

# 可压缩湍流中激光回波的闪烁指数\*

薛积禹<sup>1)2)†</sup> 宁泽华<sup>1)</sup> 吴雨欣<sup>1)</sup> 吴振森<sup>3)</sup> 武红鹏<sup>1)2)</sup> 董磊<sup>1)2)‡</sup>

1) (山西大学物理电子工程学院, 太原 030006)

2) (山西大学激光光谱研究所光量子技术与器件全国重点实验室, 太原 030006)

3) (西安电子科技大学物理学院, 西安 710071)

## 摘要

超声速目标周围的可压缩湍流场会引起显著的气动光学畸变, 并导致激光回波光强随机起伏。经典大气湍流折射率功率谱通常将空气视为不可压缩介质, 主要考虑温度扰动对折射率起伏的影响, 难以描述可压缩流场中压力扰动引起的折射率起伏。本文将同时包含温度与压强贡献的修正可压缩湍流折射率功率谱引入激光回波传输模型, 基于广义惠更斯-菲涅尔原理和修正 Rytov 理论, 推导了考虑湍流内尺度和外尺度效应时高斯光束在可压缩湍流中的闪烁指数解析表达式。数值分析表明: 在本文讨论的弱至中等起伏区内, 可压缩湍流导致的目标回波闪烁指数高于温度扰动主导的大气湍流模型; 外尺度对闪烁指数的影响通常强于内尺度, 且短波长激光的闪烁更为显著。本文模型适用于近程、高斯光束、弱至中等可压缩湍流条件; 对于高马赫数强激波流场、强各向异性流场以及深强起伏饱和区, 仍需进一步引入实验或高保真数值模拟验证。研究结果可为超声速目标激光雷达、机载光通信和高速成像系统中波长选择与光路设计提供参考。

**关键词:** 可压缩湍流; 高斯光束; 闪烁指数; 气动光学

**PACS:** 42.68.Bz; 42.25.Dd; 42.68.Ay; 47.40.Ki

**基金:** 国家自然科学基金(批准号: 62501370)和山西省基础研究计划资助项目(批准号: 202303021222034)资助的课题。

† 通信作者. E-mail: [xuejiyu@sxu.edu.cn](mailto:xuejiyu@sxu.edu.cn).

‡ 通信作者. E-mail: [donglei@sxu.edu.cn](mailto:donglei@sxu.edu.cn).

第一作者. E-mail: [xuejiyu@sxu.edu.cn](mailto:xuejiyu@sxu.edu.cn).

# 1 引言

随着机载光学系统在点对点飞机通信、定向能量应用、超高速目标探测与成像中的应用需求不断增加，理解高速流场引起的光束畸变机制具有重要意义。当目标以超声速运动时，目标表面附近会形成边界层、剪切层和局部激波结构，流场中密度、温度和压力发生快速变化，进而产生折射率起伏并造成光束漂移、扩展、相位畸变和光强闪烁等气动光学效应<sup>[1-3]</sup>。闪烁指数描述接收光强相对于平均光强的归一化方差，是评价激光回波质量、通信链路稳定性和成像探测可靠性的重要指标。

传统大气光传输理论中的 Kolmogorov、von Karman、Tatarskii、Hill 及 non-Kolmogorov 等折射率谱模型主要面向不可压缩或弱可压缩大气环境<sup>[4-8]</sup>。这些模型通常把折射率起伏与温度起伏联系起来，而没有纳入可压缩湍流中的压力起伏。对于超声速目标近壁流场而言，速度场散度不再近似为零，密度和压力脉动会对折射率起伏产生不可忽略的贡献。因此，直接采用传统大气湍流折射率谱分析超声速目标附近的激光回波闪烁，可能低估可压缩湍流对光强起伏的影响。

近年来，随着计算流体力学和高速光学诊断技术的发展，直接数值模拟、大涡模拟和雷诺平均方法已被广泛用于可压缩边界层和气动光学问题研究。例如，中国科学院力学研究所李新亮<sup>[9]</sup>对来流马赫数 2.25 和 6 的平板边界层湍流开展直接数值模拟；北京大学史一蓬<sup>[10]</sup>采用亥姆霍兹方程 (Helmholtz) 正交分解研究可压缩湍流物理性质；西安石油大学高琳<sup>[11]</sup>、北京航天长征飞行器研究所王锁柱<sup>[12]</sup>和南京航空航天大学何文辉<sup>[13]</sup>分别从雷诺平均 Navier-Stokes (Reynolds-averaged Navier-Stokes, RANS) 模型修正、大涡模拟和浸入边界方法等角度推进了可压缩湍流数值模拟；中国空气动力学研究与发展中心明宇<sup>[14]</sup>分析了高雷诺数可压缩湍流边界层中大尺度运动与壁温的关系；北京航空航天大学陈景航<sup>[15]</sup>在不同对流马赫数  $Mc$  条件下评估了平面混合层 RANS 模型，其中  $Mc = \Delta U / (c_1 + c_2)$ ， $\Delta U$  为两侧来流速度差， $c_1$  和  $c_2$  为两侧声速。国内主要开展了湍流大气中回波闪烁<sup>[16]</sup>、部分相干光束闪烁孔径平滑<sup>[17]</sup>、涡旋光束斜程传输<sup>[18]</sup>和主动激光照明均匀性<sup>[19]</sup>等相关研究。国外关于气动光学效应<sup>[20]</sup>、超/高超声速边界层光学畸变<sup>[21]</sup>和可压缩湍流等效光学参数<sup>[22]</sup>的研究也进一步表明，高速流场中的边界层、剪切层、激波及各向异性结构会显著影响光学系统性能。

作者前期工作<sup>[23]</sup>推导了同时考虑温度与压强因素的可压缩湍流折射率起伏

功率谱，重点在于谱模型本身的构建及光波相干特性分析。本文在该谱模型基础上进一步开展激光回波闪烁问题研究，新增工作主要包括：1) 将修正可压缩湍流谱引入高斯光束回波传输模型；2) 基于广义惠更斯-菲涅尔原理和修正 Rytov 理论，推导包含内、外尺度效应的小尺度与大尺度对数强度起伏方差；3) 得到高斯光束在可压缩湍流中的闪烁指数模型；4) 与温度扰动主导的传统大气湍流谱进行对比，分析波长、湍流内尺度、外尺度和壁面距离对回波闪烁的影响。本文关注近程激光回波传输，而非传统单向远距离大气传输，因此可为超声速目标探测与成像系统中的波长选择和光路优化提供理论参考。

