

手性外尔异质结构中的反手性表面态与拓扑声波分束*

邓凯¹⁾ 徐嘉锐¹⁾ 李紫姮¹⁾ 熊展^{1)†} 徐林^{2)‡} 钱义先^{1)††} 蒋建华³⁾⁴⁾

1) (浙江师范大学物理与电子信息工程学院, 浙江师范大学光信息检测与显示技术重点实验室, 金华 321004)

2) (安徽大学物质科学与信息技术研究院, 信息材料与智能感知安徽省实验室, 强光磁科学中心, 合肥 230601)

3) (苏州大学物理科学与技术学院, 苏州纳米科技协同创新中心, 苏州 215006)

4) (中国科学技术大学苏州高等研究院, 苏州 215123)

摘要

近年来, 声学外尔半金属因其独特的拓扑非平庸能带结构成为研究热点。其外尔点携带非零拓扑荷, 且费米弧表面态受拓扑保护。本文提出并构建了一种由手性相反的两种声学外尔半金属堆垛而成的三维异质结构, 研究了两类二维拓扑局域态的形成机制与传输特性。研究结果表明, 该异质结构界面支持单向传播的拓扑界面态, 而其外表面则存在反手性拓扑表面态, 二者在局域位置与传播方向上呈现显著差异。基于此特性, 本文分别实现了界面区与外表面区的定向声波分束功能, 并验证了声波在 60° 、 90° 及 120° 大角度弯折结构中的抗散射鲁棒传输。本工作证实了声学外尔半金属异质结构可提供多通道拓扑传输路径, 为研制多功能拓扑声学器件提供了新的物理方案。

关键词: 声学外尔半金属, 拓扑界面态, 反手性表面态, 声波分束

PACS: 81.05.Xj, 43.40.+s, 73.20.-r, 43.35.-c

基金: 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2022YFA1404400)、国家自然科学基金(批准号: 12125504、12074281、12204417、12474301 和 12474302)、浙江省自然科学基金(批准号: LQ22A040005)、安徽省自然科学基金(批准号: 2408085MA020)资助的课题。

† 通信作者. E-mail: xiongzhanchan@zjnu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: xuclin@ahu.edu.cn

1 引言

近年来,拓扑物理学的迅猛发展推动了拓扑绝缘体^[1,2]相关研究的持续深入。受晶格对称性或时间反演对称性保护的拓扑边界态,是拓扑绝缘体最受关注的核心物理特性。根据拓扑能带理论,拓扑绝缘体的基本特征表现为体能带中存在由拓扑不变量刻画的完整带隙,且在带隙内通常伴随着有跨越能隙的拓扑边界态。这些边界态局域于材料的边界或界面,主要分为手性边界态与螺旋边界态两类:前者常见于量子霍尔效应^[3]、量子反常霍尔效应^[4]及量子谷霍尔效应^[5]等体系;后者则是量子自旋霍尔效应^[6,7]的显著特征。由于拓扑边界态可有效抑制背散射,因此对结构缺陷与无序扰动具有极强的鲁棒性。随着声学超材料研究的兴起,利用声子晶体对能带结构的精细调控能力,声学系统^[8]已成为探索拓扑物态的理想平台。拓扑声学^[8]的研究不仅深化了对经典波动物理规律的理解,也为研制低损耗、高集成度的多功能声学器件奠定了物理基础。

作为量子反常霍尔效应的重要理论模型,Haldane 模型^[4]通过在蜂窝晶格中引入复数次近邻跃迁系数,在无需外加磁场的条件下实现了有效磁通与非零陈数,从而支持手性边界态。进一步调制 Haldane 模型中的磁通构型,可使原本沿相对边界反向传播的边缘态转变为同向传播,从而产生反手性边界态^[9-14]。已有研究表明堆叠具有相反手性的 Haldane 模型同样可以在条状结构边界上实现反手性边界态^[15]。随后,反手性边界态的概念已被推广至由时间反演对称性保护的反螺旋边缘态^[16]。然而,迄今为止,基于 Haldane 模型在声学系统中实现反手性边界态的工作尚未见报道。

与具有完整拓扑体带隙的拓扑绝缘体不同,拓扑半金属^[17-29]是一类能带结构中存在简并点或简并线的无带隙材料。根据简并特征的维度与类型,可将其划分为节点半金属^[17-27](包括狄拉克半金属^[17]与外尔半金属^[18-31])与节线半金属^[32-34]等。以外尔半金属为例,其核心特征在于三维动量空间中成对出现的外尔点——每个外尔点携带非平庸拓扑荷,可视为贝利曲率场中的磁单极子,并在材料表面形成连接不同外尔点投影的费米弧表面态。根据外尔点附近能带锥的倾斜方式,外尔点可进一步细分为I型^[19]、II型^[20-26]与III型^[27,28];也可根据拓扑荷分为常规外

尔点和高拓扑荷外尔点^[29-31]，前者携带的拓扑荷为 ± 1 ，后者携带大于等于 ± 2 的拓扑荷。近年来，手性结构因天然破缺空间反演对称性，在保持时间反演对称的同时可实现拓扑非平庸能带，为模拟 Haldane 模型、产生外尔点并构建手性外尔半金属提供了理想平台，已被广泛用于三维拓扑声子晶体系统^[22-25]的研究。目前，外尔半金属中的手性边界态通常存在于单一材料表面；由两种不同外尔半金属构成的界面态虽已在光学系统^[35]和声学系统^[36]中有所研究，但在手性外尔半金属构成的异质系统中相关探索仍然较少。

为填补上述研究空白，本文基于蜂窝晶格，通过引入手性层间耦合构建了三维声学外尔半金属结构。通过调节层间耦合的手性方向，获得了两种具有不同外尔点分布的外尔半金属，并将其原胞结构堆叠，构建了具有 zigzag 界面与表面的三维声学异质结构超胞。投影能带分析表明，该超胞中存在两类拓扑局域态：反手性表面态与拓扑界面态。在此基础上，通过拼接 zigzag 与 armchair 界面的异质结构超胞，设计了四区域异质结构，实现了双通道拓扑声波分束。数值模拟进一步验证了拓扑界面态在 60° 、 90° 及 120° 弯折结构处的鲁棒传输。本文结构安排如下：第 2 节介绍声学外尔半金属的构建及其拓扑特性；第 3 节分析异质结构超胞中的拓扑局域态；第 4 节演示双通道声波分束及弯折处的鲁棒传输；第 5 节对全文进行总结。

2 声学手性外尔半金属原胞结构与体能带

图 1(a)为三维A型 (Type-A) 声学外尔半金属的原胞结构示意图。该结构由声学谐振腔 (黄色圆柱) 与耦合波导管 (蓝色、绿色和紫色管) 构成，在 x - y 平面内呈蜂窝晶格排布，面内晶格常数为 $a = 9\sqrt{3}$ cm。声学谐振腔半径为 $r_c = 4$ cm，高度为 $h_c/2 = 4$ cm，分别对应蜂窝晶格的A、B两个子格点。同一平面内相邻谐振腔通过蓝色水平波导管相连，其半径为 $w_0 = 1.4$ cm。不同层间对应同一子晶格 (A或B) 的谐振腔由绿色倾斜波导管连接，形成层间耦合，其半径为 $r = 0.5$ cm。该层间耦合波导管的环绕方向为逆时针。结构内部填充空气，密度为 1.29 kg/m^3 ，声速为 343 m/s 。数值计算中，原胞在 x - y 平面及 z 方向均施加周期性边界条件，其余外表面施加硬声场边界条件。 z 方向上下正对谐振腔之间的垂直净距为 $d = 5$ cm， z 方向晶格常数为 $a_z = (h_c + d) = 13$ cm。两个谐振腔A和B

