

观点和展望
VIEWS AND PERSPECTIVES

自旋磁化的塞曼量子几何视角 *

向龙俊¹ 许富明^{1,2†} 王健^{1,2,3†}

¹ (深圳大学, 物理与光电工程学院, 深圳 518060)

² (粤港澳大湾区量子科学中心, 深圳 518045)

³ (香港大学, 物理系, 香港)

摘要

自旋磁化是自旋电子学的重要研究方向之一. 在中心反演对称性破缺的材料中, 外加电场不仅能诱导非平衡自旋极化, 即外禀 Edelstein 效应, 还可以通过电子结构重整产生平衡态磁电耦合, 即内禀 Edelstein 磁电效应. 在中心对称体系中, 近期研究进一步提出了二阶非线性 Edelstein 效应. 通过将自旋自由度引入量子距离并定义新的塞曼量子几何张量, 可以建立直流电场驱动下自旋磁化效应的统一理论描述: 在线性响应区间, 外禀自旋磁化由塞曼贝里曲率主导, 而内禀自旋磁化由塞曼量子度规决定; 在二阶非线性响应中, 非线性 Drude 项与二阶内禀项与塞曼贝里曲率偶极矩密切相关, 而二阶外禀磁化则由塞曼量子度规偶极矩决定. 最后, 本文展示了各项自旋磁化响应系数的对称性选择定则及候选材料, 讨论了交变电场诱导下动力学自旋磁化效应的塞曼量子几何解释, 并展望了电场诱导自旋磁化在奈尔力矩产生和磁序电学操控等自旋电子学方面的应用.

关键词: 自旋磁化; Edelstein 效应; 塞曼量子度规; 塞曼贝里曲率

PACS: 85.75.-d, 03.65.Vf, 75.47.-m, 75.78.-n **DOI:**

CSTR:

* 基金: 国家自然科学基金 (批准号: 12574054, 12404059) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: xufuming@szu.edu.cn; jianwang@hku.hk

1 引言

量子几何张量是现代凝聚态物理领域的重要理论工具. 传统凝聚态物理主要关注布洛赫电子的本征能量, 即能带结构. 近年来, 随着拓扑物理^[1]和极化理论^[2]的发展, 布洛赫电子波函数的几何结构也受到广泛关注. 作为波函数的规范不变组合, 量子几何张量的虚部对应贝里曲率^[3], 实部对应量子度规^[4], 为描述量子材料的电学和光学响应特性提供了统一且物理图像清晰的理论框架, 并被成功用于解释反常霍尔效应、非线性霍尔效应、非线性光学响应和平带超导等一系列物理效应^[5-11].

除电荷外, 布洛赫电子还具有自旋自由度. 如何将自旋引入量子几何框架, 并用于理解自旋流、自旋霍尔效应和自旋磁化^[12,13]等自旋输运现象, 一直是该领域的重要研究问题. 其中, 电场诱导自旋磁化是最典型的自旋响应之一^[14]. 在中心反演对称性破缺的金属中, 外电场驱动下的电流可在自旋轨道耦合体系产生非平衡自旋磁化, 即外禀 Edelstein 效应, 也称为逆自旋伽伐尼效应^[15]. 在中心反演对称性破缺的绝缘体

中, 电场可通过修正电子波函数产生平衡磁电耦合, 即内禀 Edelstein 效应^[13,16]. 当响应扩展到二阶时, 中心反演对称材料中还可能出现内禀项^[17]、外禀项^[18]和非线性 Drude 项^[19]等新型磁化效应, 并可在近期提出的塞曼量子几何框架下统一描述^[20]. 这一理论不仅揭示了各类自旋磁化响应的共同几何起源, 也为响应张量的对称性分析、材料筛选和实验辨识提供了理论依据.

本文从量子距离的定义出发, 通过引入对自旋的旋转操作, 介绍近期提出的塞曼量子几何张量^[20], 并在此基础上对直流电场驱动下线性和二阶非线性自旋磁化响应建立统一的理论描述^[19]. 基于塞曼贝里曲率、塞曼量子度规及其偶极矩, 本文将不同响应阶次和不同弛豫时间标度下的自旋磁化响应系数整理为一组紧凑的表达式. 最后展示了不同响应系数的对称性选择定则及候选材料, 讨论了交变电场驱动下自旋磁化效应的塞曼量子几何解释, 并展望了电场诱导自旋磁化效应在奈尔力矩 (Néel torque) 产生以及磁畴演化等反铁磁自旋动力学方面的应用.

