

双原子系统中双激发 Bell 态的全光学鲁棒制备 *

郭裕 鲁耿彪 樊丽宝[†]

(湖南省柔性电子材料基因工程重点实验室, 长沙理工大学物理与电子科学学院, 长沙 410114)

高保真纠缠态制备是量子信息处理中的关键问题. 本文研究了具有偶极-偶极相互作用的双原子系统中双激发 Bell 态的全光学解析与鲁棒制备. 在集体态表象下, 体系动力学限制在级联三态子空间内. 通过 Morris-Shore (MS) 变换, 可将原三态系统约化为由亮态与对称态构成的有效二态子空间以及一个解耦暗态. 在此基础上, 通过求解 MS 空间中的传播算符并将其映射回原三态空间, 解析得到了实现目标 Bell 态制备的脉冲面积条件. 数值结果表明, 虽然不同脉冲面积条件均可实现目标态的高保真制备, 但其制备过程中对应的动力学演化路径及中间态参与机制存在显著差异. 进一步地, 针对单脉冲对方案对脉冲面积误差敏感的问题, 本文提出一种复合脉冲对方案, 将原三态系统中的鲁棒制备转化为有效二态系统中的鲁棒旋转, 从而利用二态系统中的复合脉冲序列对原三态系统中的控制误差进行系统抑制. 结果表明, 该方案能够显著提高目标态制备对脉冲面积误差的鲁棒性; 同时, 复合脉冲对增强的是整体抗误差能力, 而不会改变不同演化路径之间固有的鲁棒性差异. 本文为双激发 Bell 态的高保真、抗误差全光学制备提供了一种解析可控的理论方案.

关键词: 双激发 Bell 态, 复合脉冲, Morris-Shore 变换, 脉冲面积条件**PACS:** 03.67.Bg, 42.50.Dv, 32.80.Qk

1 引言

随着量子信息科学的发展, 实现对非经典关联量子态的高保真操控已成为现代物理的关键挑战. 作为量子力学的核心特征, 量子纠缠揭示了多体量子体系中超越经典图像的关联性质^[1,2]. 自 Einstein、Podolsky 和 Rosen 提出关于量子力学完备性的讨论以来, 纠缠现象便成为理解量子理论本质的重要切入点^[3];

[†] 通信作者. E-mail: libaofanxv@foxmail.com (通信作者)

第一作者. E-mail: guoyu@csust.edu.cn

* 国家自然科学基金 (批准号: 12275033)、湖南省自然科学基金 (批准号: 2022JJ30582) 资助的课题.

而 Bell 不等式的建立进一步揭示了量子纠缠与局域实在论之间的深刻矛盾, 推动了量子纠缠从一种理论上的非经典现象转变为可实验检验并可实际利用的量子资源^[4]. 近年来, 量子纠缠不仅成为理解量子相变和量子物态的重要工具^[5,6], 也是量子计算和量子信息处理的重要资源^[7-12]. 在各种纠缠态中, Bell 态是两比特系统的最大纠缠态, 既是研究量子非定域性和量子关联性质的典型对象, 也是量子隐形传态、量子密集编码和量子密钥分发等量子协议中的重要资源^[13-20].

近年来, Bell 态的制备和操控已在光子、囚禁离子、量子点、超导电路以及中性原子等多种物理平台上得到广泛研究^[21-39]. 其中, 中性原子系统^[40-42] 由于具有优异的可控性、可扩展性以及清晰的能级结构, 被认为是实现高保真纠缠态制备的理想平台. 对于由两个相互作用的二能级原子构成的双体系统而言, 其结构简单、物理图像清晰, 是研究纠缠态制备和操控的典型模型. 在双原子体系中, 可以构造两类 Bell 态: 一类是由单激发直积态的线性叠加形成的单激发 Bell 态; 另一类则是由零激发态与双激发态叠加形成的双激发 Bell 态. 关于单激发 Bell 态的制备已经有较多研究^[35-38], 例如, 文献^[37] 通过将双原子体系约化成一个只包含基态和单激发对称态的有效二态系统, 从而可以解析得到确定性制备单激发 Bell 态的脉冲面积条件. 相比前者, 双激发 Bell 态的制备过程涉及基态-单激发对称态-双激发态之间的三态级联耦合, 因此其动力学机制和控制条件更为复杂, 也更值得深入研究.

本文提出了一种用于实现双原子系统中双激发 Bell 态高保真鲁棒制备的方案. 考虑两束不同频率的激光脉冲驱动具有偶极-偶极相互作用的两个原子, 利用 Morris-Shore 变换解析推导出实现目标态确定性制备所需的脉冲面积条件. 为了提高制备方案对脉冲面积误差的鲁棒性, 本文进一步采用具有特定相位结构的复合脉冲序列替代单脉冲对. 与我们此前的工作不同^[39], 本文方案不需要将制备过程分成两个阶段, 从而避免了阶段切换及中间延时可能带来的保真度损失.

2 理论模型与方法

2.1 理论模型

考虑两个空间位置固定且可分辨的二能级原子, 每个原子包含基态 $|0\rangle$ 与激发态 $|1\rangle$, 其跃迁频率为 ω_0 , 两原子之间偶极-偶极相互作用耦合强度为 β . 体系的哈密顿量可以表示为 ($\hbar = 1$)

$$H_0 = \omega_0 \sum_{i=1}^2 S_i^{11} + \beta (S_1^+ S_2^- + S_1^- S_2^+), \quad (1)$$

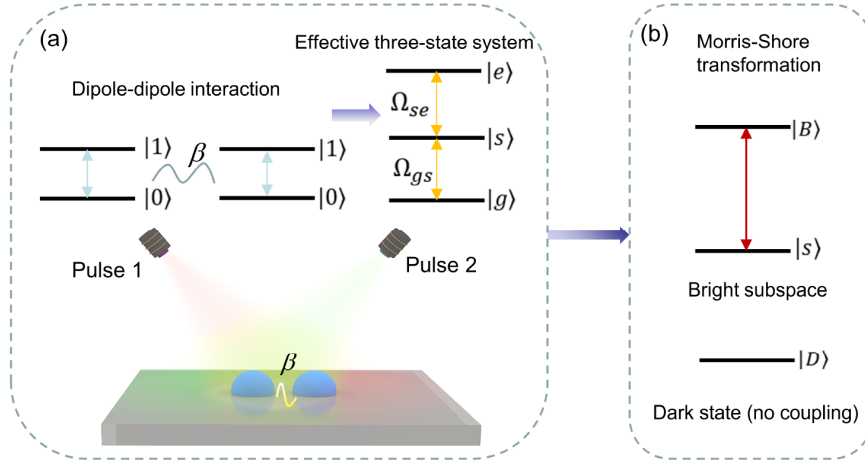


图 1 具有偶极-偶极相互作用的两个二能级原子系统示意图. (a) 激光场驱动下的有效三态结构; (b) 经 Morris-Shore 变换后, 原三态系统分解为一个解耦暗态和一个有效两态子空间

Fig. 1. Schematic diagram of a system of two two-level atoms with dipole-dipole interaction. (a)