## 2 理论分析

### 2.1 修正可压缩湍流谱

根据 Rytov 近似<sup>[24]</sup>，考虑内尺度  $l_0$  与外尺度  $L_0$  后的修正大气谱：

$$\Phi_{nG}(\kappa, l_0, L_0) = \Phi_n(\kappa)G(\kappa, l_0, L_0) \quad (1)$$

其中  $\kappa$  为空间波数，单位为  $m^{-1}$ ； $\Phi_n(\kappa)$  为未滤波折射率起伏功率谱； $G(\kappa, l_0, L_0)$  为内、外尺度滤波函数。经典 Kolmogorov 谱为

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2(h)\kappa^{-11/3} \quad (2)$$

其中  $C_n^2(h)$  为大气折射率结构常数，单位为  $m^{-2/3}$ 。内、外尺度滤波函数为：

$$G(\kappa, l_0, L_0) = G_x(\kappa, l_0, L_0) + G_y(\kappa) = f(\kappa, l_0)g(\kappa, L_0)\exp\left(-\frac{\kappa^2}{\kappa_x^2}\right) + \frac{\kappa^{11/3}}{(\kappa^2 + \kappa_y^2)^{11/6}} \quad (3)$$

$$g(\kappa, L_0) = 1 - \exp\left(-\frac{\kappa^2}{\kappa_0^2}\right) \quad \kappa_0 = 8\pi / L_0 \quad (4)$$

$$f(\kappa, l_0) = \exp(-\kappa^2 / \kappa_l^2)[1 + 1.802(\kappa / \kappa_l) - 0.254(\kappa / \kappa_l)^{7/6}] \quad \kappa_l = 3.3 / l_0 \quad (5)$$

式中： $l_0$  为湍流内尺度， $L_0$  为湍流外尺度； $\kappa_l$  和  $\kappa_0$  分别为内、外尺度对应的截断空间波数，单位均为  $m^{-1}$ ；后下标  $x, y$  分别为湍流大、小尺度参数， $\kappa_x, \kappa_y$  为大、小尺度对应的空间截断频率，单位为  $m^{-1}$ 。 $G_y(\kappa)$  为小尺度湍流高通滤波函数， $G_x(\kappa, l_0, L_0)$  是大尺度湍流低通滤波函数， $g(\kappa, L_0)$  为大尺度效应的外尺度因子。

本文使用的可压缩湍流折射率功率谱<sup>[23]</sup>为：

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2(h)\kappa^{-11/3} + 0.0003y^{-4/3}C_n^2(h)\kappa^{-13/3} \quad (6)$$

其中  $y$  为湍流涡旋中心到运动目标壁面的距离，单位为  $m$ 。式(6)的第一项对应温度扰动主导的折射率起伏，第二项对应压力扰动引入的可压缩修正。当第二项系数取零或  $y$  相关压力修正可忽略时，式(6)退化为温度扰动主导的大气湍流谱，可用于与 Kolmogorov 或 von Karman 型传统谱进行比较。

## 2.2 高斯光束闪烁指数模型

高斯光束的强度起伏方差分为径向分量和轴向分量，即

$$\sigma_I^2(r, z) = \sigma_{I,r}^2(r, z) + \sigma_{I,l}^2(0, z) \quad (7)$$

闪烁指数的径向分量可近似为径向对数方差<sup>[25]</sup>：

$$\sigma_{I,r}^2(r, z) \cong \sigma_{\ln I,r}^2(r, z) \cong 4.42\sigma_0^2\Lambda_e^{5/6}\frac{r^2}{W_e^2} \quad r \leq W \quad (8)$$

其中： $\sigma_0^2 = 1.23C_0^2k^{7/6}z^{11/6}$  为 Rytov 方差， $k = 2\pi/\lambda$  为光波数，单位为  $m^{-1}$ ； $\lambda$  为激光波长，单位为  $m$ ； $z$  为传输距离，单位为  $m$ ； $r$  为波束的离轴距离，单位为  $m$ ； $\Lambda_e$  为有效的 Fresnel 参数，无量纲； $W_e$  为接收面有效的波束束宽半径，单位为  $m$ 。可由以下参数表征<sup>[25,26]</sup>：

$$\Lambda_e = 2z/kW_e^2, \quad W_e = W_1(1 + 4\Lambda_1q_c + 1.63\sigma_1^{12/5}\Lambda_1)^{1/2} \quad (9)$$

有效波束参数  $\Theta_e, \Lambda_e$ ：

$$\Theta_e = 1 + \frac{z}{F_e} = \frac{\Theta_0}{\Theta_0^2 + \Lambda_0^2\zeta_s}, \quad \Lambda_e = \frac{\Lambda_0\zeta_s}{\Theta_0^2 + \Lambda_0^2\zeta_s} \quad (10)$$

其中，式中  $\Theta_0$  和  $\Lambda_0$  分别为初始光波的无量纲曲率参数和菲涅耳率； $\zeta_s = 1 + 4q_c/\Lambda_0 = 1 + w_0^2/\sigma_\mu^2$  为高斯波束的源相干参数， $q_c = z(2k\sigma_\mu^2)^{-1}$ ， $\Lambda_1 = \Lambda_0(\Theta_0^2 + \xi_s\Lambda_0^2)^{-1/2}$  是高斯波束的有效参数， $W_1 = W_0(\Theta_0^2 + \xi_s\Lambda_0^2)^{1/2}$ 。式(9)-(10)中的参数均为无量纲。

高斯波束闪烁指数的轴向分量为<sup>[27]</sup>：

$$\sigma_{I,l}^2(l, z) = \exp(\sigma_{\ln x, l_0}^2 - \sigma_{\ln x, L_0}^2 + \sigma_{\ln y}^2) - 1 \quad (11)$$

其中： $\sigma_{\ln x, l_0}^2, \sigma_{\ln x, L_0}^2$  分别是考虑湍流内、外尺度效应时的大尺度对数强度起伏方差，

$\sigma_{\ln y}^2$  是小尺度对数强度起伏方差。

### 2.3 可压缩湍流谱的小尺度对数强度起伏方差

根据修正 Rytov 理论和高斯波束闪烁理论<sup>[24]</sup>，小尺度湍流下高斯波束波的对数振幅起伏方差表示为：

$$\begin{aligned}\sigma_{\ln y}^2 &= 8\pi^2 k^2 L \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) G_y(\kappa) \exp(-\Lambda L \kappa^2 \xi^2 / k) \times \{1 - \cos[\frac{L \kappa^2}{k} \xi(1 - \bar{\Theta} \xi)]\} d\kappa d\xi \\ &= 0.509 \sigma_G^2 [1 + 0.69(\sigma_G^2)^{6/5}]^{-6/5}\end{aligned}\quad (12)$$