2 塞曼量子几何

传统的量子几何张量 (Quantum geometric tensor, QGT) 定义基于电子布洛赫态在动量空间中做无穷小平移时的“量子距离”。对于一个含自旋轨道耦合的周期性哈密顿量的本征态 (即电子布洛赫态的周期性部分) $|u_{nk}^x\rangle$, 考虑由位置算符生成的无穷小动量平移算符 $U_{dk} \equiv e^{-i dk \hat{r}}$, 其中 $\hat{r}_a = i \frac{\partial}{\partial k_a} \equiv i \partial_a$, 初末态之间的量子距离可表示为^[4]

$$ds_1^2 \equiv \|U_{dk}|u_{nk}^x\rangle - |u_{nk}^x\rangle\|^2 = \sum_{m \neq n} g_{nm}^{ab} dk_a dk_b, \quad (1)$$

其中 $a, b \equiv x, y, z$. 这里 g_{nm}^{ab} 即为量子几何张量 (QGT), 可以分解为实部和虚部

$$g_{nm}^{ab} \equiv r_{nm}^a r_{mn}^b \equiv G_{nm}^{ab} - \frac{i}{2} \Omega_{nm}^{ab}. \quad (2)$$

上式中 G_{nm}^{ab} 是 QGT 的对称部分, 被称为量子度规 (quantum metric, QM), Ω_{nm}^{ab} 是 QGT 的反对称部分, 对应贝里曲率 (Berry curvature, BC). 在式(2)中, $r_{nm}^a \equiv \langle u_{nk}^x | i \partial_a | u_{nk}^x \rangle$ ($m \neq n$) 表示带间贝里联络.

布洛赫态 $|u_{nk}^x\rangle$ 还包含自旋自由度 χ . 除动量平移外, 还可对自旋 $\hat{\sigma}$ 施加无穷小转动: $U_{d\theta} \equiv e^{-i d\theta \cdot \hat{\sigma}/2}$. 因此, 式 (1) 中的量子距离可自然推广为^[20]

$$ds_2^2 \equiv \|U_{d\theta} U_{dk} |u_{nk}^x\rangle - |u_{nk}^x\rangle\|^2. \quad (3)$$

对 $U_{d\theta} U_{dk}$ 做一阶展开后, 可得

$$ds_2^2 = \sum_{m \neq n} g_{nm}^{ab} dk_a dk_b + \sum_m \Sigma_{nm}^{ab} \frac{d\theta_a d\theta_b}{4} + \sum_{m \neq n} \frac{z_{mn}^{ba} + z_{nm}^{ba}}{2} d\theta_a dk_b. \quad (4)$$

除传统的量子几何张量 g_{nm}^{ab} 外, 推广的量子距离中新引入的 $\Sigma_{nm}^{ab} = \sigma_{nm}^a \sigma_{mn}^b$ 是自旋空间量子几何张量 (Spin-space QGT)^[21], 可用于描述自旋纹理^[22]; 而 $z_{nm}^{ab} = r_{nm}^a \sigma_{mn}^b$ 是塞曼量子几何张量 (Zeeman QGT)^[20,23], 适用于描述自旋磁化效应.

与式 (2) 类似, 塞曼量子几何张量可分解为

$$z_{nm}^{ab} \equiv Q_{nm}^{ab} - \frac{i}{2} \mathcal{Z}_{nm}^{ab}, \quad (5)$$

其中 Q_{nm}^{ab} 表示塞曼量子度规 (Zeeman QM), \mathcal{Z}_{nm}^{ab} 对应塞曼贝里曲率 (Zeeman BC). 其具体表达式为

$$Q_{nm}^{ab} = \frac{r_{nm}^a \sigma_{mn}^b + r_{mn}^a \sigma_{nm}^b}{2}, \quad (6)$$

$$\mathcal{Z}_{nm}^{ab} = i (r_{nm}^a \sigma_{mn}^b - r_{mn}^a \sigma_{nm}^b). \quad (7)$$

