

气压对低磁场密度峰值中 Trivelpiece-Gould 波能量沉积特性的影响^{*}

李文秋^{1)†} 唐彦娜¹⁾ 刘雅琳¹⁾ 王刚¹⁾²⁾

1) (中国科学院空天信息创新研究院, 北京 100190)

2) (中国科学院大学, 北京 100049)

揭示低磁场密度峰值现象背后的物理机制, 对实现简洁、低成本及高性能射频等离子体源至关重要. 本文借助温等离子体介电张量模型和带电粒子温度各向异性假设, 利用磁化等离子体中电磁波本征模色散关系, 理论分析了低磁场($B_0 \leq 100$ G)、中等密度($n_0 = 1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$)、低气压($p \leq 5$ mTorr)条件下螺旋波与 Trivelpiece-Gould (TG) 波之间的波数耦合关系及两种波前三个角向模 ($m=0, -1, +1$) 的能量沉积特性. 研究表明: 在 $\omega/2\pi = 13.56$ MHz、 $T_{iz}/T_{ez} = 0.1$ 参量条件下, 气压变化对螺旋波与 TG 波之间的模式耦合特性、模式耦合层位置及横向波数幅值具有显著影响; 在低气压情形下, 随着气压的增大, 螺旋波能量沉积减弱而 TG 波能量沉积增强; TG 波 $m=0$ 模在整个能量沉积中扮演主导作用, 存在一个气压阈值 p_{cr} , $p < p_{cr}$ 时朗道阻尼主导能量沉积, $p > p_{cr}$ 时碰撞阻尼主导能量沉积.

关键词: 电磁波, 色散特性, 磁化等离子体, 能量沉积

PACS: 52.35.Hr, 11.55.Fv, 52.25.Xz, 92.60.hb

1 引言

低磁场密度峰值现象一直是螺旋波等离子体放电中的一个研究热点, 因其在无电极射频电推进系统^[1-4]、低成本 (更低的射频频率、更低的约束静磁场) 高性能 (更好的等离子体均匀性) 电子回旋共振等离子体源^[5-7]、半导体材料刻蚀与沉积^[8-10] 及先进聚变概念^[11-13] 等领域的巨大应用潜力而备受关注. 1992 年, Chen 在进行射频功率 (2 kW) 激发螺旋波电离产生高密度 ($\sim 3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$) 螺旋波等离子体源实验中出乎意料地在低磁场 (50 G) 处观测到局部密度峰值 ($\sim 1.7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$) 现象, 并将其出现的原因解释为 Trivelpiece-Gould (TG) 电子回旋波, 但未进一步进行详细的理论分析^[7]. 1997 年, 在低磁场 (< 100 G) 情形下, Chen 等在实验中观测到 $\sim 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ 量级的等离子体密度, 同时指出没有证据表明这和螺旋波与 TG 波之间的耦合相关^[8]. 2004 年, 在低磁场 (< 100 G) 条件下, Sato 等采用三种可以激发螺旋波的 $|m|=1$ 角向模天线进行

^{*}国家核高基重大专项(批准号: E0H2132702)资助课题.

[†]通信作者. E-mail: beiste@163.com

了射频放电实验, 结果发现只可激发螺旋波 $m = +1$ 角向模的相控天线在几十高斯磁场条件下能够产生最显著的密度峰值, 同时利用色散关系解释了这一密度峰值现象^[14]. 2007 年, Sato 等在实验中观测到小于 100 G 情形下的低磁场密度峰值现象, 发现天线激发的一种慢波通过朗道阻尼 (Landau damping) 机制产生等离子体, 指出此时慢波的相速接近电子热速度, 同时发现此朗道阻尼频率高于电子-中性原子和电子-离子碰撞频率^[15]. 2019 年, 在低磁场 (<100 G) 情形下, Yadav 等在实验中发现天线-等离子体耦合效率随着磁场非均匀性的增大而增强; 在 25 G 情形下, 当磁场非均匀性由低到高变化时, 天线-等离子体耦合效率从 60% 增大到 80%^[16]. 国内, 2015 年, 采用 Boswell 天线, Wang 等在实验中观测到当射频功率从 100 瓦增大到 250 瓦时分别在 40 ~ 55 G 与 110 ~ 165 G 处出现双密度峰值现象, 并通过 HELIC 代码模拟计算将其归因于具有强阻尼特性的 TG 波的激发^[17]. 2017 年, 采用双马鞍型天线, 牛晨等在低磁场 (100 G) 条件下通过实验证实等离子体的角向不均匀功率吸收是由于驻波螺旋波引发的^[18]. 2024 年, 采用 $m = 0$ Single-loop 天线, 在低磁场 (<100 G) 条件下, Xia 等在氩等离子体实验中观测到双密度峰值现象, 利用色散关系分析表明第一个密度峰值是螺旋波-TG 波耦合加热导致^[19]. 2025 年, Li 等在低磁场 (<100 G)、低密度 ($1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$) 及低气压 (0.5 mTorr) 条件下, 理论分析发现对于 TG 波 $m = 0$ 角向模, 电子温度各向异性因子 $\chi_e \ll 1$ 时朗道阻尼主导功率沉积, 而 $\chi_e \gg 1$ 时碰撞阻尼主导功率沉积^[20].

由上面的详述可以看到, 对低磁场密度峰值现象的解释至今没有统一性的共识, 仍待在理论和实验两方面作进一步研究. 本文在低磁场密度峰值典型参数基础上, 借助温等离子体介电张量模型和波模色散关系, 在之前 Chen^[7]的实验研究和 Li^[20]的理论研究工作基础上, 更进一步在理论层面研究了螺旋波和 TG 波前三个角向模 ($m=0, -1, +1$) 在低磁场密度峰值中扮演的角色, 分析结果表明 TG 波 $m=0$ 角向模在整个波能量沉积中占据主导地位, 更详细地, 气压值决定了朗道阻尼和碰撞阻尼何者在典型螺旋波等离子体电子纵向温度范围内主导能量沉积. 此研究结果为我们更全面理解低磁场密度峰值现象提供了新的线索.

2 理论模型

螺旋波放电产生的等离子体柱浸没在纵向静磁场 $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$ 中, 等离子体柱被内径 $r = a$ 的绝缘玻璃管包裹. 假定等离子体中离子携带单位正电荷, 径向等离子体密度均匀分布, 电子和离子均有有限温度. 整个系统的示意图如图1所示.

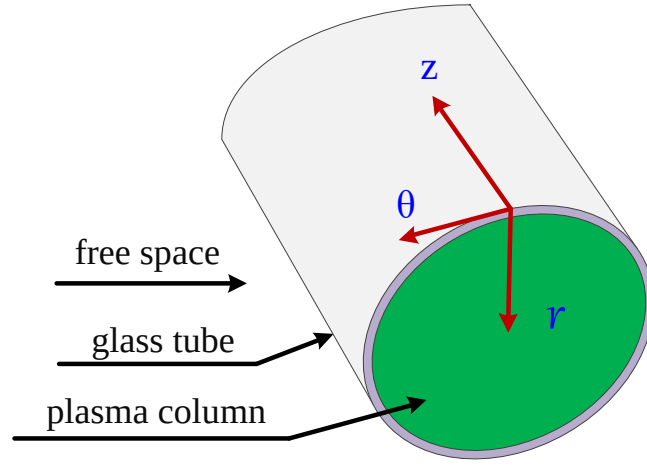


图 1 等离子体柱横向截面示意图

Fig.1. Cross section of plasma column.

采用圆柱坐标系 (r, θ, z) , 假设电磁场场量具有形式 $e^{j(m\theta + k_z z - \omega t)}$, 基于麦克斯韦方程组:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{B} = -\frac{j\omega}{c^2} \vec{K} \cdot \vec{E} \quad (2)$$

得到关于电磁场横向分量的波动方程:

$$(\nabla_{\perp}^2 + k_{\perp}^2)(\nabla_{\perp}^2 + k_{\perp}^2) \begin{pmatrix} E_z \\ B_z \end{pmatrix} = 0 \quad (3)$$

其中, m 为角向模数; ω 为波频率; k_z 为纵向波数; $k_{\perp}$ 为横向波数, 符号 $\perp$ 表示垂直于纵向静磁场的横向方向; $\vec{K}$ 为广义等离子体介电张量^[21]:

$$\vec{K} = \begin{pmatrix} \kappa_{\perp} & j\kappa_{\angle} & 0 \\ -j\kappa_{\angle} & \kappa_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_z \end{pmatrix} \quad (4)$$

其中, $\kappa_{\perp}$ 、 $\kappa_{\angle}$ 及 κ_z 分别为介电张量的横向、交叉向及纵向元素^[20].

