

欧拉-海森伯反德西特黑洞的全息爱因斯坦环*

邓欢 郭森† 曾晓雄 文林

(重庆师范大学物理与光电工程学院, 重庆 401331)

(2026 年 4 月 8 日收到; 2026 年 5 月 21 日收到修改稿)

黑洞引力透镜成像是探究强引力场时空几何的重要途径, 而量子电动力学 (QED) 效应如何影响黑洞影像则是当前理论物理关注的前沿问题. 本文在反德西特/共形场论 (AdS/CFT) 对偶框架下, 系统研究了欧拉-海森伯反德西特黑洞的爱因斯坦环成像特征, 旨在揭示量子电动力学修正参数、黑洞电荷、温度及探测波频率对全息图像的影响规律. 通过在边界二维球面上引入局域高斯单色源, 求解标量场在黑洞背景下的波动方程以获得边界响应函数, 并借助虚拟凸透镜光学系统将响应转换为可观测的像平面强度分布, 从而重构出全息爱因斯坦环. 数值结果表明: 源频率较低时图像呈现弥散斑点, 随频率升高逐渐演化为清晰亮环, 体现出从波动光学到几何光学的过渡; 观测者偏离对称轴时, 同心环退化为亮弧乃至亮点; 响应函数的振幅随黑洞带电量减小而增大, 反映时空几何对波散射的调制作用. 进一步将全息结果与基于零测地线计算的几何光学预言进行对比, 两者在光子球半径及环半径上高度吻合, 相对偏差小于百分之一, 验证了全息方法的可靠性与自洽性. 研究表明, 量子电动力学修正参数使光子球半径和爱因斯坦环半径单调减小, 在黑洞全息影像中留下可观测印记. 本文工作为从边界量子信息反推体时空量子修正提供了新的理论视角, 也为强场引力检验与黑洞成像解释建立了更精细的波动光学基础.

关键词: 欧拉-海森伯黑洞, 全息成像, 反德西特/共形场论对偶, 量子电动力学修正**DOI:** 10.7498/aps.75.20260490**CSTR:** 32037.14.aps.75.20260490

1 引言

黑洞引力透镜效应是强引力场中的基础现象之一, 其成像结构直接反映时空几何的本质特性. 近年来, 随着事件视界望远镜 (EHT) 成功观测到 M87* 星系超大质量黑洞 (Sgr A*) 和银河系中心超大质量黑洞图像, 结果推动了黑洞成像机制研究进入新阶段^[1-10]. 观测结果不仅可视化了黑洞事件视界尺度结构, 也为检验强场引力理论提供了实验平台^[1,6]. 观测结果展示出的环状结构与理论所预测的阴影轮廓高度符合, 使得理论研究致力于构建更精细的“观测-理论”模型. 近年来, Gralla 等^[11]提出了一个描述黑洞次级环的解析“玩具模型”, 结果

发现环的直径依赖于吸积盘的辐射函数, 而对时空细节相对不敏感. Johnson 等^[12]进一步指出光子环本身可以作为干涉测量中的一个独立于模型假设的观测量, 为精确测量黑洞参数提供了新思路. Himwich 等^[13]计算了 Kerr 黑洞背景下光子环的偏振信号. Wei 等^[14,15]系统研究了多种 AdS 黑洞的热力学相变与微观结构, 为理解黑洞宏观性质背后的统计力学起源提供了重要见解. Guo 等^[16,17]聚焦黑洞阴影与吸积流模型的理论研究. Chen 等^[18,19]在黑洞偏振图像与自旋测量方面开展了深入研究. Kuang 等^[20,21]长期从事全息超导与黑洞热力学研究. 在早期, Hartnoll 等^[22,23]建立的全息超导模型发现 AdS 黑洞背景下的标量场凝聚能够描述超导相变, 为强耦合超导体的全息对偶提供了关键范

* 国家自然科学基金 (批准号: 12505060)、重庆市自然科学基金 (批准号: CSTB2025NSCQ-GPX1019)、重庆市教委科学技术项目 (批准号: KJQN202500563) 和重庆师范大学启动资金 (批准号: 24XL-B033) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: sguophys@126.com

例. 此外, Hawking 和 Page^[24] 以及 Hooft Gerard^[25] 对 AdS 黑洞热力学相变的开创性研究深刻揭示了 AdS 黑洞与边界场论相结构之间的内在联系. Chen 等^[26,27] 则在强场引力透镜与黑洞阴影领域取得了重要进展. 这些工作共同构建了从基础理论到前沿观测、从解析模型到数值计算的多层次研究图景.

这些优秀的工作基本是在几何光学背景下研究的. 另一方面, 利用波动光学也有可能为判断黑洞阴影和精细结构提供有力手段. Chen 和 Jing^[28] 研究了 Weyl 修正下 Kerr 黑洞阴影的波动光学效应, 发现非寻常光线的双折射会导致阴影在垂直方向上产生微弱的拉伸或挤压, 这种特征在低频条件下尤为明显, 为从黑洞阴影反推量子修正提供了可观测的检验途径. 基于 AdS/CFT 对偶的全息成像方法, 能够通过边界上引入局域扰动源, 计算共形场论的响应函数, 并借助虚拟光学系统将其转换为可观测的图像. Hashimoto 等^[29] 率先构建了这一全息成像框架, 并成功在 Schwarzschild-AdS 黑洞背景下重构出爱因斯坦环, 随后该方案被推广至多种引力模型, 展现出全息方法在强引力场成像研究中的广泛适用性. 该方法的核心优势在于其内禀地包含了场的波动性, 是全息的波动光学框架. 与传统几何光学追踪测地线方法相比, 波动方法能更自然地捕捉到干涉和衍射等波动效应, 从而在原理上能提供更完整、更基本的成像描述. 继 Hashimoto 等的开创性工作之后, 全息成像方法被迅速推广至多种引力背景与物质场配置, 展现出该框架在强引力场成像研究中的广泛适用性. Zeng 等^[30] 系统研究了带电黑洞及洛伦兹破缺质量引力背景下的全息爱因斯坦环, 揭示了环半径对温度、化学势及模型参数的依赖关系, 发现低温下化学势的增加会导致光子环半径减小, 这一现象与高温情形截然不同, 为区分不同引力模型提供了理论依据. Luo 等^[31] 在 Horndeski 理论框架下也开展了类似研究, 分析了观测者位置、视界半径及理论参数对环结构与亮度的影响, 验证了波动光学与几何光学在环半径及亮度预言上的一致性. 这些工作共同推动了全息成像从几何光学向波动光学的深化, 也为本文研究欧拉-海森伯 AdS 黑洞的爱因斯坦环提供了重要的方法借鉴.

在各类修正引力模型中, 欧拉-海森伯 AdS (EHAdS) 黑洞因其独特的物理起源而备受关注.

该黑洞耦合了爱因斯坦引力场与量子电动力学真空极化的欧拉-海森伯非线性电动力学, 其拉格朗日量包含电磁场的高阶修正项. Yajima 和 Tamaki^[32] 首次在爱因斯坦引力与欧拉-海森伯理论耦合的框架下构造了静态球对称黑洞解, 系统分析了带电及双荷解的存在条件与热力学性质, 揭示了非线性电动力学修正对黑洞视界结构和因果性的影响. 随后, Magos 和 Bretón^[33] 将该解推广至含宇宙学常数情形, 获得了完整的欧拉-海森伯 AdS 黑洞解, 并在扩展相空间热力学框架下研究了其相结构与临界行为, 为后续探究量子电动力学修正对黑洞全息成像的影响奠定了理论基础. Hou 等^[34] 研究了 Euler-Heisenberg 引力背景下热力学相变和准正态模之间的联系, 发现 QNM 斜率参数 K 散度消失的过渡点与热容描述的热力学相结构的变化一致. 结果显示出黑洞的热力学相变带有嵌入的动力学信息, 揭示了黑洞热力学和动力学性质之间的基本联系. 这自然引出一个问题: 源于量子场论的微观修正, 是否会在黑洞全息影像中留下可观测印记, 其爱因斯坦环结构、半径与亮度, 如何随 EHAdS 参数与温度演化.

