

直流载流与交变磁场耦合下高温超导线圈自适应 均质化建模*

申刘飞¹⁾²⁾ 张成¹⁾²⁾ 周文捷¹⁾²⁾ 翟雨佳¹⁾²⁾† 黄守道¹⁾²⁾

1) (湖南大学电气与信息工程学院 长沙 410082)

2) (海上风力发电装备与风能高效利用全国重点实验室, 长沙 410082)

摘 要

在大规模高温超导电力应用的实际运行中, 超导线圈常处于直流载流与外加磁场耦合的复杂电磁环境, 精确评估其交流损耗是保障系统热稳定性与电磁可靠性的关键。针对现有均质化技术在处理非均匀电流分布时, 易因划分梯度固定而产生数值阶跃、导致计算不连续及损耗偏差较大的问题, 本文提出一种基于动态边界捕捉的自适应均质化改进模型。该方法立足于电磁演变的动态极值特性, 首先通过场域解耦策略提取外加磁场动态极值, 并引入有效厚度修正抛物线解析方程, 实现了对非对称条件下临界边界空间位置与几何形状的精准捕捉。在此基础上, 通过构建抛物线梯度控制函数, 将动态划分策略映射至线圈子模型中, 有效平滑了子区域间的电流密度过渡, 消除了数值求解中的不连续性。以跑道型线圈为研究对象进行实验测量验证二维叠加近似均质化仿真模型的合理性, 然后分析了不同条件下 SAH 模型和传统的 LH 模型交流损耗计算的精度。对比分析表明, 在直流载流与交变磁场耦合的典型工况下, 传统 LH 模型的计算偏差随载流比增加而显著增大, 最高可达 20% 以上。本文提出的自适应模型能够准确表征不同电磁约束下电流密度的非线性演化规律, 将全工况下的数值计算偏差稳定控制在 7% 以内。该研究为高温超导涡轮机及大型磁体等复杂电磁系统的性能评估提供了可靠的理论支撑。

关键词: 高温超导线圈, 交流损耗, 均质化模型, 外加磁场

PACS: 84.71.Ba, 02.60.Jh, 02.70.-c

基金: 国家自然科学基金(批准号: 52177019)、国家重点研发计划(批准号: SQ2022YFB4200182)资助的课题。

† 通信作者.E-mail: yz378@hnu.edu.cn

第一作者.E-mail: xiaofei482@hnu.edu.cn

1 引言

高温超导体凭借其优异的临界电流密度，在高场磁体、储能、磁悬浮及风力涡轮机等大功率电力领域展现出显著的应用潜力^[1-6]。然而，在非稳态运行或暂态工况下，电磁响应引起的交流损耗不仅制约了低温系统的优化设计，更可能诱发超导装置的失超风险。因此，在复杂电磁环境下准确评估高温超导线圈 (High-Temperature Superconducting Coil, HTS 线圈) 的交流损耗，已成为超导设备设计与电磁优化的核心环节^[7,8]。目前，基于麦克斯韦方程组的有限元分析 (FEM) 是超导仿真的主流路径，其中 H 、 $T-A$ 和 $A-V$ 等公式在求解超导器件电磁特性方面表现出极高的精度^[9-12]。但在处理大规模超导应用时网格自由度激增，巨大的计算资源消耗成为制约数值仿真的瓶颈。

为突破这一限制，均质化有限元技术被广泛应用于大规模超导系统^[13-16]。其中，经典的对数正态分布均质化模型 (Lognormal Homogenized Model, LH) 通过将 HTS 带材等效为连续介质^[13]，并利用预设的几何划分策略缓解端部梯度效应，显著提升了大规模计算效率。然而，随着线圈匝数的增加，均质化单元的等效几何纵横比往往跨越厚板极限临界点 ($b/a > 10$)，导致磁通渗透模式发生本质转变^[17,18]。在此工况下，高背景磁场与直流载流耦合，诱发堆叠端部的磁场空间变化率剧增，导致电磁耦合表现出极强的空间非均匀性^[19]。传统的 LH 模型由于缺乏对磁通渗透模式非单调演变的动态表征^[20]，往往因空间分辨率不足而丢失物理细节，或因离散区域间的场强阶跃诱发数值奇异性，限制了其在大功率动态励磁工况下的应用精度。

针对这一问题，Grilli F 团队^[21]、西南交通大学马光同团队^[22]和等离子体物理研究所团队^[23]分别提出了带材压缩、电路耦合及多尺度均质化等策略。尽管这些方法在特定场景下提升了局部效应的解析度，但在处理背景磁场诱导的大规模电流梯度演化时，仍缺乏物理动态自适应性。为此，本文提出了一种基于动态边界捕捉的自适应均质化建模方法 (Self-Adaptive Homogenized Model, SAH)。该方法立足于电磁演变的动态极值特性，通过构建场域解耦的数值模型，并引入计及传输电流影响的带材有效厚度修正因子，从而标定非对称条件下区分临界区与亚临界区的抛物线型临界边界。在此基础上，通过推导梯度辅助函数 P 对数值模型进行自适应梯度分割，并利用 COMSOL with MATLAB 接口实现子区域数量与几何厚度的空间动态映射，有效抑制了因子区域间场强阶跃诱发的电流密度阶梯状分布。为验证模型性能，本文采用直线段和弯曲段双二维(2D)模型矢量叠加的近似

方法对 HTS 跑道型线圈进行了仿真模拟，并结合定制化实验平台验证参考模型的可行性。通过计算不同模型在复杂工况下的交流损耗，与参考模型进行多维度对比分析。结果证实，该模型在复杂外加磁场与直流载流耦合工况下，交流损耗计算展现出高精度与广泛适用性。

2 抛物线划分策略

在HTS堆栈中，当局部磁场强度显著超过全穿透磁场 H_p 时，超导层内部的磁场梯度在空间上恒满足 $|dB/dx| = \mu_0 J_c$ ^[24]。在交流激磁较小的亚临界状态下，磁场轮廓的动态振荡仅局限于带材表面的穿透深度范围内，而中心区域的场轮廓保持恒定。这意味着在一个完整的电磁周期内，通过两侧表面进入与离开的磁通量处于动态平衡，磁通线无法跨越中心区域。根据法拉第电磁感应定律，该中心区域的时间平均纵向电压恒为零。因此堆栈内部的合成磁场为：

$$B_z(t) = B_l + B_a \cos \omega t \quad (1)$$

其中 B_l 是沿 y 方向施加的直流传输电流 I 在超导层内部诱导产生的磁场， B_a 表示外加磁场。根据薄膜模型的等效分布规律，传输电流集中分布于高温超导带材的中心区域，其等效物理厚度由载流比决定，表示为 $2 \times D \times (I/I_{c0})$ ， D 为超导层厚度的一半。相应的，在中心层两侧分别存在厚度为 $(1 - (I/I_{c0})) \times D$ 的自由层^[25]。在外加磁场作用下，磁通从两侧自由层向内部渗透至完全覆盖时，对应的临界穿透阈值磁场 $B_{a,th}$ 可表达为：

$$B_{a,th} = \mu_0 J_{c0} D \times (1 - \frac{I}{I_{c0}}) \quad (2)$$

当 $B_z < B_{a,th}$ ，堆栈截面被划分为临界电流区与亚临界电流区。在亚临界区内，尽管感应电流密度非零，但法向磁场分量恒为零^[26]。几何纵横比 b/a 较小时，常规的各向异性均质介质近似法通常将堆栈临界边界简化为一条垂直于带材表面的直线^[27]。然而，这种线性近似强制抹平了电磁分布的真实曲率，忽略了堆栈结构中相邻匝间磁化电流产生的强屏蔽效应。虽然数值变分法^[28]能通过泛函极小化精确捕捉微观电流波动，真实还原层间屏蔽调控的空间拓扑结构，但其高昂的计算代价难以满足大规模线圈的工程需求。为此，本文采用体模型近似法^[29]修正临界电流密度和局部磁场的非线性依赖关系，通过提取电磁分布的非均匀特征，构建动态演化的抛物线型临界边界模型。