所在格点构成子晶格基矢 $(A, B)^T$ ，该声学模型对应的紧束缚哈密顿量为：

$$H(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{12}^* & h_{22} \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中 $h_{11} = 2t_1 \left(2 \cos(k_x a/2 + k_z a_z) \cos(k_y \sqrt{3}a/2) + \cos(-k_x a + k_z a_z) \right)$,
 $h_{12} = t_0 \exp(ik_y a/2\sqrt{3}) \left(\exp(-ik_y \sqrt{3}a/2) + 2\cos(k_x a/2) \right)$, $h_{22} =$
 $2t_1 \left(2 \cos(-k_x a/2 + k_z a_z) \cos(k_y \sqrt{3}a/2) + \cos(k_x a + k_z a_z) \right)$, 其中 $\mathbf{k} =$
 (k_x, k_y, k_z) 是三维波矢, t_0 与 t_1 分别为平面内最近邻耦合和层间手性耦合系数,
 对应于声学原胞中的耦合波导管半径 w_0 和 r 。

三维A型原胞在 x - y 平面内的投影示意图如图 1(b)所示。连接相邻层（上层与下层）同一子格点的绿色层间耦合波导管呈逆时针环绕，图中箭头表示层间波导管由下层指向上层的连接方向，对应于哈密顿量中的 h_{11} 与 h_{22} 项，其中 $t_1 e^{-ik_z a_z}$ 与二维 Haldane 模型^[4]的哈密顿量中的 $te^{-i\phi}$ 类比，因此对应的耦合项 $t_1 e^{-ik_z a_z}$ 在特定 k_z 平面内引入等效磁通^[22]，在对应 k_z 子平面，该模型可等价为一个二维 Haldane 模型，对应的 k_z 子平面产生具有非零陈数的拓扑体带隙。图 1(c)为B型（Type-B）声学外尔半金属的原胞结构示意图。除层间耦合波导管（紫色管）的环绕方向为顺时针外，其余结构组成与几何参数均与A型原胞相同。B型原胞在 x - y 平面内的二维投影示意图如图 1(d)所示，同样可等效为二维 Haldane 模型^[4]。

两种声学外尔半金属对应的第一布里渊区如图 1(e)所示。采用 COMSOL Multiphysics 软件计算两种原胞沿高对称路径的色散关系，所得体能带结构如图 1(g)所示。结果表明，两种声学外尔半金属具有相同的体能带结构，并在布里渊区的 K 点与 H 点处各存在一个二重简并的外尔点。沿高对称路径 $K-H$ ，体带隙从 $k_z = 0$ 开始从零逐渐增大，在 $k_z = 0.539\pi/a_z$ 子平面附近达到最大值（频率范围为 0.847–0.896 kHz，带隙比为 5.62%），随后逐渐减小并在 $k_z = \pi/a_z$ 处消失。不同 k_z 对应体带隙的陈数 C 可通过 $\exp(i2\pi C/3) = \theta(\Gamma)\theta(K)\theta(K')$ 来判断，其中 $\theta(\Gamma)$ 、 $\theta(K)$ 与 $\theta(K')$ 分别为 C_3 在高对称点 Γ 、 K 与 K' 的旋转本征值^[37]。图 1(h)给出了A型与B型原胞第一条体带在 $k_z = -0.5\pi/a_z$ 和 $k_z = 0.5\pi/a_z$ 子平面上高对称点 K' 、 K 及 Γ 处的本征态相位分布。在 Γ 点处，最低声学体带对应的 C_3 本征值始终为 $e^{i0\pi}$ ；

在 $k_z = -0.5\pi/a_z$ 子平面上, A型原胞在 K 和 K' 点的本征值为 $e^{i2\pi/3}$, 而B型原胞在相应高对称点上的本征值为 $e^{-i2\pi/3}$; 而在 $k_z = 0.5\pi/a_z$ 子平面上, A型原胞在 K 和 K' 点的本征值为 $e^{-i2\pi/3}$, B型原胞在相应高对称点上的特征值为 $e^{i2\pi/3}$ 。因此A型原胞在 $k_z = -0.5\pi/a_z$ 和 $k_z = 0.5\pi/a_z$ 子平面上的陈数分别为 -1 和 $+1$, 而B型原胞在相应平面上的陈数则分别为 $+1$ 和 -1 。此外, $k_z = 0$ 子平面上外尔点的总拓扑荷可通过 $k_z = 0.5\pi/a_z$ 与 $k_z = -0.5\pi/a_z$ 两个子平面对应体带隙的陈数差来确定, $k_z = \pi/a_z$ 子平面上外尔点的总拓扑荷可通过 $k_z = -0.5\pi/a_z$ 与 $k_z = 0.5\pi/a_z$ 两个子平面对应体带隙的陈数差确定。因此A型与B型原胞在整个布里渊区内的外尔点分布如图 1(e)左侧与右侧子图所示。此外, 可通过增强时间反演对称性破缺程度即增大层间手性耦合波导管的半径 r 来实现体带隙频率窗口增大。 KH 段最大体带隙演化如图 1(i)所示, 随着 r 增大, 带边频率范围逐渐扩宽。当 $r = 1.2$ cm 时, 带边频率为 0.753 kHz 和 0.986 kHz, 带隙比为 26.8%。

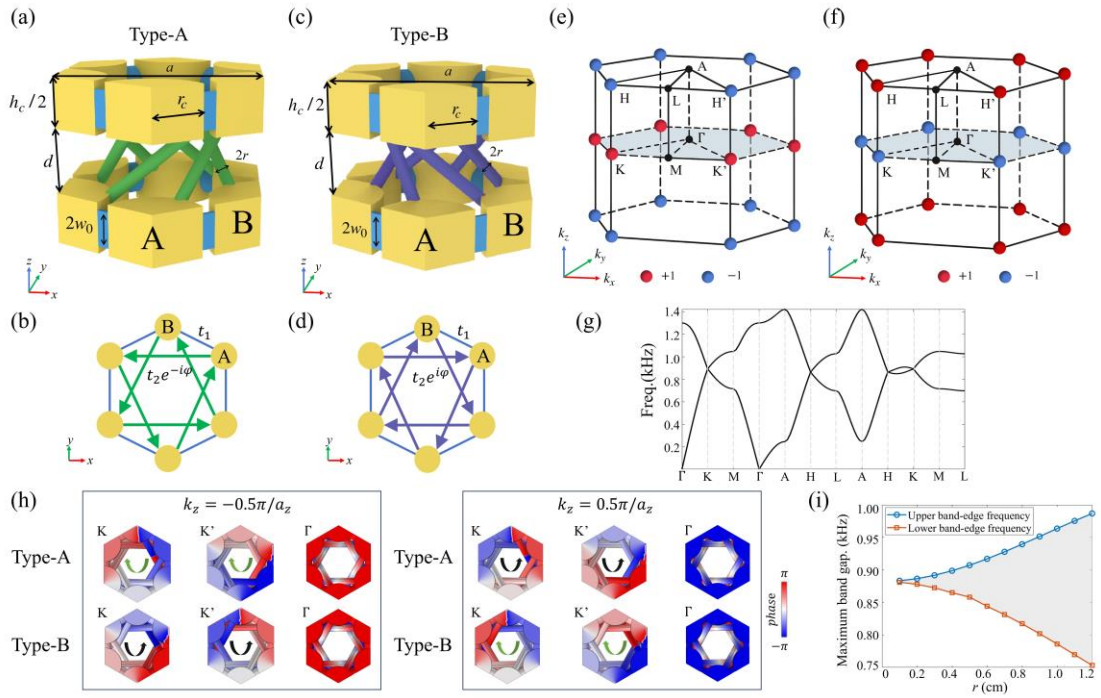


图 1 (a) A型手性外尔半金属的三维声学原胞结构示意图。(b) A型原胞在 x - y 平面内的投影示意图, 可等效为二维 Haldane 模型。(c) B型手性外尔半金属的三维声学原胞结构示意图, 其层间耦合绕向与A型原胞相反。(d) B型原胞在 x - y 平面内的投影示意图, 同样等效为二维 Haldane 模型。(e)(f) 两种原胞对应的第一布里渊区与外尔点分布。(g) 两种声学外尔半金属原胞沿高对称路径的体能带结构。(h) A型原胞和B型原胞第一条体带在 $k_z = -0.5\pi/a_z$ 和 $k_z = 0.5\pi/a_z$ 子平面上, K 、 K' 与 Γ 点本征态的相位分布。(i) KH 高对称线上体能带的最大体