尽管名称相似, Q_{nm}^{ab} (\mathcal{Z}_{nm}^{ab}) 通常不再对 a 和 b 严格满足对称 (反对称) 性质. 如果进一步将塞曼量子几

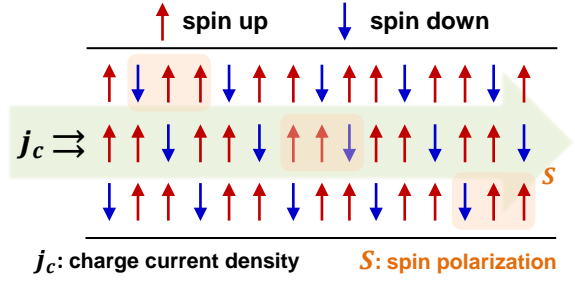


图 1: Edelstein 效应示意图: 在自旋轨道耦合系统中, 外电场驱动下的电流密度 j_c 诱导出均匀的非平衡自旋极化 S

Fig. 1 Schematic of the Edelstein effect in a spin-orbit coupling system: a charge current density j_c induces a uniform nonequilibrium spin polarization S

何张量分解为对称与反对称、实部与虚部的四分量形式, 可以发现其包含两套对偶的量子几何, 并具有新颖的局部拓扑性质^[24]. 此外, 塞曼几何量在空间反演 (\mathcal{P}) 与时间反演 (\mathcal{T}) 下的变换性质与传统几何量存在明显差异: 在时间反演变换下, 传统贝里曲率 Ω_{nm}^{ab} 为 \mathcal{T} -奇, 而 \mathcal{Z}_{nm}^{ab} 为 \mathcal{T} -偶; 在空间反演下, 传统量子度规 G_{nm}^{ab} 与贝里曲率 Ω_{nm}^{ab} 为 \mathcal{P} -偶, 而塞曼几何量 Q_{nm}^{ab} 与 \mathcal{Z}_{nm}^{ab} 为 \mathcal{P} -奇. 值得注意的是, 若体系不存在自旋轨道耦合, 塞曼量子几何会自动消失^[20].

3 自旋磁化的塞曼量子几何描述

Edelstein 效应^[14,15] 是典型的自旋磁化现象. 如图1所示, 在自旋轨道耦合系统中, 外加电场驱动的电荷流可诱导均匀的非平衡自旋极化. Edelstein 效应与自旋霍尔效应的区别在于, 前者表现为电流驱动下样品体内均匀分布的非平衡自旋极化; 后者则表现为纵向电流驱动下横向自旋流的产生, 并进一步在样品边界处引起自旋累积. 因此, Edelstein 效应本质上属于“电荷流—自旋极化”响应, 而自旋霍尔效应则属于“电荷流—自旋流”响应. Edelstein 效应为讨论自旋磁化的量子几何起源提供了最直观的物理图像.

不失一般性, 在直流电场驱动下, 自旋磁化响应可表示为

$$M_a = \beta_{ab} E_b + \beta_{abc} E_b E_c + \dots, \quad (8)$$

其中, β_{ab} 对应线性 Edelstein 效应, β_{abc} 对应二阶非线性 Edelstein 效应. 根据它们对弛豫时间 τ 的依赖

关系, β_{ab} 和 β_{abc} 分别可写为^[19]

$$\beta_{ab} = \sum_{i=0}^{i=1} \beta_{ab}^{(i)}, \quad \beta_{ab}^{(i)} \propto \tau^i, \quad (9)$$

$$\beta_{abc} = \sum_{i=0}^{i=2} \beta_{abc}^{(i)}, \quad \beta_{abc}^{(i)} \propto \tau^i. \quad (10)$$

其中 τ^0 项对应内禀贡献, 与散射过程无关, 由波函数的几何结构决定. 正比于 τ 或其更高次幂的项则对应外禀贡献, 反映了电场驱动下杂质散射对响应的修正. 因此, 线性与非线性 Edelstein 效应可进一步区分为内禀与外禀两类机制. 接下来, 我们利用塞曼量子几何对线性与非线性自旋磁化响应进行统一描述.