如图 1 所示，HTS 线圈截面临界区被外部磁场穿透并承载临界电流密度。而亚临界区由于受到外层屏蔽电流作用，内部磁场分量保持恒定。根据体模型近似法提取的电流演化特征，该抛物线边界方程可表述为：

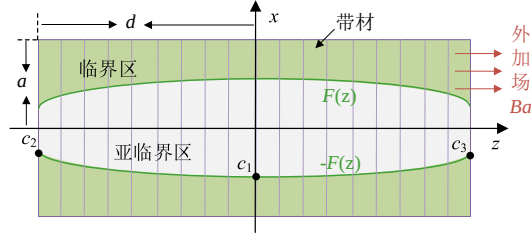


图 1 堆栈的抛物线临界边界

Fig. 1. Parabolic critical boundaries of stacked tapes.

$$F(z) = \pm \left(\frac{(c_2 + c_3)/2 - c_1}{q^2} z^2 + \frac{c_2 - c_3}{2q} z + c_1 \right) \quad (3)$$

其中 q 是表征磁通渗透轨迹曲率特征常数， c_1 定义为抛物线与 x 轴的交点坐标，而 c_2 和 c_3 分别是抛物线与超导堆栈的边界相交的坐标。为保证亚临界区满足 $B_z = 0$ ，本文构建如下目标函数^[29]：

$$f = \int_{-d}^d \int_{-F(z)}^{F(z)} B_z^2 dx dz \quad (4)$$

通过对方程(4)进行极小化求解，即可快速确定抛物线边界的空间位置。随后，如图 2 所示，模型引入梯度辅助函数 P （定义为抛物线的固定斜率 $P_m = F_m - F_{(m-1)}$ ）构建均质化跑道线圈的划分模型。该梯度控制方法通过对辅助函数进行等值分段，实现对求解域的非均匀子区域划分，划分后的数值模型通过 COMSOL with MATLAB 接口将几何拓扑直接映射至有限元模型中。

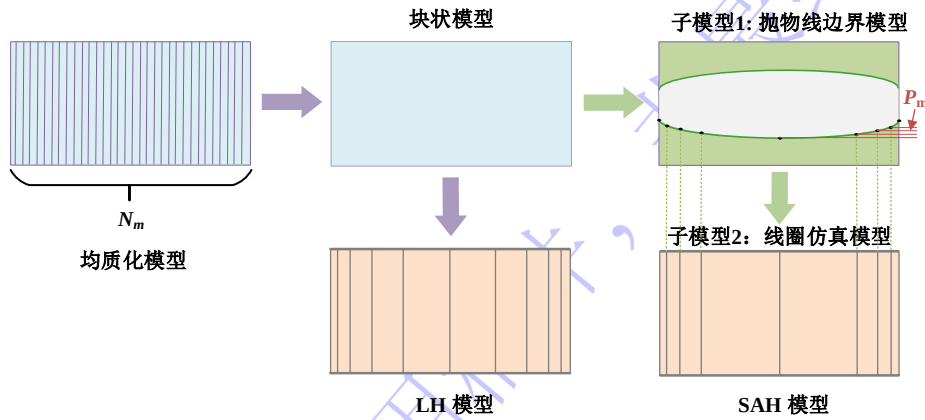


图 2 HTS 线圈截面的均质化划分模型

Fig. 2. Homogeneous models of the HTS coil cross-section.

SAH 模型能根据不同激励水平动态调节抛物线边界，自适应控制子区域的数

量与厚度，从而确保线圈截面不同子区域间电流密度的平滑过渡。这不仅有效抑制了传统 LH 均质化模型固定划分策略导致的阶梯状伪影与计算数值不连续性，也降低了由梯度剧烈演化引起的交流损耗计算误差。此外，全集成化耦合消除了额外数据处理造成的计算误差，显著提升了大规模超导系统仿真的鲁棒性。

3 理论模型

3.1 抛物线边界位置界定

需要指出的是，公式(3)-(4)确定的几何边界依赖于特定的瞬态物理场特征。因此，准确界定临界边界斜率达到峰值瞬态时的空间位置至关重要。在实际运行的 HTS 线圈中，局部电流密度的空间分布并非仅受控于单一外部激励，而是处于外加磁场与传输电流自场动态叠加的复杂矢量场中，因此本文建立了基于电流分布演化的特征判定准则。

鉴于直流稳态载流下磁场分布的稳态特征，本文提出了一种场域解耦与动态重构的计算策略。首先，将外部感应磁场与带材传输电流产生的自场进行物理去耦，通过捕捉交变磁场演化过程中斜率达到峰值的瞬态特征，确定抛物线边界的基准坐标。随后，通过识别该特征瞬态下的电磁演化轨迹，将外部场与自场进行矢量叠加运算，从而标定非对称边界条件下抛物线边界的实际演变特征。在 Bean 模型中^[28]：

$$J = \begin{cases} J_{c0} & -a < x < -w \\ 0 & |x| < w \\ -J_{c0} & w < x < a \end{cases} \quad (5)$$

$$B_z = \begin{cases} 0 & |x| < w \\ (|x| - w)J_{c0} & w \leq |x| < a \\ B_a & |x| > a \end{cases} \quad (6)$$

其中 J_{c0} 为堆栈截面自场下的临界电流密度， w 为临界边界，其定义为：

$$w = a(1 - \frac{B_a}{B_\delta}) \quad (7)$$

在施加的磁场作用下，中心涡流所穿透的磁场为：

$$B_\delta = wJ_{c0} \quad (8)$$

在所施加场动态演变的过程中，临界边界的空间分布随之发生偏移。受迈斯纳效应引发的屏蔽电流影响，在弱场作用下，堆栈边缘的法向磁分量 B_z 呈现不连

续特征。而依据安培环路定律，在穿透深度 λ 处的电流密度始终保持连续性，并随着外部场的单调增强，其分布特征逐步延伸至亚临界区域。因此，基于保形映射方法^[30]，可进一步推导出堆栈的电流密度解析式：

$$J = \begin{cases} J_{c0} & -a < x < -w \\ -\frac{2J_{c0}}{\pi} \arctan\left(\frac{x}{a} \sqrt{\frac{a^2 - w^2}{w^2 - a^2}}\right) & |x| < w \\ -J_{c0} & w < x < a \end{cases} \quad (9)$$

$$B_z = \begin{cases} 0 & |x| < w \\ B_f \ln \frac{|x| \sqrt{a^2 - w^2} + a \sqrt{x^2 - w^2}}{w \sqrt{x^2 - a^2}} & w \leq |x| < a \end{cases} \quad (10)$$