在无界、均匀等离子体中, 电磁波的一般色散关系可表示为^[22]:

$$\kappa_{\perp} k_{\perp}^4 + k_{\perp}^2 [k_z^2 (\kappa_{\perp} + \kappa_z) - k_0^2 (\kappa_{\perp} \kappa_z + RL)] + \kappa_z (k_z^2 - k_0^2 R) (k_z^2 - k_0^2 L) = 0 \quad (5)$$

其中, $k_0 = \omega/c$ 为真空波数, c 为光速; $R = \kappa_{\perp} + \kappa_z$ 、 $L = \kappa_{\perp} - \kappa_z$. 在螺旋波等离子体放电频率范围内, 即 $\omega_{ci} \ll \omega < \omega_{ce}$, (5) 式演化为 Whistler 波色散关系^[22]:

$$\left(\frac{k}{k_0}\right)^2 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + j\nu_e - \omega_{ce} \cos \theta)} \quad (6)$$

其中, $\cos \theta = k_z / k$, $k = \sqrt{k_z^2 + k_\perp^2}$ 为总波数. 求解 (6) 式, 得到关于总波数 k 的两个解, 它们分别对应 Whistler 波的两个波模式分支:

$$k_{EM,ES} = \frac{k_z}{2\zeta} \left[1 \mp \sqrt{1 - 4 \frac{\zeta \zeta_0}{k_z^2 \delta_p^2}} \right] \quad (7)$$

其中, $\zeta = (\omega + j\nu_e) / \omega_{ce}$, $\zeta_0 = \omega / \omega_{ce}$, $\delta_p = c / \omega_{pe}$ 为等离子体趋肤深度.

考虑到包裹等离子体的极薄绝缘玻璃管对电磁波相位的影响可以忽略, 故在分析中我们仅考虑等离子体区域和外界自由空间中的电磁波场分布, 求解 (3) 式, 得到等离子体区域和自由空间区域的场型分布分别为^[22, 23]:

(a) 等离子体区域

$$B_{z,p} = f_m J_m(k_{\perp,H} r) + g_m J_m(k_{\perp,TG} r) \quad (8)$$

$$B_{\theta,p} = -\frac{f_m}{k_{\perp,H}^2} \left[\frac{mk_z}{r} J_m(k_{\perp,H} r) + k_H k_{\perp,H} J_m'(k_{\perp,H} r) \right] - \frac{g_m}{k_{\perp,TG}^2} \left[\frac{mk_z}{r} J_m(k_{\perp,TG} r) + k_{TG} k_{\perp,TG} J_m'(k_{\perp,TG} r) \right] \quad (9)$$

$$B_{r,p} = \frac{jf_m}{k_{\perp,H}^2} \left[\frac{mk_H}{r} J_m(k_{\perp,H} r) + k_z k_{\perp,H} J_m'(k_{\perp,H} r) \right] + \frac{jg_m}{k_{\perp,TG}^2} \left[\frac{mk_{TG}}{r} J_m(k_{\perp,TG} r) + k_z k_{\perp,TG} J_m'(k_{\perp,TG} r) \right] \quad (10)$$

其中, f_m 与 g_m 为场幅值系数; 横向波数 $k_{\perp,H} = \sqrt{k_{EM}^2 - k_z^2}$ 和 $k_{\perp,TG} = \sqrt{k_{ES}^2 - k_z^2}$; $J_m(\cdot)$ 为 m 阶第一类贝塞尔函数.

(b) 自由空间区域

$$B_{z,v} = jh_m k_{\perp,v} H_m^{(1)}(k_{\perp,v} r) \quad (11)$$

$$B_{\theta,v} = jh_m \frac{m}{r} H_m^{(1)}(k_{\perp,v} r) \quad (12)$$

$$B_{r,v} = h_m k_{\perp,v} H_m^{(1)'}(k_{\perp,v} r) \quad (13)$$

其中, h_m 为场幅值系数; 横向波数 $k_{\perp,v} = \sqrt{k_0^2 - k_z^2}$; $H_m^{(1)}(\cdot)$ 为 m 阶第三类贝塞尔函数.

接着, 利用边界条件, 磁场在分界面 $r = a$ 处连续^[23]:

$$B_{z,p} \big|_{r=a} = B_{z,v} \big|_{r=a} \quad (14)$$

$$B_{\theta,p} \big|_{r=a} = B_{\theta,v} \big|_{r=a} \quad (15)$$

$$B_{r,p} \big|_{r=a} = B_{r,v} \big|_{r=a} \quad (16)$$

得到关于角向模数为 m 的本征模的色散关系^[23]:

$$|Q_{\lambda\ell}| = 0, \quad (\lambda, \ell = 1, 2, 3) \quad (17)$$

其中元素 $Q_{\lambda\ell}$ 由下列表格给出:

表 1 本征模色散关系元素

Table 1. Elements of eigenmode dispersion relation

$Q_{\lambda\ell}$	$\ell = 1$	$\ell = 2$	$\ell = 3$
$\lambda = 1$	$J_m(k_{\perp,H}a)$	$J_m(k_{\perp,TG}a)$	$-jk_{\perp,v}H_m^{(1)}(k_{\perp,v}a)$
$\lambda = 2$	$k_{\perp,TG}^2 \left[mk_z J_m(k_{\perp,H}a) + k_H k_{\perp,H} a J_m'(k_{\perp,H}a) \right]$	$k_{\perp,H}^2 \left[mk_z J_m(k_{\perp,TG}a) + k_{TG} k_{\perp,TG} a J_m'(k_{\perp,TG}a) \right]$	$jk_{\perp,H}^2 k_{\perp,TG}^2 m H_m^{(1)}(k_{\perp,v}a)$
$\lambda = 3$	$k_{\perp,TG}^2 \left[mk_H J_m(k_{\perp,H}a) + k_z k_{\perp,H} a J_m'(k_{\perp,H}a) \right]$	$k_{\perp,H}^2 \left[mk_{TG} J_m(k_{\perp,TG}a) + k_z k_{\perp,TG} a J_m'(k_{\perp,TG}a) \right]$	$jk_{\perp,H}^2 k_{\perp,TG}^2 k_{\perp,v} a H_m^{(1)'}(k_{\perp,v}a)$

最后, 利用 (17) 式, 得到的横向波数, 得到角向本征模的场分布, 再根据下式求得螺旋波等
离子体中的功率沉积^[24]:

$$P_{abs} = \frac{1}{2} \omega \varepsilon_0 \int_0^a \int_0^{2\pi} \text{Im} \left[\kappa_{\perp} \left(|E_{r,p}|^2 + |E_{\theta,p}|^2 \right) + 2\kappa_{\angle} \text{Re} \left(E_{r,p} E_{\theta,p}^* \right) + \kappa_{//} |E_{z,p}|^2 \right] r dr d\theta \quad (18)$$

其中, $E_{r,p}$ 、 $E_{\theta,p}$ 和 $E_{z,p}$ 分别为等离子体区域电场的径向、角向和纵向分量 (此三个电场分量可
根据 (2) 式求得), $E_{\theta,p}^*$ 为 $E_{\theta,p}$ 的共轭.

本文分析中, 统一采用如下参数进行计算: 等离子体柱内径 $a = 3 \text{ cm}$, 中性气体为氩气 (即原
子质量数 $A = 40$), 等离子体密度 $n_0 = 1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, 波频率 $f = 13.56 \text{ MHz}$, 离子与电子纵向温度
比值 $T_{i,z} / T_{e,z} = 0.1$.

3 数值计算与结果分析

在无界、磁化等离子体中传播的Whistler波通常存在两个分支: 具有电磁特性的电磁分支
(Electromagnetic branch, EM branch) 和具有静电特性的静电分支 (Electrostatic branch, ES
branch), 在有界情形下, 电磁分支演化为螺旋波, 静电分支演化为TG波, 图2为 $T_e = 3 \text{ eV}$ 、
 $B_0 = 24 \text{ G}$ 参量条件下不同气压值对应的Whistler波色散关系. 当气压 $p = 1 \text{ mTorr}$ 时, 由图可知, 在

当前气压条件下，Whistler波的EM分支与ES分支均存在，且两个分支在模式耦合层（mode coupling surface, MCS）发生模式耦合，此MCS处对应的临界纵向/横向波数为（ $k_{z,cr} = 0.77 \text{ cm}^{-1}$, $k_{\perp,cr} = 1.7 \text{ cm}^{-1}$ ）；随着气压值的增大（ $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \text{ mTorr}$ ），可以看到临界模式耦合层的位置发生了显著变化，临界纵向波数 $k_{z,cr}$ 逐渐变大，临界横向波数逐渐变小，这表明气压的变化显著改变了Whistler波两个模式分支的传播特性和场分布结构，导致这种变化的原因可能是气压的变化改变了带电粒子间/带电粒子与中性原子间的碰撞频率，进而使得电磁波模式的传播环境发生了改变。

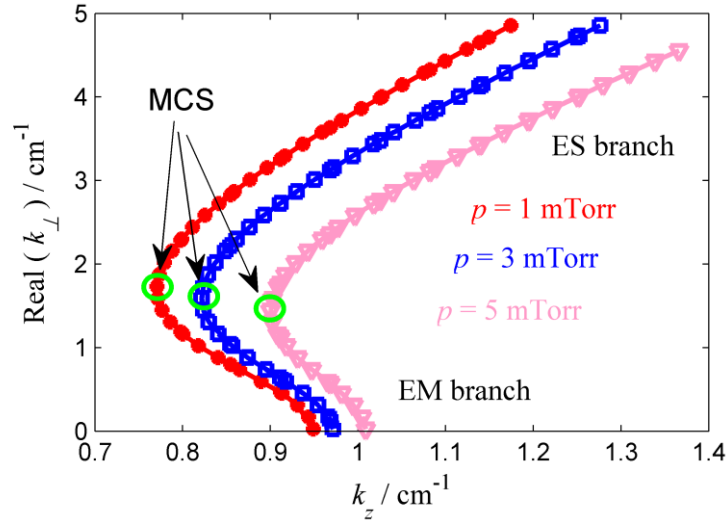


图 2 气压对Whistler 波色散关系的影响

Fig.2. Impact of neutral gas pressure on the dispersion relation of Whistler waves.

