberoi A, Das S, Das S 2021 *Nature Communications* **12** 2143
- [64] Chen P, Zhang B, He E, Xiao Y, Liu F, Lin P, Wang Z, Pan G 2025 *Materials Horizons* **12** 2820
- [65] Zhang T L, Xu B 2021 *Chinese Journal of Computers* **44** 1767 (in Chinese) [张铁林, 徐波 2021 计算机学报 **44** 1767]
- [66] Sjöström P J, Turrigiano G G, Nelson S B 2001 *Neuron* **32** 1149
- [67] Xiong J, Yang R, Shaibo J, Huang H M, He H K, Zhou W, Guo X 2019 *Advanced Functional Materials* **29** 1807316
- [68] Vitureira N, Letellier M, Goda Y 2012 *Current Opinion in Neurobiology* **22** 516
- [69] Abraham W C, Bear M F 1996 *Trends Neurosci* **19** 126
- [70] Laborieux A, Ernoult M, Hirtzlin T, Querlioz D 2021 *Nature Communications* **12** 2549
- [71] Stanton P K 1996 *Hippocampus* **6** 35
- [72] Jedlicka P, Tomko M, Robins A, Abraham W C 2022 *Trends Neurosci* **45** 656

- [73] Cai D, Liu Y, Wang J, Zhao T, Shen M, Zhang F, Jiang Y, Gu D 2024 *Advanced Functional Materials* **34** 2314660
- [74] Du C, Ma W, Chang T, Sheridan P, Lu W D 2015 *Advanced Functional Materials* **25** 4290
- [75] Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, Williams R S 2008 *Nature* **453** 80
- [76] Yan X, Zheng Z, Sangwan V K, Qian J H, Wang X, Liu S E, Watanabe K, Taniguchi T, Xu S-Y, Jarillo-Herrero P, Ma Q, Hersam M C 2023 *Nature* **624** 551
- [77] Zhai Y, Xie P, Feng Z, Du C, Han S-T, Zhou Y 2022 *Advanced Functional Materials* **32** 2108440
- [78] Wang Z, Joshi S, Savel'ev S E, Jiang H, Midya R, Lin P, Hu M, Ge N, Strachan J P, Li Z, Wu Q, Barnell M, Li G L, Xin H L, Williams R S, Xia Q, Yang J J 2017 *Nat Mater* **16** 101
- [79] Bartolozzi C, Indiveri G 2007 *Neural Computation* **19** 2581
- [80] Indiveri G, Chicca E, Douglas R 2006 *IEEE Transactions on Neural Networks* **17** 211
- [81] Wang Z Q, Xu H Y, Li X H, Yu H, Liu Y C, Zhu X J 2012 *Advanced Functional Materials* **22** 2759
- [82] Chua L 1971 *IEEE Transactions on Circuit Theory* **18** 507
- [83] Valov I, Waser R, Jameson J R, Kozicki M N 2011 *Nanotechnology* **22** 254003
- [84] Lin Y, Zeng T, Xu H, Wang Z, Zhao X, Liu W, Ma J, Liu Y 2018 *Advanced Electronic Materials* **4** 1800373
- [85] Lin Y, Wang C, Ren Y, Wang Z, Xu H, Zhao X, Ma J, Liu Y 2019 *Small Methods* **3** 1900160
- [86] Kim M-H, Park H-L, Kim M-H, Jang J, Bae J-H, Kang I M, Lee S-H 2021 *npj Flexible Electronics* **5** 34
- [87] Brackmann L, Ziegler T, Jafari A, Wouters D J, Tahoori M B, Menzel S 2023 *Advanced Intelligent Systems* **6** 2300579
- [88] Zhong Y, Tang J, Li X, Gao B, Qian H, Wu H 2021 *Nature Communications* **12** 408
- [89] Wu Y, Duong N T, Chien Y C, Liu S, Ang K W 2023 *Advanced Electronic Materials* **10** 2300481