其中 B_f 是堆叠结构的特征磁场。在动态磁场环境下，超导带材内部的电流密度分布呈现出显著的磁滞特性，即其分布状态深度耦合于此此前经历的磁场极值。一旦磁场幅值超越该阈值，电流密度的演化行为将发生本质转变，呈现出单调变化的特征^[31]。因此，当外加磁场 B_a 达到其循环过程中的极大值瞬态时，其临界边界方程为：

$$w_0 = a \left(1 - \frac{B_{a\max}}{B_\delta}\right) \quad (11)$$

由此得出的电流密度为：

$$J = \begin{cases} -J_{c0} & -a < x < -w \\ J_{c0} \left[1 + \frac{4}{\pi} \arctan\left(\frac{x}{a} \sqrt{\frac{a^2 - w^2}{w^2 - a^2}}\right) \right] & -w < |x| < -w_0 \\ \frac{2J_{c0}}{\pi} \left[2 \arctan\left(\frac{x}{a} \sqrt{\frac{a^2 - w^2}{w^2 - a^2}}\right) - \arctan\left(\frac{x}{a} \sqrt{\frac{a^2 - w_0^2}{w_0^2 - a^2}}\right) \right] & |x| < w_0 \\ -J_{c0} \left[1 - \frac{4}{\pi} \arctan\left(\frac{x}{a} \sqrt{\frac{a^2 - w^2}{w^2 - a^2}}\right) \right] & w_0 < |x| < w \\ J_{c0} & w < x < a \end{cases} \quad (12)$$

$$B_z = \begin{cases} 0 & |x| < w_0 \\ B_f \ln \frac{|x| \sqrt{a^2 - w_0^2} + a \sqrt{x^2 - w_0^2}}{w_0 \sqrt{x^2 - a^2}} & w_0 \leq |x| < w \\ B_f \left(\ln \frac{|x| \sqrt{a^2 - w_0^2} + a \sqrt{x^2 - w_0^2}}{w_0 \sqrt{x^2 - a^2}} - 2 \ln \frac{|x| \sqrt{a^2 - w^2} + a \sqrt{x^2 - w^2}}{w \sqrt{x^2 - a^2}} \right) & w < |x| < a \end{cases} \quad (13)$$

当 $w = w_0$ 时，堆栈内部的磁化记忆被完全清除，此时电流密度与磁场的空间

分布遵循基于 w_0 状态下的本构方程，且对应临界电流密度取负值，标志着电磁状态的重新初始化。因此，本文将抛物线边界的基准物理位置定义为外加磁场 B_a 达到峰值时刻的特征坐标点。

此外，针对直流载流工况下的电磁响应，本文对经典薄膜模型进行了修正。考虑到传输电流产生的自场对超导层磁通渗透路径的压缩效应，堆栈的有效厚度被修正为：

$$2d' = 2(1-i)d \quad (14)$$

因此，方程(7)中的临界边界位置调整为：

$$w = a / \cosh(B_a / B_f) \quad (15)$$

其中：

$$B_f = \mu J_c / \pi \times (2d') \quad (16)$$

在电磁特征演化的过程中，随着直流传输电流的叠加，特征磁场 B_f 与特征方程(15)中的 w 均呈现减小趋势，临界边界向亚临界区域动态偏移。其本质是由直流载流产生的自场与外部磁场叠加后所诱发的显著电磁特性^[32]。为了确保模型数值计算的自洽性，本文对 HTS 线圈临界区域的磁场分布进行了重构，从而表征这种由垂直梯度引起的场域偏移：

$$B(\pm w) = B_a \mp \mu_0 i / 2d \quad (17)$$

通过联立方程(13)(15)(17)，本文构建了外加磁场与直流载流协同作用下 HTS 线圈临界边界的动态定位解析模型。该方法通过引入有效厚度修正与场域解耦策略，表征了由外加磁场和传输电流自场叠加所诱发的电磁非对称响应，从而在物理本构层面确保了临界边界动态偏移特征的自洽性。

3.2 抛物线边界基本方程

在确定了抛物线边界的特征瞬态后，为进一步获得其数学表达式，本文采用积分方程法引入了外加磁场与感应表面电流的耦合机制^[33]。通过绕过复杂的全域网格剖分，其积分算子仅作用于待求解的 HTS 线圈截面上非均匀分布的电流密度。基于 Biot-Savart 定律和 E - J 幂律本构关系，磁矢量势 A 可以表示为：

$$A = A_J + A_{ext} \quad (18)$$

其中 A_J 和 A_{ext} 分别代表电流密度 J_{c0} 和外部场 B_{ext} 的磁矢量势。磁场可以表示

为:

$$\nabla^2 A_J = -(\mu_0 J + \nabla^2 A_{\text{ext}}) \quad (19)$$

由于背景场是由电流源 J_{ext} 产生的, 并且该场遵循 $\nabla A_{\text{ext}} = -\mu_0 J_{\text{ext}}$ 的规律。因此, 当 A_{ext} 处于稳定场时, $\nabla A_{\text{ext}} = 0$, HTS 线圈仅受施加的外加磁场影响。因此在无限长模型中, 我们将整个堆栈划分为 N 个单元, 如图 3 所示, 编号为 $i = 1, 2, \dots, N$, 每个单元都具有均匀的电流密度 J_i 。在区域 i 中心的磁矢量势表示为^[30]:

$$A_i = A_{\text{ext},i} + \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{j=1}^N K_{ij} J_j \quad (20)$$

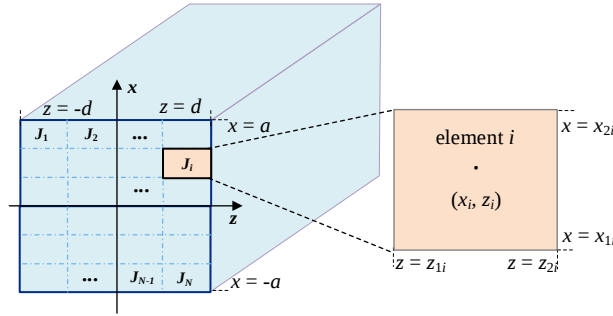


图 3 无限长模型中电流密度均匀的划分单元

Fig. 3. Uniformly divided elements for current density in an infinite-length model.