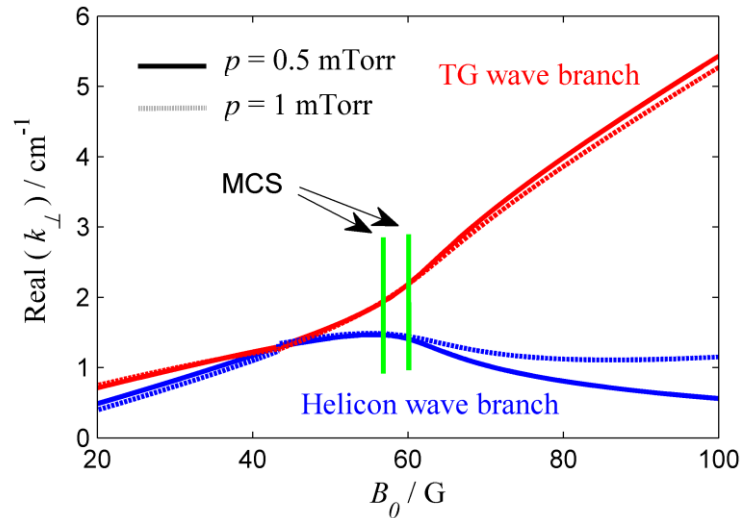
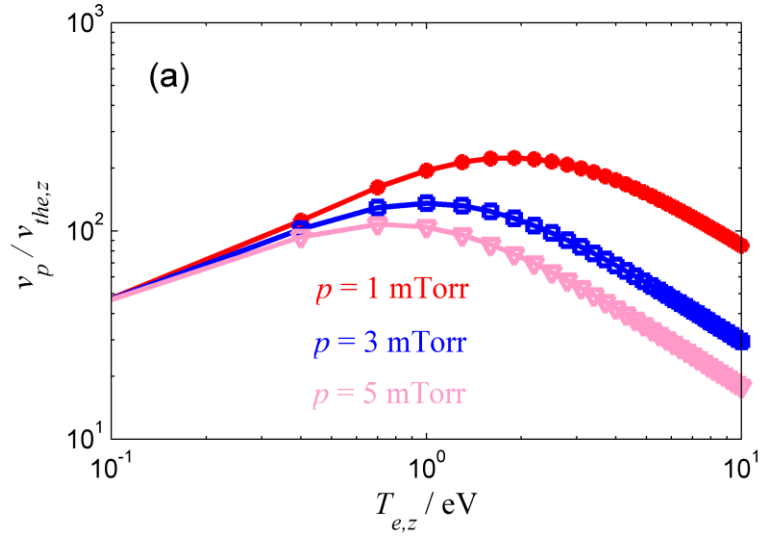


图 3 螺旋波与TG波横向波数的实部随纵向静磁场的变化特性 气压 $p=0.5 \text{ mTorr}$ (实线); 气压 $p=1 \text{ mTorr}$ (虚线)
Fig.3. Dependence of real part of the perpendicular wave number of helicon and TG waves on axial static magnetic field for different neutral gas pressure: $p=0.5 \text{ mTorr}$ (solid line) and $p=1 \text{ mTorr}$ (dot line).

上面的分析提到，在有界约束条件下，Whistler 波的电磁分支和静电分支会分别演化为螺

旋波和TG波, 在 $k_z = 0.3 \text{ cm}^{-1}$ 、 $T_e = 3 \text{ eV}$ 、 $\chi_e = 1$ 参量条件下, 图3给出了不同气压值条件下螺旋波和TG波的横向波数随纵向静磁场的变化特性 (图中实线代表 $p = 0.5 \text{ mTorr}$ 的情形, 虚线代表 $p = 1 \text{ mTorr}$ 的情形), 由图可知, TG波的横向波数实部大于螺旋波的横向波数实部, 这一波数特性与两种波在等离子体中的能量沉积特性相一致, 即相较于螺旋波, TG波类似于一种表面波, 其在向等离子体柱内部传播过程中振幅剧烈衰减, 将波的绝大部分能量沉积在等离子体柱边缘区域; 而螺旋波则表现出体波的特性, 其可以渗入等离子体柱核心区域传播, 将波的大部分能量沉积在中心区域. 其次, 从图3中可以发现, 存在一个临界磁场值 $B_{0,cr}$, 螺旋波与TG波在 $B_0 = B_{0,cr}$ 处发生模式耦合, 在忽略碰撞效应情形下, Suwon Cho指出此临界磁场值为 $B_{0,cr} \approx 2k_0(n_0 m_e / \epsilon_0)^{1/2} / k_z$ [25]. 最后, 对比不同气压值对应的横向波数实部幅值可以发现, 气压的变化对螺旋波与TG波的横向波数影响显著, 随着气压 p 的增大, 螺旋波的横向波数实部 $\text{Real}(k_{\perp,H})$ 变小, 而TG波的横向波数实部 $\text{Real}(k_{\perp,TG})$ 变大. 这些结论表明气压的改变可以明显改变等离子体中电磁波波模式的场分布轮廓, 进而影响其能量沉积特性.



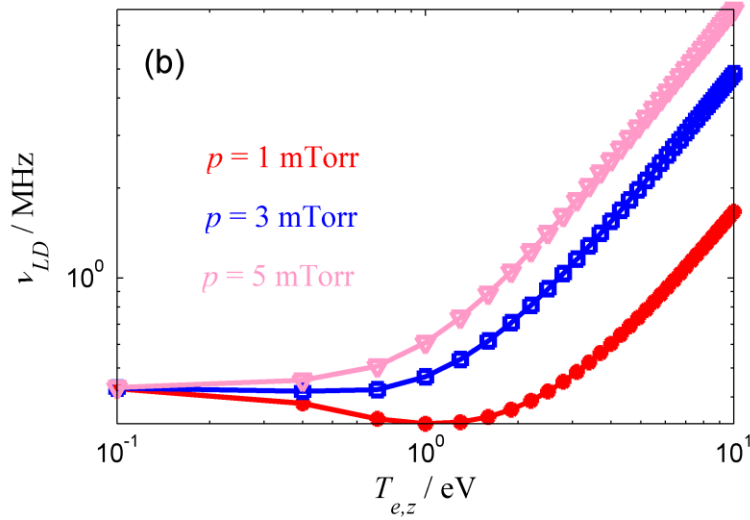


图 4 (a) 相速度与电子纵向热速度之比和 (b) 朗道阻尼频率随电子纵向温度的变化特性

Fig.4. Dependence of the (a) ratio of phase velocity to electron longitudinal thermal velocity and (b) Landau damping frequency on the electron longitudinal temperature.

朗道阻尼作为螺旋波等离子体中最重要的阻尼机制之一, 其在典型波模式能量沉积过程中扮演着核心作用. 根据理论计算公式 $\nu_{LD} = (\omega / \zeta_e^2) \text{Re} [-j / Z'(\zeta_e)]$ (其中 ν_{LD} 表示朗道阻尼频率, $\zeta_e = v_p / v_{the,z}$, $v_p = \omega / k_z$)^[26], 图4给出了低纵向静磁场 $B_0 = 48 \text{ G}$ 、 $\chi_e = 1$ 参量条件下相速度与电子纵向热速度之比 $v_p / v_{the,z}$ 和朗道阻尼频率 ν_{LD} 随电子纵向温度的变化特性. 从图4(a) 可以看到, 在电子纵向温度 $T_{e,z} \in (0.1, 10) \text{ eV}$ 范围内, 随着电子纵向温度的增大, $v_p / v_{the,z}$ 先增大后减小, 即存在一个电子纵向温度临界值 $T_{e,z,cr}$, 在此临界值处, 波相速度与电子纵向热速度之比取得最大值; 接着, 从图4(b) 可以看到, 在相同的电子纵向温度范围内, 随着 $T_{e,z}$ 的增大, 朗道阻尼频率 ν_{LD} 呈现先增大然后减小最后再增大的特点, 同样, 存在一个电子纵向温度临界值 $T_{e,z,cr}$, 在此临界值处, 朗道阻尼频率 ν_{LD} 取得最小值. 联合图4(a) 与4(b) 可以发现, $v_p / v_{the,z}$ 幅值出现最大值与 ν_{LD} 幅值出现最小值时两者对应的电子纵向温度临界值相近, 这是因为波的传播速度越大于电子纵向热速度, 波与电子之间共振作用导致的波能量沉积就越弱; 其次, 还可以看到, 当 $T_{e,z}$ 超过几个电子伏特并逐渐增大至十电子伏特, 即 $v_p / v_{the,z}$ 单调减小时, 朗道阻尼频率显著单调增大, 这说明当波的传播速度逐渐接近电子纵向热速度时, 波与电子之间的共振作用导致波能量被电子吸收的愈加明显; 最后, 从图4(b) 可以看到, 气压的变化对朗道阻尼频率具有显著的影响, 随着气压的增大, 朗道阻尼频率逐渐增强.