式(12)中， $L$ 为斜程路径长度，内层积分变量 $\kappa$ 为空间波数，积分范围为 0 到  $\infty$ ；外层积分变量  $\xi$  为归一化传输坐标，积分范围为 0 到 1。式(12)适用于统计均匀、局部各向同性、折射率起伏满足一阶 Rytov 近似或修正 Rytov 近似的近程传播情形。

可压缩湍流下弱起伏对数振幅起伏方差  $\sigma_G^2$  为：

$$\begin{aligned}\sigma_G^2 &= 1.302 k^{7/6} L^{1/6} \int_0^1 C_n^2(\xi H) \{ \Gamma(-5/6) [a_1^{5/6} - (a_1^2 + b^2)^{5/12} \cos(5\varphi_1 / 6)] \\ &\quad + 1.802 Q_l^{-1/2} \Gamma(-1/3) [a_1^{1/3} - (a_1^2 + b^2)^{1/6} \cos(\varphi_1 / 3)] \\ &\quad - 0.254 Q_l^{-7/12} \Gamma(-1/4) [a_1^{1/4} - (a_1^2 + b^2)^{1/8} \cos(\varphi_1 / 4)] \} d\xi \\ &\quad + 0.012 y^{-4/3} k^{5/6} L^{13/6} \int_0^1 C_n^2(\xi H) \{ \Gamma(-7/6) [a_1^{7/6} - (a_1^2 + b^2)^{7/12} \cos(7\varphi_1 / 6)] \\ &\quad + 1.802 Q_l^{-1/2} \Gamma(-2/3) [a_1^{2/3} - (a_1^2 + b^2)^{1/3} \cos(2\varphi_1 / 3)] \\ &\quad - 0.254 Q_l^{-7/12} \Gamma(-7/12) [a_1^{7/12} - (a_1^2 + b^2)^{7/24} \cos(7\varphi_1 / 12)] \} d\xi\end{aligned}\quad (13)$$

其中， $\Gamma(\cdot)$  表示 Gamma 函数， $Q_l = 10.89L / kl_0^2$ ， $a_1 = 1 / Q_l + \Lambda_e \xi^2$ ， $b = \xi(1 - \bar{\Theta} \xi)$ ， $\varphi_1 = \tan^{-1}(b / a_1)$ 。 $Q_l$  为内尺度因子，无量纲； $a_1$  和  $b$  为积分辅助参数，均无量纲； $\varphi_1$  为相位辅助角，单位为 rad。

### 2.4 可压缩湍流谱的大尺度对数强度起伏方差

考虑湍流内、外尺度效应时大尺度对数起伏方差<sup>[24]</sup>的表达式为：

$$\begin{aligned}\sigma_{\ln x, l_0, L_0}^2 &= 8\pi^2 k^2 L \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) G_x(\kappa, l_0, L_0) \\ &\quad \times \exp(-\Lambda_e z \xi^2 / k) \{1 - \cos[z \kappa^2 \xi(1 - \bar{\Theta} \xi) / k]\} d\kappa d\xi\end{aligned}\quad (14)$$

式(14)假设湍流在局部坐标系内可近似为各向同性，并未显式考虑边界层强各向异性或激波间断。将可压缩湍流谱公式(6)代入式(14)中，考虑内尺度效应的

大尺度对数振幅方差为：

$$\begin{aligned}
\sigma_{\ln x, l_0}^2 = & 1.302k^{7/6}L^{11/6} \int_0^1 C_n^2(\xi H) \{ \Gamma(-5/6)[a_2^{5/6} - (a_2^2 + b^2)^{5/12} \cos(5\varphi_2/6)] \\
& + 1.802Q_i^{-1/2} \Gamma(-1/3)[a_2^{1/3} - (a_2^2 + b^2)^{1/6} \cos(\varphi_2/3)] \\
& - 0.254Q_i^{-7/12} \Gamma(-1/4)[a_2^{1/4} - (a_2^2 + b^2)^{1/8} \cos(\varphi_2/4)] \} d\xi \\
& + 0.012y^{-4/3}k^{5/6}L^{13/6} \int_0^1 C_n^2(\xi H) \{ \Gamma(-7/6)[a_2^{7/6} - (a_2^2 + b^2)^{7/12} \cos(7\varphi_2/6)] \\
& + 1.802Q_i^{-1/2} \Gamma(-2/3)[a_2^{2/3} - (a_2^2 + b^2)^{1/3} \cos(2\varphi_2/3)] \\
& - 0.254Q_i^{-7/12} \Gamma(-7/12)[a_2^{7/12} - (a_2^2 + b^2)^{7/24} \cos(7\varphi_2/12)] \} d\xi
\end{aligned} \tag{15}$$

$$\eta_x = L\kappa_x^2/k, a_2 = 1/Q_i + 1/\eta_x + \Lambda_e \xi^2, \varphi_2 = \tan^{-1}(b/a_2)$$

考虑外尺度效应下的大尺度对数振幅起伏方差：

$$\begin{aligned}
\sigma_{\ln x, L_0}^2 = & 1.302k^{7/6}L^{11/6} \int_0^1 C_n^2(\xi H) \{ \Gamma(-5/6)[a_3^{5/6} - (a_3^2 + b^2)^{5/12} \cos(5\varphi_3/6)] \\
& + 1.802Q_i^{-1/2} \Gamma(-1/3)[a_3^{1/3} - (a_3^2 + b^2)^{1/6} \cos(\varphi_3/3)] \\
& - 0.254Q_i^{-7/12} \Gamma(-1/4)[a_3^{1/4} - (a_3^2 + b^2)^{1/8} \cos(\varphi_3/4)] \} d\xi \\
& + 0.012y^{-4/3}k^{5/6}L^{13/6} \int_0^1 C_n^2(\xi H) \{ \Gamma(-7/6)[a_3^{7/6} - (a_3^2 + b^2)^{7/12} \cos(7\varphi_3/6)] \\
& + 1.802Q_i^{-1/2} \Gamma(-2/3)[a_3^{2/3} - (a_3^2 + b^2)^{1/3} \cos(2\varphi_3/3)] \\
& - 0.254Q_i^{-7/12} \Gamma(-7/12)[a_3^{7/12} - (a_3^2 + b^2)^{7/24} \cos(7\varphi_3/12)] \} d\xi
\end{aligned} \tag{16}$$