元素 K 可以表示为^[34]:

$$K_{ij} = - \int_{z_{1j}}^{z_{2j}} \int_{x_{1j}}^{x_{2j}} \ln(\sqrt{(x_i - x')^2 + (z_i - z')^2}) dx' dz' \quad (21)$$

其中 $x_{1j} < x < x_{2j}$, $z_{1j} < z < z_{2j}$ 。元素 i 的中心定义为 (x_i, z_i) 。令 $u = x_i - x'$, $v = z_i - z'$,

则元素 K 可以表示为:

$$K_{ij} = -\frac{1}{2} \left[g(u, v) \right]_{u=x_i-x_{1j}}^{u=x_i-x_{2j}} \Big|_{v=z_i-z_{1j}}^{v=z_i-z_{2j}} \quad (22)$$

$$g(u, v) = uv(\ln(u^2 + v^2) - 3) + u^2 \arctan\left(\frac{v}{u}\right) + v^2 \arctan\left(\frac{u}{v}\right) \quad (23)$$

每个区域在 y 方向上都具有电流密度 J_i , 则在点 (x, z) 处的矢量势表示为:

$$A_y(x, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} J \left[u \ln(u^2 + (z_i - z_{1j})^2) - 2u + 2(z_i - z_{1j}) \arctan\left(\frac{u}{z_i - z_{1j}}\right) \right]_{u=x_i-x_{1j}}^{u=x_i-x_{2j}} \quad (24)$$

考虑磁矢量和磁场分布情况^[27]:

$$\begin{cases} A(x, z) = \hat{y} A_y(x, z) \\ B(x, z) = \hat{x} B_x(x, z) + \hat{z} B_z(x, z) \end{cases} \quad (25)$$

最终计算结果为：

$$\begin{cases} A_y = -(\mu_0 J_y / 4\pi) \left[\left[uv(\ln(u^2 + v^2) - 3) + u^2 \arctan\left(\frac{v}{u}\right) + v^2 \arctan\left(\frac{u}{v}\right) \right]_{u=X-X_1}^{X-X_2} \right]_{v=Z-Z_1}^{Z-Z_2} \\ B_x = -(\mu_0 J_y / 2\pi) \left[\left[u(\ln(u^2 + v^2)^{1/2} - 1) + v \arctan\left(\frac{u}{v}\right) \right]_{u=X-X_1}^{X-X_2} \right]_{v=Z-Z_1}^{Z-Z_2} \\ B_z = (\mu_0 J_y / 2\pi) \left[\left[v(\ln(u^2 + v^2)^{1/2} - 1) + u \arctan\left(\frac{v}{u}\right) \right]_{u=X-X_1}^{X-X_2} \right]_{v=Z-Z_1}^{Z-Z_2} \end{cases} \quad (26)$$

相应的，由于图 4 中的圆形 HTS 线圈关于轴对称，其方程 A_r 则变为：

$$A(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{J_j \theta'}{|r - r'|} r' dr' dz' d\theta' \quad (27)$$

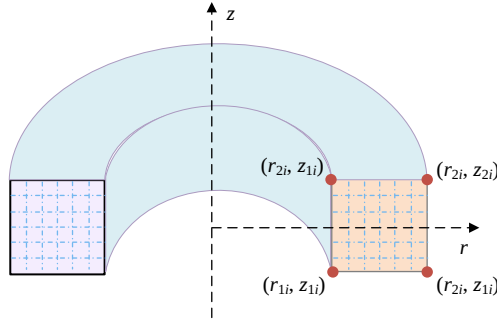


图 4 轴对称模型中电流密度均匀的划分单元

Fig. 4. Uniformly divided elements for current density in an axisymmetric model.

则元素 K 的表达式表示为：

$$K_{ij} = \int_0^\pi \int_{r_{1j}}^{r_{2j}} \ln \left(\frac{\sqrt{(z_i - z_{1j})^2 + r_i^2 + r'^2 - 2r_i r' \cos(\theta')} + (z_i - z_{1j})}{\sqrt{(z_i - z_{2j})^2 + r_i^2 + r'^2 - 2r_i r' \cos(\theta')} + (z_i - z_{2j})} \right) \cos(\theta') r' dr' d\theta' \quad (28)$$

则方程(24)中的矢量势修改为：

$$A_\theta(r, z) = \frac{\mu_0 J_j}{2\pi} \int_0^\pi \int_{z_1}^{z_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{\cos(\theta')}{\sqrt{(z - z')^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\theta')}} r' dr' dz' d\theta' \quad (29)$$

将其带入到方程(25)中即可求出轴对称 HTS 线圈最终的磁矢量势和磁场分布表达。同时，为表征超导材料临界电流密度的场依赖特性，本文在数值框架中引入了自洽迭代模型。该模型通过耦合局部磁场与电流密度的动态演化，构建了如下非线性本构方程：

$$J = f(B_z) = \begin{cases} J_{c0} \frac{B_0}{B_0 + |B_z(x, z) + B_a|} & F(z) < |x| < a \\ 0 & |x| < F(z) \end{cases} \quad (30)$$

$$B_z = f(J) = \sum_x \sum_z B_z(J) \quad (31)$$

通过捕捉外加激励磁场 B_a 达到峰值瞬态时的电流密度分布，可精准标定抛物线临界边界的空间几何特征。其执行逻辑流程图如下图 5 所示，该模型能够实现子区域的精细化重构，有效抑制交流损耗计算过程中因数值不连续性而引起的振荡与误差，显著提升均质化模型的鲁棒性与准确性。

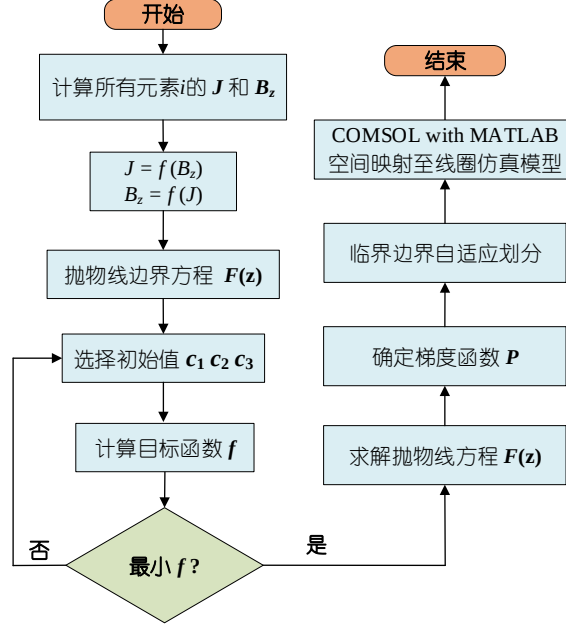


图 5 SAH 模型执行逻辑流程图

Fig. 5. SAH model execution logic flowchart.

4 仿真建模与实验分析

针对 HTS 跑道型线圈全三维仿真模型计算维度高、网格自由度激增的问题，本文采用了基于均质化叠加的降维求解策略。根据磁场分布的对称性特征^[34]，本文将线圈直线段等效为无限长堆叠模型进行近似。据此，通过空间拓扑解构，将复杂的三维物理场分解为轴对称（圆弧段）与纵向对称（直线段）两个二维子模型进行独立求解，如图 6 所示。最终的电磁特性由两个二维子模型的计算结果矢量叠加而成。这种叠加近似建模方案通过剥离非核心维度的复杂耦合，在保留关键电磁演化特征的同时，显著提升大规模 HTS 线圈的计算效率。

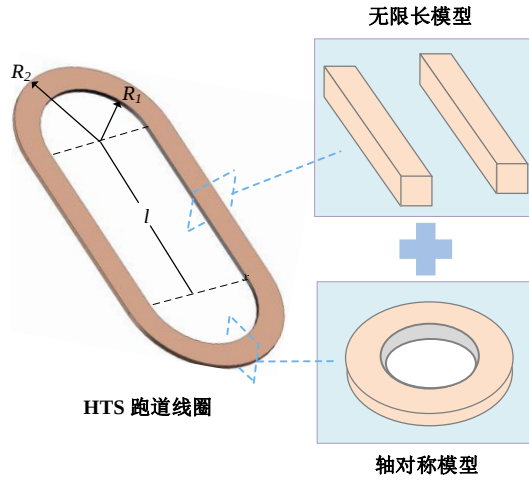


图 6 三维 HTS 跑道线圈近似模型

Fig. 6. Approximate 3D model of an HTS racetrack coil.