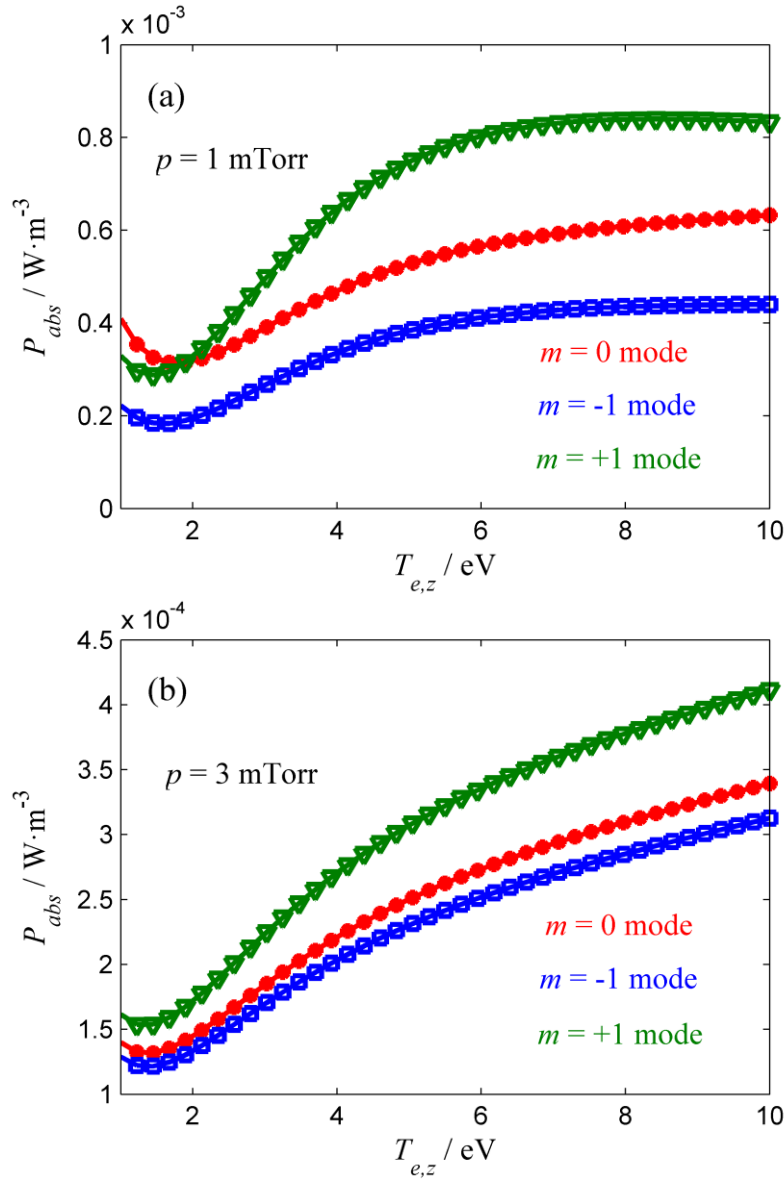


图5 螺旋波 $m=0,-1,+1$ 角向模的功率沉积随电子纵向温度的变化关系 (a)气压 $p=1 \text{ mTorr}$; (b)气压 $p=3 \text{ mTorr}$
 Fig.5. Dependence of power deposition of the $m=0,-1,+1$ azimuthal modes of helicon wave on the electron longitudinal temperature: (a) neutral gas pressure $p=1 \text{ mTorr}$; (b) neutral gas pressure $p=3 \text{ mTorr}$.

基于以上分析, 在低纵向静磁场 $B_0 = 48 \text{ G}$ 、 $\chi_e = 0.1$ 参量条件下, 图5给出了螺旋波 $m=0,-1,+1$ 三个角向模的功率沉积随电子纵向温度的变化特性. 从图中可以看到, 在电子纵向温度 $T_{e,z} \in (1, 10) \text{ eV}$ 范围内, 随着电子纵向温度的增大, 三个角向模的功率沉积均先减小后增大, 在 $T_{e,z} \approx 1.5 \text{ eV}$ 附近存在最小值, 在 $T_{e,z} = 10 \text{ eV}$ 处取得最大值; 其次, 在典型螺旋波等离子体电子温度 $T_{e,z} \in (3, 8) \text{ eV}$ 范围内, 由图可以看到, $m=+1$ 模在功率沉积中占据主导地位; 当气压增大时 ($1 \rightarrow 3 \text{ mTorr}$), 联合图5(a)与5(b)可以发现三个角向模的功率沉积均减小, 且气压的变化并未改变 $m=+1$ 模主导功率沉积这一特性.

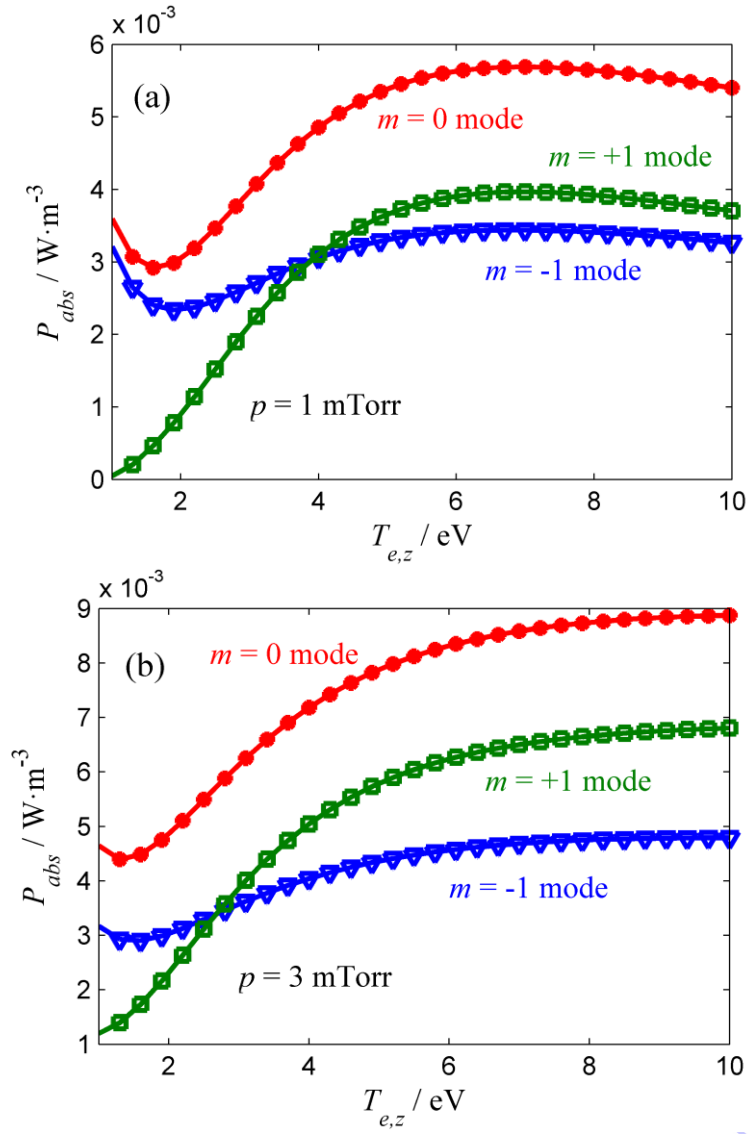


图6 TG波 $m=0,-1,+1$ 角向模的功率沉积随电子纵向温度的变化关系 (a)气压 $p=1 \text{ mTorr}$; (b)气压 $p=3 \text{ mTorr}$
 Fig.6. Dependence of power deposition of the $m=0,-1,+1$ azimuthal modes of TG wave on the electron longitudinal temperature: (a) neutral gas pressure $p=1 \text{ mTorr}$; (b) neutral gas pressure $p=3 \text{ mTorr}$.