3.1 线性 Edelstein 效应

利用响应理论^[25], 在直流极限下, 外禀线性 Edelstein 效应的响应系数可表示为^[19]

$$\beta_{ab}^{(1)} = -\frac{\tau}{2} \sum_{nm} \int_k f_n \mathcal{Z}_{nm}^{ba}. \quad (11)$$

其中 \int_k 表示对布里渊区的积分, f_n 为平衡费米分布函数, \mathcal{Z}_{nm}^{ba} 是式(7)定义的塞曼贝里曲率. 式(11)表明外禀线性 Edelstein 效应完全由塞曼贝里曲率决定.

进一步利用 $\sum_m \mathcal{Z}_{nm}^{ba} = \partial_b \sigma_{nn}^a$ ^[20], 其中 σ_{nn}^a 表示自旋算符分量 $\hat{\sigma}^a$ 在第 n 个能带上的对角矩阵元, 式(11)经分部积分后可化为文献中熟知的 Edelstein 效应表达式^[15]:

$$\beta_{ab}^{(1)} = \frac{\tau}{2} \sum_n \int_k \partial_b f_n \sigma_{nn}^a = \frac{\tau}{2} \sum_n \int_k \frac{\partial f_n}{\partial \epsilon_n} v_n^b \sigma_{nn}^a. \quad (12)$$

其中, v_n^a 为能带 n 上电子的群速度, ϵ_n 为电子的本征能级. 该结果显含 $\partial f_n / \partial \epsilon_n$, 表明外禀线性 Edelstein 效应具有费米面性质^[3], 因此仅存在于金属体系中.

与外禀贡献相对应, 内禀线性 Edelstein 效应在直流极限下可写为^[19]

$$\beta_{ab}^{(0)} = \sum_{nm} \int_k f_n \frac{Q_{nm}^{ba}}{\epsilon_{nm}}, \quad (13)$$

其中 $\epsilon_{nm} = \epsilon_n - \epsilon_m$. 容易看出, 该项由塞曼量子度规 Q_{nm}^{ba} 决定. 不同于外禀线性 Edelstein 效应, 式(13)对费米分布函数 f_n 的积分体现出费米海性质^[3], 因此内禀线性 Edelstein 效应不仅存在于铁磁金属中, 也可存在于绝缘体系中^[13,16].

3.2 二阶非线性 Edelstein 效应

如式(10)所示, 二阶非线性 Edelstein 效应的响应函数 β_{abc} 包含 τ^0 、 τ^1 、和 τ^2 三项贡献, 分别对应

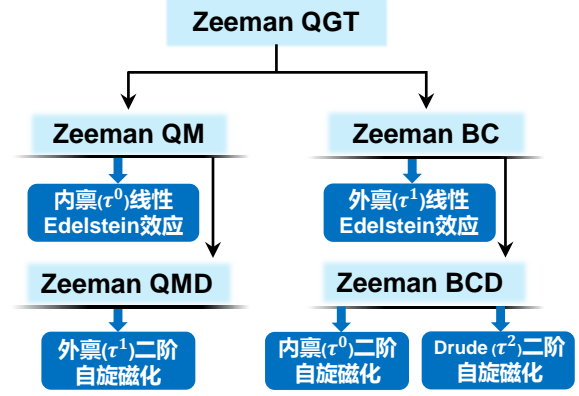


图 2: 自旋磁化的塞曼量子几何理论框架

Fig. 2 Zeeman quantum geometric framework for spin magnetization

内禀、外禀和 Drude 响应系数. 首先, Drude(τ^2) 项的响应系数可表示为^[19]

$$\beta_{abc}^{(2)} = -\frac{\tau^2}{4} \sum_{nm} \int_k \mathcal{Z}_{nm}^{ba} v_n^c \frac{\partial f_n}{\partial \epsilon_n}. \quad (14)$$

其中 $\mathcal{Z}_{nm}^{ba} v_n^c$ 是塞曼贝里曲率偶极矩 (Zeeman Berry curvature dipole, Zeeman BCD), 与傅亮等在 2015 年提出的贝里曲率偶极矩对应^[26]. 式(14)表明, Drude 二阶磁化由塞曼贝里曲率偶极矩决定, 且具有费米面性质.