为了评估所提出模型的性能，本文选取均质化模型作为参考基准，并将其计算结果与本文提出的 SAH 模型及传统的 LH 模型进行了对比分析。在工频垂直磁场激励下，通过各模型的仿真获得了磁场演化、电流密度分布及交流损耗计算值。同时，为验证 SAH 模型在复杂工况下的准确性与普适性，本文构建了一套高精度电磁特性测试平台。实验选取包含 60 匝上海超导 YBCO 带材绕制的跑道型线圈，临界电流 I_{c0} 为 149.55 A，其几何结构如图 7 所示，由两个直线段和弯曲段组成。HTS 带材在线圈截面内呈规律性排布，详细几何参数与临界特性如表 1 所示。

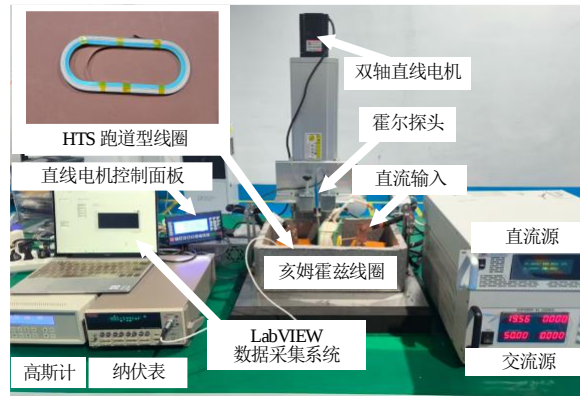


图 7 直流线圈在外加磁场下的交流损耗实验测量平台

Fig. 7. Experimental setup for measuring the AC losses of a DC-carrying coil under external fields.

表 1 HTS 跑道线圈的几何参数

Table 1. Geometrical parameters of the HTS racetrack coil.

参数	值
YBCO 带材宽度 $2a$	4 mm
YBCO 带材超导层厚度 $2D$	1E-3 mm

HTS 跑道线圈内半径 R_1	20 mm
HTS 跑道线圈外半径 R_2	27.2 mm
HTS 跑道线圈直线轴长 l	70 mm
HTS 跑道线圈匝数 N_m	60
HTS 跑道线圈厚度 $2d$	7.2 mm

实验过程中，HTS 线圈稳固安装于环氧树脂绝缘支架上，并置于低温容器腔体中心的交流磁场发生器内。磁场激励由 IUXPOWER 交流电源驱动亥姆霍兹线圈产生，其垂直磁场幅值最大可达 0.35 T。传输电流由 SP32VDC 4000W 高精度直流电源提供。为确保背景磁场的精确表征，利用双轴直线平移台搭载 LakeShore 425 高斯计进行空间精密定位，消除几何偏差带来的测量误差。此外，感生瞬态电压信号通过 KEITHLEY 2182A 纳伏表进行高灵敏度采集，从而确保获取的实验数据具备高可靠性。

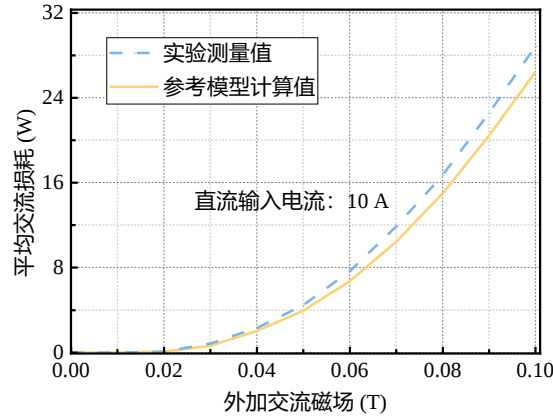


图 8 HTS 线圈在不同外加磁场幅值下的平均交流损耗(直流电流 $I_{dc} = 10A$)
Fig. 8. Average AC losses of HTS coils under different applied fields ($I_{dc} = 10A$).

图 8 显示了参考模型结果与实验测量值在不同外加磁场幅值下的对比情况。对比分析表明，基于二维叠加近似模型的计算结果与实验测得的演变趋势吻合，但在数值上存在一定的区间偏差，在 0.1T 磁场中该偏差达到 8.43%。这种误差除了设备测量和无限长近似模型计算影响因素，主要来源于直线段与圆弧段的过渡区域在两部分矢量合成场中产生了端部磁场畸变。这种畸变导致衔接处的磁通穿透深度较之规则截面更为显著，进而诱发了额外的局部交流损耗。目前的二维叠加近似模型由于忽略了该衔接处的场强畸变，导致最终的整体损耗计算结果略低于实验值。这一分析证明了我们构建的参考模型在仿真计算中的可行性。基于此，本文进一步引入不同的均质化策略对线圈划分区域进行拓扑重构，其划分结果如图 9 所示。

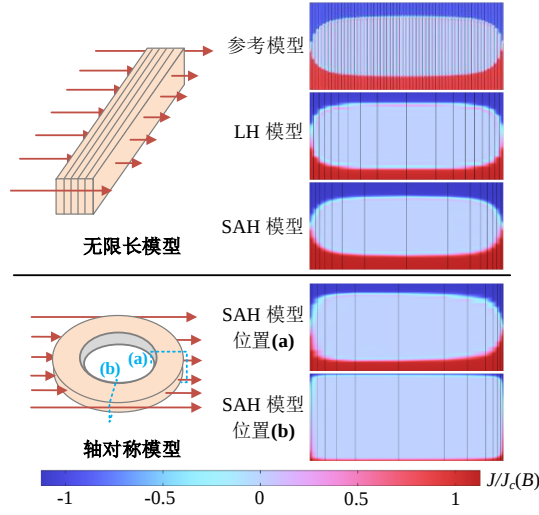


图 9 跑道线圈无限长模型和轴对称模型的归一化电流密度 $J/J_c(B)$ ($t = 15 \text{ ms}$, $B_a = 0.1 \text{ T}$)

Fig. 9. Normalized current density distributions $J/J_c(B)$ for infinite-length and axisymmetric models of a racetrack coil ($t = 15 \text{ ms}$, $B_a = 0.1 \text{ T}$).