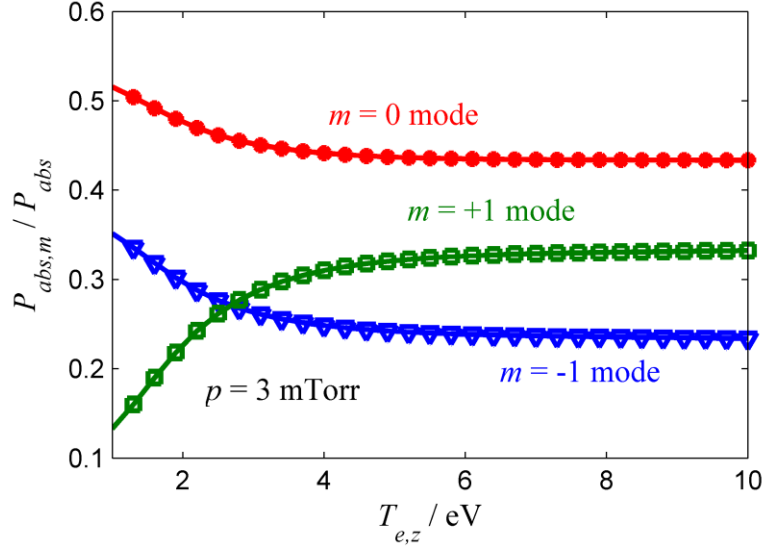


图7 气压 $p=3$ mTorr条件下TG波 $m=0,-1,+1$ 角向模的功率沉积占比随电子纵向温度的变化关系

Fig.7. Dependence of power deposition ratio of the $m=0,-1,+1$ azimuthal modes of TG wave on the electron longitudinal temperature for neutral gas pressure $p=3$ mTorr.

接着上面的分析, 在与图5相同参量条件下, 图6给出了TG波 $m=0,-1,+1$ 三个角向模的功率沉积随电子纵向温度的变化特性. 从图6(a)中可以看到, 随着电子纵向温度的增大, 三个角向模中, $m=0,-1$ 角向模的功率沉积先减小后增大最后再减小, 而 $m=+1$ 角向模的功率沉积则先增大后减小; 其次, 在 $T_{e,z} \in (3, 8)$ eV 范围内, 可以看到 $m=0$ 模在功率沉积中占据主导地位; 当气压增大时 ($1 \rightarrow 3$ mTorr), 图6(b)显示随着电子纵向温度的增大, $m=0,-1$ 角向模的功率沉积先减小后增大, 而 $m=+1$ 角向模的功率沉积则单调增大. 更进一步, 图7给出了TG波 $m=0,-1,+1$ 三个角向模的功率沉积占比随电子纵向温度的变化特性, 从图中可以看到, 在 $T_{e,z}=1$ eV 处, $m=0$ 模的功率沉积占比取得峰值, 约占整个功率沉积的 51.5% ($P_{abs,m=0} / P_{abs} \approx 0.515$), 随着 $T_{e,z}$ 的增大, $P_{abs,m=0} / P_{abs}$ 逐渐减小, 并最终稳定维持在 44%; 而 $m=-1,+1$ 两个角向模的功率沉积占比较小, 在 $T_{e,z} \in (3, 8)$ eV 范围内, $m=+1$ 角向模的功率沉积占比约维持在 32%, $m=-1$ 角向模的功率沉积占比约维持在 24%. 这些结果表明气压的变化可以改变TG波 $m=0,-1,+1$ 三个角向模随电子纵向温度的变化特性, 但并未改变 $m=0$ 模主导功率沉积这一特性.

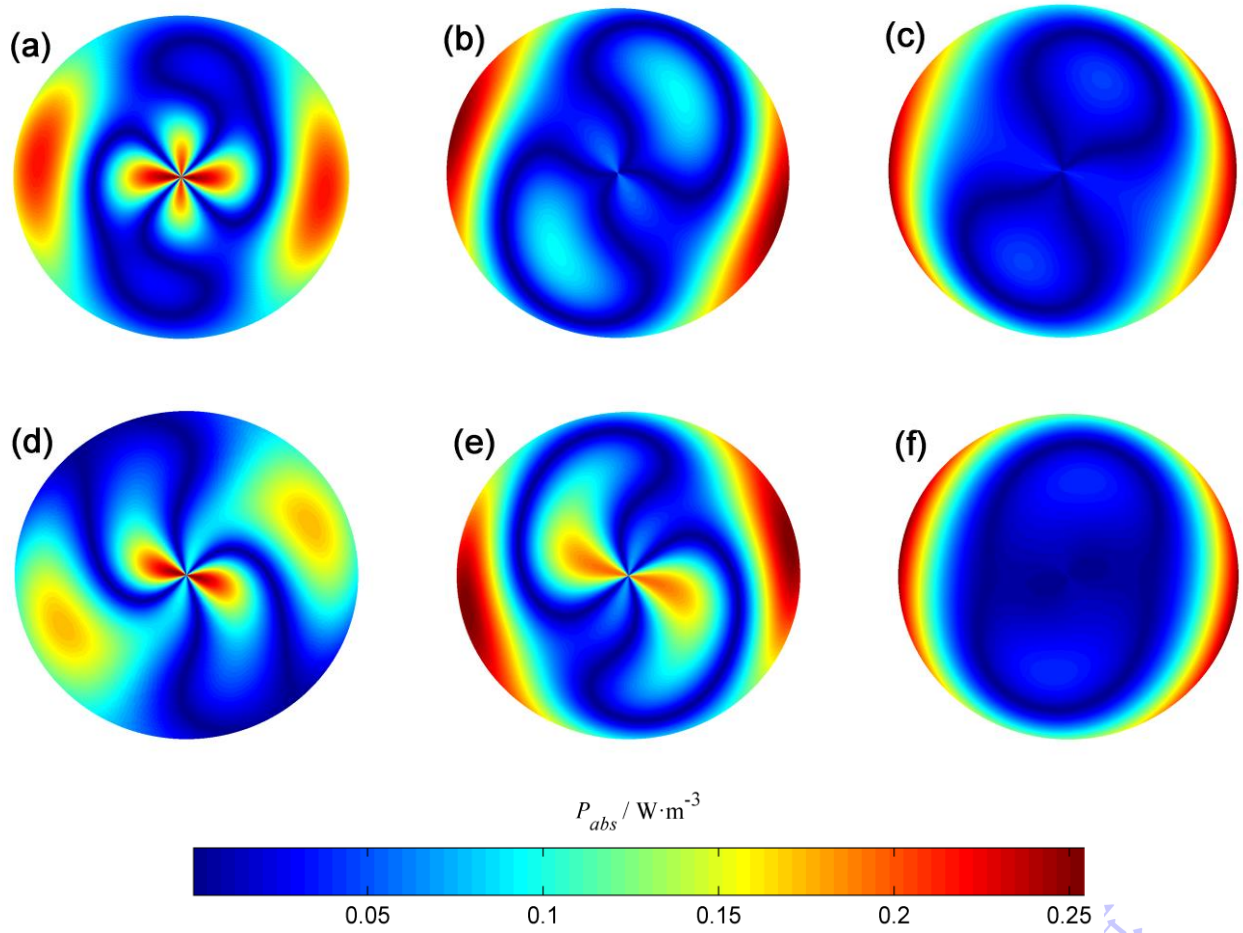
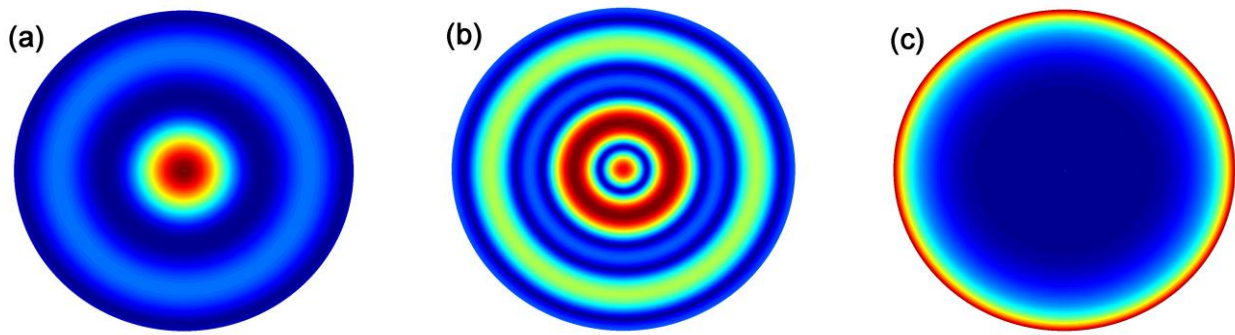


图 8 螺旋波 $m=+1$ 角向模功率沉积径向分布 (a) $p=1$ mTorr, $\chi_e = 0.1$; (b) $p=3$ mTorr, $\chi_e = 0.1$; (c) $p=5$ mTorr, $\chi_e = 0.1$; (d) $p=1$ mTorr, $\chi_e = 1$; (e) $p=3$ mTorr, $\chi_e = 1$; (f) $p=5$ mTorr, $\chi_e = 1$

Fig.8. Radial profile of power deposition for the $m=+1$ azimuthal mode of helicon wave: (a) $p=1$ mTorr, $\chi_e = 0.1$; (b) $p=3$ mTorr, $\chi_e = 0.1$; (c) $p=5$ mTorr, $\chi_e = 0.1$; (d) $p=1$ mTorr, $\chi_e = 1$; (e) $p=3$ mTorr, $\chi_e = 1$; (f) $p=5$ mTorr, $\chi_e = 1$.