本研究旨在利用波动光学方法, 探索由量子电动力学效应修正的引力体系. 之前的研究在 Reissner-Nordström-AdS (RN-AdS) 黑洞背景下开展了全息爱因斯坦环成像的探索, 系统分析了源频率、黑洞电荷及温度对环结构的影响, 发现随频率升高图像从弥散斑点演化为清晰亮环, 环半径随电荷增大而减小、随温度升高而增大, 并在高频极限下与几何光学预言的光子球半径高度符合, 验证了全息成像方法的自洽性^[35], 而非线性动力学的引入能够提供清晰可调的量子修正参数 (参数 a), 为系统研究量子场论效应在黑洞时空几何中的展示提供了强有力的手段, 并最终在其全息影像中体现出来, 结果可能为理解量子引力的观测表现提供一个有趣的案例. 在 AdS/CFT 背景下, 我们在边界二维球面上引入单色高斯源, 计算标量算符响应函数, 并通过虚拟凸透镜系统重构黑洞图像. 重点分析黑洞带电量 Q 、黑洞温度以及源频率对成像结果的影响, 并与几何光学近似下的光子球预测进行对比. 我们期待研究结果揭示 QED 修正对黑洞强引力透镜效应的全息表征, 也为从边界信息反推体时空量子修正提供了新的理论窗口.

本文结构安排如下: 第 2 节简要回顾 EHAdS

黑洞, 介绍用于构建全息爱因斯坦环的虚拟光学系统; 第 3 节详细阐述全息模型设置, 包括边界扰动源形式、标量场波动方程求解以及响应函数提取; 第 4 节通过数值计算得到全息图像结果, 系统分析黑洞带电量 Q 、黑洞温度和源频率对爱因斯坦环特征的定量影响; 第 5 节从几何光学角度独立计算该黑洞的光子球和入射角, 并与全息结果进行对比验证. 最后对全文进行总结与展望.

2 欧拉-海森伯 AdS 黑洞的几何与全息成像框架

2.1 欧拉-海森伯非线性电动力学及其 AdS 黑洞解

经典电磁理论由线性麦克斯韦方程描述. 然而, 在 QED 框架下, 真空中持续的虚粒子对产生和湮灭会导致可观测的非线性效应^[36], 其有效拉格朗日量在弱场近似下可展开为^[36]

$$L_{\text{EH}} = -F + \frac{\alpha}{8}(4F^2 + 7G^2) + O(F^3, G^3), \quad (1)$$

其中, $F = \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ 描述电磁场的能量密度, 在经典电动力学中对应拉格朗日密度的麦克斯韦项, $G = \frac{1}{4}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$ 为电磁场的拓扑项, 与电磁场的对偶性质相关, 在自然单位制下, 二者可表示为电场强度 E 和磁感应强度 B 的函数. $\frac{2\alpha^2}{45m_e^4}$ 是 QED 非线性强度的欧拉-海森伯参数, α 为精细结构常数, m_e 为电子质量. 将此非线性物质场与爱因斯坦引力在具有负宇宙学常数 $\Lambda = -3/l^2$ 的 AdS 时空中耦合时, 可以得到静态球对称 EHAdS 黑洞解^[36].

考虑如下作用量^[36]:

$$I = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} [R - 2\Lambda + \kappa^2 L_{\text{EH}}(\mathcal{F})], \quad (2)$$

其中 R 为 Ricci 标量, G 为牛顿常数, $\kappa^2 = 8\pi G$. 通过变分原理, 假设度规和电磁势具有如下形式^[31]:

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{1}{f(r)}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (3)$$

$$A_\mu dx^\mu = \Phi(r)dt, \quad (4)$$

考虑电场静态情形, 并保留到参数 a 的一阶项能够得到黑洞度规函数^[37]:

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2} - \frac{aQ^4}{20r^6} - \frac{\Lambda r^2}{3}, \quad (5)$$

其中 M 和 Q 分别为黑洞的质量参数和电荷. 当 $a = 0$, 该解退化为 RN-AdS 黑洞解. 非线性修正项 $\frac{aQ^4}{20r^6}$ 在高阶 (小 r) 区域起主导作用, 在视界结构上引入了依赖于 QED 参数的修正. 黑洞事件视界 r_+ 由方程 $f(r_+) = 0$ 的最大实根给出. 相应的电磁势为^[37]

$$\Phi(r) = \frac{Q}{r} - \frac{aQ^3}{10r^5} + O(a^2). \quad (6)$$

在远离黑洞处 ($r \rightarrow \infty$), 电势恢复为标准库仑形式 $\Phi \sim Q/r$, 在视界附近, 非线性修正项使得电场分布被“涂抹”开, 反映了真空极化导致的屏蔽效应. 基于度规 (5), 黑洞霍金温度 T 和贝肯斯坦-霍金熵 S 可计算如下:

$$T = \frac{f'(r_+)}{4\pi} = \frac{1}{4\pi r_+} \left(1 - \frac{Q^2}{r_+^2} + \frac{aQ^4}{4r_+^6} + 3\frac{r_+^2}{l^2} \right), \quad (7)$$

$$S = \frac{A}{4G} = \pi r_+^2. \quad (8)$$

在扩展相空间热力学中, 负宇宙学常数被解释为热力学压力 $P = -\frac{\Lambda}{8\pi} = \frac{3}{8\pi l^2}$, 其共轭量为热力学体积 $V = \frac{4}{3}\pi r_+^3$.

2.2 全息成像的理论框架: 从边界响应到体图像

本文旨在研究上述 EHAdS 黑洞背景下的引力透镜成像. 遵循 Hashimoto 等^[38] 开创的全息成像范式, 一个渐近 AdS 时空中的量子引力理论等价于其边界上的一个共形场论. 具体到本文的讨论, 四维 EHAdS 黑洞时空对应于其三维边界球面 S^2 上的一个有限温度 CFT 状态.

我们的目标是在边界 CFT 中, 通过一个可观测的量来重建黑洞的视觉图像. 这个关键的量就是响应函数. 其物理过程如图 1 所示.

1) 施加源: 在边界 CFT 的南极 ($\theta_s = \pi$) 处, 引入一个局域、单色且随时间振荡的外部扰动源 J_0 . 选择其为高斯波包形式:

$$J_0(t, \theta) = e^{-i\omega t} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(\pi - \theta)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (9)$$

其中 ω 是源频率, σ 是表征波包宽度的微小参数 ($\sigma < \pi$). 为便于球谐展开, 将其写为

$$J_0(t, \theta) = e^{-i\omega t} \sum_{l=0}^{\infty} c_{l0} Y_{l0}(\theta), \quad c_{l0} \propto \exp\left[-\frac{(l+1/2)^2\sigma^2}{2}\right], \quad (10)$$

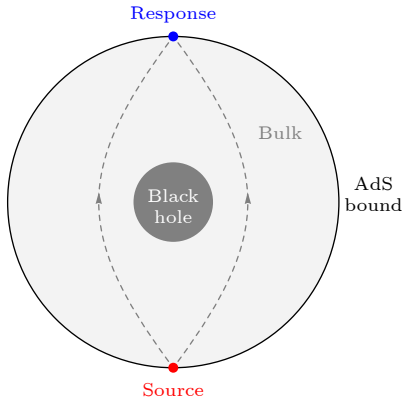


图 1 源与响应示意图

Fig. 1. Source and Response Diagram.

其中 $Y_{l0}(\theta)$ 为球谐函数, l 为角量子数, $m = 0$ 表示轴对称模式.

2) 体传播与散射: 根据 AdS/CFT 字典, 边界源 J_0 充当了体标量场 Φ 在 AdS 边界上的边界条件. 该标量场在 EHAdS 黑洞的时空中传播, 并被黑洞引力场散射.