图 9 展示了在 0.1 T 外加磁场作用下($t = 15 \text{ ms}$)不同仿真模型的归一化电流密度分布。正如预期所示, HTS 线圈感生屏蔽电流阻碍了磁通量的进一步穿透, 导致电流穿透深度从中心向两侧逐渐增加。在传统的 LH 模型中, 由于预设的固化划分策略难以匹配端部剧烈演化的电磁梯度, 导致空间分辨率不足以捕捉真实的物理演变特征, 使得截面上的电流密度呈现明显的阶梯状伪影与发散现象。相比之下, 本文提出的 SAH 模型凭借梯度辅助函数 P 实现了子区域的自适应重构, 其端部电流分布特征与参考模型高度重合。

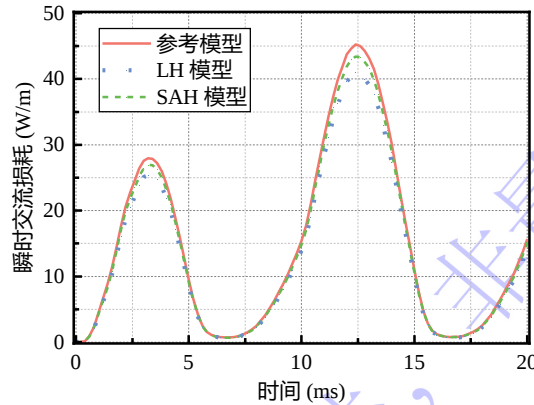


图 10 HTS 线圈无限长模型瞬时交流损耗

Fig. 10. Instantaneous AC losses of an infinite-length HTS model.

从图 10 无限长堆栈模型的瞬态交流损耗分析中可以发现, LH 模型因电流密度的阶梯状不连续分布导致数值积分过程中能量耗散被低估。其平均交流损耗计算值为 13.132 W/m , 相比于参考模型(14.487 W/m)产生了 9.35% 的负向偏差。而

SAH 模型通过平滑梯度演化，其损耗轨迹与参考模型保持了高度的物理一致性，平均交流损耗计算值为 13.914W/m，将相对误差缩小至 3.96%，相比于传统 LH 模型的交流损耗计算精度实现了显著提升。

此外，图 9 揭示了无限长堆叠模型与轴对称模型在电流密度分布上的显著差异。在垂直背景磁场下，轴对称模型内侧受到相邻线圈的影响，导致外侧半径处的电流穿透深度始终大于内侧。受此非对称物理场驱动，在 SAH 模型的自适应重构过程中，特征方程(3)的几何参数 c_1 向左侧偏移，使得 c_2 和 c_3 突破传统的对称性约束。反映在仿真离散层面，表现为线圈左侧子区域的划分密度明显稀疏于右侧。这种非对称调整机制证明了 SAH 均质化划分策略在复杂激励条件下的物理可行性与数值鲁棒性。

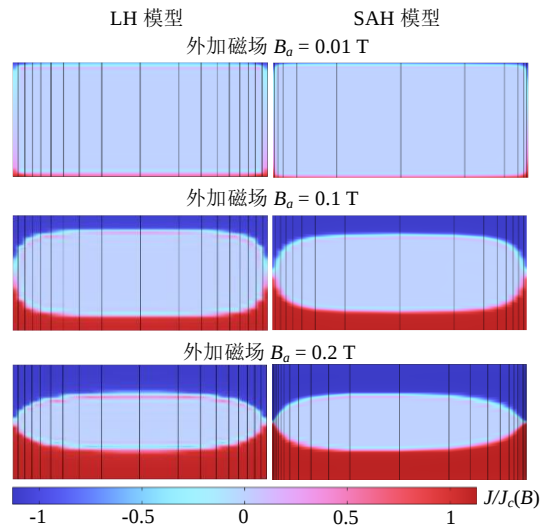


图 11 跑道线圈无限长模型不同外加磁场下的归一化电流密度 $J/J_c(B)$

Fig. 11. Normalized current density distributions $J/J_c(B)$ for infinite-length models under different fields.

为了进一步评估模型在不同激励强度下的普适性，本文对比分析了不同磁场幅值下的电流密度分布，并计算了 HTS 跑道型线圈平均交流损耗，如图 11 和图 12 所示。研究发现，随着外加磁场幅值的增加，传统 LH 模型因固化的空间分辨率难以适应梯度的局部变化，导致电流密度的阶梯状分布愈发显著。这种数值上的不连续性直接导致了平均交流损耗计算误差，在 0.1T 外加磁场中其与参考模型的相对误差高达 16.82%。相比之下，SAH 模型凭借梯度控制的自适应策略，在电流梯度平缓的低场强区域自动保持较少的划分数量以优化计算资源。而随着磁场幅值增加，SAH 模型自动在堆栈边缘实施更为精细的离散化处理。这种基于抛物线边界梯度的 SAH 均质化划分策略确保了电流密度在全工况下均保持平滑

且连续的物理特性，将 0.1T 外加场下 LH 模型 16.82% 的计算误差大幅压缩至 5.19%，交流损耗的计算精度始终维持在高水平。

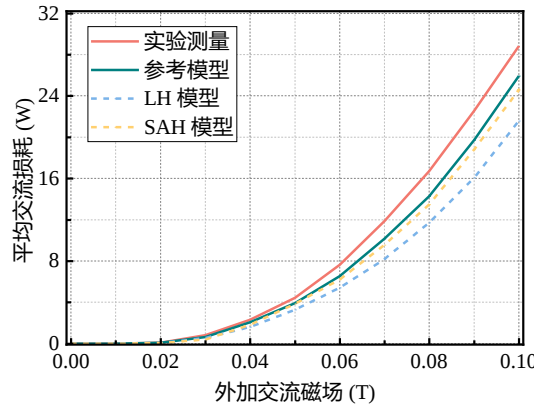


图 12 HTS 跑道线圈模型在不同外加磁场下的平均交流损耗

Fig. 12. Average AC losses of the HTS racetrack coil model under different fields.

由于传统 LH 模型在不同激励幅值与线圈匝数工况下均表现出相似的空间分辨率受限特征^[20]，其子区域间的电流密度演变始终呈现一致的阶梯状跳跃分布。鉴于这种数值偏差规律在不同物理尺度下的一致性与可预见性，本文不再对线圈匝数的影响进行冗余分析，而是将研究重点转向更为复杂的非对称电磁工况，以全面评估所提出的 SAH 模型的普适性。

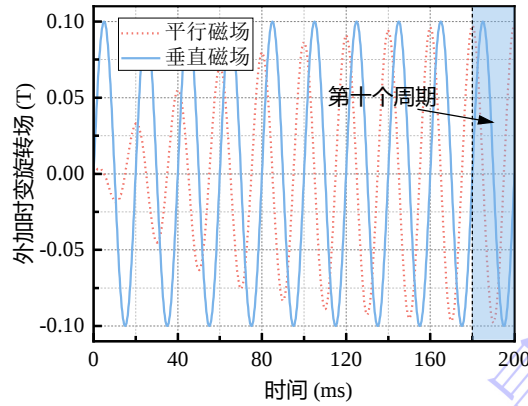


图 13 外加旋转磁场

Fig. 13. Rotating applied magnetic field.