其中， $Q_0 = 64\pi^2 z / (kL_0^2)$ ,  $a_3 = 1/Q_i + 1/\eta_x + 1/Q_0 + \Lambda_e \xi^2$ ,  $\varphi_3 = \tan^{-1}(b/a_3)$ ,  $Q_0$  为外尺度因子，无量纲。

## 2.5 可压缩湍流谱的总闪烁指数

考虑湍流内、外尺度效应时，闪烁指数的横向分量为<sup>[28]</sup>：

$$\sigma_{I,r}^2(r, l_0, L_0) \cong \sigma_{\ln I,r}^2(r, z) = 4.42\sigma_{1,B}^2 \Lambda_e^{5/6} [1 - 1.15(\frac{\Lambda_e z}{kL_0^2})^{1/6}] \frac{r^2}{W_e^2} \quad r \leq W_e \tag{17}$$

由公式(13)、(15)、(16)和(17)，即可得到可压缩湍流中考虑内、外尺度效应下高斯波束传输的闪烁指数模型，其表达式为：

$$\sigma_I^2(r, z) = \sigma_{\ln I,r}^2 + \exp\{\sigma_{\ln x, l_0}^2 - \sigma_{\ln x, L_0}^2 + 0.509\sigma_G^2 [1 + 0.69(\sigma_G^2)^{6/5}]^{-5/6}\} - 1 \tag{18}$$

## 2.6 模型适用范围与各向异性影响

本文模型的适用范围限定如下。第一，传播光束为高斯光束，采用近轴传播和标量波近似；第二，传输路径为目标近场或近程回波路径，本文数值分析取  $z=1$  m，不讨论公里级斜程大气传输；第三，湍流强度处于弱至中等起伏区。采用 Rytov 方差  $\sigma_0 \cong (1.23C_n^2 k^{7/6} z^{11/6})^{1/2}$  划分时，本文将  $\sigma_0^2 < 0.3$  作

为弱起伏区， $0.3 \leq \sigma_0^2 \leq 1$  作为中等起伏区， $\sigma_0^2 > 1$  作为强起伏区。本文图中横轴为  $\sigma_0$ ，取值  $0 \leq \sigma_0 \leq 1$ ，对应  $0 \leq \sigma_0^2 \leq 1$ ，因此不涉及深强起伏饱和区。第四，本文采用的可压缩湍流谱主要面向  $Ma > 1$  且  $Ma \leq 6$  的超声速至低超声速近壁可压缩流场；对于  $Ma > 6$ 、强激波主导、热化学非平衡或等离子体效应显著的流场，谱模型和 Rytov 近似均需进一步验证。

高速边界层、剪切层和尾迹通常具有明显各向异性。本文为获得解析形式，沿用局部均匀各向同性谱模型，即把折射率功率谱写成  $\Phi_n(\kappa)$  的一维径向形式。若引入各向异性，可将谱写成  $\Phi_n(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z)$  或通过各向异性因子对三个方向的空间波数进行伸缩变换，此时式(12)和式(14)中的径向积分不能简单化为  $\int_0^\infty d\kappa$ ，闪烁指数会受到流向相干结构、法向密度梯度和展向涡结构共同影响。一般而言，强各向异性可能改变有效结构常数和内、外尺度权重，使闪烁峰值和峰值位置发生变化。因此，本文结果应理解为各向同性近似下的基准解析模型；面向实际边界层光路时，应结合各向异性谱或 CFD 密度场进一步修正。

### 3 数值分析与讨论

本文以高斯波束为例，波束参数  $\Theta_0 = \Lambda_0 = 1$ ，高斯光束的初始光束半径  $w_0$  为 10mm，其他参数取值为：传输距离  $z = 1m$ ，湍流涡旋与运动目标的壁面距离  $y = 10mm$ ，在内尺度分别为  $l_0 = 10mm, l_0 = 1mm$ ，外尺度分别为  $L_0 = 0.8m, L_0 = 0.08m$ ，根据公式(18)分别计算波长  $\lambda = 1.06\mu m$ ， $\lambda = 1.55\mu m$ 、 $\lambda = 3.8\mu m$  和  $\lambda = 10.6\mu m$  的激光波束的闪烁指数，得到了闪烁指数随湍流强度参数 Rytov 方差  $\sigma_0$  的变化。

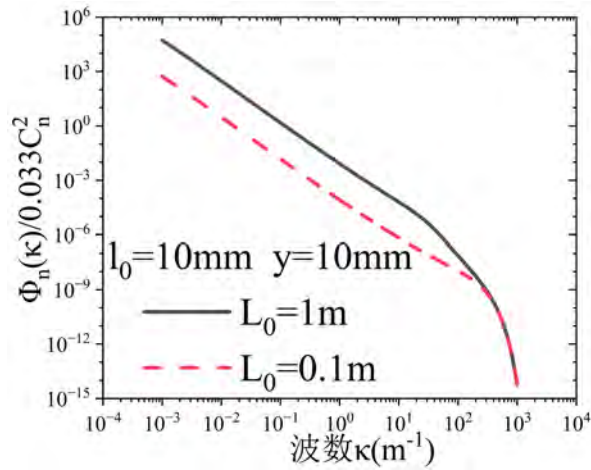


图 1 不同外尺度下的修正可压缩湍流谱

Fig. 1 Modified compressible turbulence spectra at different external scales

从图 1 可以看出，外尺度主要影响低空间波数区。当  $L_0$  增大时，低频大尺度湍涡对折射率起伏的贡献增强，低波数区谱值升高。这说明在目标近壁区域，如果大尺度相干结构较强，激光回波的低频相位和强度起伏可能被进一步放大。