带隙随手性耦合波导管半径的演化。图(a)和(c)中三维声学原胞的结构参数为： $r_c = 4\text{ cm}$ ， $h_c = 8\text{ cm}$ ， $r = 0.5\text{ cm}$ ， $w_0 = 1.4\text{ cm}$ ，和 $d = 5\text{ cm}$ 。

FIG. 1. (a) Schematic of the three-dimensional (3D) acoustic unit cell of a type-A chiral Weyl semimetal. (b) Projection of the type-A unit cell onto the x - y plane, which can be regarded as a two-dimensional (2D) Haldane model. (c) Schematic of the 3D acoustic unit cell for the type-B chiral Weyl semimetal, obtained by reversing the winding direction of the interlayer couplings relative to type-A structure. (d) Projection of the type-B unit cell onto the x - y plane, likewise equivalent to a 2D Haldane model. (e)(f) First Brillouin zone and distributions of Weyl points for both unit cells. (g) Bulk band structures of the two acoustic Weyl semimetals along high-symmetry paths in the Brillouin zone. (h) Phase distributions of the K , K' , and Γ point eigenstates of the type-A and type-B unit cells in the $k_z = -0.5\pi/a_z$ and $k_z = 0.5\pi/a_z$ subplanes. (i) Evolution of the maximum bulk band gap along the KH path as a function of the chiral coupling waveguide radius r . The structural parameters of the 3D unit cells in (a) and (c) are: $r_c = 4\text{ cm}$, $h_c = 8\text{ cm}$, $r = 0.5\text{ cm}$, $w_0 = 1.4\text{ cm}$, and $d = 5\text{ cm}$.

3 声学手性外尔半金属异质结构：反手性表面态与拓扑界面态

外尔半金属的重要特征之一是其结构边界支持受拓扑保护的手性表面态^[22-25,29-31]。与单种外尔半金属构成的超胞不同，本文沿 y 方向将A型与B型两种声学外尔半金属拼接，构建了具有 zigzag 界面与表面的三维异质结构超胞。实际三维声学异质结构超胞如图 2(a)所示，其在 x - y 平面内的投影示意图如图 2(b)所示，可等效为由两类具有相反有效磁通的二维 Haldane 模型堆叠而成。数值模拟中，对三维超胞 x 和 z 方向的表面边界施加周期性边界条件， y 方向的表面边界施加硬声场边界条件。

该异质结构超胞在不同 k_z 子平面的投影能带如图 2(c)所示。灰色散点为体能带，浅灰色矩形区域标示对应子平面内的体带隙频率范围。当 $k_z = 0$ 时，该子平面体能带支持外尔点，对应的体带隙为零，超胞的投影能带中存在两条二重简并能带（红色与蓝色），分别对应局域于 y 方向下表面与上表面的表面态。随着 k_z 增大， $t_1 e^{-ik_z a_z}$ 项导致对应子平面的时间反演对称性破缺^[22]，以 $k_z = 0.25\pi/a_z$ 为例，体带隙内的二重简并的表面态能带色散发生倾斜。表面态的特征与 modified Haldane 模型中出现的反手性边界态^[9-14]一致，因此这里的表面态也是反手性表面态。但需要注意的是，二者形成原因和物理机制并不一样，在 modified Haldane 模型中，反手性边界态能带的色散倾斜源于体能带中 K 谷和 K' 谷简并点的能量不

同；而这里的反手性表面态所在 k_z 平面的 K 谷和 K' 谷具有完整带隙，表面态的出现是由于两种原胞在对应 k_z 平面具有非零陈数+1和-1。这里的表面态能带与电子系统^[15]与光学系统^[38]中的反手性质表面态一致。此外，体带隙中还存在两条黑色曲线所示的能带，对应局域于超胞内部界面的拓扑界面态。拓扑界面态的产生源于两种声学外尔半金属在 k_z 平面体带隙陈数的差值。根据体边对应关系，界面两侧原胞陈数差值为+2，因此界面处必定存在两个群速度相同、无背向散射的单向传输界面态。 $k_z = 0.539\pi/a_z$ 与 $k_z = 0.75\pi/a_z$ 对应的投影能带特征类似于 $k_z = 0.25\pi/a_z$ 。 $k_z = \pi/a_z$ 平面存在外尔点，对应投影能带与 $k_z = 0$ 类似。图2(c)右侧给出了黑色虚线标注频率（0.87 kHz）处四个局域模式（模式1、2、3和4）的声压场分布，图中黑色箭头表示坡印廷矢量方向。结果表明，两条拓扑界面态具有相同的群速度，两条反手性表面态同样具有相同的群速度，但二者传播方向相反。上述两类拓扑局域态的局域位置与传播方向特征如图2(d)所示。

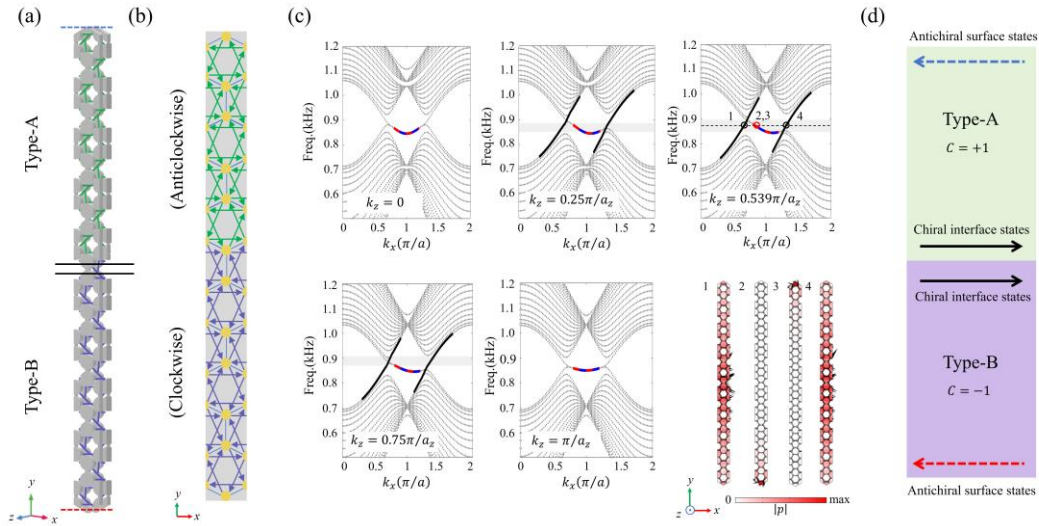


图2 (a) 由A型和B型声学外尔半金属原胞堆叠构成的三维异质结构超胞示意图，界面与外表面均呈 zigzag 构型。超胞在 x 和 z 方向施加周期边界条件， y 方向施加硬声场边界条件。(b) 超胞在 x - y 平面内的二维投影示意图，可等效为由相位相反的两个二维 Haldane 模型堆叠而成。(c) 超胞在 $k_z = 0\pi/a_z$ 、 $0.25\pi/a_z$ 、 $0.539\pi/a_z$ 、 $0.75\pi/a_z$ 与 π/a_z 子平面上的投影能带图。灰色散点为体能带，黑色、蓝色与红色曲线分别对应局域于内部界面的拓扑界面态及上、下外表面的反手性表面态。浅灰色矩形区域标示对应 k_z 子平面上的体带隙。0.87 kHz 处（黑色虚线）标注的模式 1-4 依次为拓扑界面态与反手性表面态，其声压场分布示于能带图右侧，黑色箭头表示坡印廷矢量方向。(d) 超胞中拓扑界面态与反手性表面态的局域位置及传播方向特征示意图。

FIG. 2. (a) Schematic of a 3D heterostructure supercell composed of stacked type-A and type-B

acoustic Weyl semimetal unit cells, with zigzag-terminated interfaces and surfaces. Periodic and acoustic hard boundary conditions are applied along x/z and y directions, respectively. (b) Schematic of 2D projections of the supercell onto the x - y plane. (c) Projected band structures at the $k_z = 0$, $0.25\pi/a_z$, $0.539\pi/a_z$, $0.75\pi/a_z$, and π/a_z subsystems. Gray dots represent bulk bands; black curves correspond to topological interface states at the internal interface. Blue and red curves indicate antichiral surface states at the upper and lower surfaces, respectively. Light-gray regions indicate the bulk band gaps at the corresponding k_z subplanes. Modes 1-4 at 0.87 kHz, indicated by the black dashed line, correspond to topological interface states and antichiral surface states, respectively; their acoustic pressure field distributions are shown on the right of the band diagrams, with black arrows indicating the Poynting vector. (d) Schematic illustrating the spatial localization and propagation characteristics of topological interface states and antichiral surface states within the supercell.