为进一步探究 SAH 模型在复杂工况下的鲁棒性，本文以无限长模型作为研究对象，引入了旋转磁场激励并施加了较大规模的直流传输电流 I_{dc} 。在电流-外加磁场耦合下，局部的电流密度分布不再仅受外部激励的单一度量，而是由外部磁场与传输电流诱发的自场矢量叠加共同决定。通过对一维磁场方程进行修正，我们在狄利克雷边界条件中引入一个指数阶跃函数实现旋转磁场激励^[20]。图 13 显示，随着旋转周期的增加，施加的磁场逐渐趋于稳定。为了最大限度地减小由磁场波动引起的误差，我们选取第十个周期作为分析截面交流损耗的参考点。

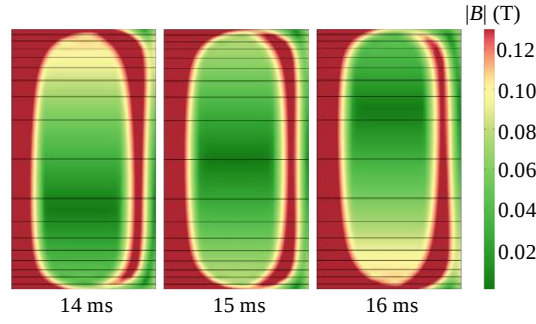


图 14 $I_{dc} = 30\text{A}$, $B_a = 0.1\text{T}$ 激励条件下截面不同时刻的磁场分布

Fig. 14. Magnetic field distribution across the cross-section at different times under excitation conditions $I_{dc} = 30\text{A}$, $B_a = 0.1\text{T}$.

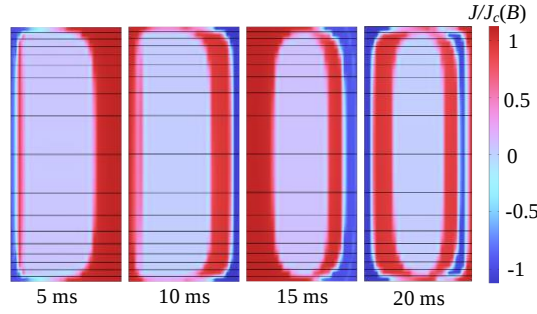


图 15 $I_{dc} = 30\text{A}$, $B_a = 0.1\text{T}$ 激励条件下截面不同时刻的电流密度分布

Fig. 15. Current density distribution across the cross-section at different times under excitation conditions $I_{dc} = 30\text{A}$, $B_a = 0.1\text{T}$.

图 14 和图 15 清晰地展示了无限长模型中磁场以及电流密度非线性叠加与局部抵消的动态演化过程。在磁场趋近负峰值时刻 ($t = 14\text{ ms}$)，合成磁场呈现显著的非对称性，截面右侧的磁通密度因矢量抵消而发生弱化，且场强分布在上下端产生明显漂移。这种固有的电磁非对称性重塑了各子区域的磁通穿透深度，并驱动亚临界区域的中心位置向右侧偏移，且随着直流传输电流激励水平的提升，这种拓扑偏移现象愈发显著(见图 11 和图 15)，其演变规律在定量上与方程(15)和(17)所预测的解析趋势保持高度一致。此外，随着背景磁场从零点向负峰值单调递减，临界边界的演化速率显著激增，导致其抛物线斜率呈现出剧烈的增大趋势。这一现象归因于作用在方程(20)和(24)中每一个离散网格点上的自场经过矢量叠加具有固有的非均匀性，导致电流密度表现出更为显著的非线性特征，在截面两侧形成了梯度斜率更为陡峭的抛物线边界。因此，方程(1)的均质化划分准则必须以磁化电流与直流传输电流矢量同向的区域作为核心判据。正是由于该区域的最大抛物线边界曲率，决定了模型在极端非对称工况下的计算精度。

我们根据其最大抛物线边界曲率对线圈有限元模型进行自适应均质化划分，并对其变载流下的平均交流损耗进行了定量分析，结果如图 16 所示。数据表明，随着直流传输电流的提升，LH 模型的计算精度逐渐下降，直流输入达到 60 A 时

与参考模型的相对计算误差已经达到 20.22 %。相比之下，SAH 展现了良好的误差控制能力，将相对误差严格限制在 6.83 % 以内。其全工况下的交流损耗计算值和误差如下表 2 所示。这一结果充分表明电流密度演化过程中各子区域保持平滑过渡，从而物理机制上消除了潜在数值不连续性的必要性。也证明了我们提出的 SAH 模型在处理大规模超导电磁装备复杂应用场景时，具备数值鲁棒性与工程实用价值。

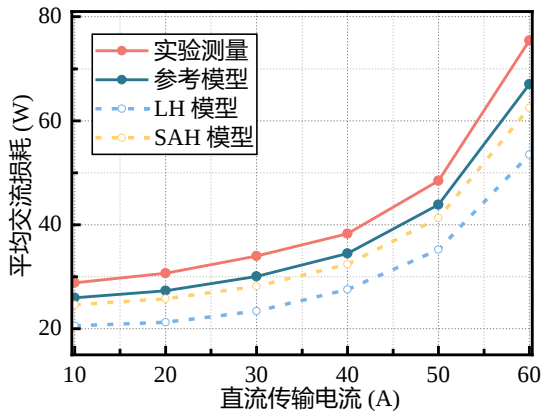


图 16 HTS 跑道线圈模型在不同直流传输电流下的平均交流损耗

Fig. 16. Average AC losses of the HTS racetrack coil model under different DC currents.

表 2 全工况下各模型交流损耗计算精度

Table 2. Accuracy of AC loss calculation for each model under all operating conditions.

工况	参考模型	LH 模型	误差率	SAH 模型	误差率
无限长模型 0.1 T, 10 A 瞬态交流损耗 (W/m)	14.487	13.132	9.35 %	13.914	3.96 %
线圈全模型 0.1 T, 10 A 平均交流损耗 (W)	25.94	21.577	16.82 %	24.594	5.19 %
线圈全模型 0.1 T, 60 A 平均交流损耗 (W)	67.051	53.496	20.22 %	62.47	6.83 %

尽管 SAH 模型在复杂工况下表现优秀，但在极端激励条件下，仍可观测到其计算精度出现缓慢偏离。这种现象本质上源于离散网格的空间分辨率与抛物线梯度演化幅值之间固有的权衡。当临界边界斜率受强电磁耦合驱动而发生剧烈突变时，现有的离散化密度难以完整捕捉边界端点附近的局部非线性特征，导致重构的电流密度分布产生细微的数值畸变。虽然通过同步提升网格细度并减小抛物线梯度的划分步长，可以在物理层面缓解上述偏差，但这势必引发计算负荷的指数级增长。因此，如何在维持高计算效率的同时，引入更具动态适应性的网格演化算法，以进一步优化 SAH 模型在极限梯度下的数值鲁棒性，将成为后续研究工作的核心重点。

5 结 论

本研究针对复杂工况下大规模 HTS 应用的交流损耗计算需求,提出并验证了一种基于抛物线临界边界的自适应均质化 SAH 策略。通过建立梯度感知的自适应划分模型,该策略有效抑制了传统均质化方法在处理非均匀电流密度分布时的数值不连续性。在跑道型线圈的降维模拟中,该模型在电磁特性的动态捕捉上展现了高可靠性。此外,在涉及旋转磁场与高载流耦合的极端非对称电磁环境下,SAH 模型通过对磁矢量势与几何参数的实时自洽更新,精准捕捉到了亚临界区域的拓扑偏移特征。这一数值鲁棒性充分证明了该策略在处理多源复合场下复杂电磁时具有极强的工况自适应能力,为大规模超导线圈的高效分析奠定了物理基准。