Effective three-state structure driven by laser fields; (b) after the Morris-Shore transformation, the original three-state system is decomposed into a decoupled dark state and an effective two-state system. 其中, $S_i^{11} = |1\rangle_i \langle 1|_i$, 而 $S_i^+ = |1\rangle_i \langle 0|_i$ 和 $S_i^- = |0\rangle_i \langle 1|_i$ 分别表示第 i 个原子的上升和下降算符. 当 $\beta = 0$ 时, 体系的本征态为裸直积态 $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$, 其对应本征能量分别为 $E_{00} = 0, E_{01} = \omega_0, E_{10} = \omega_0$ 和 $E_{11} = 2\omega_0$. 当 $\beta \neq 0$ 时, 对 H_0 进行对角化可得体系的本征态为

$$|g\rangle = |00\rangle, \quad (2)$$

$$|e\rangle = |11\rangle, \quad (3)$$

$$|s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |01\rangle), \quad (4)$$

$$|a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle - |01\rangle). \quad (5)$$

其对应本征能量分别为 $E_g = 0, E_e = 2\omega_0, E_s = \omega_0 + \beta$ 和 $E_a = \omega_0 - \beta$. 这些本征态称为集体态 (Dicke 态). 由此可见, 偶极-偶极相互作用解除了对称态和反对称态的能级简并, 并引起了大小为 2β 的能级劈裂. 现考虑两束频率不同的激光场同时作用于两个原子. 在电偶极近似下, 设单原子的跃迁偶极矩为 μ , 则相互作用哈密顿量可写为

$$H_c(t) = -\mu \mathcal{E}(t) \sum_{i=1}^2 (S_i^+ + S_i^-), \quad (6)$$

其中, 总激光场满足 $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_1(t) + \mathcal{E}_2(t)$. 在集体态基 $\{|g\rangle, |e\rangle, |s\rangle, |a\rangle\}$ 下, 总哈密顿量 $H(t) = H_0 + H_c(t)$ 可表示为

$$H(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\mu_d \mathcal{E}(t) & 0 \\ 0 & 2\omega_0 & -\mu_d \mathcal{E}(t) & 0 \\ -\mu_d \mathcal{E}(t) & -\mu_d \mathcal{E}(t) & \omega_0 + \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_0 - \beta \end{pmatrix}, \quad (7)$$

其中, $\mu_d = \sqrt{2}\mu$ 反映了对称集体态与光场耦合时的集体增强效应. 由于两束激光场对两个原子的驱动具有相同的交换对称性, 因此光场只耦合交换对称子空间, 由式 (7) 可知, 反对称态 $|a\rangle$ 与交换对称子空间解耦. 若系统初态为 $|g\rangle$, 则体系的演化始终限制在交换对称的三态子空间 $\{|g\rangle, |e\rangle, |s\rangle\}$ 内, 如图 1(a) 所示, 相应的有效哈密顿量为

$$H_{\text{eff}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\mu_d \mathcal{E}(t) \\ 0 & 2\omega_0 & -\mu_d \mathcal{E}(t) \\ -\mu_d \mathcal{E}(t) & -\mu_d \mathcal{E}(t) & \omega_0 + \beta \end{pmatrix}, \quad (8)$$

2.2 单脉冲对方案

本文旨在设计两束激光场 $\mathcal{E}_1(t)$ 和 $\mathcal{E}_2(t)$, 使系统由初态 $|g\rangle$ 确定性演化到目标 Bell 态 $|\psi_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle \pm |e\rangle)$. 为此, 取两束激光脉冲为 $\mathcal{E}_i(t) = \mathcal{E}_i f(t) \cos(\omega_i t + \phi)$, ($i = 1, 2$), 并将其中心频率分别调谐到与跃迁 $|g\rangle \leftrightarrow |s\rangle$ 和 $|s\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ 的频率共振. 这里考虑两束激光脉冲具有相同的脉冲包络 $f(t)$ 和相位 ϕ . 在旋转波近似 (RWA) 下, 有效哈密顿量 (8) 在相互作用表象中可以表示为

$$H_I(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Omega_{gs}(t)e^{i\phi} \\ 0 & 0 & \Omega_{se}(t)e^{i\phi} \\ \Omega_{gs}(t)e^{-i\phi} & \Omega_{se}(t)e^{-i\phi} & 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

其中, $\Omega_{gs}(t) = \eta_{gs}f(t) = -\mu_d \mathcal{E}_1 f(t)$ 和 $\Omega_{se}(t) = \eta_{se}f(t) = -\mu_d \mathcal{E}_2 f(t)$ 分别表示两个跃迁 $|g\rangle \leftrightarrow |s\rangle$ 和 $|s\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ 的含时拉比频率. 激光脉冲满足窄带宽条件 $\Delta\omega \ll \beta$ 和弱耦合条件 $\Omega_{gs}(t), \Omega_{se}(t) \ll \beta$, 从而保证频率选择性驱动和有效模型的成立. 为了便于表述, 假定 $\int f(t) dt = \pi$. 则两束激光脉冲的面积可分别表示为 $\theta_{gs} = \int \Omega_{gs}(t) dt = \eta_{gs}\pi$ 和 $\theta_{se} = \int \Omega_{se}(t) dt = \eta_{se}\pi$. 为便于分析该级联三态系统的动力学, 利用 Morris-Shore (MS) 变换^[43,44] 对其进行约化处理. 对于满足相同时间包络的两条跃迁耦合, 原三态系统可分解为独立的子空间: 其一是由对称态 $|s\rangle$ 和亮态 $|B\rangle = (\eta_{gs}|g\rangle + \eta_{se}|e\rangle)/\eta$ 构成的有效二态子空间; 另一

是与动力学完全解耦的暗态 $|D\rangle = (\eta_{se}|g\rangle - \eta_{gs}|e\rangle)/\eta$, 其中 $\eta = \sqrt{\eta_{gs}^2 + \eta_{se}^2}$, 如图 1(b) 所示. 这说明, 在新的 MS 基 $\{|D\rangle, |B\rangle, |s\rangle\}$ 下, 原三态系统的演化可等效看作暗态保持不变, 而亮态子空间中的两个态之间发生有效二态跃迁. 相应的酉变换矩阵为

$$W = \frac{1}{\eta} \begin{pmatrix} \eta_{se} & -\eta_{gs} & 0 \\ \eta_{gs} & \eta_{se} & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}. \quad (10)$$

在该变换下, 哈密顿量 (9) 表示为

$$H_{MS}(t) = WH_I(t)W^\dagger = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega(t)e^{i\phi} \\ 0 & \Omega(t)e^{-i\phi} & 0 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

由此可见, 变换后的哈密顿量中, 暗态对应的自由度与其余态完全解耦, 系统的动力学仅发生在 $|s\rangle$ 和 $|B\rangle$ 所构成的有效二态子空间中. 其中, $\Omega = \sqrt{\Omega_{gs}^2 + \Omega_{se}^2}$ 是有效二态子系统跃迁的拉比频率. 相应地, 系统的传播算符可以表示成

$$U_{MS} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & be^{i\phi} \\ 0 & -b^*e^{-i\phi} & a^* \end{pmatrix}, \quad (12)$$