由于声学外尔半金属原胞在 y 方向缺乏镜面对称性，交换A型与B型结构的空
间位置可构建另外一种异质结构超胞。对应的三维声学异质结构如图 3(a)所示，
其在 x - y 平面内投影的等效模型如图 3(b)所示。该异质结构超胞的边界条件设置
与图 2(a)一致，对应的投影能带结构如图 3(c)所示。在 $k_z = 0.2\pi/a_z$ 、 $k_z =$
 $0.539\pi/a_z$ 与 $k_z = 0.8\pi/a_z$ 子平面，界面两侧原胞体带隙的陈数差由 $\Delta C = +2$ 变
为 $\Delta C = -2$ ，导致局域于内部界面的两条拓扑界面态群速度发生反转，如图 3(c)
中两条橙色曲线所示。与此同时，局域于上、下外表面的两条表面态群速度同样
发生反转，但仍保持二重简并特征，因此仍被归类为反手性表面态。图 3(c)右侧
给出了频率为 0.87 kHz 处四个局域模式的声压场分布，进一步验证了上述群速
度反转现象。此时拓扑界面态与反手性表面态的局域位置及传播方向特征如图
3(d)所示。

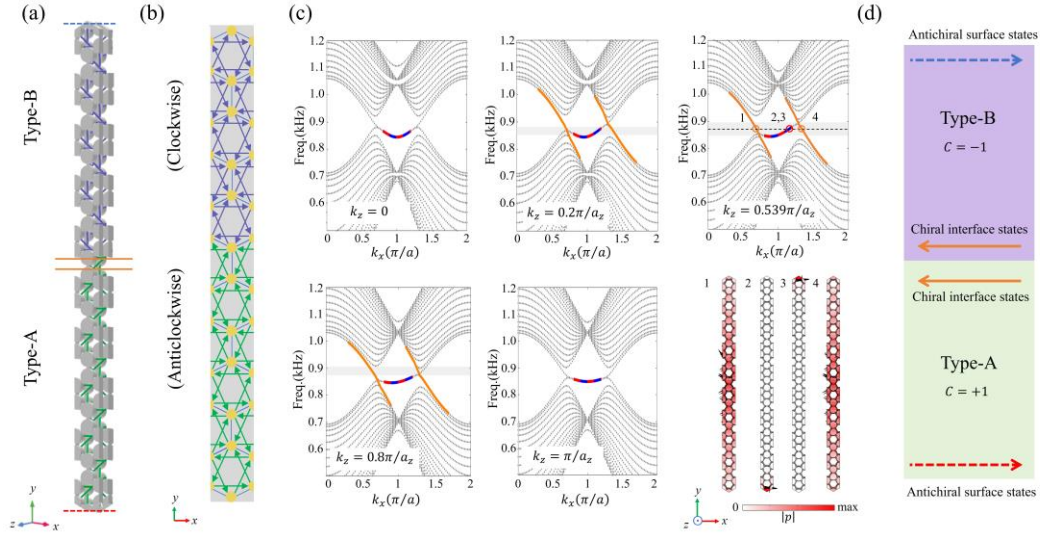


图 3 (a) 三维异质结构超胞示意图，其界面与外表面均呈 zigzag 构型。(b) 三维异质结构超胞在 x - y 平面内的二维投影示意图。(c) 三维异质结构超胞在 $k_z = 0\pi/a_z$ 、 $0.2\pi/a_z$ 、 $0.539\pi/a_z$ 、 $0.8\pi/a_z$ 与 π/a_z 子平面上的投影能带图。橙色、蓝色与红色曲线分别对应局域于内部界面的拓扑界面态及上、下外表面的反手性表面态。拓扑界面态与反手性表面态对应的声压场分布示于能带图右侧，黑色箭头表示坡印廷矢量方向。(d) 三维异质结构超胞中拓扑界面态与反手性表面态的局域位置及传播方向特征示意图。

FIG. 3. (a) Schematic of a 3D heterostructure supercell with zigzag-terminated internal interface and external surfaces. (b) Schematic of 2D projection of the supercell onto the x - y plane. (c) Projected band structures at $k_z = 0$, $0.2\pi/a_z$, $0.539\pi/a_z$, $0.8\pi/a_z$, and π/a_z subsystems. Orange, blue, and red curves denote topological interface states at the internal interface and antichiral surface states at the upper and lower surfaces, respectively. Corresponding acoustic pressure field distributions are shown on the right of the band structures, with black arrows indicating the Poynting vector. (d) Schematic of the localization and propagation characteristics of topological interface states and antichiral surface states in the supercell.

进一步，沿 x 方向将 B 型与 A 型声学外尔半金属堆叠，构建具有 armchair 界面的三维声学异质结构超胞，如图 4(a) 所示。该超胞可划分为三个区域：两侧为层间波导管环绕方向为顺时针的 B 型外尔半金属，中间为层间波导管环绕方向为逆时针的 A 型外尔半金属，超胞内部因此形成两个 armchair 界面。该结构在 x - y 平面内的二维投影示意图如图 4(b) 所示，可等效为由两类具有相反有效磁通的二维 Haldane 模型堆叠而成。为计算超胞投影能带，对超胞 x 、 y 与 z 方向的表面边界均施加周期性边界条件。

该声学异质结构超胞在不同 k_z 子平面内的投影能带如图 4(c) 所示。 $k_z = 0$ 与

$k_z = \pi/a_z$ 子平面由于没有体带隙, 因此对应的投影能带中不存在局域态。当 $k_z = 0.2\pi/a_z$ 与 $k_z = 0.539\pi/a_z$ 时, 体带隙内存在四条局域于 armchair 界面的拓扑界面态, 分别由黑色与橙色曲线标示, 各界面态能带均呈二重简并。局域于左侧 armchair 界面的两个拓扑界面态具有相同的群速度, 而局域于右侧 armchair 界面的两个拓扑界面态群速度方向与之相反, 这与两种声学外尔半金属原胞在 $k_z = 0.539\pi/a_z$ 平面体带隙的陈数差 $\Delta C = \pm 2$ 的理论预期一致。图 4(c) 给出了频率 0.86 kHz (对应图中黑色虚线) 处四个界面模式 (模式 1、2、3 和 4) 的声压场分布。声压场局域于两个 armchair 界面附近, 图中黑色箭头表示坡印廷矢量分布。图 4(d) 为该异质结构超胞中四个 armchair 拓扑界面态局域位置与传播方向特性的示意图。