3) 提取响应: 散射后的场在边界其他位置 (如北极 $\theta_{\text{obs}} = 0$) 会引起来自 CFT 的响应, 即与源耦合的算符 O 的期望值变化 $\langle O(t, \theta_{\text{obs}}) \rangle_J$. 这个响应函数 $\langle O \rangle$ 编码了体波传播的所有信息, 因此也编码了黑洞时空几何的全部信息.

然而, 响应函数 $\langle O(\theta) \rangle$ 本身是一个在边界球面上的分布, 并非直观的图像. 为了将其转换为可识别的图像, 本文引入一个虚拟光学成像系统, 如图 2 所示.

将边界球面在观测点附近局部近似为一个平面, 其坐标为 $\mathbf{x} = (x, y)$. 该平面上的响应函数 $\langle O(\mathbf{x}) \rangle$ 被视为一个入射波前 $\Psi_1(\mathbf{x})$. 在 $z = 0$ 处放置一个焦距为 f 的理想凸透镜, 作用是引入一个相位调制: $\Psi_1(\mathbf{x}) = \exp\left(-i\frac{\omega}{2f}|\mathbf{x}|^2\right)\Psi_1(\mathbf{x})$. 在透镜后焦平面 $z = f$ 处放置一个球形观测屏幕. 根据菲涅耳衍射理论,

屏幕上的波函数 $\Psi_s(\mathbf{x}_s)$ 由入射波前的傅里叶变换给出:

$$\Psi_s(\mathbf{x}_s) = \int_{|\mathbf{x}| < d} \langle O(\mathbf{x}) \rangle \exp\left(-i\frac{\omega}{f}\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}_s\right) d^2x, \quad (11)$$

其中积分区域为透镜的光瞳 (半径 d , $\mathbf{x}_s$ 为屏幕坐标). 最终, 屏幕上观测到的光强分布 $I(\mathbf{x}_s)$ 即为

$$I(\mathbf{x}_s) = |\Psi_s(\mathbf{x}_s)|^2. \quad (12)$$

当光源、黑洞和观测者近似共线时, 由于系统轴对称性, 屏幕上将出现一系列明暗相间的同心圆环, 其中最亮的环对应于几何光学中光子球的像. 如果观测者偏离轴线, 同心环将退化为亮弧. (11) 式是连接抽象的边界量子场论响应与直观的体时空几何图像的核心桥梁. 在高频极限 ($\omega \rightarrow \infty$) 下, 稳态相位近似将使得该公式的结果收敛于几何光学所预言的光线轨迹, 从而证明了两种方法的内在一致性.

3 标量探针场方程与数值求解策略

3.1 边界扰动源与体场方程设定

考虑边界是三维时空 $R \times S^2$, 其中时间维度为 t , 空间为二维球面 S^2 , 其度量记为 $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2$. 边界 CFT 处于由体 EHAdS 黑洞所对应的有限温度热态. 为了激发响应, 在边界 CFT 中引入一个与标量算符 $\hat{O}_\Delta$ 耦合的、随时间周期振荡的局域外部源 J_0 . 根据 AdS/CFT 对偶字典, 这个边界源 J_0 为体标量探针场 Φ 在 AdS 边界 ($r \rightarrow \infty$) 提供了非齐次的边界条件. 选择源具有如下形式:

$$J_0(t, \theta) = e^{-i\omega t} \delta(\theta), \quad (13)$$

其中 ω 是振荡频率. 函数 $\delta(\theta)$ 描述了源在边界球面上的空间分布. 为了使问题保持轴对称性并便于进行球谐展开, 选择源集中在南极 $\theta = \pi$ 附近.

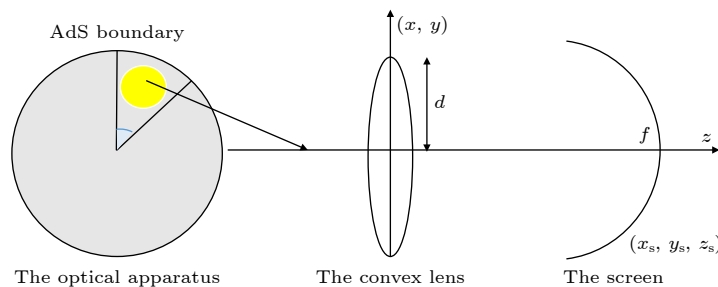


图 2 虚拟光学成像系统示意图

Fig. 2. Schematic diagram of a virtual optical imaging system.

一个标准且物理上合理的选择是高斯分布:

$$\delta(\theta) = \frac{N}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(\pi - \theta)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (14)$$

这里 $\sigma \ll \pi$ 是高斯源的角宽度; N 是一个归一化常数, 通常取为 1, 以保证总扰动强度可控. 这种局域单色高斯源在物理上模拟了一个位于黑洞“背后”(从北极观测者视角)的准直射电源.

将源按球谐函数 $Y_{\ell 0}(\theta)$ 展开 (由于轴对称性, 仅 $m = 0$ 模被激发):

$$J_0(t, \theta) = e^{-i\omega t} \sum_{\ell=0}^{\infty} s_{\ell} Y_{\ell 0}(\theta). \quad (15)$$

展开系数 s_{ℓ} 由下式给出:

$$s_{\ell} = \int_{S^2} d\Omega Y_{\ell 0}^*(\theta) \delta(\theta) \approx \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\ell+\frac{1}{2})^2 \sigma^2}, \quad (16)$$

其中近似等式在 $\sigma \ll 1$ 时高度精确. 可以看到, 高频球谐模 (大 ℓ) 被高斯权重指数压低, 这保证了展开式的快速收敛. 在体一侧, 引入一个质量为 m 的最小耦合复标量场 Φ 作为探针, 其作用量为

$$S_{\text{scalar}} = - \int d^4x \sqrt{-g} [g^{\mu\nu} \partial_{\mu} \Phi^* \partial_{\nu} \Phi + m^2 |\Phi|^2], \quad (17)$$

在背景度规 (5) 下, 由此作用量导出的运动方程为 Klein-Gordon 方程:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_{\mu} (\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \partial_{\nu} \Phi) - m^2 \Phi = 0. \quad (18)$$

根据 AdS/CFT 对偶, 标量场的质量 m 与边界算符 $\hat{O}_{\Delta}$ 的共形维数 Δ 相关, 其中 L 是 AdS 曲率半径. 为了简化并聚焦于引力透镜的几何效应, 选择 $m^2 L^2 = -2$, 这对应 $\Delta = 2$ (或 $\Delta = 1$, 选择标准量化对应的 $\Delta = 2$). 此选择保证了算符 $\hat{O}$ 在边界理论中是相关的, 并且其源项 J_0 具有正确的量纲.

3.2 径向坐标与波动方程的简化

为了数值稳定地求解跨越黑洞视界的波动方程, 采用进向爱丁顿坐标 (v, r, θ, φ) . 其中进向时间 v 定义为

$$v = t + r_*(r), \quad r_*(r) = \int^r \frac{dr'}{f(r')}. \quad (19)$$

在此坐标系下, 度规 (5) 写作:

$$ds^2 = -f(r) dv^2 + 2dvdr + r^2 d\Omega^2. \quad (20)$$

度规在视界 $r = r_+$ 处是正则的, 允许直接施加物理的“纯入流”边界条件. 由于背景的静态与球对称性, 以及边界源的轴对称和单色时谐特性, 可以对

体场 Φ 进行如下分离变量:

$$\Phi(v, r, \theta) = e^{-i\omega v} \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{\psi_{\ell}(r)}{r} Y_{\ell 0}(\theta). \quad (21)$$

将上述表达式代入 Klein-Gordon 方程 (18), 利用球谐函数的正交性, 能够得到关于径向函数 $\psi_{\ell}(r)$ 的一维波动方程:

$$f(r) \frac{d^2 \psi_{\ell}}{dr^2} + \left[\frac{df(r)}{dr} - 2i\omega \right] \frac{d\psi_{\ell}}{dr} - U_{\ell}(r) \psi_{\ell} = 0, \quad (22)$$

其中, 有效的径向势 $U_{\ell}(r)$ 为

$$U_{\ell}(r) = \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{df(r)}{dr} + m^2, \quad (23)$$

这个方程控制着每个角动量模 ℓ 的径向传播与散射. 势能 $U_{\ell}(r)$ 中的第一项是离心势垒, 第二项来源于度规的球面部分, 第三项是质量项.