除了本文所探讨的应用之外,该策略能够广泛应用于非平面线圈、超导电缆等多种复杂堆叠结构,为大规模超导电磁装备的交流损耗精确计算提供了普适性的数值框架。

在此,我们衷心感谢中国科学院电工研究所王秋良院士团队以及湖南大学超导与新能源中心团队的鼎力支持。

参考文献

- [1] Cong Y T, Wang Q L, Cheng J S, Xiong L, Sun J 2024 *Acta Phys. Sin.* 13 73 (in Chinese) [丛源涛,王秋良,程军胜,熊玲,孙建 2024 物理学报 13 73]
- [2] Zeng H Z, Wang Q L, Liu J H 2024 *Mod. Phys.* 06 36 (in Chinese) [曾鸿卓,王秋良,刘建华 2024 现代物理知识 06 36]
- [3] Wang Q L, Li P Y, Liu D X, Cheng J S, Xiong L 2025 *High Volt. Eng.* 08 51 (in Chinese) [王秋良,李鹏宇,刘冬旭,程军胜,熊玲 2025 高电压技术 08 51]
- [4] Wu Y, Xiao L Y 2025 *Mod. Phys.* 01 37 (in Chinese) [伍岳,肖立业 2025 现代物理知识 0137]
- [5] Shi H F, Deng Z G, Ke Z H, Xiang Y Q, Zhang W H 2024 *Trans. China. Electr. Soc.* 05 39 (in Chinese) [石洪富,邓自刚,柯志昊,向雨晴,张卫华 2024 电工技术学报 05 39]

- [6] Jin Z J, Qiu M, Li H L, Zong X H 2025 *High Volt. Eng.* 08 51 (in Chinese) [金之俭, 丘明, 李红雷, 宗曦华 2025 高电压技术 08 51]
- [7] Pardo E, Grilli F 2011 *Supercond. Sci. Technol.* 25 014008
- [8] Grilli F, Zermeno V, Pardo E, Vojenciak M, Brand J 2013 *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 24 1-5
- [9] Hong Z, Campbell A, Coombs T 2006 *Supercond. Sci. Technol.* 19 1246
- [10] Zhang H, Zhang M, Yuan W 2016 *Supercond. Sci. Technol.* 30 024005
- [11] Shen B, Grilli F, Coombs T 2020 *Supercond. Sci. Technol.* 33 033002
- [12] Ruiz-Alonso D, Coombs T, Campbell A 2004 *Supercond. Sci. Technol.* 17 S305
- [13] Qu éval L, Zermeno V, Grilli F 2016 *Supercond. Sci. Technol.* 29 024007
- [14] Zermeno V, Abrahamsen A, Mijatovic N, Jensen B, Sorensen M 2013 *J. Appl. Phys.* 114 173901
- [15] Berrospe-Juarez E, Trillaud F, Zermeno V, Grilli F 2021 *Supercond. Sci. Technol.* 34 044002
- [16] Wang L, Chen Y 2022 *Cryogenics.* 124 103469
- [17] Brandt E H 1996 *Phys. Rev. B.* 54 4246
- [18] Pardo E, Chen D X, Sanchez A, Navau C 2004 *Supercond. Sci. Technol.* 17 537
- [19] Pardo E, Sanchez A, Navau C 2003 *Phys. Rev. B.* 67 104517
- [20] Shen L F, Zhang C, Huang S D, Zhai Y J 2026 *IEEE Trans. Appl. Supercond.* doi: 10.1109/TASC.2026.3676790
- [21] Berrospe-Juarez E, Trillaud F, Zermeno V, Grilli F 2021 *Supercond. Sci. Technol.* 34 044002
- [22] Zhou P, Dos Santos G, Ghabeli A, Grilli F, Ma G T 2022 *Supercond. Sci. Technol.* 35 115005
- [23] Wang L, Zheng J. 2024 *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 3 4902605
- [24] Oomen M, Rieger J, Leghissa M, Haken B, Kate H 1999 *Supercond. Sci. Technol.* 12 382
- [25] Mikitik G, Brandt E 2001 *Phys. Rev. B.* 64, 092502
- [26] Grilli F, Ashworth S, Stavrev S 2006 *Phys. C: Supercond.* 2 434
- [27] Clem J, Claassen J, Mawatari Y 2007 *Supercond. Sci. Technol.* 20 1130
- [28] Prigo L, Sokolo V 2011 *Supercond. Sci. Technol.* 7 075012

- [29]Yuan W J, Campbell A, Coombs T 2010 *J. Appl. Phys.* 107 093909
- [30]Brandt E 1993 *Phys. Rev. Lett.* 71 2821
- [31]Zeldov E, Clem J, McElfresh M, Darwin M 1994 *Phys. Rev. B.* 49 9802
- [32]Brooks J, Ainslie M Jiang Z 2020 *Supercond. Sci. Technol.* 33 035007
- [33]Prigo E 1996 *J.Comput. Phys.* 129 190-200
- [34]Otten S, Kario A, Demenčik E, Nast R, Grilli F 2020 *Supercond. Sci. Technol.* 33 094013

Self-Adaptive Homogenized Model of HTS Coils Under Coupled DC Current and AC Fields^{*}

Shen Liufei¹⁾²⁾ Zhang Cheng¹⁾²⁾ Zhou Wenjie¹⁾²⁾ Zhai Yujia¹⁾²⁾ [†] Huang Shoudao¹⁾²⁾

1) (College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

2) (State Key Laboratory of Offshore Wind Power Equipment and High-Efficient Utilization Wind Energy, Changsha 410082, China)

Abstract

Accurate evaluation of AC losses under coupled DC transport currents and time-varying magnetic fields is critical for the thermal reliability of large-scale HTS coils. However, traditional homogenization techniques frequently suffer from severe staircase artifacts and numerical discontinuities due to their reliance on rigid, resulting in significant loss deviations. To address these limitations, this paper proposes an advanced Self-Adaptive Homogenized (SAH) model based on dynamic critical boundaries of electromagnetic evolution. Utilizing a field-decoupling strategy to extract external field extrema, an effective thickness correction is incorporated into the parabolic analytical equations to precisely capture the asymmetric spatial profiles of the flux penetration boundary. This boundary evolution is then dynamically mapped onto the coil submodels via a parabolic gradient auxiliary function, effectively smoothing current density transitions and eliminating discrete artifacts. The baseline fidelity of the reference model is rigorously validated against a customized

experimental setup. Quantitative benchmarks demonstrate that while the traditional LH model exhibits computational errors exceeding 20%, the proposed SAH model robustly restrains the numerical deviation within 7% across all operating envelopes. Furthermore, the SAH model exhibits superior robustness in extreme scenarios involving rotating fields coupled with high DC bias currents by self-consistently tracking the topological shifts of subcritical regions. This work provides a highly scalable and reliable numerical framework for the design and optimization of complex, large-scale HTS devices such as superconducting turbines, magnets, and cables.

Keywords: HTS coils, AC losses, Homogenized model, Applied field

PACS: 84.71.Ba, 02.60.Jh, 02.70.-c

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 52177019), and the National Key Research and Development Program of China (Grant No. SQ2022YFB4200182).

† Corresponding author.E-mail:yz378@hnu.edu.cn
The first author.E-mail:xiaofei482@hnu.edu.cn