类似地, 外禀 (τ^1) 二阶自旋磁化的响应系数可表示为^[19]

$$\beta_{abc}^{(1)} = \tau \sum_{nm} \int_k \frac{Q_{nm}^{ba}}{\epsilon_{nm}} v_n^c \frac{\partial f_n}{\partial \epsilon_n}. \quad (15)$$

其中 $Q_{nm}^{ba} v_n^c$ 是塞曼量子度规偶极矩 (Zeeman quantum metric dipole, Zeeman QMD). 可以看到, 式(15)所描述的外禀 (τ^1) 二阶自旋磁化响应由塞曼量子度规偶极矩决定, 同样具有费米面性质. 文献^[18]将能带重整后的塞曼量子度规 $\sum_m 2Q_{nm}^{ba} / \epsilon_{nm}$ 称为反常自旋极化率 (anomalous spin polarizability).

最后, 与弛豫时间无关的内禀 (τ^0) 二阶磁化响应系数为^[19]

$$\beta_{abc}^{(0)} = \sum_{nm} \int_k \left(\frac{T_{nm}^{abc}}{\epsilon_{nm}^3} f_n + \frac{Z_{nm}^{ca} v_n^b}{2\epsilon_{nm}^2} \frac{\partial f_n}{\partial \epsilon_n} \right), \quad (16)$$

其中 $T_{nm}^{abc} = \partial_c \epsilon_{mn} \mathcal{Z}_{nm}^{ba} / 2 + (\sigma_{mm}^a - \sigma_{nn}^a) \epsilon_{nm} G_{nm}^{bc} / 2$. 式(16)的第一项显含 f_n , 表现为费米海性质, 第二项则为费米面性质 (显含 $\partial f_n / \partial \epsilon_n$). 显然, 内禀 (τ^0) 二阶自旋磁化主要由塞曼贝里曲率偶极矩 $\mathcal{Z}_{nm}^{ca} v_n^b$ 决定. 此外, 费米海贡献的第一项还包含传统量子度规 G_{nm}^{bc} 的贡献.

表 1: 各种线性和非线性自旋磁化效应在空间反演 P 、时间反演 T 以及时空联合反演 PT 下的对称性约束. 其中 \times 代表对称性禁止, \checkmark 代表对称性允许.

Table 1. Symmetry constraints on various linear and nonlinear spin-magnetization responses under inversion symmetry P , time-reversal symmetry T , and combined space-time inversion symmetry PT . Here, \times denotes symmetry-forbidden and \checkmark indicates symmetry-allowed.

| 弛豫时间依赖 | 线性自旋磁化: $\beta_{ab}^{(i)} \propto \tau^i$ | | 二阶非线性自旋磁化: $\beta_{abc}^{(i)} \propto \tau^i$ | | |
|--------|---|--------------|---|--------------|--------------|
| | τ^0 | τ^1 | τ^0 | τ^1 | τ^2 |
| 量子几何起源 | Zeeman QM | Zeeman BC | Zeeman BCD | Zeeman QMD | Zeeman BCD |
| P | \times | \times | \checkmark | \checkmark | \checkmark |
| T | \times | \checkmark | \times | \checkmark | \times |
| PT | \checkmark | \times | \times | \checkmark | \times |

如图2所示, 塞曼量子几何张量为描述直流电场驱动下线性与非线性、内禀与外禀自旋磁化效应提供了统一的理论框架. 该框架还可进一步推广至电场和磁场协同驱动下自旋相关的电流与磁化响应^[21,27]. 为突出不同响应之间的联系与区别, 我们在表 1 中对线性和二阶非线性自旋磁化响应进行了系统总结, 列出了响应系数的弛豫时间标度、相应的塞曼量子几何起源及其在空间反演 P 、时间反演 T 和时空联合反演 PT 下的对称性约束^[20]. 可以看到, 线性内禀自旋磁化 $\beta_{ab}^{(0)}$ 由塞曼量子度规决定, 而线性外禀 Edelstein 响应 $\beta_{ab}^{(1)}$ 则由塞曼贝里曲率主导. 在二阶非线性响应中, τ^0 和 τ^2 项主要与塞曼贝里曲率偶极矩相关, 而 τ^1 项则由塞曼量子度规偶极矩决定. 表 1 还表明, 具有不同几何起源的响应系数在 P 、 T 和 PT 对称性下满足不同的选择定则, 因此可为实验区分各种自旋磁化机制提供有用判据.