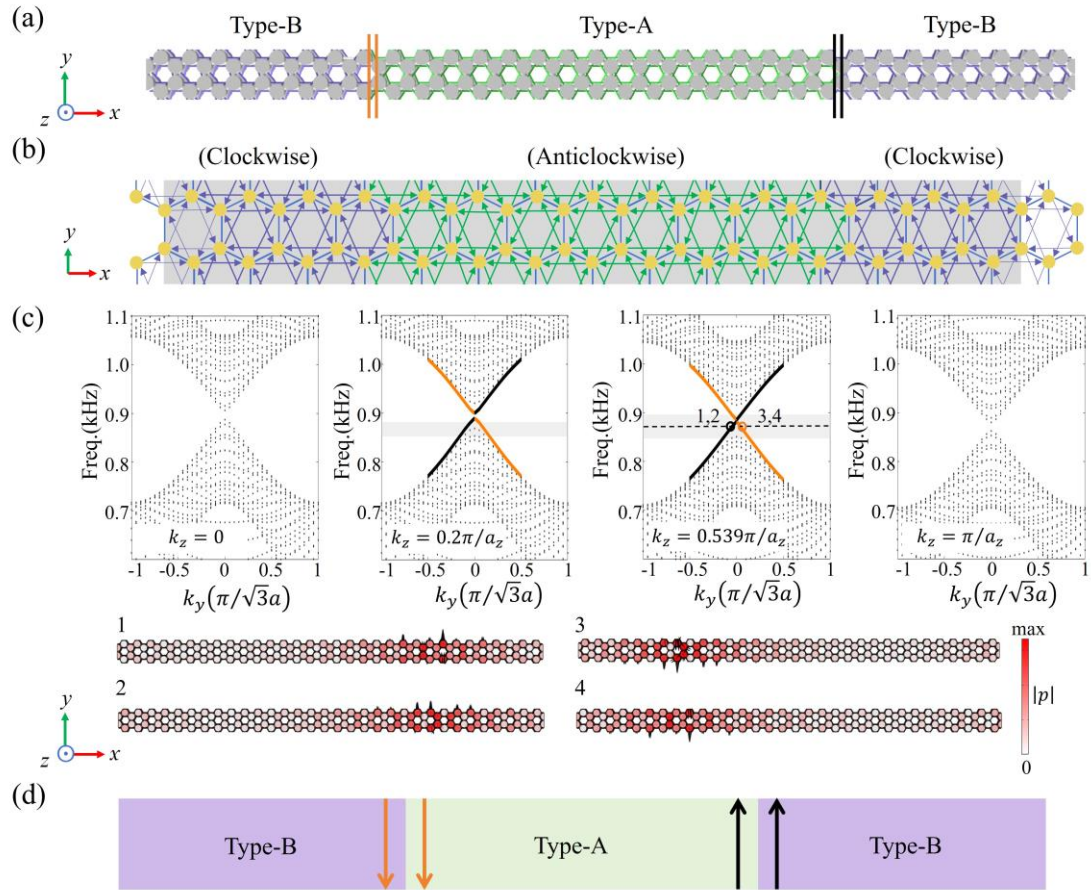


图 4 (a) 由A型与B型声学外尔半金属构建的包含两个 armchair 界面的三维异质结构超胞示意图。超胞在 x 、 y 和 z 方向均施加周期性边界条件。(b) 三维异质结构超胞在 x - y 平面内的二维投影示意图。(c) 超胞在 $k_z = 0\pi/a_z$ 、 $0.2\pi/a_z$ 、 $0.539\pi/a_z$ 与 π/a_z 子平面上的投影能带图。黑色与橙色曲线分别对应局域于两个 armchair 界面处的拓扑界面态。频率为 0.86 kHz 时,

模式 1、2、3 和 4 对应的拓扑界面态声压场分布图，黑色箭头表示坡印廷矢量方向。(d) 超胞中拓扑界面态的局域位置与传播方向特征示意图。

FIG. 4. (a) Schematic of a 3D heterostructure supercell constructed from type-A and type-B acoustic Weyl semimetals, featuring two armchair interfaces. Periodic boundary conditions are applied along the x , y , and z directions. (b) Schematic of 2D projection of the three-dimensional heterostructure supercell onto the x - y plane. (c) Projected band structure of the supercell at $k_z = 0, 0.2\pi/a_z, 0.539\pi/a_z$, and π/a_z . Black and orange curves denote topological interface states localized at the two distinct armchair interfaces, respectively. Acoustic pressure field distributions of topological interface states for modes 1, 2, 3, and 4 at a frequency of 0.86 kHz, where black arrows indicate the direction of the Poynting vector. (d) Schematic illustration of the spatial localization and propagation directions of the topological interface states within the supercell.

4 拓扑声波分束

基于前述超胞中 zigzag 与 armchair 界面、外表面上拓扑局域态的传播特性，本文进一步设计了一种四区域拓扑声学异质结构，以实现拓扑声波的定向分束功能。如图 5(a)所示，该异质结构超胞由四个区域构成：相邻区域由手性相反的声学外尔半金属原胞堆叠而成，处于对角线位置的区域则由相同类型的声学外尔半金属原胞组成。图中水平与竖直黑色虚线分别标示 zigzag 界面与 armchair 界面的位置。对应的声学超胞结构如图 5(b)所示。数值模拟中， x 方向左、右两侧外表面施加平面波辐射边界条件， y 方向上、下外表面施加硬声场边界条件， z 方向两侧表面施加周期性边界条件。在上、下外表面绿色星形所示位置处各放置一个激励频率为 0.85 kHz 的点源，所激发对应于 $k_z = 0.539\pi/a_z$ 的 zigzag 反手性表面态沿蓝色箭头所示方向单向传播，与蓝色箭头方向相反的声波传播受到有效抑制。将图 5(b)所示的单层结构沿着 z 方向堆垛 6 层构成三维有限结构，点源激发的二维反手性表面态如图 5(c)所示。

图 5(d)和 5(e)展示了反手性表面态分束功能的实现。将 0.85 kHz 频率点源置于上、下表面中点附近，所激发的对应于 $k_z = 0.539\pi/a_z$ 的反手性表面态可同时向左、右两侧传播，而沿竖直方向 armchair 界面上的声波传播受到抑制，从而实现定向声波分束，与光子晶体系统^[39]中拓扑界面态的分束现象一致。这一现象源于该异质结构在激发频率下支持二重简并的反手性表面态。与单一手性声学外尔半金属中严格单向传播的手性表面态不同，反手性表面态允许声信号在同一

zigzag 表面形成相互独立的双向传输通道，且各通道在传播过程中互不串扰，构成了高隔离度的拓扑声波分束器。此外，声波未沿超胞内部 armchair 界面传播，其原因在于 armchair 拓扑界面态在竖直方向上具有手性选择性——在给定激励条件下，该通道的传播受到严格的单向性约束，从而有效抑制了反向模式的激发。这种手性屏蔽效应进一步提升了各分束通道间的隔离度，为复杂异质结构中的多通道拓扑声波复用提供了物理基础。三维有限结构中用点源激发的二维反手性表面态的分束现象如图 5(f)所示。

为探究反手性表面态在结构外表面的传播特性，在四区域异质结构声学超胞外表面放置点源（Port1），并在左、右两侧分别设置接收端口（Port2 与 Port3），对 $k_z = 0.539\pi/a_z$ 子平面内的表面态在不同激发频率下的传播特性进行研究，0.85 kHz 频率下激发的表面态声压场如图 5(g)所示。图 5(h)给出了两个分束通道的传输损耗随激发频率的变化关系，其中浅灰色阴影区域对应 $k_z = 0.539\pi/a_z$ 子平面的体带隙范围。结果表明，当激发频率位于体带隙内时，两通道的传输损耗均达到最小值，证实了反手性表面态的双通道共传播特性。进一步计算了 Port2 与 Port3 的输出功率比，得到不同激发频率下的分束比，如图 5(i)所示。可以看出，两输出通道的输出功率比并非严格的 1:1，这与图 5(h)中两输出通道传输损耗不完全相等的结果一致。