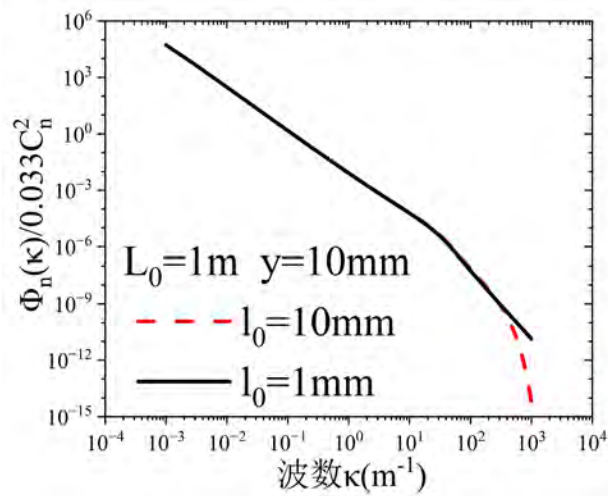


图 2 不同内尺度下的修正可压缩湍流谱

Fig. 2 Modified compressible turbulence spectra at different internal scales

图 2 表明，内尺度主要影响高空间波数区。当  $l_0$  变小时，高波数区截止位置向右移动，小尺度涡旋对谱的贡献增强。与外尺度相比，内尺度对低波数区影响较弱，因此在本文参数范围内外尺度对闪烁指数的影响更显著。

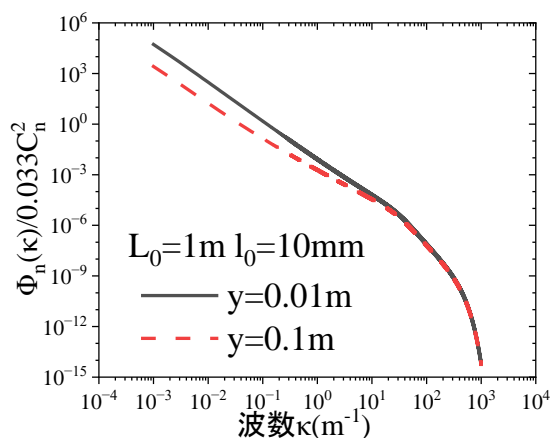


图 3 不同壁面距离下的修正可压缩湍流谱

Fig. 3 Modified compressible turbulence spectra at different wall distance

图 3 给出了壁面距离对可压缩湍流谱的影响。壁面距离改变了压力修正项的权重，因而会影响低至中等波数区的折射率起伏。该结果提示，激光光路与目标近壁强密度梯度区的相对位置会影响回波闪烁强度。

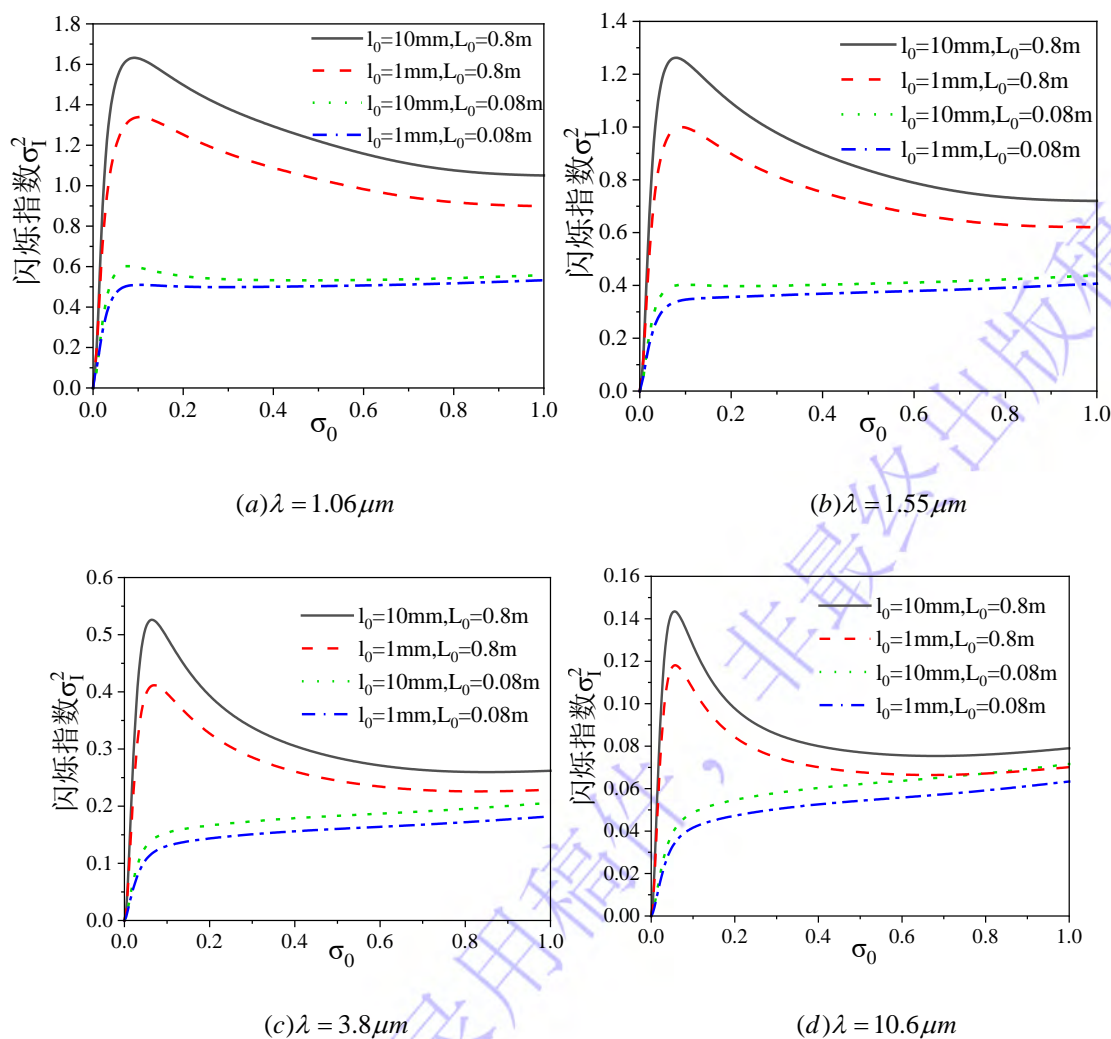


图 4 考虑内、外尺度时不同波长下的激光波束的闪烁指数：

(a) $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ ; (b) $\lambda = 1.55\mu\text{m}$ ; (c) $\lambda = 3.8\mu\text{m}$ ; (d) $\lambda = 10.6\mu\text{m}$

Fig. 4. Scintillation index of laser beams at different wavelengths when considering both internal and external scales. (a) $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ ; (b) $\lambda = 1.55\mu\text{m}$ ; (c) $\lambda = 3.8\mu\text{m}$ ; (d) $\lambda = 10.6\mu\text{m}$