3.3 边界条件与响应函数的提取

方程 (22) 的求解需要在两个边界: 事件视界 ($r \rightarrow r_+$) 和 AdS 边界 ($r \rightarrow \infty$) 施加物理条件.

3.3.1 视界处的边界条件

在视界附近, 度规函数 $f(r) \approx f'(r_+)(r - r_+)$. 方程 (22) 在此区域的指标分析表明, 其解具有形式 $\psi_{\ell} \sim (r - r_+)^{\alpha}$, 其中两个指标为 $\alpha = 0$ 和 $\alpha = i\omega/(2\pi T)$, T 为霍金温度. 物理上要求的“纯入流”条件, 对应于在视界处只有落入黑洞的模, 而没有从视界出来的模. 在进向坐标 v 下, 这等价于要求解在视界处是正则的. 因此, 选择对应于指标 $\alpha = 0$ 的解, 即 $\psi_{\ell}(r)$ 在 $r = r_+$ 处有限. 在数值计算中, 在 $r = r_+(1 + \epsilon)$ (ϵ 是一个极小的数, 如 10^{-6}) 处, 利用泰勒展开给出 $\psi_{\ell}(r)$ 及其一阶导数的初始值, 从而满足此正则性条件. 初始归一化可以任意选取, 因为最终响应函数需要与边界源匹配进行重整化.

3.3.2 AdS 边界处的渐近行为与响应提取

在 AdS 边界 ($r \rightarrow \infty$), 度规函数 $f(r) \sim r^2/L^2$. 对于选择的 $m^2 L^2 = -2$, 方程 (22) 的解具有以下渐近展开:

$$\frac{\psi_{\ell}(r)}{r} \sim A_{\ell} r^{-1} + B_{\ell} r^{-2} + \dots \quad (r \rightarrow \infty). \quad (24)$$

结合 (21) 式, 体标量场的渐近行为为

$$\Phi(v, r, \theta) \sim e^{-i\omega v} \sum_{\ell} Y_{\ell 0}(\theta) [A_{\ell} r^{-1} + B_{\ell} r^{-2} + \dots]. \quad (25)$$

根据 AdS/CFT 对偶, 展开式中较慢衰减项 (r^{-1}) 的系数 A_ℓ 对应于边界场论中的源 J_0 . 而较快衰减项 (r^{-2}) 的系数则对应于源所激发的算符期望值 $\langle \hat{O} \rangle_\ell$, 即响应函数的角动量分量. 因此, 数值求解目标是对于每个 ℓ , 从视界积分方程 (22) 至一个很大的 $r_{\max}$, 然后对数值解进行拟合, 以高精度提取系数 A_ℓ 和 B_ℓ .

3.3.3 响应函数的最终形式

直接提取的 B_ℓ 与物理响应之间还差一个归一化步骤. 需要将数值解与具体的边界源 (15) 匹配. 物理上要求体场的渐近源项 A_ℓ 必须正比于设定的边界源系数 s_ℓ . 因此, 定义重整化的响应系数为

$$\langle O \rangle_\ell := \frac{B_\ell}{A_\ell/s_\ell} = s_\ell \frac{B_\ell}{A_\ell}. \quad (26)$$

最终, 边界 CFT 中标量算符的单点函数 (即响应函数) 由所有角动量模叠加而成:

$$\langle O(t, \theta) \rangle = e^{-i\omega t} \sum_{\ell=0}^{\ell_{\max}} \langle O \rangle_\ell Y_{\ell 0}(\theta), \quad (27)$$

其中 $\ell_{\max}$ 需要取得足够大, 使得高斯权重 s_ℓ 已指数压低至高精度可忽略的程度. 这个响应函数 $\langle O(\theta) \rangle$ 包含了黑洞时空几何对来自南极的扰动所产生的所有散射信息.

4 全息图像分析

本节基于第 3 节所述的全息成像方法, 数值模拟 EHAdS 黑洞在边界源激发下的响应函数, 并通过虚拟光学系统重构出像平面上的光强分布. 重点分析四个物理因素对爱因斯坦环形态和半径的影响: 边界源频率 ω 、观测者位置 θ_{obs} 、黑洞电荷 Q 以及黑洞温度 T (等价于视界半径 r_+), 所有计算

均固定 AdS 曲率半径 $l = 1$ 、高斯源宽度 $\sigma = 0.1$ 、角动量截断 $\ell_{\max} = 200$, 以确保数值收敛.

4.1 边界源频率 ω 的影响

源频率 ω 决定了探测波的“颜色”或等价波长. 固定 $a = 0.5$, $Q = 0.5$, $r_+ = 1.0$, 研究不同频率下的成像结果.

图 3 展示了 $\omega = 30, 45, 60, 75$ 时的成像结果. 可以看出, ω 取值的主要影响为从斑点状图像到清晰环状结构的过渡. 在低频 $\omega = 30$ 下, 图像呈中心亮斑外围弥散晕的结构, 并无清晰环状特征. 这是由于低频波长远大于黑洞的引力尺度, 衍射效应占主导, 波难以被聚焦成清晰的环. 随着 ω 增加, 弥散晕逐渐收缩并演化出环状结构, 在 $\omega = 60$ 时形成清晰的亮环, $\omega = 75$ 时环的锐度和对比度达到最佳. 更高频率 (如 $\omega = 120$) 下环半径与几何光学预言完全一致. 这一演化规律与 Hashimoto 等 [38] 在 Schwarzschild-AdS 黑洞中的观测结果一致, 也验证了全息方法在波动-几何过渡描述上的自洽性. 值得注意的是, QED 修正参数 a 在低频时对环形态影响较小, 但在高频时通过调制光子球位置间接影响环半径.

4.2 观测者位置对环结构的影响

在实际观测中, 观测者不一定位于边界球面的北极 (即对称轴方向). 图 4 展示了当观测者位于不同极角 θ_{obs} 时的像平面强度分布.

假设观察者位于 AdS 边界的不同位置. 当观察者位于 $\theta_{\text{obs}} = 0$ 位置时, 意味着观察者位于边界的北极, 图像中出现了轴对称同心环; 将观察者的位置固定到 $\theta_{\text{obs}} = \pi/6$, 可以看到圆弧而不是严格的轴对称环; 当移动到 $\theta_{\text{obs}} = \pi/3$ 时, 会看到光弧变

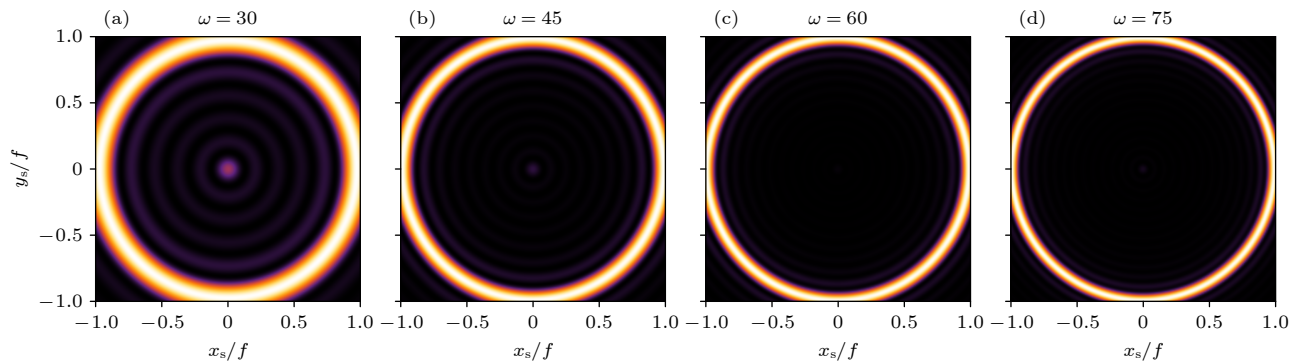


图 3 不同边界源频率下的爱因斯坦环

Fig. 3. Einstein rings at different boundary source frequencies.