式中, Cayley-Klein 参数 a 和 b 满足 $a = \cos \frac{\theta}{2}$ 和 $b = -i \sin \frac{\theta}{2}$, 这里 $\theta = \int \Omega(t) dt = \eta\pi$ 是总脉冲面积. 左上角元素 1 表明暗态在演化过程中保持不变; 右下角的 2×2 子块则描述亮态 $|B\rangle$ 与中间态 $|s\rangle$ 之间的演化. 再利用变换矩阵 W , 可将传播算符从 MS 基映射回原集体基 $\{|g\rangle, |e\rangle, |s\rangle\}$, 从而得到原三态系统的传播算符

$$U = W^\dagger U_{MS} W = \frac{1}{\eta^2} \begin{pmatrix} a\eta_{gs}^2 + \eta_{se}^2 & \eta_{gs}\eta_{se}(a-1) & \eta_{gs}\eta be^{i\phi} \\ \eta_{gs}\eta_{se}(a-1) & a\eta_{se}^2 + \eta_{gs}^2 & \eta_{se}\eta be^{i\phi} \\ -\eta_{gs}\eta b^*e^{-i\phi} & -\eta_{se}\eta b^*e^{-i\phi} & a^* \end{pmatrix}. \quad (13)$$

由 (13) 式可知, 如果要制备的目标 Bell 态 $|\psi_+\rangle = (|g\rangle + |e\rangle)/\sqrt{2}$, 则传播算符的矩阵元必须满足

$$a\eta_{gs}^2 + \eta_{se}^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\eta^2, \quad (14)$$

$$\eta_{gs}\eta_{se}(a-1) = \frac{1}{\sqrt{2}}\eta^2. \quad (15)$$

或者

$$a\eta_{gs}^2 + \eta_{se}^2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}\eta^2, \quad (16)$$

$$\eta_{gs}\eta_{se}(a-1) = -\frac{1}{\sqrt{2}}\eta^2. \quad (17)$$

求解方程组 (14-15) 式和 (16-17) 式可以分别得到确定性制备 $|\psi_+\rangle$ 的两组脉冲面积条件: 条件 1 (cd1)

$$(\eta_{gs}, \eta_{se}) = \pm \left(\sqrt{2 - \sqrt{2}}, -\sqrt{2 + \sqrt{2}} \right), \quad (18)$$

和条件 2 (cd2)

$$(\eta_{gs}, \eta_{se}) = \pm \left(\sqrt{2 + \sqrt{2}}, \sqrt{2 - \sqrt{2}} \right). \quad (19)$$

这两组条件都对应 $\eta = 2$ 以及 Cayley-Klein 参数 $a = -1$ 和 $b = 0$, 这意味着在 MS 基下, 亮态与对称态构成的独立二态子空间完成了一次脉冲面积为 2π 的闭合旋转. 注意, 这里仅考虑脉冲面积在 $[0, 2\pi]$ 范围内的解. 类似的, 对于目标 Bell 态 $|\psi_-\rangle = (|g\rangle - |e\rangle)/\sqrt{2}$, 也可以同样得到两组脉冲面积条件: 条件 1

$$(\eta_{gs}, \eta_{se}) = \pm \left(\sqrt{2 + \sqrt{2}}, -\sqrt{2 - \sqrt{2}} \right), \quad (20)$$

和条件 2

$$(\eta_{gs}, \eta_{se}) = \pm \left(\sqrt{2 - \sqrt{2}}, \sqrt{2 + \sqrt{2}} \right). \quad (21)$$

2.3 复合脉冲对方案

尽管满足上述脉冲面积条件的单脉冲对方案能够实现目标纠缠态的确定性制备, 但该方案保留了共振激发控制对参数误差较为敏感的典型缺点. 例如, 当脉冲面积存在一个小的偏移误差 σ 时, 目标 Bell 态制备的保真度会显著下降, 这一点将在后文图 3 中通过数值结果加以验证. 为克服这一缺陷, 本文进一步引入复合脉冲对方案, 即采用复合脉冲对替代单脉冲对 [45-52]. 复合脉冲方法的基本思想是: 用若干个相位不同的子脉冲构成一个脉冲序列, 并通过精心设计各子脉冲的相位参数, 使由系统参数偏差引起的低阶误差项在整体传播算符中相互抵消, 从而使实际传播算符在存在参数偏差时仍尽可能接近目标传播算符, 实现高保真且鲁棒的量子控制 [45].

由 2.2 节的结果可知, 在原集体态基下满足脉冲面积条件的一对激光脉冲, 在 MS 基下等效为亮态与对称态构成的独立二态子空间中的一个面积为 2π 的控制脉冲. 由此, 原三态系统中的鲁棒纠缠制备问题可转化为有效二态系统中的鲁棒旋转问题. 这样, 便可直接借助二态系统中成熟的复合脉冲设计方法, 实现原

体系目标纠缠态的高保真鲁棒制备. 二态子空间中单个脉冲的传播算符可表示为

$$U_{\phi}(\theta) = \begin{pmatrix} a & be^{i\phi} \\ -b^*e^{-i\phi} & a^* \end{pmatrix}. \quad (22)$$

由 N 个脉冲面积相同, 但相位不同的子脉冲组成的复合脉冲序列可以表示为

$$S_{\theta}^N = \theta_{\phi_N} \theta_{\phi_{N-1}} \cdots \theta_{\phi_2} \theta_{\phi_1}, \quad (23)$$

其整体传播算符可表示为各单脉冲传播算符按时间顺序的有序乘积

$$U^{(N)} = U_{\phi_N}(\theta) U_{\phi_{N-1}}(\theta) \cdots U_{\phi_2}(\theta) U_{\phi_1}(\theta), \quad (24)$$

这里每个子脉冲的面积都为 θ , 第 k 个子脉冲的相位为 ϕ_k . 这种构造对于激光脉冲实验系统是合理的, 因为实验上通常较易产生一串形状相同、整体参数仅存在系统性偏差的脉冲; 同时, 借助声光调制器、电光调制器或脉冲整形器, 也可以对各子脉冲分别施加预定相位, 因此相位可控的复合脉冲序列具有现实可操作性. 考虑奇数脉冲数 $N = 2n + 1$, 并假设相位序列关于脉冲中心对称, 即满足 $\phi_k = \phi_{N+1-k}$. 在这种对称构造下, 独立相位参数的数目可由 N 个降为 n 个, 从而降低相位优化的维数, 同时仍可保留对低阶误差项进行系统补偿的能力. 将整体传播算符的矩阵元 $U_{11}^{(N)}$ 关于脉冲面积误差 σ 作泰勒展开, 并令其前 n 个非零导数同时为零, 即可构造出一组关于相位参数的耦合非线性代数方程. 求解该方程组, 便可得到对脉冲面积误差具有系统抑制能力的复合脉冲序列.

在后续数值模拟中, 本文采用两类复合脉冲序列. 第一类序列 (M1) 通过直接对目标 2π 有效旋转对应的整体传播算符进行误差展开, 并求解所得耦合方程组来确定相位. 以 $N = 5$ 为例, MS 基下二态系统对应的复合脉冲序列可写为 [45]

$$A_0 A_{1.161\pi} A_{0.58\pi} A_{1.161\pi} A_0, \quad (25)$$

式中, 单个子脉冲的面积为 $A = 2\pi$, 从而总的脉冲面积为 10π . 映射回原集体态基后, 相应的三态系统复合脉冲对序列可表示为

$$B_0 B_{1.161\pi} B_{0.58\pi} B_{1.161\pi} B_0, \quad (26)$$

式中, $B = (\eta_{gs}\pi, \eta_{se}\pi)$ 表示单对子脉冲的面积分别为 $\eta_{gs}\pi$ 和 $\eta_{se}\pi$, 其中 η_{gs} 和 η_{se} 满足 2.2 节得到的脉冲面积条件.