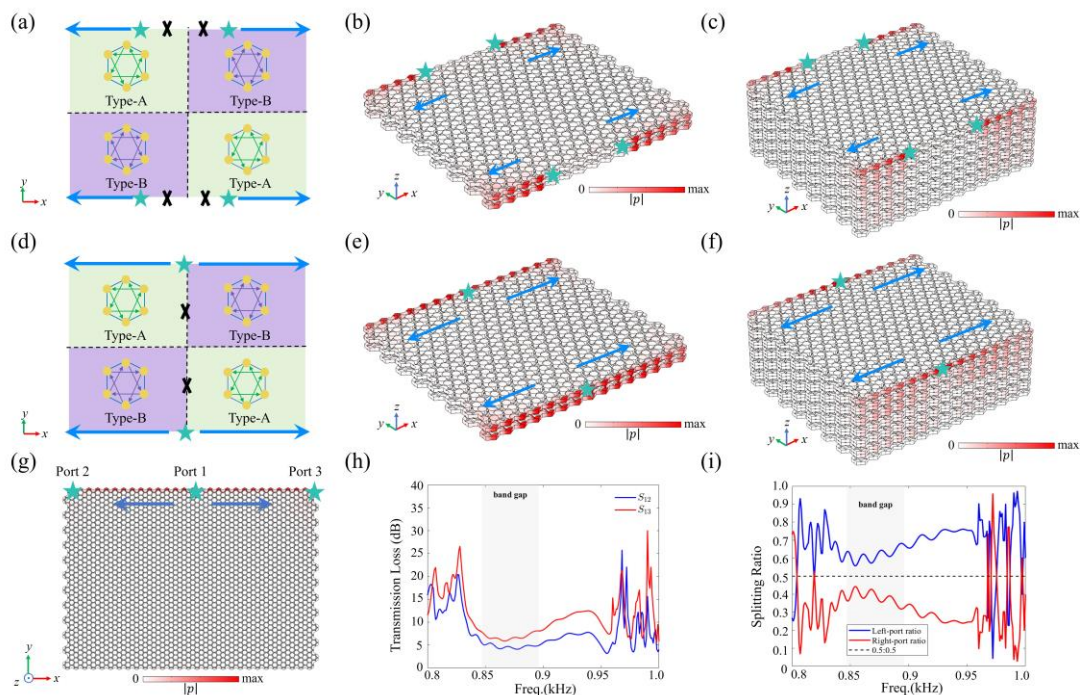


图 5 (a) 由A型和B型声学外尔半金属堆叠构成的四区域异质结构示意图，插图为对应原胞结构，黑色虚线标示 zigzag 与 armchair 界面位置。绿色星形符号标记点源位置，蓝色箭头指示声波传播方向。(b) 超胞中声波单向传输的声压场分布，上、下 zigzag 表面各设两个点源，激发的反手性表面态沿外表面单向传播。(c) 三维有限结构中二维表面态的声压场分布。(d) 点源位置改变后对应的声波分束器构型示意图。(e) 超胞中定向分束的声压场分布，上、下 zigzag 表面中心各设一个点源，激发的反手性表面态同时向左、右两侧传播；沿 armchair 界面方向的传播受到抑制，实现定向分束功能。(f) 三维有限结构中二维表面态定向分束的声压场分布。(g) 点源仅置于上表面中点处，激发的声波沿 zigzag 表面向左、右两侧传播。(h) 两个输出通道中表面态的传输损耗。(i) 双向传输表面态的分束比。

FIG. 5. (a) Schematic of the four-region heterostructure composed of stacked type-A and type-B acoustic Weyl semimetals; the inset shows the corresponding unit cell, with black dashed lines indicating the zigzag and armchair interface positions, green stars marking the point source locations, and blue arrows denoting the propagation directions. (b) Acoustic pressure field of unidirectional surface state transport in the supercell, where two point sources on each of the upper and lower zigzag surfaces excite antichiral surface states propagating unidirectionally. (c) Acoustic pressure field distribution of the 2D surface states in the 3D finite structure. (d) Schematic of the wave-splitter configuration upon repositioning the point sources. (e) Acoustic pressure field of directional wave splitting in the supercell, where a single point source at the center of each zigzag surface excites antichiral surface states propagating simultaneously in both directions, while propagation along the armchair interface is suppressed. (f) Directional wave-splitting pressure field of the 2D surface states in the 3D finite structure. (g) Acoustic pressure field with the point source placed solely at the midpoint of the upper surface, where the excited wave propagates along both sides of the zigzag surface. (h) Transmission loss spectrum of the bidirectionally propagating surface states. (i) Wave-splitting ratio of the bidirectionally propagating surface states.

为进一步验证拓扑界面态在复杂几何路径下的鲁棒传输特性^[40-42]，构建了包含不同界面转角的异质结构。由于原胞结构具有六重旋转对称性，拼接界面可形成 60° （图 6(a)）与 120° （图 6(c)）的转角。图 6(b)给出了具有连续 60° 转角的Z型界面结构中拓扑界面态传输的声压场分布。数值模拟结果表明，拓扑界面态能够在弯折处连续传播，未出现显著的背向散射。图 6(d)给出了包含 120° 钝角转弯的梯形界面结构中的声压场分布，结果表明声波能够沿该界面稳定传输。上述声压场分布均证实，即使经过几何弯折，声压场仍高度局域于界面附近，验证了拓扑界面态对几何弯折的鲁棒性。

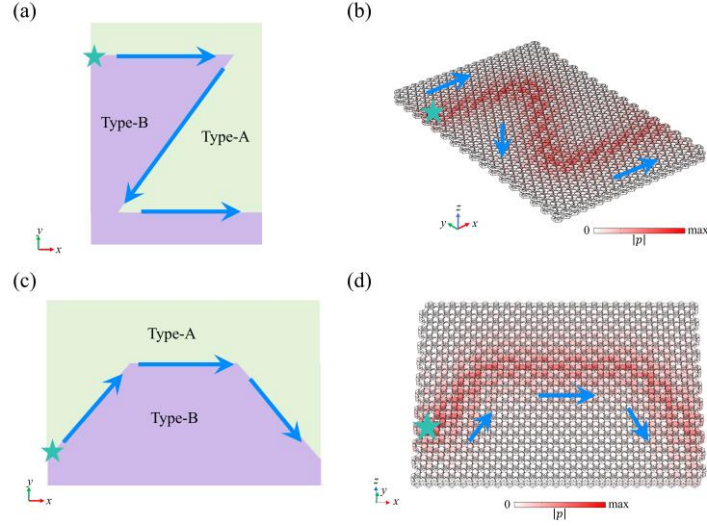


图 6 (a) 基于A型和B型声学外尔半金属构建的Z形波导结构。(b)拓扑界面态传输的声压场分布图。点源（绿色星号）激发的声波沿Z形界面单向传播，经两个 60° 弯折后无明显背向散射，表现出拓扑保护的鲁棒传输特性。(c)(d)梯形波导结构示意图与波导中拓扑界面态传输的声压场分布图。点源激发的声波经 120° 弯折后仍保持鲁棒单向传输，背向散射得到有效抑制。

FIG. 6. (a) Schematic of a Z-shaped waveguide formed by type-A and type-B acoustic Weyl semimetals. (b) Acoustic pressure field distribution of topological interface state transport in a Z-shaped waveguide. The wave excited by a point source (green star) propagates unidirectionally along the interface and undergo two 60° bends without significant backscattering, demonstrating topologically protected robust transport. (c)(d) Corresponding pressure field in a trapezoidal waveguide, where robust unidirectional transmission is maintained through two 120° turns with backscattering effectively suppressed.

在图 5(d)所演示的拓扑声波分束基础上，通过改变激发源的位置设计了基于 90° 转角的声波分束构型示意图（图 7(a)），以实现更灵活的声波传输通道选择。如图 7(b)所示，将点源置于绿色星形所示位置时，入射声波首先沿 zigzag 界面向右传播；当声波到达四个区域交汇结点时，受拓扑界面态手性特性的约束，界面态沿前向的传播得到有效抑制，声波被重新分配至两条竖直 armchair 界面通道，并在上、下两条通道中实现稳定传输。图 7(c)给出了两个竖直分束通道的传输损耗随激发频率的变化关系，其中浅灰色阴影区域对应 $k_z = 0.539\pi/a_z$ 子平面的体带隙范围。结果表明，在体带隙内两竖直通道的传输损耗均达到最小值，证实了拓扑界面态的分束现象。进一步计算声波在 Port2 与 Port3 的输出功率之比，得到不同激发频率下的分束比如图 7(d)所示。

如图 7(e)和 7(f)所示，当点源移至右侧绿色星形所示位置时，同样可实现对拓扑界面态的有效分流。图 7(g)和 7(h)分别给出了传输损耗和分束比曲线，进一步证实了拓扑界面态的分束特性。需要指出的是，上述两种情形中，沿 *armchair* 界面传播的声波在远离结点后会向上、下 *zigzag* 外表面发生一定程度的辐射泄散，但这种泄散并未影响结点处的分束过程，也未破坏器件整体分流功能的稳定性。基于拓扑谷界面态的声波分束器^[43]仅能在左端激励时实现有效分束，从右端激励时难以获得对称的分束响应；这里提出的拓扑异质结构无论从左端还是右端激励，均能实现稳定且可控的声波分束，显著提升了器件的激励灵活性与功能可重构性。