4 讨论和展望

4.1 自旋磁化的候选材料平台

表1总结了不同自旋磁化响应系数的对称性选择定则, 可作为筛选候选材料的直接依据. 对于线性自旋磁化, 内禀响应 $\beta_{ab}^{(0)}$ 与外禀响应 $\beta_{ab}^{(1)}$ 均要求空间反演对称性破缺, 因此极性半导体、Rashba 型界面、Janus 单层材料以及非中心对称磁性材料均为优先考虑的候选体系^[28]. 然而, 二者在时间反演下的选择定则不同: $\beta_{ab}^{(0)}$ 在 T 对称体系中被禁止, 但可存在于 PT 对称体系中; 而 $\beta_{ab}^{(1)}$ 在 T 对称体系中允许, 但在 PT 对称体系中被禁止. 二阶非线性自旋磁化中的 τ^0 和 τ^2 项要求破缺 T 或 PT 对称性, 适合在极性磁体、非中心对称反铁磁体以及低对称磁性二维材料中寻找. 而塞曼量子度规偶极矩主导的 τ^1 项在 P 、 T 和 PT

对称性下均可存在, 为 PT 对称反铁磁材料中的二阶自旋磁化提供了一种可能的实现途径^[20].

4.2 交变电场驱动的自旋磁化

在高频交变电场驱动下, 自旋轨道耦合系统中会出现动力学自旋磁化效应^[29]. 塞曼量子几何也可用于描述这类新响应. 在交变电场作用下, 频率依赖的线性自旋磁化响应系数可表示为^[19]

$$\beta_{ab}^{(0)}(\omega) = \sum_{nm} \int_k f_n \left(\lambda_1^{nm} \frac{Q_{nm}^{ba}}{\epsilon_{nm}} + \frac{\lambda_2^{nm}}{2} \frac{Z_{nm}^{ba}}{\epsilon_{nm}} \right), \quad (17)$$

其中 $\lambda_1^{nm} = -\omega^2 \cos(\omega t) / (\omega^2 - \epsilon_{nm}^2)$, $\lambda_2^{nm} = \epsilon_{nm} \omega \sin(\omega t) / (\omega^2 - \epsilon_{nm}^2)$ 为频率依赖的无量纲系数. 不同于第 3.1 节中直流电场驱动下线性内禀与外禀自旋磁化可分别由塞曼量子度规和塞曼贝里曲率主导的情形, 在这种动力学响应中, 两类塞曼几何量同时参与并共同决定磁化特性. 近期研究表明, 动力学自旋磁化效应可以为低耗散反铁磁体系, 尤其是反铁磁绝缘体中的超快磁态操控提供新的实现途径, 并为电场诱导的自旋轨道力矩提供新的物理机制^[29].

4.3 区分自旋磁化与轨道磁化

实验上观测到的电场诱导磁化通常并非单一来源, 而是自旋磁化与轨道磁化共同贡献的结果, 二者均可能对外加电场产生显著响应. 特别是在强自旋轨道耦合材料中, 自旋与轨道自由度彼此混合, 轨道 Edelstein 效应和轨道磁化^[30,31] 等输运响应也可利用贝里曲率、量子度规等几何量描述, 因此仅凭总磁化信号往往难以直接判定其微观起源. 如何在实验上可靠地区分自旋与轨道贡献, 成为理解相关响应机制和建立材料判据的关键问题. 可行的策略包括: 结合元素或轨道选择性的磁圆二色、共振散射等谱学手段, 直接分辨不同角动量通道的响应; 利用对称性选择定则与

响应函数张量分量的角分布特征, 比较自旋型与轨道型响应的差异; 并进一步结合弛豫时间标度、频率依赖和温度依赖等, 通过多维度拟合, 区分主要由费米面决定的外禀贡献和源于费米海性质的内禀贡献。