第二类序列 (M2) 则是先构造鲁棒 π 复合脉冲 S_{π}^N , 再通过将两个相同的 S_{π}^N 拼接间接得到鲁棒 2π

复合脉冲序列 $S_\pi^N S_\pi^N$. 仍以 $N = 5$ 为例, MS 基下二态系统对应的复合脉冲序列为

$$C_0 C_{\frac{4\pi}{5}} C_{\frac{2\pi}{5}} C_{\frac{4\pi}{5}} C_0 C_0 C_{\frac{4\pi}{5}} C_{\frac{2\pi}{5}} C_{\frac{4\pi}{5}} C_0, \quad (27)$$

式中, 单个子脉冲的面积为 $C = \pi$, 因而总脉冲面积也为 10π . 映射回原集体态基后, 相应的三态系统复合脉冲对序列可表示为

$$D_0 D_{\frac{4\pi}{5}} D_{\frac{2\pi}{5}} D_{\frac{4\pi}{5}} D_0 D_0 D_{\frac{4\pi}{5}} D_{\frac{2\pi}{5}} D_{\frac{4\pi}{5}} D_0, \quad (28)$$

$D = (\eta_{gs}\pi/2, \eta_{se}\pi/2)$ 表示单对子脉冲的面积分别为 $\eta_{gs}\pi/2$ 和 $\eta_{se}\pi/2$. 由式 (25)-(28) 可见, 复合脉冲对方案的本质是在有效二态鲁棒控制的基础上, 经由 MS 逆变换重新映射到原三态系统中实现的. 这样既保留了目标 Bell 态解析制备所要求的脉冲面积条件, 又能够显著提升系统对脉冲面积误差的容忍能力.

3 分析与讨论

本节通过数值求解含时薛定谔方程, 对前文解析得到的脉冲面积条件及复合脉冲对方案的鲁棒性进行检验. 数值模拟中, 取脉冲包络函数为

$$f(t) = \sqrt{\frac{\pi}{2\tau_0^2}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau_0^2}\right), \quad (29)$$

式中 $\tau_0 = 1/\Delta\omega$ 为脉冲宽度. 为满足窄带宽条件, 取脉冲频谱带宽为 $\Delta\omega = 0.001\beta$.

3.1 脉冲面积条件及动力学路径分析

首先, 利用单脉冲对方案验证解析得到的脉冲面积条件. 图 2(a) 和 (d) 分别展示了目标 Bell 态 $|\psi_+\rangle$ 和 $|\psi_-\rangle$ 的保真度随脉冲面积 θ_{gs} 和 θ_{se} 变化的分布. 这里, 保真度定义为 $F = |\langle\psi_T|\psi_f\rangle|^2$, 其中, $|\psi_T\rangle$ 表示目标态, $|\psi_f\rangle$ 则是系统时间演化的末态. 当 $F = 1$ 时, 表示目标 Bell 态被完全制备. 从图中可以看到, 保真度极大值的位置与解析得到的脉冲面积条件完全一致, 其中, 对角两处极大值的位置对应脉冲面积条件 1, 斜对角的两处极大值位置对应脉冲面积条件 2. 为了进一步观察不同脉冲条件对于系统动力学的影响, 图 2(b) 和 (c) 分别展示了激光脉冲对在满足目标 Bell 态 $|\psi_+\rangle$ 制备的脉冲面积条件 1 和条件 2 时, 集体基 $\{|g\rangle, |e\rangle, |s\rangle\}$ 各能态的布居和目标态 $|\psi_+\rangle$ 的保真度随时间的演化, 而图 2(e) 和 (f) 则分别给出了目标态 $|\psi_-\rangle$ 的对应结果. 从图中可以发现, 无论采用脉冲面积条件 1 还是条件 2, 目标态的保真度都趋于 1, 表明这两组脉冲面积条件均能实现目标 Bell 态的确定性制备. 另一方面, 目标态 $|\psi_+\rangle$ 在脉冲面积条件 1 和条

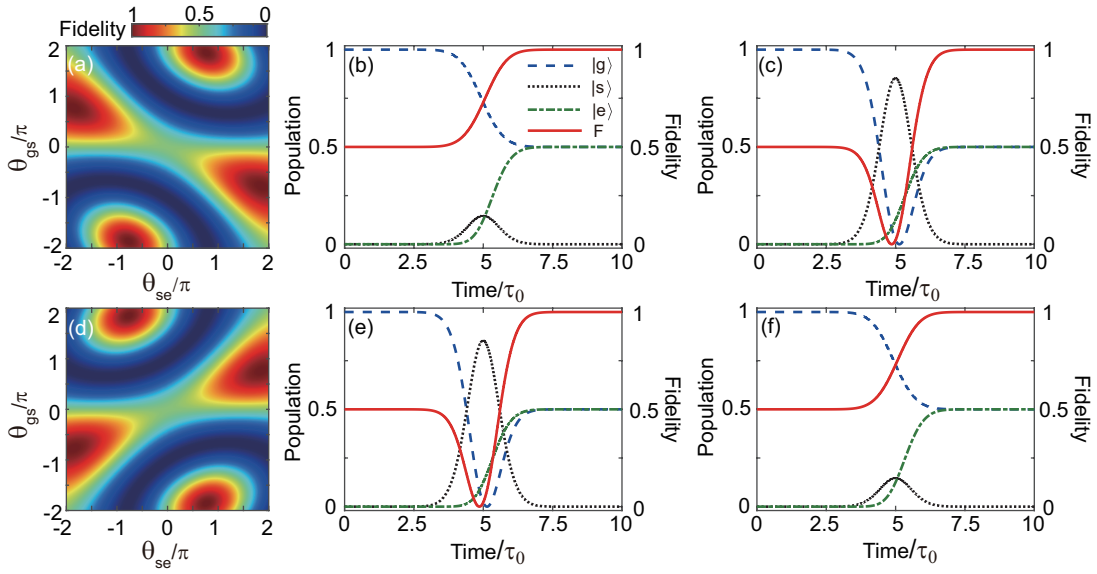


图 2 脉冲面积条件的数值模拟验证. (a) 目标 Bell 态 $|\psi_+\rangle$ 保真度随脉冲面积 θ_{gs} 和 θ_{se} 的变化; (b) 采用目标态 $|\psi_+\rangle$ 的脉冲面积条件 1 和 (c) 脉冲面积条件 2 时各能态布居和保真度随时间的演化; (d) 目标 Bell 态 $|\psi_-\rangle$ 的保真度随脉冲面积 θ_{gs} 和 θ_{se} 的变化; (e) 采用目标态 $|\psi_-\rangle$ 的脉冲面积条件 1 和 (f) 条件 2 时各能态布居和保真度随时间的演化

Fig. 2. Numerical verification of the pulse-area conditions. (a) Fidelity of the target Bell state $|\psi_+\rangle$ as a function of the pulse areas θ_{gs} and θ_{se} ; time evolution of the populations and the fidelity under (b) pulse-area condition 1 and (c) condition 2 for generating the target state $|\psi_+\rangle$; (d) fidelity of the target Bell state $|\psi_-\rangle$ as a function of the pulse areas θ_{gs} and θ_{se} ; time evolution of the populations and the fidelity under (e) pulse-area condition 1 and (f) condition 2 for generating the target state $|\psi_-\rangle$.

件 2 下的动力学演化, 分别与目标态 $|\psi_-\rangle$ 在脉冲面积条件 2 和条件 1 下的动力学演化一一对应. 因此, 后续数值分析中仅以目标态 $|\psi_+\rangle$ 为例进行讨论.