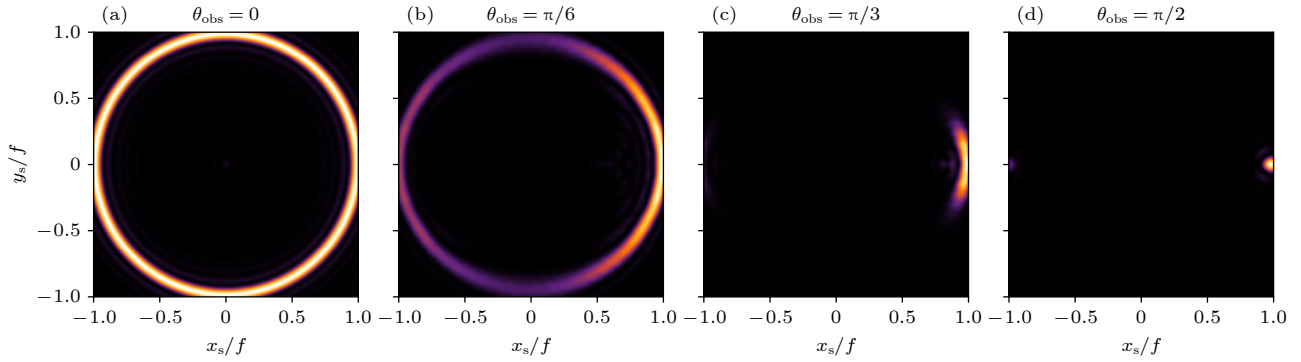


图 4 不同位置下的爱因斯坦环

Fig. 4. Einstein rings at different positions.

得小很多; 当观察者处于 $\theta_{\text{obs}} = \pi/2$ 时, 圆弧退化成一个亮斑, 位于图像的一侧, 这是观测者正对光子环侧视角时的典型特征. 该结果与 Hu 等 [39] 在带电 AdS 黑洞中的全息成像研究定性一致, 表明无论是否考虑 QED 修正, 观测者偏离轴线都会导致环结构退化为弧或点. 这为未来通过图像形态反推观测倾角提供了理论依据.

4.3 黑洞电荷 Q 对响应函数振幅的影响

响应函数 $\langle O \rangle_\ell$ 的振幅反映了边界上探测到的信号强度, 它编码了体波被黑洞散射的效率. 图 5 固定 $a = 0.5$, $\omega = 75$, 分别取 $Q = 0.001, 0.1, 0.4$, 展示了响应函数振幅随角度 θ 的变化.

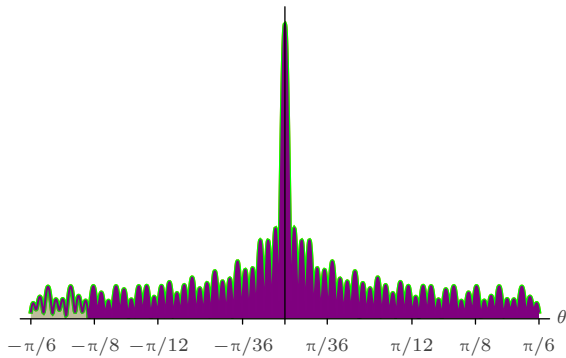


图 5 不同带电量对响应函数振幅的影响

Fig. 5. The effect of different charges on the amplitude of the response function.

在所有电荷下, 响应函数均在 $\theta = 0$ (北极正对源的方向) 处达到最大值, 然后随角度增大振荡衰减. 可以发现, 电荷越小, 响应振幅越大. 这是因为电荷减小使得黑洞的等效引力势阱变浅, 散射效应减弱, 更多的波能量到达观测者. 该现象与 RN-AdS 黑洞中的全息成像结果一致 [35], 但本文进一步考

虑了 QED 修正. 物理上, 电荷的屏蔽效应与非线性修正项协同作用, 共同调制波的传播. 值得指出的是, 当 Q 极小时, 黑洞接近于 Schwarzschild-AdS 情形, 响应振幅最大; 随着 Q 增大, 电磁排斥作用增强, 将部分波散射到其他方向, 导致北极响应减弱.

4.4 黑洞视界半径 r_+ (温度) 对爱因斯坦环的影响

黑洞的温度由视界半径 r_+ 通过 (7) 式决定. 固定 $a = 0.5$, $Q = 0.5$, 改变 r_+ 等价于改变黑洞的“大小”和温度. 图 6 展示了 $r_+ = 1, 6, 20$ 对应的成像结果.

r_+ 的主要影响为: 从清晰环状结构到斑点状图像的过渡, $r_+ = 20$ 下, 图像呈现中心亮斑加弥散晕, 无清晰环. 这是因为当视界半径很大时 (对应高温) 引力透镜效应反而减弱, 环结构被抹平, 表现为中心亮斑加弥散晕. 随着 r_+ 降低, 弥散晕逐渐收缩并演化出环状结构, 在 $r_+ = 1$ 时形成清晰锐利的亮环, 环半径最大.

5 几何光学对比验证

建立理论框架, 进行数值求解, 并将所得结果与第 4 节中从全息波动光学方法获得的爱因斯坦环半径进行系统对比. 这种对比的核心目的在于: 1) 验证我们的全息成像数值结果在高频极限下是否正确收敛于几何光学预言; 2) 为量子修正参数 a 对光子轨道的影响提供一个清晰、直观的物理解释; 3) 确认两种截然不同的方法论——边界量子场论的响应函数与体时空的零测地线分析在描述同一物理现象时的高度一致性.

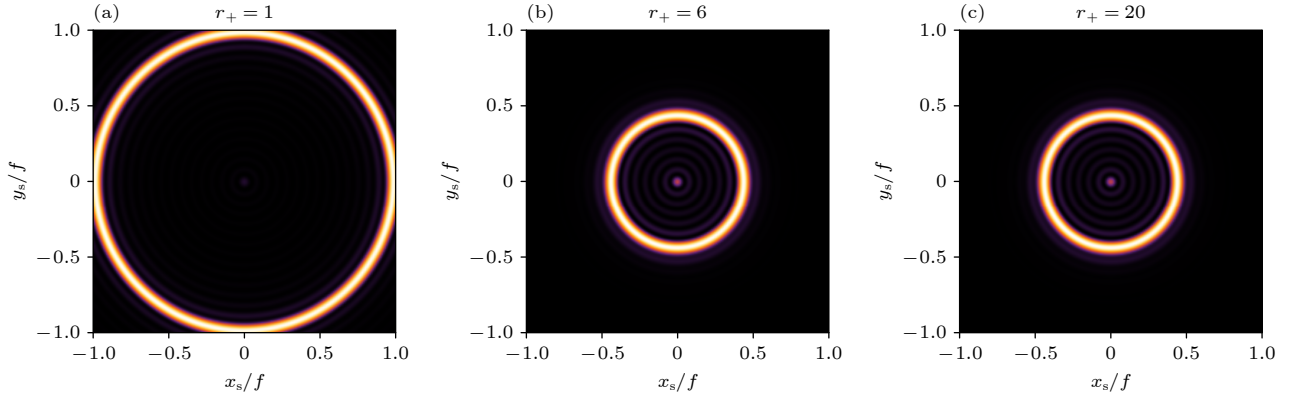


图 6 不同视界半径下的爱因斯坦环

Fig. 6. Einstein rings at different horizon radius.