图 4 表明, 在  $\sigma_0^2 \leq 1$  的弱至中等起伏区内, 闪烁指数随湍流强度增加先快速增大, 随后由于修正 Rytov 理论中的饱和修正项而出现峰值后缓慢下降或趋于平缓。外尺度较大时, 低频大尺度湍涡对接收光强起伏贡献更强, 闪烁指数整体更高。波长越短, 光波数  $k$  越大, Rytov 方差和折射率起伏对相位的调制作用越强, 因此  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$  时的闪烁指数明显高于  $1.55\mu\text{m}$ 、 $3.8\mu\text{m}$  和  $10.6\mu\text{m}$ 。长波长条件下, 内尺度对高波数区的截止作用逐渐显现, 因此在  $3.8\mu\text{m}$  和  $10.6\mu\text{m}$  条件下, 内尺度差异仍不可完全忽略。

为了明确可压缩修正谱与传统温度扰动主导谱之间的差异, 本文在相同大气折射率结构常数  $C_n^2$ 、内尺度  $l_0$ 、外尺度  $L_0$ 、传输距离  $z$  和高斯光束参数下, 将式(6)中的压力修正项保留时的结果与去除压力修正项后的大气湍流基准结果进行比较。

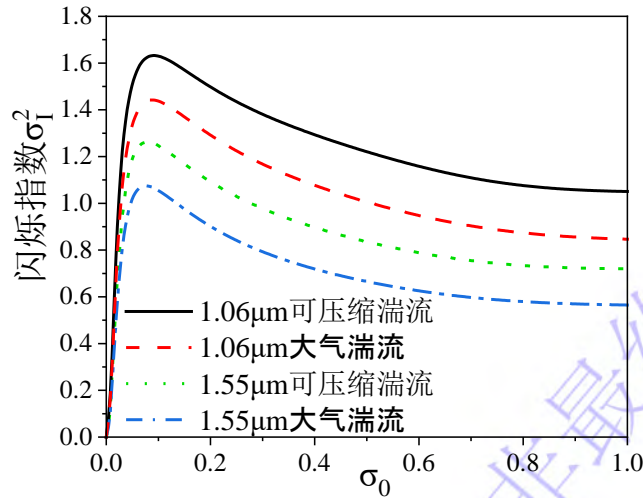


图 5 不同波长修正可压缩湍流谱与传统大气湍流基准谱计算得到的高斯光束闪烁指数比较  
Fig. 5 Comparison of Gaussian-beam scintillation indices calculated using the modified compressible turbulence spectrum and the conventional atmospheric-turbulence baseline.

图 5 显示, 可压缩湍流模型给出的闪烁指数高于大气湍流基准模型。这是因为可压缩湍流谱中除温度扰动项外, 还包含压力扰动引起的折射率起伏修正项; 该项增强了有效折射率起伏功率谱, 从而提高接收光强起伏强度。两类谱模型下, 短波长均会导致更大的闪烁指数。因此, 在激光雷达和机载光通信工程设计中, 当探测灵敏度、窗口材料、背景噪声和眼安全条件允许时, 优先选择较长波长可

降低回波闪烁；同时，应尽量缩短光束穿过目标近壁强湍流区的路径，并通过光学窗口布局、口径设计或流动控制减小大尺度相干结构对外尺度  $L_0$  的放大作用。

## 4 结 论

本文针对超声速目标近场可压缩湍流引起的激光回波闪烁问题，基于广义惠更斯-菲涅尔原理和修正 Rytov 理论，将同时包含温度与压强贡献的可压缩湍流折射率功率谱引入高斯光束传输模型，推导了考虑内、外尺度效应时的闪烁指数解析表达式。主要结论如下。

1. 可压缩湍流折射率谱中的压力修正项会增强有效折射率起伏功率谱。在相同传播参数和湍流强度条件下，可压缩湍流下的高斯光束闪烁指数高于温度扰动主导的大气湍流基准模型。

2. 在本文计算的  $\sigma_0^2 \leq 1$  范围内，闪烁指数随湍流强度增加先增大后趋于平缓或降低。该趋势与修正 Rytov 理论对中等起伏区的饱和修正有关。本文未讨论  $\sigma_0^2 > 1$  的深强起伏饱和区。

3. 外尺度  $L_0$  主要影响低空间波数区和大尺度相干结构，因此对回波闪烁指数的影响通常强于内尺度  $l_0$ 。内尺度主要影响高空间波数区，在长波长或中等起伏条件下仍需考虑。

4. 波长减小会导致闪烁指数增加。在工程应用中，应结合探测器响应、窗口材料、眼安全和系统分辨率等因素，优先选择较长工作波长，如  $1.55\mu\text{m}$ 、 $3.8\mu\text{m}$  或  $10.6\mu\text{m}$ ，以降低回波闪烁；同时应通过优化光学窗口位置、减小光束穿越近壁湍流层的有效路径长度、抑制大尺度相干结构等方式减小等效外尺度影响。

本文模型的局限性在于：采用局部各向同性可压缩湍流谱，未显式考虑高速边界层强各向异性；适用范围主要为近程、高斯光束和弱至中等起伏区；未考虑  $\text{Ma} > 6$  的高马赫数强激波、热化学非平衡、吸收散射和等离子体效应；本文尚未开展超声速风洞或飞行试验验证。后续工作将结合高保真计算流体力学 (computational fluid dynamics, CFD) 密度场、各向异性谱模型和实验测量数据，对强激波和强起伏条件下的激光回波闪烁模型进行修正与验证。