进一步比较图 2(b) 和 (c) 可以发现, 尽管脉冲面积条件 1 和条件 2 最终都能实现目标 Bell 态的高保真制备, 但其对应的动力学演化路径存在显著差异. 对于脉冲面积条件 1, $|g\rangle$ 态布居是从 1 逐渐减小到 0.5, 而中间态 $|s\rangle$ 在整个动力学演化过程中参与很弱, 其峰值布居不超过 0.2; 而对于脉冲面积条件 2, $|g\rangle$ 态布居是从 1 快速下降到 0, 随后再回升至 0.5, 而 $|s\rangle$ 的峰值布居高达 0.8. 其物理原因在于, 两组脉冲面积条件对应初态 $|g\rangle$ 在 MS 基中亮态 $|B\rangle$ 与暗态 $|D\rangle$ 上的投影权重并不相同. 对于脉冲面积条件 1, 初始态在亮态上的权重较小, 因此只有较少的概率幅参与有效旋转 $|s\rangle \leftrightarrow |B\rangle$, 大部分概率幅始终停留在解耦的暗态分量中, 从而表现为中间态 $|s\rangle$ 的占据始终较低; 而对于脉冲面积条件 2, 初始态在亮态上的投影显著

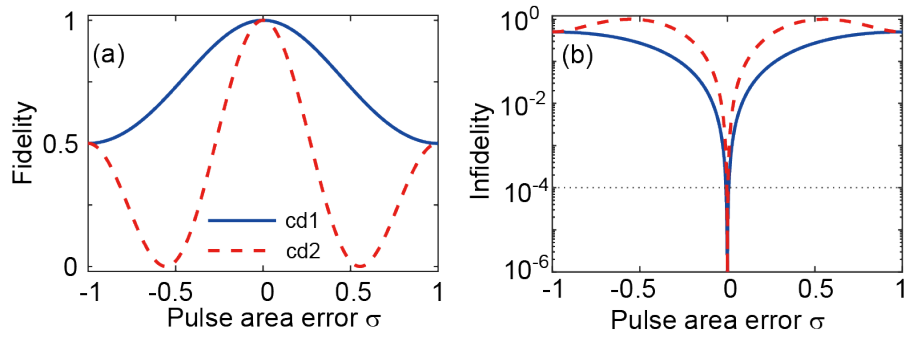


图 3 单脉冲对方案的鲁棒性. (a) 保真度和 (b) 不保真度随脉冲面积误差 σ 的变化曲线

Fig. 3. Robustness of the single pulse-pair scheme. (a) Fidelity and (b) infidelity as functions of the pulse-area error σ .

增大, 系统演化更依赖经由中间态 $|s\rangle$ 的级联转移, 因此中间态占据明显增强. 这表明, 不同脉冲面积条件虽然均可实现目标 Bell 态的高保真制备, 但其对应的动力学演化路径和中间态参与机制并不相同.

3.2 方案对脉冲面积误差的鲁棒性分析

接下来考察单脉冲对方案对于脉冲面积误差的鲁棒性. 脉冲面积误差通过将脉冲面积替换为 $\theta_k \rightarrow (1 + \sigma)\theta_k$ ($k = gs, se$) 引入, 其中 σ 为无量纲误差参数, $\sigma = 0$ 表示不存在脉冲面积误差, 这里假定脉冲对中的两束激光脉冲具有相同的相对脉冲面积偏差. 图 3(a) 展示了保真度 F 随脉冲面积误差的变化曲线. 可以看到, 无论采用脉冲面积条件 1 还是条件 2, 保真度都会随着 σ 偏离零值而迅速下降, 说明单脉冲对方案对脉冲面积误差较为敏感; 相比之下, 条件 1 的下降略缓于条件 2, 表明条件 1 所对应的演化路径对脉冲面积误差的敏感性相对较低. 为了更直观地比较两组脉冲面积条件在高保真区域的鲁棒性, 图 3(b) 进一步给出了不保真度 $1 - F$ 随脉冲面积误差变化的曲线. 本文将满足 $1 - F < 10^{-4}$ 的误差范围定义为高保真容错窗口. 对于脉冲面积条件 1, 其容错窗口约为 $\sigma \in [-0.008, 0.008]$; 而对于脉冲面积条件 2, 该容错窗口进一步缩小到 $\sigma \in [-0.003, 0.003]$. 这种差异与图 2 中所揭示的动力学机制直接相关. 对于脉冲面积条件 2, 系统演化更依赖经由中间态 $|s\rangle$ 的级联转移, 因此脉冲面积误差更容易通过中间态传递到末态, 从而导致目标态保真度对控制偏差更加敏感. 相比之下, 在脉冲面积条件 1 下, 初态在暗态分量上的占比较大, 而中间态的参与较弱, 因此系统对脉冲面积误差的敏感性相对较低.

为了评估复合脉冲对方案对脉冲面积误差的鲁棒性, 并比较两类复合脉冲序列 M1 和 M2 的性能, 图 4(a) 展示了在脉冲面积条件 1 下, 两类复合脉冲序列的保真度随脉冲面积误差的变化曲线. 可以看到, 在脉冲面积误差 $\sigma = 0$ 附近一定范围内, 保真度几乎保持不变, 形成了明显的高保真平台; 当 σ 进一步偏离

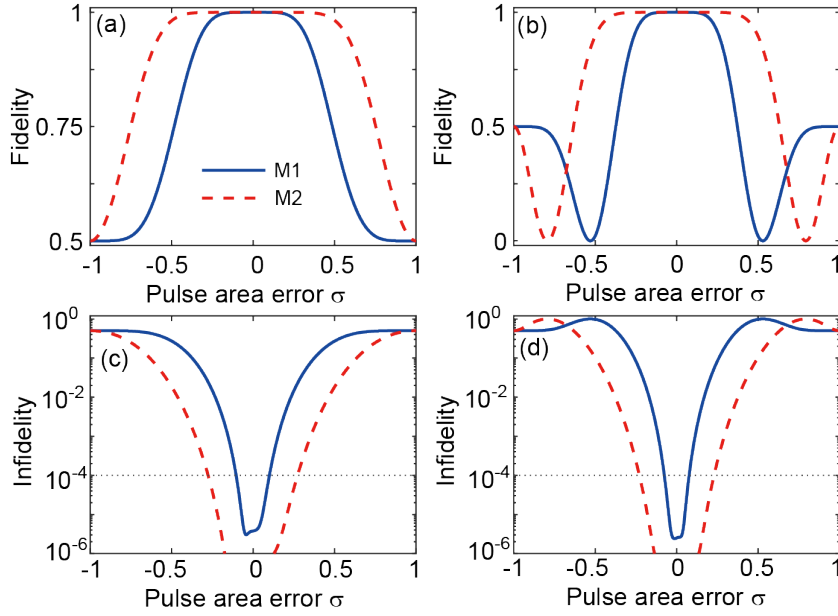


图 4 复合脉冲对方案的鲁棒性. (a, b) 保真度和 (c, d) 不保真度随脉冲面积误差 σ 的变化曲线. 其中, 左侧图对应脉冲面积条件 1, 而右侧图对应脉冲面积条件 2

Fig. 4. Robustness of the composite pulse-pair scheme. (a, b) Fidelity and (c, d) infidelity as functions of the pulse-area error σ . The left panels correspond to pulse-area condition 1, whereas the right panels correspond to pulse-area condition 2.