5.1 几何光学框架: 零测地线方程与有效势

在几何光学近似下, 光 (或高频无质量粒子) 的传播轨迹由时空的零测地线 ($ds^2 = 0$) 描述. 对于静态球对称度规 (5):

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (28)$$

存在两个由于时空对称性而产生的守恒量: 与基灵矢量 ∂_t 相关的能量 E , 和与基灵矢量 ∂_ϕ 相关的角动量 L . 对于在赤道平面 $\theta = \pi/2$ 上的运动 (不失一般性), 定义比角动量 $\lambda = L/E$. 由零测地线条件 $g_{\mu\nu}\dot{x}^\mu\dot{x}^\nu = 0$ (点表示对仿射参数求导), 可推导出径向运动的“能量方程”:

$$\dot{r}^2 + V_{\text{eff}}(r) = \frac{1}{\lambda^2}, \quad (29)$$

其中, 有效势 $V_{\text{eff}}(r)$ 定义为

$$V_{\text{eff}}(r) = \frac{f(r)}{r^2}. \quad (30)$$

方程 (29) 类比于经典力学中单位质量粒子在一维势场 $V_{\text{eff}}(r)$ 中的运动, 其“总能量”为 $1/\lambda^2$.

5.2 光子球半径的确定

光子球 ($r = r_{\text{ph}}$) 对应不稳定的圆形光子轨道. 圆形轨道要求径向速度 $\dot{r}$ 和径向加速度 $\ddot{r}$. 这转化为对有效势的两个条件:

$$\frac{1}{\lambda_c^2} = V_{\text{eff}}(r_{\text{ph}}) \quad (\text{轨道存在条件}), \quad (31)$$

$$\left. \frac{d}{dr} V_{\text{eff}}(r) \right|_{r=r_{\text{ph}}} = 0 \quad (\text{轨道极值/不稳定条件}). \quad (32)$$

将 (30) 式代入第二个条件, 得到确定光子球半径 r_{ph} 的方程:

$$2f(r_{\text{ph}}) - r_{\text{ph}}f'(r_{\text{ph}}) = 0. \quad (33)$$

对于 EHAdS 度规 (5), $f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2} - \frac{aQ^4}{20r^6} - \frac{\Lambda r^2}{3}$, 代入 (33) 式后宇宙学常数项恰好抵消, 得到:

$$2 - \frac{6M}{r_{\text{ph}}} + \frac{4Q^2}{r_{\text{ph}}^2} - \frac{2aQ^4}{5r_{\text{ph}}^6} = 0. \quad (34)$$

这是一个关于 r_{ph} 的高次代数方程, 需数值求解. 对于给定的参数组 (M, Q, a, l) , 通过数值求根 (如牛顿-拉弗森法) 来获得物理上合理 $r_{\text{ph}} > r_+$ 的解 r_{ph} . 一旦求得 r_{ph} , 对应的临界比角动量 λ_c 可由等式 (31) 得出:

$$\lambda_c = \frac{r_{\text{ph}}}{\sqrt{f(r_{\text{ph}})}}. \quad (35)$$

5.3 边界入射角的计算

考虑一个来自 AdS 边界 ($r \rightarrow \infty$) 的遥远观测者. 对于一条从边界发出、比角动量为 λ 的光线, 其在边界处的入射角 θ (定义为光线方向与指向黑洞中心的径向方向之间的夹角) 由下式给出:

$$\sin \theta = \left. \frac{\sqrt{g_{\phi\phi}} d\phi}{\sqrt{g_{rr}} dr} \right|_{r \rightarrow \infty} = \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{1}{\sqrt{1/\lambda^2 - V_{\text{eff}}(r)}} \Big|_{r \rightarrow \infty}. \quad (36)$$

在 AdS 边界, $f(r) \sim r^2/l^2$, 因此 $V_{\text{eff}}(r) \sim 1/l^2$. 代入并取极限, 得到简洁关系:

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{l}. \quad (37)$$

这意味着在 AdS 时空中, 边界观测者测得的光线入射角直接正比于其比角动量, 比例系数为 AdS 曲率半径的倒数, 如图 7 和图 8 所示.

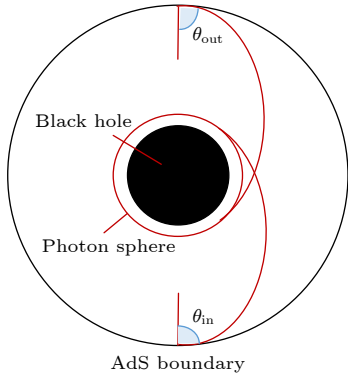

 图 7 光子球处光子的 θ_{in} 和 θ_{out}

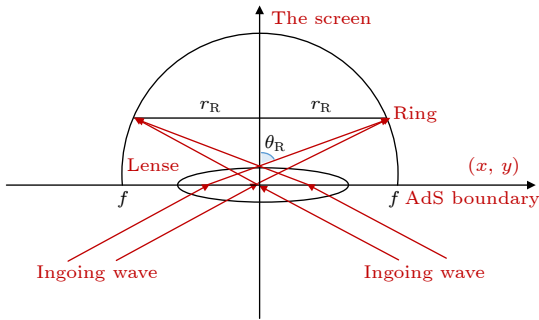
 Fig. 7. The θ_{in} and θ_{out} of photons at the photon sphere.

 图 8 θ_R 和 r_R 之间的关系

 Fig. 8. The relationship between θ_R and r_R .

特别地, 对于恰好擦过光子球 (即 $b = \lambda_c$) 的光线, 它将无限绕转并最终到达观测者, 在图像中形成爱因斯坦环. 因此, 爱因斯坦环对应的角半径 θ_R 为

$$\sin \theta_R = \frac{\lambda_c}{l} = \frac{r_{\text{ph}}}{l\sqrt{f(r_{\text{ph}})}}. \quad (38)$$

在数值设置中 $l = 1$, 故 $\theta_R = \arcsin(\lambda_c)$. 在屏幕上观测到的环的坐标半径 r_R 与这个角半径通过透镜几何相关. 对于第 2.2 节描述的位于后焦平面的屏幕, 在傍轴近似下有简单关系:

$$r_R = f \cdot \tan \theta_R \approx f \cdot \theta_R, \quad (39)$$

其中 f 是透镜焦距 (设定 $f = 1$). 因此, 几何光学预言的环半径为

$$r_R \approx \arcsin \left(\frac{r_{\text{ph}}}{\sqrt{f(r_{\text{ph}})}} \right). \quad (40)$$

5.4 数值对比与结果分析

为了验证全息波动光学方法的可靠性并与几何光学预言进行定量比较, 本文固定基本参数 $Q = 0.5$, $l = 1$, 并选取与第 4 节相同的参数组合

进行计算. 对于每组 (a, T) , 首先通过 (34) 式数值求解光子球半径 r_{ph} , 然后利用 (40) 式 (傍轴近似下 $r_R = \arcsin(r_{\text{ph}}/\sqrt{f(r_{\text{ph}})})$) 计算几何光学环半径 r_R . 全息环半径 R_{ring} 由第 4 节中 $\omega = 120$ (高频极限) 的全息模拟结果直接读取. 相对偏差定义为 $|R_{\text{ring}} - r_R|/r_R \times 100\%$.

5.4.1 随 QED 参数 a 的变化对比

表 1 展示了在固定 $T \approx 0.0506$ (对应视界半径 $r_+ = 1.0$) 时, 不同 QED 修正参数 a 下几何光学与全息成像 ($\omega = 120$, 接近高频极限) 所得的环半径.

表 1 不同 QED 参数 a 下的几何与全息环半径的对比
Table 1. Comparison of geometry and holographic ring radius under different QED parameter a .

a	r_{ph} (几何)	r_R (几何)	R_{ring} (全息, $\omega = 120$)	相对 偏差/%
0	3.2197	1.3955	1.3895	0.43
0.30	3.2182	1.3954	1.3890	0.46
0.60	3.2168	1.3953	1.3885	0.49
0.90	3.2153	1.3952	1.3880	0.52

由表 1 可知, 随着 a 增加, 光子球半径 r_{ph} 和环半径 R_{ring} (无论几何或全息) 均单调减小. 全息结果与几何光学预言之间的相对偏差均小于 0.6%, 充分验证了两种方法的一致性. 物理解释是: QED 非线性修正增强了视界附近的有效引力 (等效为更深的势阱), 使光子球向内移动, 从而爱因斯坦环收缩.