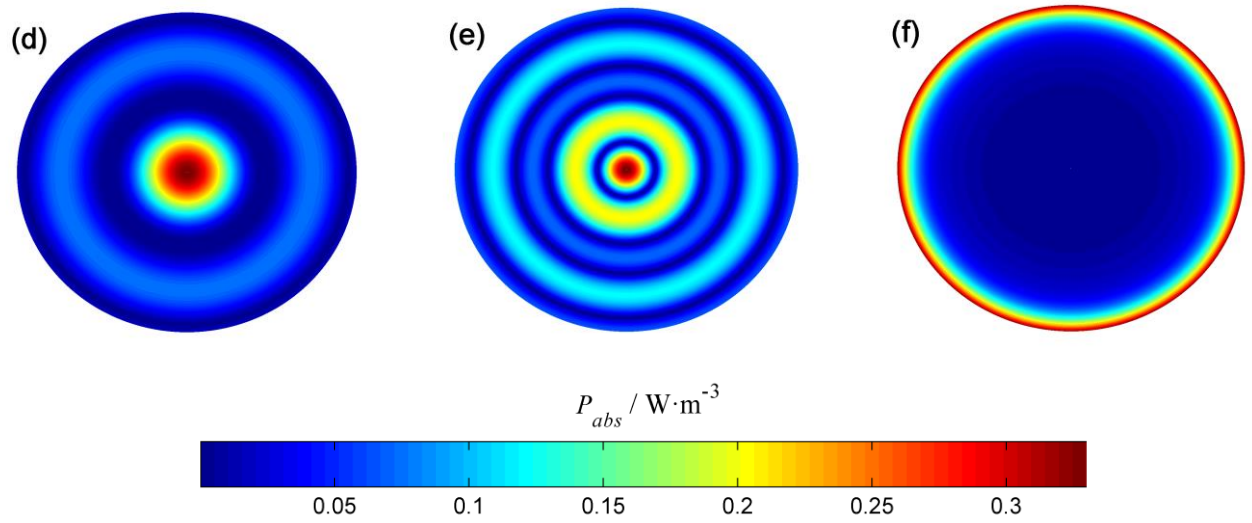


图 9 TG波 $m=0$ 角向模功率沉积径向分布 (a) $p=1$ mTorr, $\chi_e = 0.1$; (b) $p=3$ mTorr, $\chi_e = 0.1$; (c) $p=5$ mTorr, $\chi_e = 0.1$; (d) $p=1$ mTorr, $\chi_e = 1$; (e) $p=3$ mTorr, $\chi_e = 1$; (f) $p=5$ mTorr, $\chi_e = 1$

Fig.9. Radial profile of power deposition for the $m=0$ azimuthal mode of TG wave: (a) $p=1$ mTorr, $\chi_e = 0.1$; (b) $p=3$ mTorr, $\chi_e = 0.1$; (c) $p=5$ mTorr, $\chi_e = 0.1$; (d) $p=1$ mTorr, $\chi_e = 1$; (e) $p=3$ mTorr, $\chi_e = 1$; (f) $p=5$ mTorr, $\chi_e = 1$.

为了更加清晰地了解螺旋波 $m = +1$ 角向模和 TG 波 $m = 0$ 角向模的能量沉积特性, 在与图 5 和图 6 相同参量条件下, 图 8 和图 9 分别给出了螺旋波 $m = +1$ 角向模与 TG 波 $m = 0$ 角向模的径向能量沉积特性, 计算结果表明: 随着气压的增大, 螺旋波 $m = +1$ 角向模和 TG 波 $m = 0$ 角向模的能量沉积峰值区域逐渐从等离子体中心区域向边缘区域移动; 两者的区别是螺旋波 $m = +1$ 角向模的能量沉积呈现角向非对称性, 而 TG 波 $m = 0$ 角向模的能量沉积具有角向对称性. 对于螺旋波 $m = +1$ 角向模, 对比图 8 中电子温度各向异性 ($\chi_e = 0.1$) 和电子温度各向同性 ($\chi_e = 1$) 两种情形下的计算结果, 可以发现 χ_e 值的变化显著改变了螺旋波 $m = +1$ 角向模在径向和角向的能量沉积轮廓; 而对于 TG 波 $m = 0$ 角向模, 图 9 表明电子温度各向异性因子 χ_e 值的变化仅仅改变了波能量沉积在径向的强度. 以上这些结论暗示气压的改变对于解螺旋波 $m = +1$ 角向模和 TG 波 $m = 0$ 角向模的能量沉积特性具有显著的影响, 在实际放电过程中可以通过改变气压值来调节螺旋波等离子体中电磁波的能量沉积分布.

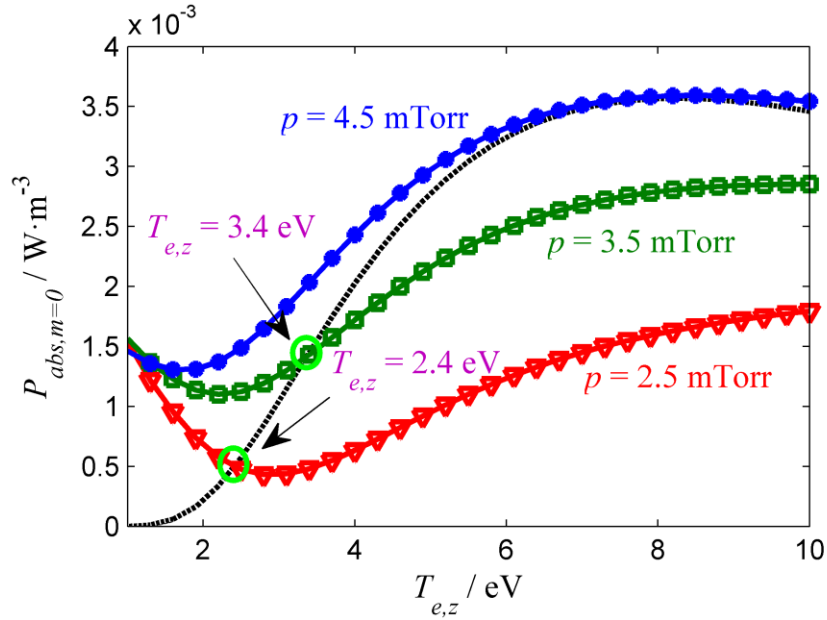


图 10 TG波 $m=0$ 角向模功率沉积随电子纵向温度的变化关系 碰撞阻尼 (标记实线); 朗道阻尼 (虚线)
Fig.10. Dependence of power deposition of the $m=0$ azimuthal mode of TG wave on the electron longitudinal temperature: collisional damping (marked solid line); Landau damping (dot line).

联合图 5 和图 6 可以发现, 在当前低磁场 ($B_0 = 48$ G)、电子温度各向异性 ($\chi_e = 0.1$) 参量条件下, TG 波 $m=0$ 模在能量沉积中占据主导地位. 为了更加详细地了解 TG 波 $m=0$ 模的能量沉积特性, 图 10 给出了由碰撞阻尼和朗道阻尼引起的能量沉积对比结果 (图中虚线代表朗道阻尼致使的能量沉积, 由于计算朗道阻尼过程中不考虑碰撞效应 ($\nu_e = 0$), 故朗道阻尼致使的能量沉积曲线只有一条; 图中红/绿/蓝三条实线代表不同气压值条件下碰撞阻尼致使的能量沉积), 由图可知, 在电子纵向温度 $T_{e,z} \in (1, 10)$ eV 范围内, 碰撞阻尼和朗道阻尼致使的能量沉积在不同的电子纵向温度范围内占据主导地位, 即存在一个电子纵向温度阈值 $T_{e,z,cr}$, 低于此阈值, 碰撞阻尼主导能量沉积, 高于此阈值, 朗道阻尼主导能量沉积; 随着气压 p 的增大, 此阈值 $T_{e,z,cr}$ 也随之增大, 当气压从 2.5 mTorr 增大到 3.5 mTorr 时, 此电子纵向温度阈值 $T_{e,z,cr}$ 从 2.4 eV 增大到 3.4 eV; 更为重要的是, 由图 10 中蓝色曲线可以看到, 存在一个临界气压阈值 p_{cr} (当前参量条件下此临界气压阈值 $p_{cr} = 4.5$ mTorr), 当气压大于此阈值时, 碰撞阻尼致使的能量沉积在整个电子纵向温度范围内占据主导地位, 同时也可以发现, 随着气压从 2.5 mTorr 增大到 4.5 mTorr, 碰撞阻尼致使的能量沉积逐渐增强, 这可能是因为随着气压的增大, 电子与中性工质原子之间的碰撞频率不断增大, 导致更多的波能量通过电子与中性原子之间碰撞效应沉积入等离子体中.