零值时, 保真度才开始逐渐降低. 与 M1 相比, M2 的高保真平台更宽. 这表明复合脉冲对方案相较单脉冲对方案能够显著增强系统对脉冲面积误差的鲁棒性; 同时, 在两类复合脉冲序列中, M2 的误差抑制能力优于 M1. 图 4(c) 则进一步展示了不保真度随脉冲面积误差的变化曲线. 从图中可知, 对于脉冲序列 M1 而言, 不保真度小于 10^{-4} 的容错窗口拓宽到 $\sigma \in [-0.104, 0.099]$, 相较单脉冲对方案提高约 12.7 倍; 而脉冲序列 M2 的容错窗口进一步拓宽到 $\sigma \in [-0.276, 0.272]$, 相较单脉冲对方案拓宽约 34 倍. 值得注意的是, M2 的鲁棒性优于 M1, 并非因为其由两个复合 π 脉冲串接而成, 而是源于二者在复合相位构造时所针对的泰勒展开工作点及误差消除阶数不同, 例如, 对 $N = 5$ 而言, M1 只能将脉冲面积误差压低到六阶 $O(\sigma^6)$, 而 M2 却能将脉冲面积误差压低到十阶 $O(\sigma^{10})$.

在脉冲面积条件 2 下, 复合脉冲对方案同样表现出显著增强的鲁棒性, 如图 4(b) 和 (d) 所示. 对于 M1, 容错窗口为 $\sigma \in [-0.075, 0.076]$; 而对于 M2, 相应窗口也进一步拓宽到了 $\sigma \in [-0.228, 0.229]$. 此外, 通过比较图 3 与图 4 可以发现, 无论是单脉冲对方案还是复合脉冲对方案, 脉冲面积条件 1 的鲁棒性始终优于条件 2. 这表明, 复合脉冲对方案虽然能够在不改变原有动力学路径特征的基础上显著提升系统的抗

误差能力, 但并不会改变不同演化路径之间原有的鲁棒性差异.

3.3 开放系统环境噪声的影响

为了进一步考察实际环境噪声对双激发 Bell 态制备保真度的影响, 本节在开放系统框架下对复合脉冲对方案进行数值检验. 需要指出的是, 前文所采用的级联三态模型来源于原始双二能级原子系统在集体态表象下的约化. 在无耗散情形下, 系统动力学可限制在 $\{|g\rangle, |s\rangle, |e\rangle\}$ 子空间内; 而在开放系统情形下, 局域衰减和纯退相干会直接作用于每一个原子. 因此, 本节从原始双二能级原子系统出发, 引入每个原子的局域自发衰减和纯退相干过程, 并采用 Lindblad 主方程描述开放系统动力学:

$$\dot{\rho}(t) = -i[H(t), \rho(t)] + \Gamma \sum_{j=1}^2 \mathcal{D}[S_j^-] \rho(t) + \gamma \sum_{j=1}^2 \mathcal{D}[S_j^{11}] \rho(t), \quad (30)$$

其中, Lindblad 超算符定义为

$$\mathcal{D}[C]\rho = C\rho C^\dagger - \frac{1}{2}(C^\dagger C\rho + \rho C^\dagger C), \quad (31)$$

这里, $H(t)$ 为裸态基 $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$ 下系统的总哈密顿量, $\rho(t)$ 为系统密度矩阵, Γ 和 γ 分别表示单个原子的自发衰减率和纯退相干率.

图 5(a)-(d) 给出了开放系统环境噪声对采用了不同脉冲序列和脉冲面积条件的四种复合脉冲对方案最终保真度的影响. 可以看到, 四种方案的保真度均随着 $\Gamma\tau_0$ 和 $\gamma\tau_0$ 的增大而降低, 说明原子的自发衰减和纯退相干会不可避免地降低目标 Bell 态的制备保真度. 另一方面, 不同复合脉冲对方案对环境噪声的敏感性并不相同. 由于 M1 复合脉冲序列的总作用时间仅为 M2 序列的一半, 耗散和退相干在演化过程中的累积效应较弱, 因此 M1 方案的保真度下降整体慢于 M2 方案. 进一步比较相同复合脉冲序列下不同脉冲面积条件的结果可知, cd1 条件下的保真度保持效果略好于 cd2 条件. 这一差异可归因于 cd1 条件下较弱的中间态参与, 使得制备过程受环境噪声引起的布居损耗和相干性衰减影响相对较小, 从而有利于在开放系统中维持较高保真度. 例如, 当 $\Gamma\tau_0 = \gamma\tau_0 = 2.6 \times 10^{-4}$ 时, M1cd1 方案的保真度仍可保持在 0.99 以上; 而 M2cd2 方案的保真度已经下降到约 0.97.

图 5(e) 和图 5(f) 进一步给出了两组固定环境噪声强度下不保真度随脉冲面积误差的变化. 可以看到, 当自发衰减和纯退相干强度较弱时, 复合脉冲对方案仍然能够在零脉冲面积误差附近形成较低的不保真度平台, 表明其对脉冲面积误差的抑制能力在弱耗散开放系统中仍具有较好的稳定性. 比较图 5(e) 和图 5(f) 可以发现, 当噪声强度从 $\Gamma\tau_0 = \gamma\tau_0 = 2.6 \times 10^{-4}$ 降低到 $\Gamma\tau_0 = \gamma\tau_0 = 0.8 \times 10^{-4}$ 时, 不保真度平台明显下移, 表明环境噪声主要决定了高保真区域中的不保真度下限, 而复合脉冲序列主要决定了该高保真平台

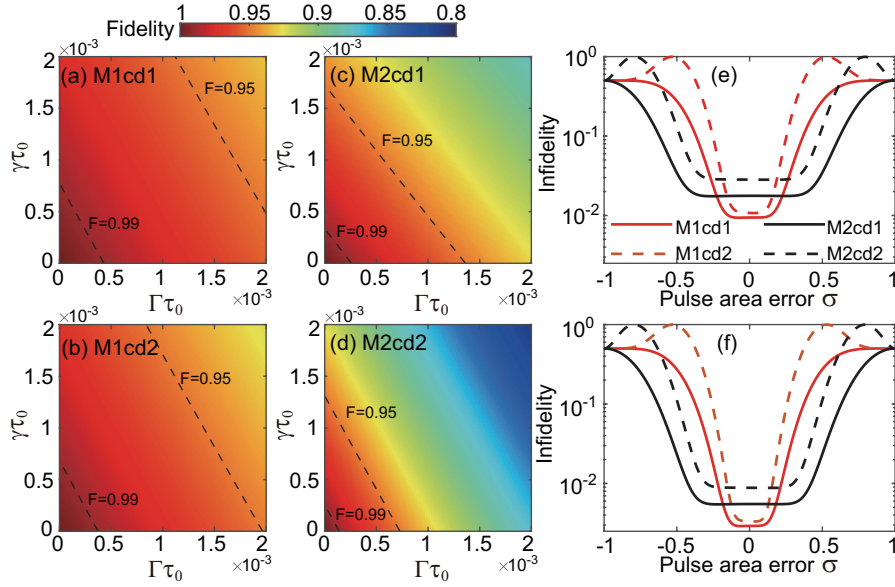


图 5 开放系统环境噪声对保真度的影响. 采用 (a) 脉冲序列 M1 和脉冲面积条件 cd1 (M1cd1), (b) 脉冲序列 M1 和脉冲面积条件 cd2 (M1cd2), (c) 脉冲序列 M2 和脉冲面积条件 cd1 (M2cd1) 和 (d) 脉冲序列 M2 和脉冲面积条件 cd2 (M2cd2) 的复合脉冲对方案下最终保真度随无量纲自发衰减强度 $\Gamma\tau_0$ 和纯退相干强度 $\gamma\tau_0$ 的变化; (e) 当 $\Gamma\tau_0 = \gamma\tau_0 = 2.6 \times 10^{-4}$ 和 (f) 当 $\Gamma\tau_0 = \gamma\tau_0 = 0.8 \times 10^{-4}$ 时, 不保真度随脉冲面积误差的变化.