## 参考文献

- [1] Jumper E J, Fitzgerald E J 2001 *Prog. Aerosp. Sci.* **37** 299
- [2] Lee C, Chen S 2019 *Natl. Sci. Rev.* **6** 155
- [3] Li J, Yang S, Guo L, Cheng M 2016 *Appl. Opt.* **55** 9137
- [4] Kolmogorov A N 1941 *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **30** 299
- [5] Andrews L C 1992 *J. Mod. Opt.* **39** 1849
- [6] Tatarski V I 1961 *Wave Propagation in a Turbulent Medium* (New York: McGraw-Hill)
- [7] Hill R J 1978 *J. Fluid Mech.* **88** 541
- [8] Toselli I, Andrews L C, Phillips R L, Ferrero V 2007 *Proc. SPIE* 6551 65510E
- [9] Li X L, Fu D X, Ma Y W 2012 *Chin. J. Theor. Appl. Mech.* **44** 222 (in Chinese)  
[李新亮, 傅德薰, 马延文 2012 力学学报 44 222]
- [10] Shi Y P, Wang J C, Yang Y T, et al. 2015 *High Power Laser Part. Beams* **27** 032002 (in Chinese) [史一蓬, 王建春, 杨延涛等 2015 强激光与粒子束 27 032002]
- [11] Gao L 2020 *J. Xi'an Shiyou Univ. Nat. Sci. Ed.* **35** 84 (in Chinese) [高琳 2020 西安石油大学学报(自然科学版) 35 84]
- [12] Wang S Z, Yang T P, Yang Y F, et al. 2023 *Missile Space Launch Technol.* **1** 112 (in Chinese) [王锁柱, 杨天鹏, 杨一峰等 2023 导弹与航天运载技术 1 112]
- [13] He W H, Pu T M, Zhou C H 2023 *Comput. Phys.* **40** 325 (in Chinese) [何文辉, 濮天梅, 周春华 2023 计算物理 40 325]
- [14] Yu M, Dong S W, Guo Q L, Tang Z G, Yuan X X, Xu C X 2024 *J. Fluid Mech.* **980** A8
- [15] Chen J H, Tian Y Y, Gao Z X, et al. 2025 *J. Beijing Univ. Aeronaut. Astronaut.* doi: 10.13700/j.bh.1001-5965.2025.0058 (in Chinese) [陈景航, 田雨岩, 高振勋等 2025 北京航空航天大学学报 doi: 10.13700/j.bh.1001-5965.2025.0058]
- [16] Wang L G, Wu Z S, Wang M J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 164210 (in Chinese) [王利国, 吴振森, 王明军 2013 物理学报 62 164210]
- [17] Qian X M, Zhu W Y, Rao R Z 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 044203 (in Chinese) [钱仙妹, 朱文越, 饶瑞中 2013 物理学报 62 044203]
- [18] Yong K L, Yan J W, Tang S F, Zhang R Z 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 014201 (in Chinese) [雍康乐, 闫家伟, 唐善发, 张蓉竹 2020 物理学报 69 014201]
- [19] Luo W, Chen T J, Zhang F Z, Zhou K, An J Z, Zhang J Z 2021 *Acta Phys. Sin.* **70**

154207 (in Chinese) [罗文, 陈天江, 张飞舟, 邹凯, 安建祝, 张建柱 2021 物理学报 70 154207]

- [20] Kalensky M, Gordeyev S, Kemnetz M R, Spencer M F 2024 *J. Opt. Soc. Am. A* **41** 2175
- [21] Castillo Gomez P, Gross A, Miller N E, Lynch K P, Guildenbecher D R, Gordeyev S 2024 *AIAA J.* **62** 3616
- [22] Wu W J, Xie J Y, Bai L 2025 *Sci. Rep.* **15** 3394
- [23] Xue J Y, Wu H P, Cui R Y, Dong L 2024 *Phys. Fluids* **36** 076106
- [24] Wu Z S, Wei H Y, Yang R K, et al. 2008 *Prog. Electromagn. Res.* **80** 277
- [25] Miller W B, Ricklin J C, Andrews L C 1995 *Appl. Opt.* **34** 7066
- [26] Ricklin J C, Miller W B, Andrews L C 1995 *Appl. Opt.* **34** 7059
- [27] Andrews L C, Phillips R L, Hopen C Y, Al-Habash M A 1999 *J. Opt. Soc. Am. A* **16** 1417
- [28] Miller W B, Ricklin J C, Andrews L C 1994 *J. Opt. Soc. Am. A* **11** 2719

录用稿件，非最终出版稿

# Scintillation index of laser echo waves in compressible turbulence \*

XUE Jiyu<sup>1)2)</sup>† NING Zehua<sup>1)</sup> WU Yuxin<sup>1)</sup> WU Zhensen<sup>3)</sup> WU Hongpeng<sup>1)2)</sup> DONG Lei<sup>1)2)</sup>‡

1) (College of Physical and Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030006, Shanxi, China)

2) ( State Key Laboratory of Quantum Optics Technologies and Devices, Institute of Laser Spectroscopy, Shanxi University, Taiyuan 030006, Shanxi, China)

3) (School of Physics, Xidian University, Xi' an 710071, Shaanxi, China)

## Abstract

Laser radar, airborne optical communication, and high-speed optical imaging systems often operate in the near field of supersonic targets, where optical waves pass through compressible boundary layers, shear layers, wakes, and local shock structures. Rapid density, temperature, and pressure fluctuations in these flow structures produce refractive-index disturbances, cause aero-optical distortion, and lead to random intensity fluctuations of the returned laser signal. Conventional Kolmogorov, von Kármán, and Tatarskii-type spectra mainly describe temperature-induced refractive-index fluctuations in incompressible or weakly compressible atmospheric turbulence, and are therefore insufficient for supersonic near-wall flows where pressure fluctuations are non-negligible.

To describe this effect, an analytical scintillation model is developed for a Gaussian laser echo beam propagating through compressible turbulence. A modified refractive-index spectrum containing both temperature-related and pressure-related contributions is introduced into the generalized Huygens–Fresnel framework. Based on the modified Rytov theory, the small-scale and large-scale log-amplitude variances are derived with the inner-scale and outer-scale effects included, and the radial and on-axis intensity-fluctuation components are combined to obtain the scintillation index. Numerical calculations are performed for a near-field propagation distance of 1 m and a beam waist of 10 mm. The inner scales are 1 mm and 10 mm, the outer scales are 0.08 m and 0.8 m, and the wavelengths are 1.06  $\mu\text{m}$ , 1.55  $\mu\text{m}$ , 3.8  $\mu\text{m}$ , and 10.6  $\mu\text{m}$ .

The results show that, in the weak-to-moderate fluctuation regime, the scintillation index first increases rapidly with turbulence strength and then exhibits a peak followed by a slow decrease or saturation-like behavior. This trend is related to the saturation correction in the modified Rytov theory. The outer scale has a stronger influence on echo scintillation than the inner scale because a larger outer scale enhances the low-spatial-frequency refractive-index spectrum and strengthens the contribution of large coherent eddies to received intensity fluctuations. The inner scale mainly modifies the high-spatial-frequency cutoff, and its effect becomes more evident at longer wavelengths or under moderate fluctuation conditions. The wavelength dependence is also significant: the 1.06  $\mu\text{m}$  beam gives the strongest scintillation, whereas the 3.8  $\mu\text{m}$  and 10.6  $\mu\text{m}$  beams show much weaker intensity fluctuations.