- [90] Yin J, Zeng F, Wan Q, Li F, Sun Y, Hu Y, Liu J, Li G, Pan F 2018 *Advanced Functional Materials* **28** 1706927
- [91] Guo J, Liu Y, Li Y, Li F, Huang F 2020 *ACS Applied Materials & Interfaces* **12** 50061
- [92] Liu G, Wang C, Zhang W, Pan L, Zhang C, Yang X, Fan F, Chen Y, Li R W 2015 *Advanced Electronic Materials* **2** 1500298
- [93] Li Y, Zhong Y, Zhang J, Xu L, Wang Q, Sun H, Tong H, Cheng X, Miao X 2014 *Scientific Reports* **4** 4906
- [94] Kumar S, Wang X, Strachan J P, Yang Y, Lu W D 2022 *Nature Reviews Materials* **7** 575
- [95] Kim S, Du C, Sheridan P, Ma W, Choi S, Lu W D 2015 *Nano Lett.* **15** 2203.
- [96] Ren Y, Bu X, Wang M, Gong Y, Wang J, Yang Y, Li G, Zhang M, Zhou Y, Han S-T 2022 *Nature Communications* **13** 5585
- [97] Li H, Geng S, Liu T, Cao M, Su J 2023 *ACS Applied Materials & Interfaces* **15** 5456
- [98] Wang Z, Zhang M, Xie D, Liu Z, Li G, Xie J, Guo E, He M, Wang C, Yang G, Jin K, Ge C 2024 *Advanced Electronic Materials* **11** 2400612
- [99] Ma Y-J, Sun S, Zhu L, Teng F-R, Fu L-L, Wang X-X, Wei J-Y, Wu D, Li A-D 2025 *IEEE Electron Device Letters* **46** 2042
- [100] Kim K, Song M S, Hwang H, Hwang S, Kim H 2024 *Front Neurosci* **18** 1279708
- [101] Momeni A, Rahmani B, Malléjac M, del Hougne P, Fleury R 2023 *Science* **382** 1297
- [102] Wade J J, McDaid L J, Santos J A, Sayers H M 2010 *IEEE Trans Neural Netw* **21** 1817
- [103] Zarei-Sabzevar R, Ghiasi-Shirazi K, Harati A 2023 *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems* **34** 9016
- [104] Lawlor M, Zucker S W 2014 *28th Conference on Neural Information Processing Systems* **2** 2564
- [105] Nimmo J J, Mondragon E 2025 *Neural Netw* **190** 107628
- [106] Zhou Y, Dong B, Li C, Wang Y, Yin X, Wang Y, Yang X 2025 *ArXiv* 2511.17563

- [107] Wang X, Jin Y, Du W, Wang J 2024 *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems* **35** 1572
- [108] Xu Y, Gao S, Li Z, Yang R, Miao X 2022 *Advanced Intelligent Systems* **4** 2200210
- [109] Aguilar-Canto F, Calvo H 2022 *Brain Sciences* **12** 281
- [110] Liu J, McDaid L J, Harkin J, Wade J J, Karim S, Johnson A P, Millard A G, Halliday D M, Tyrrell A M, Timmis J 2017 *Neural Information Processing* **26** 384

录用稿件，非最终出版稿

BCM Rules for Physical Neural Networks: Mechanism, Realization, and Prospects*

Jiangshun Huang¹⁾ Anping Huang^{1)†} Mei Wang¹⁾ Zhisong Xiao¹⁾ Zengfeng Di^{2)†}

1) (School of Physics, Beihang University, Beijing 100191, P. R. China)

2) (State Key Laboratory of Materials for Integrated Circuits, Shanghai Institute of Microsystem and Information Technology, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200050, P. R. China)

Abstract

Physical neural networks (PNNs) leverage intrinsic device dynamics for energy-efficient computing by mapping neural network operations onto physical parameters. However, practical PNN deployment faces critical challenges: cumulative non-idealities during signal propagation and the mismatch between conventional training algorithms and physical hardware. Biological systems overcome similar limitations through synaptic plasticity combining local learning with homeostatic regulation. The Bienenstock-Cooper-Munro (BCM) rule, a prominent model of synaptic plasticity, addresses these challenges by integrating Hebbian learning with a history-dependent sliding threshold that provides intrinsic stability.

This review systematically examines BCM rules from three perspectives: theoretical foundations, hardware implementation, and PNN applications. The BCM rule exhibits three essential features: spike-rate dependent plasticity (SRDP), threshold sliding, and non-monotonic enhanced depression effect (EDE). At the device level, first-order memristors naturally emulate SRDP through flux-controlled conductance modulation. Threshold sliding requires second-order dynamics, demonstrated in WO_x , HfO_x , and STO-based devices where additional state variables modulate competition between potentiation and decay. EDE realization follows two approaches: external coding strategies (e.g.,

triplet-STDP) that induce non-monotonic behavior through precisely timed spikes, and intrinsic dynamics strategies leveraging competing physical processes in two-terminal devices to achieve EDE under natural spike-rate coding without external circuitry. At the system level, BCM enables unsupervised learning in single-layer, multi-layer, and convolutional networks, approaching backpropagation performance in certain tasks while offering biological plausibility and energy efficiency. The sliding threshold mechanism provides homeostatic regulation that prevents weight divergence, mitigates catastrophic forgetting, and enables self-repair in fault-tolerant systems.

Despite progress, challenges remain: theoretical gaps between frequency-based BCM and observed spike-timing plasticity, reliance on external coding schemes compromising device simplicity, and parameter sensitivity in complex networks. Future directions include deepening theoretical understanding of BCM dynamics, developing intrinsic device strategies fully capturing BCM features under natural coding, and fostering interdisciplinary collaboration among materials, circuits, and algorithms to enable large-scale robust PNN implementations.

Keywords: Physical neural networks, BCM rule, Memristor, Synaptic plasticity

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 52403315 and 5240130699).

† Corresponding author. E-mail: apuang@buaa.edu.cn, zfdi@mail.sim.ac.cn

The first author. E-mail: js_huang@buaa.edu.cn