Fig. 5. Effect of open-system environmental noise on the fidelity. Final fidelity as a function of the dimensionless spontaneous-decay strength $\Gamma\tau_0$ and pure-dephasing strength $\gamma\tau_0$ for the composite pulse-pair schemes using (a) pulse sequence M1 and pulse-area condition cd1 (M1cd1), (b) pulse sequence M1 and pulse-area condition cd2 (M1cd2), (c) pulse sequence M2 and pulse-area condition cd1 (M2cd1), and (d) pulse sequence M2 and pulse-area condition cd2 (M2cd2). Infidelity as a function of the pulse-area error for (e) $\Gamma\tau_0 = \gamma\tau_0 = 2.6 \times 10^{-4}$ and (f) $\Gamma\tau_0 = \gamma\tau_0 = 0.8 \times 10^{-4}$.

相对于脉冲面积误差的宽度. 总体而言, 图 5 的结果表明, 在合理的弱耗散和弱退相干参数范围内, 本文提出的复合脉冲对方案仍能保持较高制备保真度和较强脉冲面积误差鲁棒性. 其中, M1cd1 方案在所考虑的四种方案中表现出相对更好的开放系统稳定性; 而 M2 序列虽然在封闭系统中可提供更宽的脉冲面积误差容忍窗口, 但其较长的总作用时间也会带来更明显的环境噪声累积. 因此, 在存在环境噪声的实际物理平台中, 复合脉冲序列的选取不仅需要考虑其在封闭系统对控制误差的抑制能力, 还应考虑其总作用时间所带来的自发衰减和纯退相干累积效应.

3.4 讨论

此外, 激光频率漂移也是实际实验中的重要误差来源. 本文的解析脉冲面积条件是在严格共振条件下得到的, 因而失谐误差会影响 MS 约化的精确性和最终态制备保真度. 其中, 双光子失谐会破坏 $|g\rangle$ 与 $|e\rangle$ 分量之间的相对相位匹配, 使严格的暗态-亮态解耦条件不再满足, 因而对目标 Bell 态制备更为敏感. 因此, 实验实现中应优先保证双光子共振条件和光场相位稳定. 在双光子共振条件满足的前提下, 单光子失谐不会破坏 MS 亮暗态分解的基本结构, 但会使亮态子空间中的理想共振旋转变为失谐驱动, 从而引入附加动力学相位并降低制备保真度. 当单光子失谐远小于脉冲频谱带宽时, 可通过相位校准或相位修正部分补偿其影响; 当失谐增大至与脉冲频谱带宽可比时, 则可进一步采用能同时抑制脉冲面积误差和失谐误差的复合脉冲序列 [45,46].

对于噪声和失谐影响的分析表明, 实际体系中纠缠态制备的保真度通常受制备时间、耗散累积和控制误差共同限制. 在囚禁离子体系中, 高保真两比特纠缠门已经达到 10^{-3} 至 10^{-4} 量级误差, 其误差主要包括光子散射、运动模频率涨落、运动加热和自旋退相干等因素 [53,54]. 在中性里德堡原子体系中, 基于里德堡阻塞机制的纠缠门也可以实现很高实验保真度, 但里德堡态衰减、中间态散射以及激光频率和强度噪声仍是重要限制因素 [55–57]. 这些研究结果也表明了高保真纠缠制备不仅要求方案在理想相干动力学下能达到高保真目标态, 还要求其在有限制备时间内对主要控制误差和环境噪声具有一定容忍性.

从这一角度看, 本文方案的特点主要体现在以下几个方面. 在精确共振并忽略耗散的理想条件下, 目标双激发 Bell 态可由解析脉冲面积条件确定性制备. 在制备速度上, 本方案基于解析脉冲面积条件, 而非 STIRAP 类绝热跟随过程, 因此不需要满足慢变绝热条件; 其作用时间主要受到脉冲频谱带宽和偶极-偶极相互作用诱导能级分裂的共同约束. 在鲁棒性方面, MS 变换将原三态系统中的鲁棒制备问题转化为有效二态子空间中的鲁棒旋转问题. 在此基础上引入复合脉冲对, 可以系统性地抑制脉冲面积误差对保真度的影响.

4 结论

本文研究了双原子系统中双激发 Bell 态的全光学解析与鲁棒制备. 通过 MS 变换, 解析获得了目标 Bell 态制备的脉冲面积条件. 数值结果表明, 两组脉冲面积条件虽均可实现目标 Bell 态的高保真制备, 但其对应的动力学演化路径和中间态参与机制存在显著差异. 针对单脉冲对方案对脉冲面积误差敏感的问题, 本文进一步提出复合脉冲对方案, 并利用二态系统中的复合脉冲序列实现对原三态系统控制误差的系

统抑制, 显著增强了目标态制备的鲁棒性. 本文工作为双激发 Bell 态的高保真、鲁棒全光学制备提供了一种解析可控的理论方案, 并为相关实验研究和量子信息应用提供了有价值的理论参考.

参考文献

- [1] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki K 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 865
- [2] Nielsen M A, Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [3] Einstein A, Podolsky B, Rosen N 1935 *Phys. Rev.* **47** 777
- [4] Bell J S 1964 *Physics Physique Fizika* **1** 195
- [5] Amico L, Fazio R, Osterloh A, Vedral V 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 517
- [6] Xu W T, Rakovszky T, Knap M, Pollmann F 2025 *Phys. Rev. X* **15** 011001
- [7] Chitambar E, Gour G 2019 *Rev. Mod. Phys.* **91** 025001
- [8] O'Brien J L 2007 *Science* **318** 1567
- [9] Kuang L M, Chen Z B, Pan J W 2007 *Phys. Rev. A* **76** 052324
- [10] Guo Y, Kuang L M 2007 *J. Phys. B* **40** 3309
- [11] Guo Y, Deng H L 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 040309
- [12] Li T, Wang X Q, Xie Z H 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 160302 (in Chinese) [李涛, 王雪琦, 解志浩 2025 物理学报 **74** 160302]
- [13] Yin X R, Ma W P, Shen D S, Wang L L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 170304 (in Chinese) [尹逊汝, 马文平, 申冬苏, 王丽丽 2013 物理学报 **62** 170304]
- [14] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, Eibl M, Weinfurter H, Zeilinger A 1997 *Nature* **390** 575
- [15] Guo Y, Luo X B 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 060303
- [16] Liu S S, Lv Y H, Wang X T, Wang J B, Lou Y B, Jing J T 2024 *Phys. Rev. Lett.* **132** 100801