5.4.2 随黑洞温度 T 的变化对比

表 2 展示了在固定 $a = 0.3$ 时, 改变视界半径 r_+ (从而改变霍金温度 T) 所得到的对比结果. 温度 T 由 (7) 式计算, 对应的视界半径分别为 $r_+ = 0.9, 1.0, 1.1$.

表 2 不同温度下的几何与全息环半径比较
Table 2. Comparison of geometric and holographic ring radius at different temperatures.

T	r_+	r_{ph} (几何)	r_R (几何)	R_{ring} (全息, $\omega = 120$)	相对 偏差/%
0.2768	0.9	2.6706	1.3615	1.355	0.48
0.2988	1.0	3.2182	1.3954	1.387	0.46
0.3202	1.1	3.8569	1.4234	1.417	0.45

由表 2 可知随着温度 T 升高 (即视界半径 r_+ 增大), 光子球半径 r_{ph} 和环半径 R_{ring} 单调增加. 全息环半径同样呈现增加趋势. 几何光学与全息结果

之间的相对偏差始终保持在 0.5% 以内, 进一步证实了全息成像方法在高频极限下的自洽性. 上述系统对比无可辩驳地证明, 从 AdS/CFT 全息响应计算出的爱因斯坦环半径, 在高频极限下精确地再现了从体时空零测地线推导出的几何光学预言. 这不仅验证了我们全息成像数值代码的准确性, 更深刻地证实了 AdS/CFT 对偶在强引力透镜现象描述上的自洽性与威力. 同时, QED 参数 a 和黑洞温度 T 分别对环半径产生单调减小或增大的可观测效应, 为未来通过全息成像区分不同修正引力理论提供了理论依据. 综上, 第 5 节通过严格的几何光学计算与详细的对比分析, 为第 4 节的全息成像结果提供了坚实的验证和清晰的物理解释. 这确保了我们对 EHAdS 黑洞爱因斯坦环特性的所有讨论, 均建立在一个自洽且可靠的理论与数值基础之上.

6 总 结

本文系统研究了欧拉-海森伯反德西特 (EHAdS) 黑洞背景下的全息爱因斯坦环成像特征. 聚焦于量子电动力学 (QED) 修正参数、黑洞电荷、黑洞温度及边界源频率等物理量对全息图像结构的影响. 通过在边界二维球面上引入局域高斯单色源, 重构了黑洞的爱因斯坦环, 并系统分析了不同参数下环的形态、亮度及半径的变化规律. 此外, 还将全息波动光学结果与基于零测地线的几何光学预言进行了定量对比, 验证了全息方法的自洽性.

本文采用 AdS/CFT 对偶框架, 将四维 EHAdS 黑洞时空与其三维边界上的共形场论 (CFT) 联系起来. 在边界南极处引入随时间振荡的高斯型局域源, 作为体标量场的边界条件. 通过求解 Klein-Gordon 方程, 获得每个角动量模的径向解, 并提取边界响应函数. 再利用虚拟凸透镜光学系统, 对响应函数进行傅里叶变换, 重构出像平面上的光强分布, 从而生成全息爱因斯坦环. 同时, 从几何光学角度推导了光子球半径和边界入射角, 并与全息结果进行对比验证.

数值结果表明: 边界源频率较低时图像呈现弥散斑点, 随着频率升高逐渐演化为清晰亮环, 体现了从波动光学到几何光学的过渡; 观测者偏离对称轴时, 同心环退化为亮弧甚至亮点; 响应函数振幅随黑洞电荷量减小而增大. QED 修正参数使光子球半径和爱因斯坦环半径单调减小, 且在全息成像

中留下可观测印记. 几何光学与全息方法在高频极限下得到的环半径高度一致, 相对偏差小于 1%, 验证了全息方法的可靠性与自洽性.

本研究揭示了源于量子电动力学真空极化的非线性修正如何在黑洞全息影像中留下可观测痕迹, 为从边界量子信息反推体时空的量子修正提供了新的理论视角. 全息波动光学方法天然包含干涉与衍射效应, 比传统几何光学更完整地描述了强引力场中的成像过程. 本文结果原则上可为强引力场中的波动物理提供理论参考, 但需注意 AdS 时空与真实渐进平坦时空的差异; 将本工作推广至渐进平坦黑洞并与 EHT 等观测直接比较仍是未来研究的重要方向. 同时, 该方法可推广至其他修正引力模型, 具有广泛的应用前景.

参考文献

- [1] Akiyama K, Alberdi A, Alef W, et al 2019 *Astrophys. J. Lett.* **875** L1
- [2] Akiyama K, Alberdi A, Alef W, et al 2019 *Astrophys. J. Lett.* **875** L2
- [3] Akiyama K, Alberdi A, Alef W, et al 2019 *Astrophys. J. Lett.* **875** L3
- [4] Akiyama K, Alberdi A, Alef W, et al 2019 *Astrophys. J. Lett.* **875** L4
- [5] Akiyama K, Alberdi A, Alef W, et al 2019 *Astrophys. J. Lett.* **875** L5
- [6] Akiyama K, Alberdi A, Alef W, et al 2022 *Astrophys. J. Lett.* **930** L12
- [7] Akiyama K, Alberdi A, Alef W, et al 2022 *Astrophys. J. Lett.* **930** L13
- [8] Akiyama K, Alberdi A, Alef W, et al 2022 *Astrophys. J. Lett.* **930** L14
- [9] Akiyama K, Alberdi A, Alef W, et al 2022 *Astrophys. J. Lett.* **930** L15
- [10] Akiyama K, Alberdi A, Alef W, et al 2022 *Astrophys. J. Lett.* **930** L16
- [11] Gralla S E, Holz D E, Wald R M 2019 *Phys. Rev. D* **100** 024018
- [12] Johnson M D, Lupsasca A, Strominger A, et al 2020 *Sci. Adv.* **6** eaaz1310
- [13] Himwich E, Johnson M D, Lupsasca A, Strominger A 2020 *Phys. Rev. D* **101** 084020
- [14] Wei S W, Liu Y X 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 111302
- [15] Wei S W, Liu Y X, Mann R B 2019 *Phys. Rev. D* **100** 124033
- [16] Guo S, Li G R, Liang E W 2022 *Phys. Rev. D* **105** 023024
- [17] Guo S, Li G R, Liang E W 2022 *Class. Quant. Grav.* **39** 135004
- [18] Hu Z, Hou Y, Yan H, Guo M, Chen B 2022 *Eur. Phys. J. C* **82** 1166
- [19] Hou Y, Zhang Z, Yan H, Guo M, Chen B 2022 *Phys. Rev. D* **106** 064058
- [20] Kuang X M, Papantonopoulos E, Siopsis G, Wang B 2013 *Phys. Rev. D* **88** 086008
- [21] Kuang X M, Papantonopoulos E 2016 *JHEP* **08** 161

- [22] Hartnoll S A, Herzog C P, Horowitz G T 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 031601
- [23] Hartnoll S A, Herzog C P, Horowitz G T 2008 *JHEP* **12** 015
- [24] Hawking S W, Page D N 1983 *Commun. Math. Phys.* **87** 577
- [25] 't Hooft G 1993 *Conf. Proc. C* **930308** 284
- [26] Chen S B, Jing J L 2009 *Phys. Rev. D* **80** 024036
- [27] Chen S B, Jing J L 2013 *Phys. Rev. D* **88** 064058
- [28] Chen S B, Jing J L 2024 *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **67** 250411
- [29] Hashimoto K, Kinoshita S, Murata K 2020 *Phys. Rev. D* **101** 066018
- [30] Zeng X X, Li L F, Li P, Liang B, Xu P 2025 *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **68** 220412
- [31] Luo Z, He K J, Li J 2025 *Chin. Phys. C* **49** 035108
- [32] Yajima H, Tamaki T 2001 *Phys. Rev. D* **63** 064007
- [33] Magos D, Bretón N 2020 *Phys. Rev. D* **102** 084011
- [34] Hou Z Y, Lei Y Q, Ge X H 2026 *Phys. Rev. D* **113** 024060
- [35] Zeng X X, He K J, Pu J, Li G P, Jiang Q Q 2023 *Eur. Phys. J. C* **83** 897
- [36] Heisenberg W, Euler H 1936 *Z. Phys.* **98** 714
- [37] Li G R, Guo S, Liang E W 2022 *Phys. Rev. D* **106** 064011
- [38] Hashimoto K, Kinoshita S, Murata K 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 031602
- [39] Hu X Y, Zeng X X, Li L F, Xu P 2024 *Eur. Phys. J. C* **84** 199