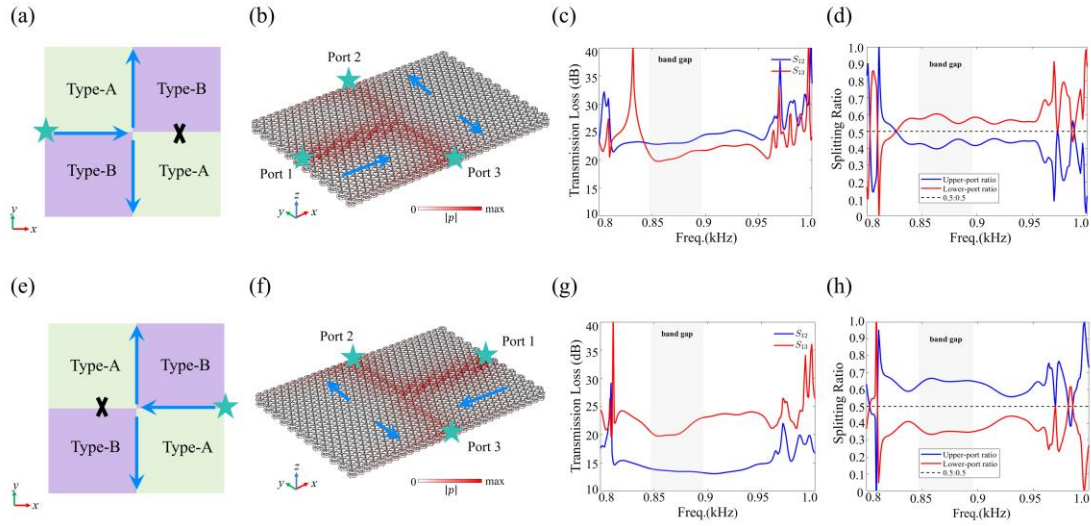


图 7 (a) 四区域异质结构示意图。zigzag 界面左端放置点源，所激发的声波沿界面单向传播后，被定向分束至两个竖直输出通道，从而实现声波分束功能。(b) 拓扑界面态沿界面传播的声压场分布。(c) 两个竖直输出通道中拓扑界面态的传输损耗。(d) 双向传播拓扑界面态的分束比。(e)-(h) 对应于(a)-(d)在点源置于 zigzag 界面右端时的结果。

FIG. 7 (a) Schematic of the four-domain heterostructure: a point source is positioned at the left end of the zigzag interface, where the excited acoustic wave propagates unidirectionally along the interface and is subsequently split into two vertical output channels, realizing acoustic wave-splitting. (b) Simulated acoustic pressure field distribution of the topological interface state at 0.85 kHz. (c) Transmission loss in the two vertical output channels. (d) Wave-splitting ratio of the bidirectionally propagating interface states. (e)–(h) Counterpart results to (a)–(d) with the point source repositioned at the right end of the zigzag interface.

基于以上四区域异质结构设计，图 8(a)进一步给出了一种可实现双路径声波分束的拓扑异质结构示意图。在该结构中，自左侧传播的拓扑界面态在到达中央

结点后,受拓扑性质的约束被重新定向至上、下两条呈阶梯形的界面路径。图 8(b)所示的声压场分布图清晰证实这一分束过程:入射声波被准确分配至两条独立的传输通道,经历多次 90° 弯折后仍保持良好的能量局域性与传播方向选择性。这里提出的双路径分束器在各结点均通过 90° 直角转弯并完成声波传输,在路径层面上进一步验证了拓扑输运对几何弯折的鲁棒性,为多通道声学功能器件的设计提供了新的思路。

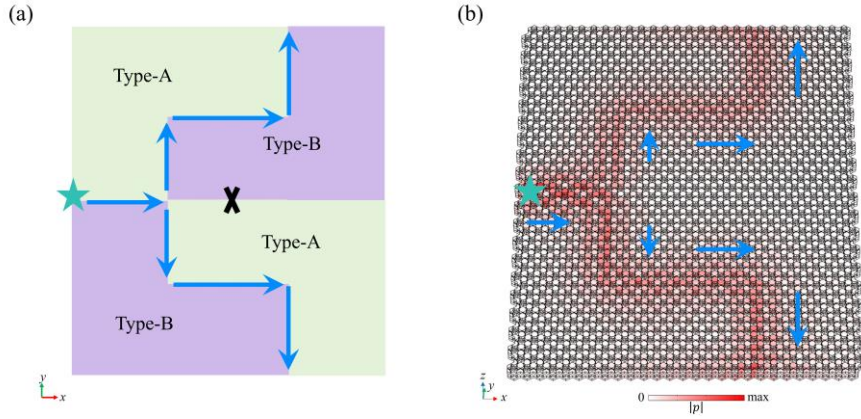


图 8 (a) 双路径声波分束器结构示意图。(b)拓扑界面态传输的声压场分布图。声波沿多条 zigzag 与 armchair 界面传播,经 90° 弯折后仍沿着预定方向传输,实现了复杂路径上的拓扑声波分束功能。

FIG. 8. (a) Schematic of a dual-path acoustic wave splitter structure. (b) Acoustic pressure field distribution of topological interface states. Acoustic waves propagate along multiple zigzag and armchair interfaces and remain immune to backscattering after four 90° bends, achieving topological acoustic wave splitting along complex pathways.

5 结论

本文基于蜂窝晶格结构与手性层间耦合构建了三维声学外尔半金属。通过调控层间耦合的手性方向,实现了布里渊区中外尔点分布的调制;在此基础上,将手性相反的两类声学外尔半金属进行堆叠,构建了三维声学异质结构超胞。该超胞中的 zigzag 界面支持由非零陈数拓扑保护的单向传播拓扑界面态,外表面则支持同向传播的反手性表面态。类似地, armchair 界面同样支持由非零陈数保护的单向传播拓扑界面态。基于上述两类拓扑局域态的传播特性,通过设计不同的界面拼接方式,实现了拓扑界面态与反手性表面态的定向声波分束。数值模拟结果表明,拓扑界面态在经过 60° 和 120° 弯折后仍能保持抗背向散射的鲁棒传输;声波在结构内部经历多次 90° 弯折后,依旧沿预设双路径稳定传播,表现出强局

域性与拓扑鲁棒性。本工作通过调控声学外尔半金属系统的手性实现了多通道拓扑声波传输，为声波分束器等新型多功能拓扑声学器件的设计提供了可行方案，所提出的构建策略亦可进一步推广至光子系统与弹性波系统。

参考文献

- [1] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
- [2] Qi X L, Zhang S C 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 1057
- [3] Klitzing K v, Dorda G, Pepper M 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 494
- [4] Haldane F D M 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 2015
- [5] Xiao D, Yao W, Niu Q 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 236809
- [6] Kane C L, Mele E J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 226801
- [7] Bernevig B A, Zhang S C 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 106802
- [8] Xue H, Yang Y, Zhang B 2022 *Nat. Rev. Mater.* **7** 974
- [9] Colomés E, Franz M 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 086603
- [10] Mandal S, Ge R, Liew T C 2019 *Phys. Rev. B* **99** 115423
- [11] Chen J, Liang W, Li Z Y 2020 *Phys. Rev. B* **101** 214102
- [12] Zhou P, Liu G G, Yang Y, Hu Y H, Ma S, Xue H, Wang Q, Deng L, Zhang B 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 263603
- [13] Yu L, Xue H, Zhang B 2021 *J. Appl. Phys.* **129** 235103
- [14] Wang Y, Liang B, Cheng J C 2024 *Phys. Rev. Appl.* **22** 044054
- [15] Cheng X, Chen J, Zhang L, Xiao L, Jia S 2021 *Phys. Rev. B* **104** L081401
- [16] Xie L C, Jin L, Song Z 2023 *Sci. Bull.* **68** 255
- [17] Liu Z K, Zhou B, Zhang Y, Wang Z J, Weng H M, Prabhakaran D, Mo S K, Shen Z X, Fang Z, Dai X, Hussain Z, Chen Y L 2014 *Science* **343** 6173
- [18] Weyl H 1929 *Z. Phys.* **56** 330
- [19] Wan X G, Turner A M, Vishwanath A, Savrasov S Y 2011 *Phys. Rev. B* **83** 205101
- [20] Soluyanov A A, Gresch D G, Wang Z J, Wu Q S, Troyer M, Dai X, Bernevig B A 2015 *Nature* **527** 495
- [21] Wang Z, Gresch D, Soluyanov A A, Xie W, Kushwaha S, Dai X, Troyer M, Cava R J, Bernevig B A 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 056805
- [22] Xiao M, Chen W J, He W Y, Chan C T 2015 *Nat. Phys.* **11** 920
- [23] Li F, Huang X Q, Lu J Y, Ma J H, Liu Z Y 2018 *Nat. Phys.* **14** 30
- [24] Ge H, Ni X, Tian Y, Gupta S K, Lu M H, Lin X, Huang W D, Chan C T, Chen Y F 2018 *Phys. Rev. Appl.* **10** 014017
- [25] Xie B Y, Liu H, Cheng H, Liu Z Y, Chen S Q, Tian J G 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 104302
- [26] Huang X, Deng W, Li F, Lu J, Liu Z 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 206802
- [27] Li X P, Deng K, Fu B, Li Y K, Ma D S, Han J, Zhou J, Zhou S, Yao Y 2021 *Phys. Rev. B* **103**