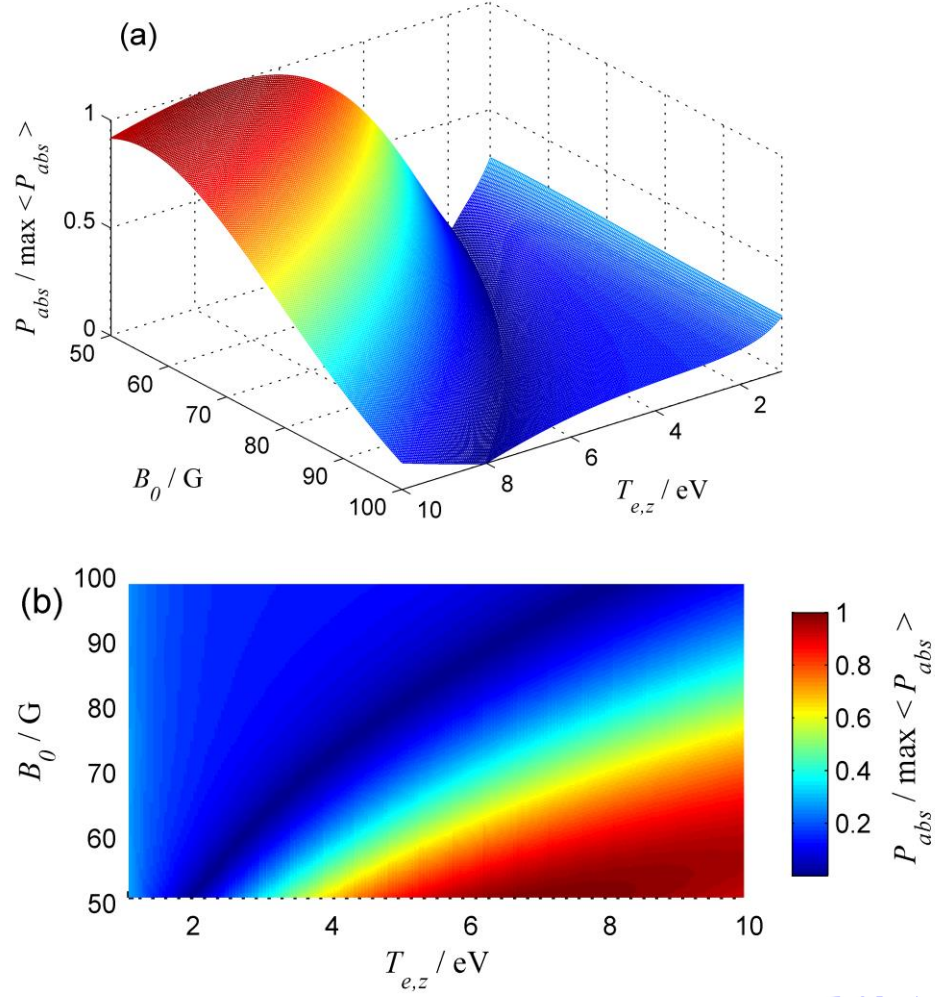


图 11 TG波 $m=0$ 角向模归一化功率沉积在 $(B_0, T_{e,z})$ 参量空间的分布 (a)三维分布; (b) 二维分布

Fig.11. Normalized power deposition profile of the $m=0$ azimuthal mode of TG wave in the $(B_0, T_{e,z})$ parameter space: (a) three dimensional; (b) two dimensional.

为了更全面地理解 TG 波 $m=0$ 角向模的能量沉积特性, 在低气压 ($p=1$ mTorr)、电子温度各向异性 ($\chi_e=0.1$) 参量条件下, 图 11 给出了由碰撞阻尼和朗道阻尼致使的波能量沉积在 $(B_0, T_{e,z})$ 参量空间的分布特性, 计算结果表明, 磁场强度和电子纵向温度均对波能量沉积特性有显著影响. 由图可知, 在整个电子纵向温度 $T_{e,z} \in (1, 10)$ eV 范围内, 波能量沉积幅值依赖于磁场值, 在 $B_0 \geq 60$ G 范围内, 随着 $T_{e,z}$ 的增大, 波能量沉积先减弱, 后逐渐增强; 而在 $B_0 < 60$ G 范围内, 随着 $T_{e,z}$ 的增大, 波能量沉积先减弱, 再逐渐增强, 最后又逐渐减弱, 可以看到, 波能量沉积在 $(B_0 = 50 \text{ G}, T_{e,z} = 7.6 \text{ eV})$ 处取得峰值, 这与图 10 中得到的结果近似一致 (图 10 中黑色虚线代表的朗道阻尼致使的能量沉积在 $T_{e,z} \approx 8 \text{ eV}$ 处取得峰值), 并未完全一致的原因在于磁场值有微小差异 (图 9 中 $B_0 = 48 \text{ G}$, 图 10 中 $B_0 = 50 \text{ G}$) 以及碰撞阻尼导致的能量沉积是否被包含 (图 11

中的波能量沉积 P_{abs} 包含碰撞阻尼导致的部分), 同时, 这一近似一致的结果表明此时朗道阻尼致使的能量沉积占据主导地位. 最后, 从图中还可以发现, 存在一个曲线型区域 (从图 11 中可以看出这一曲线区域起于 $(B_0 = 50 \text{ G}, T_{e,z} = 2 \text{ eV})$ 点, 终于 $(B_0 = 100 \text{ G}, T_{e,z} = 8 \text{ eV})$ 点), 这是因为在这一区域朗道阻尼和碰撞阻尼效应最为微弱, 导致波能量沉积强度最小. 这些理论分析结果表明, 在低磁场情形下, 可以通过优化磁场强度来调节 TG 波 $m = 0$ 模能量沉积峰值对应的电子纵向温度.

4 结 论

低磁场密度峰值现象一直是螺旋波等离子体中的一个核心研究热点, 对其在理论层面的解释有助于从根本上揭示螺旋波等离子体的放电演化过程. 本文借助一般性温等离子体介电张量模型和等离子体中电磁波的一般色散关系, 理论分析了电子温度各向异性 ($\chi_e = 0.1$)、低磁场、中等密度条件下螺旋波和 Trivelpiece-Gould (TG) 波的模式耦合特性, 重点分析了 TG 波 $m = 0$ 角向模的能量沉积特性. 研究结果表明: 1) 气压的变化对 Whistler 波的电磁分支与静电分支之间的模式耦合特性具有显著影响, 亦改变了螺旋波与 TG 波之间的模式耦合特性、模式耦合层位置及横向波数幅值. 2) 对于螺旋波和 TG 波的前三个角向模 ($m = 0, -1, +1$ 模), 在低气压条件下随着气压的增大, 螺旋波的能量沉积逐渐减弱, 而 TG 波的能量沉积逐渐增强; 螺旋波中, $m = +1$ 模主导能量沉积, 而在 TG 波中, $m = 0$ 模能量沉积占据主导地位; 螺旋波 $m = +1$ 模和 TG 波 $m = 0$ 模的能量沉积峰值区域均随气压的增大向等离子体柱边缘区域移动; TG 波 $m = 0$ 模在整个能量沉积中扮演主导作用, 其碰撞阻尼和朗道阻尼致使的能量沉积在不同电子纵向温度范围内占据主导地位, 且随着气压的增大, 碰撞阻尼导致的能量沉积逐渐增强, 直至超过某一临界阈值, 碰撞阻尼彻底主导能量沉积. 3) 对于 TG 波 $m = 0$ 模, 在低气压情形下, 由碰撞阻尼和朗道阻尼引起的能量沉积在磁场约为 50 G、电子纵向温度约为几个电子伏特附近出现峰值. 这些分析结果为理解低磁场密度峰值现象提供了理论支持, 也为更全面探究螺旋波放电过程给出了新的证据.