- [17] Bennett C H, Wiesner S J 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 2881
- [18] Mattle K, Weinfurter H, Kwiat P G, Zeilinger A 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 4656
- [19] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661
- [20] Bennett C H, Brassard G, Mermin N D 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 557
- [21] Jia W H, Saerens G, Talts U T, Weigand H, Chapman R J, Li L, Grange R, Yang Y M 2025 *Sci. Adv.* **11** eads3576
- [22] Gao X Q, Paneru D, Colandrea F D, Zhang Y W, Karimi E 2025 *Phys. Rev. A* **112** 012215
- [23] Maeder A, Chapman R J, Sabatti A, Finco G, Kellner J, Grange R 2026 *Light Sci. Appl.* **15** 43
- [24] Sackett C A, Kielpinski D, King B E, Langer C, Meyer V, Myatt C J, Rowe M, Turchette Q A, Itano W M, Wineland D J, Monroe C 2000 *Nature* **404** 256
- [25] Benhelm J, Kirchmair G, Roos C F, Blatt R 2008 *Nat. Phys.* **4** 463
- [26] Yi X X, Jin G R, Zhou D L 2001 *Phys. Rev. A* **63** 062307
- [27] Contreras-Pulido L D, Rojas F 2008 *Phys. Rev. A* **77** 032301
- [28] Zhang G Q, Feng W, Xiong W, Xu D, Su Q P, Yang C P 2023 *Phys. Rev. Appl.* **20** 044014
- [29] Jin Z Y, Jing J 2025 *Phys. Rev. A* **111** 022628
- [30] Resch M, Padurariu C, Kubala B, Ankerhold J 2026 *Phys. Rev. Res.* **8** 013218
- [31] Zou J, Zhang S, Tserkovnyak Y 2022 *Phys. Rev. B* **106** L180406
- [32] Kleinherbers E, Kelly S P, Tserkovnyak Y 2025 *Phys. Rev. Lett.* **134** 176703
- [33] Jiang D K, Zhai C L, Song Y J, Peng Z H, Yuan J B, Tang S Q, Lu W J 2024 *Phys. Scr.* **99** 055109
- [34] Wen M Z, Yu H W, Wang Z H 2025 *Phys. Rev. A* **111** 053711
- [35] Almutairi K, Tanaś R, Ficek Z 2011 *Phys. Rev. A* **84** 013831
- [36] Das S, Agarwal G S, Scully M O 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 153601

- [37] Guo Y, Luo X B, Ma S, Shu C C 2019 *Phys. Rev. A* **100** 023409
- [38] Chen T, Huang C X, Covey J P, Gadway B 2025 *Phys. Rev. Lett.* **135** 253402
- [39] Fan L B, Lu G B, Luo X B, Guo Y 2026 *submitted to Chin. Phys. B*
- [40] Shi X F 2021 *Phys. Rev. A* **104** 042422
- [41] Guo Y, Shu C C, Dong D, Nori F 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 223202
- [42] Wang J, Huang D Y, Zhou X L, Shen Z M, He S J, Huang Q Y, Liu Y J, Li C F, Guo G C 2025 *Phys. Rev. Lett.* **134** 240802
- [43] Morris J R, Shore B W 1983 *Phys. Rev. A* **27** 906
- [44] Kyoseva E S, Vitanov N V 2006 *Phys. Rev. A* **73** 023420
- [45] Torosov B T, Vitanov N V 2011 *Phys. Rev. A* **83** 053420
- [46] Genov G T, Schraft D, Halfmann T, Vitanov N V 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 043001
- [47] Dou F Q, Cao H, Liu J, Fu L B 2016 *Phys. Rev. A* **93** 043419
- [48] Torosov B T, Vitanov N V 2020 *Phys. Rev. Res.* **2** 043194
- [49] Zhang C, Liu Y, Shi Z C, Song J, Xia Y, Zheng S B 2022 *Phys. Rev. A* **105** 042414
- [50] Wu H N, Zhang C, Song J, Xia Y, Shi Z C 2023 *Phys. Rev. A* **107** 023103
- [51] Shi Z C, Wang J H, Zhang C, Song J, Xia Y 2024 *Phys. Rev. A* **109** 022441
- [52] Chernev P, Rangelov A 2025 *Phys. Rev. A* **112** 023120
- [53] Ballance C J, Harty T P, Linke N M, Sepiol M A, Lucas D M 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 060504
- [54] Hughes A C, Srinivas R, Löschnauer C M, Knaack H M, Matt R, Ballance C J, Malinowski M, Harty T P, Sutherland R T 2025 arXiv:2510.17286 [quant-ph]
- [55] Fu Z, Xu P, Sun Y, Liu Y Y, He X D, Li X, Liu M, Li R B, Wang J, Liu L, Zhan M S 2022 *Phys. Rev. A* **105** 042430

- [56] Evered S J, Bluvstein D, Kalinowski M, Ebadi S, Manovitz T, Zhou H, Li S H, Geim A A, Wang T T, Maskara N, Levine H, Semeghini G, Greiner M, Vuletić V, Lukin M D 2023 *Nature* **622** 268
- [57] Tsai R B S, Sun X, Shaw A L, Finkelstein R, Endres M 2025 *PRX Quantum* **6** 010331

录用稿件，
非最终出版稿

All-optical robust generation of two-excitation Bell states in a two-atom system*

GUO Yu LU Gengbiao FAN Libao[†]

(*Hunan Provincial Key Laboratory of Flexible Electronic Materials Genome Engineering,
School of Physics and Electronic Science, Changsha University of Science and Technology,
Changsha 410114, China*)

Abstract

High-fidelity generation of entangled states is a central task in quantum information processing. In this work, we propose an all-optical analytical and robust scheme for generating two-excitation Bell states in a two-atom system with dipole-dipole interaction. Owing to the interaction-induced splitting of the collective single-excitation states, the relevant dynamics can be restricted to a cascade-type three-state subspace under frequency-selective resonant optical driving. By applying the Morris-Shore (MS) transformation, the original three-state dynamics is decomposed into an effective two-state bright subspace and a decoupled dark state, which provides a transparent physical picture for the state-preparation process. Based on this reduced description, the pulse-area conditions required for deterministic generation of the target Bell states are obtained analytically. Numerical simulations confirm the validity of these analytical conditions and show that different pulse-area conditions can all lead to high-fidelity Bell-state generation. However, they correspond to distinct dynamical pathways and different degrees of intermediate-state participation. In particular, the pathway with weaker intermediate-state population exhibits better intrinsic tolerance to pulse-area deviations, whereas the pathway involving stronger cascade transfer is more sensitive to such

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12275033), and the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant No. 2022JJ30582).

[†] Corresponding author. E-mail: libaofanxv@foxmail.com (Corresponding author)

The First Author. E-mail: guoyu@csust.edu.cn

errors. To further suppress control imperfections, we introduce a composite pulse-pair scheme by mapping the robust preparation problem in the original three-state system onto a robust rotation problem in the MS bright subspace. The results show that the composite pulse-pair scheme can significantly broaden the high-fidelity error-tolerance window compared with the single pulse-pair scheme, while preserving the intrinsic robustness difference between different dynamical pathways. This scheme therefore combines analytical controllability with enhanced resistance to systematic pulse-area errors. The present study provides an error-resilient route for the all-optical generation of two-excitation Bell states and may offer useful theoretical guidance for future experimental implementations in interacting neutral-atom systems and other optically controllable quantum platforms.

Keywords: two-excitation Bell states; composite pulses; Morris-Shore transformation; pulse-area conditions

录用稿件，非最终出版稿