Compared with the conventional temperature-only atmospheric-turbulence baseline, the modified compressible turbulence spectrum predicts a higher scintillation index under the same optical and turbulence parameters. This enhancement originates from the pressure-induced refractive-index fluctuation term, which increases the effective optical-turbulence spectral density in compressible flow. The model is applicable to near-field Gaussian-beam propagation through locally isotropic, weak-to-moderate compressible turbulence, especially in supersonic near-wall environments. The results provide theoretical guidance for wavelength selection, optical-window arrangement, and optical-path design in supersonic-target detection, airborne optical communication, and high-speed optical imaging systems.

Keywords: compressible turbulence; Gaussian beam; scintillation index; aero-optics

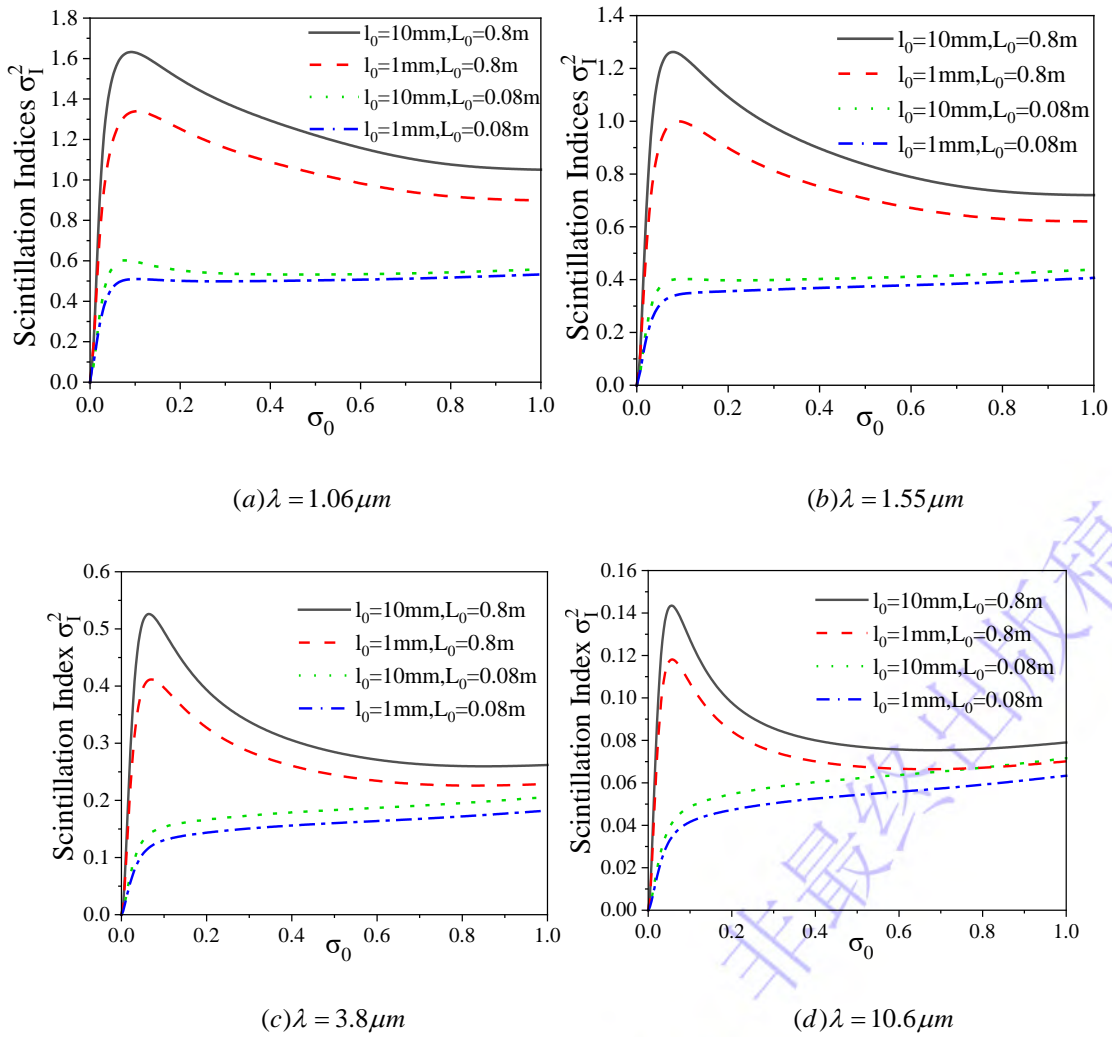


Fig. A. Scintillation index of Gaussian beams at different wavelengths with inner- and outer-scale effects. The result shows that shorter wavelength and larger outer scale lead to stronger echo scintillation.

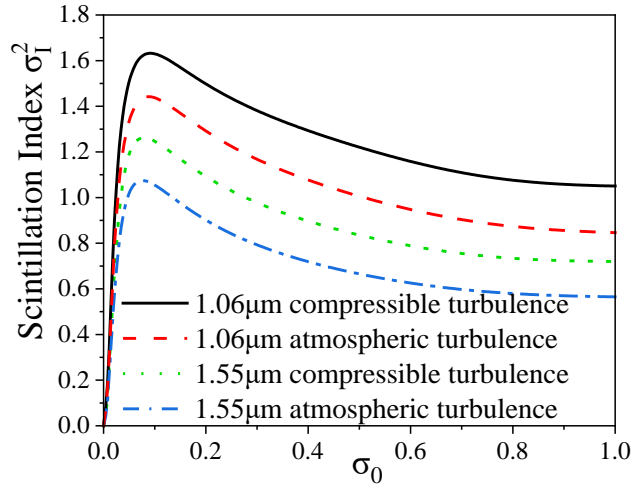


Fig. B. Comparison of Gaussian-beam scintillation indices calculated using the modified compressible turbulence spectrum and the conventional atmospheric turbulence baseline. The compressible spectrum predicts stronger scintillation because of the pressure-related refractive-index fluctuation term.

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 62501370), and the Fundamental Research Program of Shanxi Province ( Grant No. 202303021222034 ).

† Corresponding author.E-mail: xuejiyu@sxu.edu.cn

‡ Corresponding author.E-mail: donglei@sxu.edu.cn

The first author.E-mail: xuejiyu@sxu.edu.cn

录用稿件，非最终出版稿