参考文献

- [1] Shinohara S, Nishida H, Tanikawa T, et al. 2014 *IEEE Transactions on Plasma Science* **42** 1245
- [2] Bathgate S N, Bilek M M M, McKenzie D R 2017 *Plasma Sci. Technol.* **19** 083001
- [3] Shinohara S, Kuwahara D, Furukawa T, et al. 2019 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **61** 014017
- [4] Papavramidis K, Vogt C, Gutierrez E, et al. 2025 *J. Electr. Propul.* **4** 60

- [5] Tarey R D, Ganguli A, Sahu D, et al. 2017 *Plasma Sources Sci. Technol.* **26** 015009.
- [6] Sudit I D, Chen F F 1996 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **5** 43
- [7] Chen F F 1992 *J. Vac. Sci. Technol., A* **10** 1389
- [8] Chen F F, Jiang X, Evans J D, et al. 1997 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **39** A411
- [9] Sarra-Bournet C, Charles C, Boswell R 2011 *Surf. Coat. Technol.* **205** 3939
- [10] Voronin S, Vallée C 2024 *IEEE Trans. Mater. Electron Devices* **1** 49
- [11] Soltani B, Habibi M 2017 *J. Fusion Energy* **36** 152
- [12] Del Valle J I, Chang Diaz F R, Granados V H 2022 *Front. Phys.* **10** 856221
- [13] Baldwin M J, Nishijima D, Patino M I, et al. 2023 *Nucl. Mater. Energy* **36** 101477
- [14] Sato G, Oohara W, Hatakeyama R 2004 *Appl. Phys. Lett.* **85** 4007
- [15] Sato G, Oohara W, Hatakeyama R 2007 *Plasma Sources Sci. Technol.* **16** 734
- [16] Yadav S, Barada K K, Ghosh S, et al. 2019 *Phys. Plasmas* **26** 082109
- [17] Wang Y, Zhao G, Liu Z W, et al. 2015 *Phys. Plasmas* **22** 093507
- [18] Niu C, Liu Z W, Yang L Z, et al. 2017 *Acta Phys.Sin.* **66** 045201 (in Chinese) [牛晨, 刘忠伟, 杨丽珍, 等 2017 物理学报 **66** 045201]
- [19] Xia Z, Zhang T, Cui Y, et al. 2024 *Phys. Plasmas* **31** 083504
- [20] Li W Q, Tang Y N, Liu Y L, et al. 2025 *Acta Phys.Sin.* **74** 155201 (in Chinese) [李文秋, 唐彦娜, 刘雅琳, 等 2025 物理学报 **74** 155201]
- [21] Swanson D G 1989 *Plasma waves* (New York: Academic Press) p155
- [22] Chen F F, Arnush D 1997 *Phys. Plasmas* **4** 3411
- [23] Li W Q, Zhao B, Wang G 2020 *Acta Phys.Sin.* **69** 215201 (in Chinese) [李文秋, 赵斌, 王刚 2020 物理学报 **69** 215201]
- [24] Shamrai K P, Shinohara S 2001 *Phys. Plasmas* **8** 4659
- [25] Cho S 2006 *Phys. Plasmas* **13** 033504
- [26] Loewenhardt P K, Blackwell B D, Boswell R W, et al. 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 2792

Impact of neutral gas pressure on Trivelpiece-Gould wave energy deposition characteristic in low magnetic field density peak *

Li Wen-Qiu ^{1)†} Tang Yan-Na ¹⁾ Liu Ya-Lin ¹⁾ Wang Gang ¹⁾²⁾

1) (Aerospace Information Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

2) (University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract

Full understanding of the basic physical mechanism behind the low magnetic field density peak phenomenon is crucial to realize a simple, low-cost and high-performance radio frequency helicon plasma source. Although research on this nonlinear phenomenon has continued for many years, there is still no unified conclusion among researchers on its explanation, and further research remains to be conducted both theoretically and experimentally.

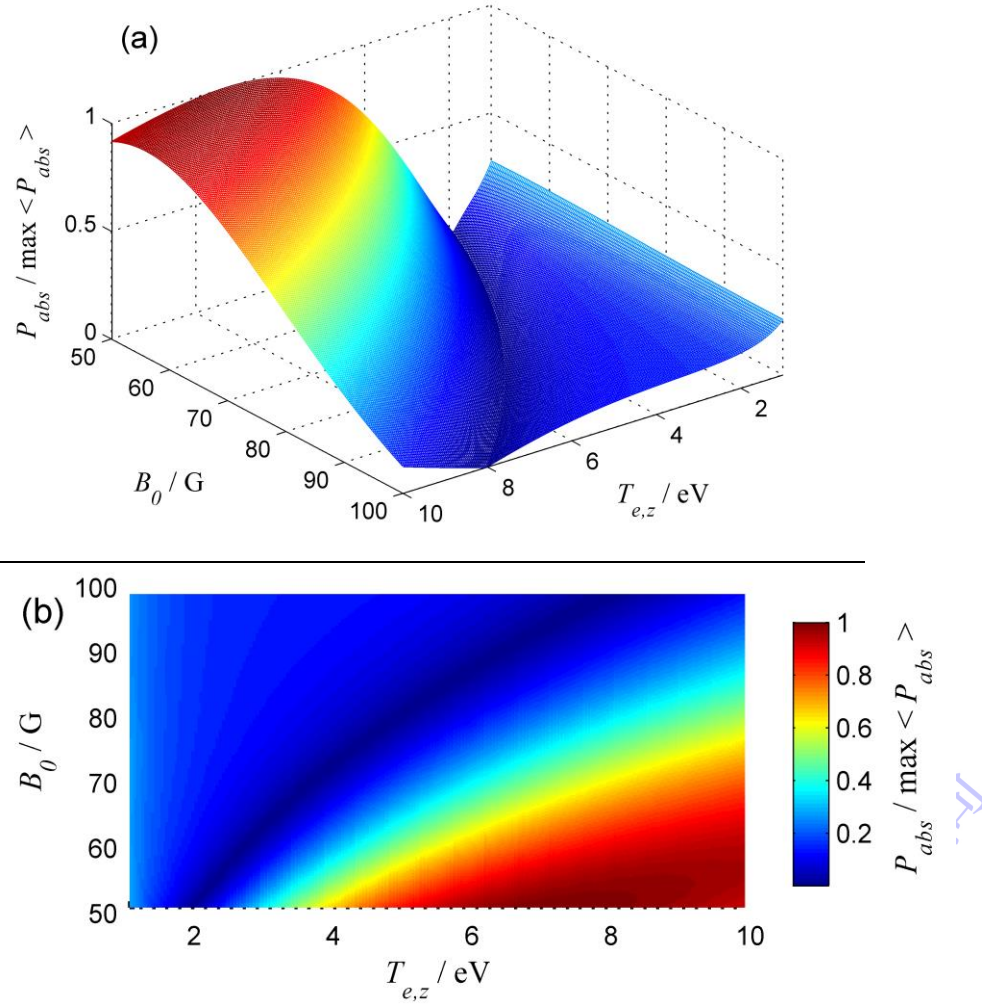
As a further theoretical attempt to fully figure out the basic physical picture behind the low magnetic field density peak phenomenon, in this paper, the influence of neutral gas pressure on Trivelpiece-Gould (TG) wave energy deposition characteristic in low magnetic field density peak phenomenon is investigated. Within the typical parameter range of low magnetic field density peak phenomenon, i.e., wave frequency $\omega/2\pi=13.56$ MHz, low magnetic field ($B_0 \leq 100$ G), moderate plasma density ($n_0=1 \times 10^{12}$ cm⁻³), low neutral gas pressure ($p \leq 5$ mTorr), ratio of axial ion temperature to axial electron temperature $T_{i,z}/T_{e,z}=0.1$, by employing the general warm plasma dielectric tensor model and eigenmode dispersion relationship of electromagnetic waves in magnetized plasma, the mode coupling characteristic between helicon and Trivelpiece-Gould (TG) waves, and power deposition properties of helicon and TG waves for the first three azimuthal modes ($m=0, -1, +1$) are theoretically analyzed. Analytical results suggest that: 1) the intensity of neutral gas pressure not only has a significant impact on the mode coupling characteristics between the electromagnetic and electrostatic branches of Whistler waves, but also significantly alters the mode coupling characteristics between the helicon wave and the TG wave, mode coupling surface (MCS) position and amplitude of the perpendicular wave number of helicon and TG waves. 2) Regarding the first three azimuthal modes ($m=0, -1, +1$) of helicon and TG waves, under low-pressure conditions, as pressure increases, energy deposition by helicon wave gradually weakens while increases by the TG wave; the $m=+1$ mode dominates energy deposition for helicon wave, whereas the $m=0$ mode dominates energy deposition for TG wave; as pressure increases, the peak energy deposition regions for both the $m=+1$ mode of helicon wave and $m=0$ mode of TG wave moving toward the edge region of the plasma column; the TG wave $m=0$ mode plays a dominant role in whole energy deposition process, more specifically, energy deposition induced by collisional and Landau damping dominates for different electron temperature ranges, as pressure increases, collisional damping induced energy deposition intensifies until the pressure value surpasses a critical threshold, above which the collisional damping becomes the absolute dominant mechanism in whole energy deposition process. 3) For the $m=0$ mode of TG wave, under low neutral gas pressure conditions, energy deposition resulting from collisional damping and Landau

* Project supported by the HeGaoJi Program of China (Grant No. E0H2132702).

† Corresponding author. E-mail: beiste@163.com

damping peaks at a magnetic field of approximately 50 G and an electron temperature of a few electron-volts.

These analysis results provide theoretical support for understanding the low magnetic field density peak phenomenon and offer new evidence for a more comprehensive understanding of the helicon discharge process.



Keywords: electromagnetic waves, dispersion characteristics, magnetized plasma, energy deposition

PACS: 11.55.Fv, 52.35.Mw, 52.25.Xz, 92.60.hb