L081402

- [28] Li X P, Zhou D, Wu Y, Yu Z M, Li F, Yao Y 2022 *Phys. Rev. B* **106** L220302
- [29] Pu Z, He H, Luo L, Ma Q, Ye L, Ke M, Liu Z 2023 *Phys. Rev. Lett.* **130** 116103
- [30] He H, Qiu C, Cai X, Xiao M, Ke M, Zhang F, Liu Z 2020 *Nat. Commun.* **11** 1820
- [31] He H, Qiu C, Ye L, Cai X, Fan X, Ke M, Zhang F, Liu Z 2018 *Nature* **560** 61
- [32] Burkov A A, Hook M D, Balents L 2011 *Phys. Rev. B* **84** 235126
- [33] Wang X, Yang T, Cheng Z, Surucu G, Wang J, Zhou F, Zhang Z, Zhang G 2022 *Appl. Phys. Rev.* **9** 041304
- [34] Ma Q, Pu Z, Ye L, Lu J, Huang X, Ke M, He H, Deng W, Liu Z 2024 *Phys. Rev. Lett.* **132** 066601
- [35] Song W, Lin Z, Ji T, Sun J, Chen C, Wu S, Huang C, Yuan L, Zhu S, Li T 2024 *Phys. Rev. Lett.* **132** 143801
- [36] Wang M, Ma Q, Wu H, Fang Y, Zhang R-Y, Wang D, Jia H, Hu J, Liu Z, Chan C T 2025 *Phys. Rev. B* **112** 144302
- [37] Fang C, Gilbert M J, Bernevig B A 2012 *Phys. Rev. B* **86** 115112
- [38] Wang J, Ji X, Shi Z, Zhang Y, Li H, Li Y, Deng Y, Xie K 2023 *Eur. Phys. J. Plus* **138** 1149
- [39] Chen J F, Li Z Y 2022 *Opto-Electron. Sci.* **1** 220001
- [40] Hu C-Y, Liang J-L, Zheng R-Y, Lu J-Y, Deng W-Y, Huang X-Q, Liu Z-Y 2024 *Acta. Phys. Sin.* **73** 104301 (in Chinese) [胡晨阳, 梁家洛, 郑日翌, 陆久阳, 邓伟胤, 黄学勤, 刘正猷 2024 物理学报 **73** 104301]
- [41] Lin J, Bi R, Tang S, Kong P, Deng K 2025 *Acta. Phys. Sin.* **74** 064301 (in Chinese) [林建华, 毕仁贵, 唐诗瑶, 孔鹏, 邓科 2025 物理学报 **74** 064301]
- [42] Yang Q, Huo S, Zhang S, Chen J 2026 *Acta. Phys. Sin.* **75** 021002 (in Chinese) [杨秋爽, 霍绍勇, 张树鑫, 陈久久 2026 物理学报 **75** 021002]
- [43] Wang Z, Yang Y, Li H, Jia H, Luo J, Huang J, Wang Z, Jiang B, Yang N, Jin G, Yang H 2021 *Phys. Rev. Appl.* **15** 024019

Antichiral surface states and topological acoustic wave splitting in chiral Weyl heterostructures^{*}

DENG Kai¹⁾ XU Jiarui¹⁾ LI Zicha¹⁾ XIONG Zhan^{1)†} XU Lin^{2)‡} QIAN Yixian^{1)††}

JIANG Jianhua³⁾⁴⁾

1) (College of Physics and Electronic Information Engineering, Key Laboratory of Optical Information Detecting and Display Technology of Zhejiang Province, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

2) (Institutes of Physical Science and Information Technology, Information Materials and Intelligent Sensing Laboratory of Anhui Province, Center of Free Electron Laser & High Magnetic Field, Anhui University, Hefei 230601, China)

3) (School of Physical Science and Technology, and Collaborative Innovation Center of Suzhou Nano Science and Technology, Soochow University, Suzhou 215006, China)

4) (Suzhou Institute for Advanced Research, University of Science and Technology of China, Suzhou 215123, China)

Abstract

Acoustic Weyl semimetals have attracted considerable attention owing to their topologically nontrivial band structures, characterized by Weyl points with nonzero topological charges and topologically protected Fermi-arc surface states. In conventional Weyl semimetals, chiral surface states are usually confined to the boundaries of a single material. However, topological interface states formed between two distinct Weyl semimetals, especially in chiral acoustic Weyl systems, remain largely unexplored. In addition, although antichiral edge states can be generated by modifying the flux configuration of the Haldane model, their acoustic realization through the stacking of Haldane-type structures with opposite chiralities has not yet been reported.

Here, we construct a three-dimensional acoustic Weyl semimetal based on a honeycomb lattice with chiral interlayer coupling. The chiral coupling induces an effective magnetic flux within the unit cell and effectively breaks time-reversal symmetry on fixed- k_z planes away from the Weyl-point planes. Each fixed- k_z subsystem can therefore be regarded as an acoustic analogue of a two-dimensional Haldane model, giving rise to topological bulk band gap characterized by nonzero Chern numbers. By reversing the winding direction of the chiral interlayer coupling, the topological charges of the Weyl points are inverted, and the Chern numbers of the k_z -resolved subsystems are correspondingly reversed. Exploiting this chirality-dependent topological property, we stack two acoustic Weyl semimetals with opposite chiralities to form a three-dimensional heterostructure supercell. For fixed- k_z planes away from the Weyl points, the zigzag interfaces support unidirectional topological

interface states protected by a Chern-number difference of ± 2 , while the parallel outer surfaces host co-propagating antichiral surface states. The armchair interfaces also support similar unidirectional topological interface states.

Based on these findings, we further design a four-region heterostructure composed of acoustic Weyl semimetals with opposite chiralities. By exploiting the distinct propagation characteristics of antichiral surface states and topological interface states, directional acoustic wave splitting is realized through selective choice of the excitation position, as confirmed by numerical simulations of acoustic pressure-field distributions, transmission spectra, and wave-splitting ratios. The topological interface states exhibit backscattering-immune transport through 60° and 120° bends, demonstrating strong topological robustness. Furthermore, they remain stably confined along two separate propagation paths with multiple 90° turns, confirming strong spatial localization. This work demonstrates that acoustic Weyl semimetal heterostructures can support multiple topological transmission channels, providing a versatile platform for integrated and multifunctional topological acoustic devices.

Keywords: acoustic Weyl semimetal, topological interface states, antichiral surface states, acoustic wave splitting

* Project supported by the National Key Research and Development Program of China (Grant No. 2022YFA1404400), the National Natural Science Foundation of China (Grants No. 12125504, No. 12074281, No. 12204417, No. 12474301, and No. 12474302), the Zhejiang Provincial Natural Science Foundation of China (Grant No. LQ22A040005), and the Anhui Provincial Natural Science Foundation of China (Grant No. 2408085MA020).

† Corresponding author. E-mail: xiongzhazhan@zjnu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: xuinxin@ahu.edu.cn

†† Corresponding author. E-mail: qianyxian@zjnu.edu.cn