Holographic Einstein rings of Euler-Heisenberg anti-de Sitter black holes*

DENG Huan GUO Sen[†] ZENG Xiaoxiong WEN Lin

(College of Physics and Optoelectronic Engineering, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

(Received 8 April 2026; revised manuscript received 21 May 2026)

Abstract

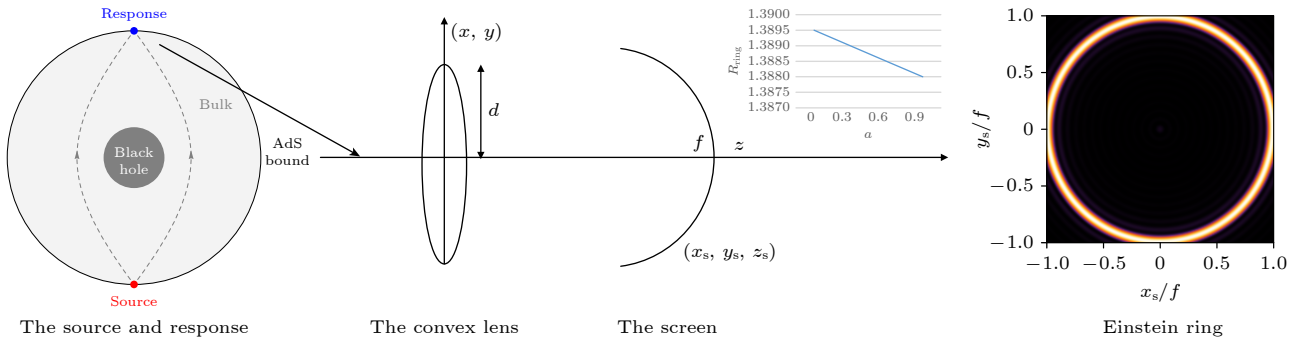
Black hole imaging provides a direct way to probe spacetime geometry in the strong-gravity regime, while possible quantum corrections to black hole images remain an important open issue. In this work, we investigate the holographic Einstein rings of Euler-Heisenberg anti-de Sitter (AdS) black holes, in which the gravitational background is coupled to the nonlinear electrodynamics induced by quantum electrodynamic vacuum polarization. Compared with the Reissner-Nordström-AdS case, the Euler-Heisenberg parameter introduces a controllable QED correction to the near-horizon geometry, making this system a useful theoretical laboratory for exploring how microscopic quantum-field effects may leave macroscopic signatures in black hole images. Within the AdS/CFT correspondence, the four-dimensional Euler-Heisenberg-AdS black hole is dual to a finite-temperature conformal field theory living on the three-dimensional boundary. We introduce a localized monochromatic Gaussian source on the boundary sphere and treat it as the boundary condition of a minimally coupled scalar probe field propagating in the bulk. By solving the Klein-Gordon equation in the black hole background with ingoing boundary conditions at the event horizon, we obtain the boundary response function of the dual scalar operator. The response function, which encodes the bulk wave propagation and scattering information, is then transformed into an observable image-plane intensity distribution by means of a virtual convex-lens optical system. This procedure reconstructs the holographic Einstein ring in a wave-optics framework.

Our numerical results show several clear physical effects. First, the image exhibits a frequency-dependent transition from wave optics to geometric optics. At low source frequency, diffraction dominates and the image appears as a diffuse bright spot. As the frequency increases, the diffuse structure gradually sharpens into a bright ring, and in the high-frequency regime the ring radius approaches the geometric-optics prediction. Second, the observer's position strongly affects the image morphology. For an observer located on the symmetry

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12505060), the Natural Science Foundation of Chongqing, China (Grant No. CSTB2025NSCQ-GPX1019), the Science and Technology Research Program of Chongqing Municipal Education Commission, China (Grant No. KJQN202500563), and the Starting Foundation of Chongqing Normal University, China (Grant No. 24XL-B033).

[†] Corresponding author. E-mail: sguophys@126.com

axis, the image forms concentric Einstein rings. As the observer moves away from the axis, the ring degenerates into a bright arc and eventually into a localized bright spot, providing a holographic manifestation of the viewing-angle dependence of strong gravitational lensing. Third, the amplitude of the boundary response increases when the black hole charge decreases, indicating that the charge of the black hole modifies the scattering efficiency of the bulk wave. We further compare the holographic images with an independent geometric-optics analysis based on null geodesics. The photon sphere radius is obtained from the extremum condition of the effective potential, and the corresponding Einstein ring radius is calculated from the critical impact parameter at the AdS boundary. The holographic ring radius extracted in the high-frequency limit agrees very well with the null-geodesic prediction. For different values of the Euler-Heisenberg parameter and temperature, the relative deviation remains below one percent, confirming the reliability and self-consistency of the holographic imaging method. In particular, increasing the QED correction parameter monotonically decreases both the photon sphere radius and the Einstein ring radius. This demonstrates that the nonlinear electrodynamic correction leaves a measurable imprint on the holographic image. These results show that holographic wave-optics imaging can capture not only the geometric photon-ring structure of black holes but also the effects of QED-induced nonlinear corrections to the bulk spacetime. The present study provides a boundary-field-theory perspective on how quantum corrections in the gravitational bulk may be inferred from optical response data, and it offers a useful theoretical framework for distinguishing modified black hole geometries through their lensing images. Although the AdS setup is not a direct model of asymptotically flat astrophysical black holes, it provides a controlled arena in which wave effects, strong gravity, and quantum electrodynamic corrections can be studied in a unified way.



Keywords: Euler-Heisenberg black hole, holographic imaging, anti-de sitter/conformal field theory correspondence, quantum electrodynamics correction

DOI: 10.7498/aps.75.20260490

CSTR: 32037.14.aps.75.20260490



欧拉-海森伯反德西特黑洞的全息爱因斯坦环

邓欢 郭森 曾晓雄 文林

Holographic Einstein rings of Euler-Heisenberg anti-de Sitter black holes

DENG Huan GUO Sen ZENG Xiaoxiong WEN Lin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 75, 141101 (2026) DOI: 10.7498/aps.75.20260490

CSTR: 32037.14.aps.75.20260490

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.75.20260490>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于液晶光取向的多维复用全息图像技术及其加密应用

Multidimensional multiplexing holographic image technology and its encryption application based on liquid crystal light orientation

物理学报. 2026, 75(9): 141101 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20251293>

Einstein-Bumblebee引力理论中的Kerr-Sen-like黑洞玻色子隧穿辐射

Tunneling radiation of bosons from the Kerr-Sen-like black hole by Einstein-Bumblebee gravitational theory

物理学报. 2024, 73(4): 040401 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231463>

渐近安全引力下的黑洞阴影和光环

Shadow and photon ring of black hole in asymptotically safe gravity

物理学报. 2024, 73(1): 010401 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231233>

准二维金属铁磁体LaCrSb₃的类海森伯临界行为

Heisenberg-like critical behavior in the quasi-two-dimensional metallic ferromagnet LaCrSb₃

物理学报. 2026, 75(10): 010401 <https://doi.org/10.7498/aps.75.20260404>

双层蜂窝状海森伯铁磁体中层间交换耦合相互作用对拓扑相的影响

Effect of interlayer exchange coupling interaction on topological phase of a bilayer honeycomb Heisenberg ferromagnet

物理学报. 2024, 73(13): 137501 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20240437>

电路量子电动力学中基于超绝热捷径的控制相位门实现

Implementation of controlled phase gate based on superadiabatic shortcut in circuit quantum electrodynamics

物理学报. 2022, 71(15): 150301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220248>