4.4 自旋电子学应用展望

电场诱导的非平衡自旋磁化不仅是理解自旋—电荷耦合输运的重要物理量, 也可直接作为驱动自旋轨道力矩与奈尔力矩的核心机制, 在新型自旋电子学器件中具有重要应用前景^[32,33]。在反铁磁材料中, 电流诱导的子晶格自旋极化可产生与奈尔矢量耦合的有效场, 从而实现反对铁磁序参数的纯电学操控^[34], 为高速、低功耗、抗杂散磁场干扰的信息写入与多态存储提供新的实现方案^[35]。此外, 这种自旋磁化对奈尔矢量取向及磁畴构型高度敏感, 可作为电学手段用于探测奈尔矢量翻转、磁畴演化及畴壁运动等过程^[36], 为反铁磁自旋动力学表征提供新的手段。从材料设计的角度看, 由塞曼几何量决定的磁化响应张量受到晶体与磁点群对称性严格约束^[37], 可据此建立候选材料的对称性筛选判据, 并结合第一性原理计算预测响应强度, 从而为高性能反铁磁自旋电子材料与器件设计提供理论指导^[33]。

参考文献

- [1] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
- [2] Vanderbilt D, 2018 *Berry Phases in Electronic Structure Theory: Electric Polarization, Orbital Magnetization and Topological Insulators* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [3] Xiao D, Chang M-C, Niu Q 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1959
- [4] Provost J P, Vallee G 1980 *Commun. Math. Phys.* **76** 289
- [5] Nagaosa N, Sinova J, Onoda S, MacDonald A H, Ong N P 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1539
- [6] Ahn J, Guo G-Y, Nagaosa N, Vishwanath A 2022 *Nat. Phys.* **18** 290
- [7] Xiao C, Yao W 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 237302 [肖聪, 姚望 2023 物理学报 **72** 237302]
- [8] Liu T, Qiang X-B, Lu H-Z, Xie X C 2024 *Nat. Sci. Rev.* **12** nwae334
- [9] Jiang Y, Holder T, Yan B H 2025 *Rep. Prog. Phys.* **88** 076502
- [10] Zeng X-L, Lai W-X, Wei Y-W, Ma Y-Q 2024 *Chin. Phys. B* **33** 030310
- [11] Wang Q, Wang B, Jun Wang J, Zhang L 2025 *Chin. Phys. Lett.* **42** 070603
- [12] Sinova J, Culcer D, Niu Q, Sinitsyn N A, Jungwirth T, MacDonald A H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 126603
- [13] Garate I, Franz M 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 146802
- [14] Johansson A 2024 *J. Phys.: Condens. Matter* **36** 423002
- [15] Edelstein Y M 1990 *Solid State Commun.* **73** 233
- [16] Dong L, Xiao C, Xiong B, Niu Q 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 066601
- [17] Xiao C, Liu H, Wu W, Wang H, Niu Q, Yang S A 2022 *Phys. Rev. Lett.* **129** 086602
- [18] Xiao C, Wu W, Wang H, Huang Y-X, Feng X, Liu H, Guo G-Y, Niu Q, Yang S A 2023 *Phys. Rev. Lett.* **130** 166302
- [19] Xiang L J, Jin H, Wang J 2025 *Phys. Rev. Lett.* **135** 146303
- [20] Xiang L J, Jia J X, Xu F M, Qiao Z H, Wang J 2025 *Phys. Rev. Lett.* **134** 116301
- [21] Jia J X, Xiang L J, Qiao Z H, Wang J 2025 arXiv: 2510.02661
- [22] Chakraborti N, Dey A, Nandy S, Ghosh S K, Saha K 2026 arXiv: 2603.04023
- [23] Cao J, Qi F, Xiang Y, Jin G 2025 *Phys. Rev. B* **112** 235145
- [24] Cui R J, Xiang L J, Xu F M, Wang J 2026 arXiv: 2604.09725
- [25] Niu Q, Gao Y, Xiao C 2024 *PHYSICS* **53** 460 (in Chinese) [牛谦, 高阳, 肖聪 2024 物理 **53** 460]
- [26] Sodemann I, Fu L 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 216806

- [27] Xiang L J, Jia J X, Xu F M, Wang J 2026 *Phys. Rev. B* **113** L201406
- [28] Bihlmayer G, Noël P, Vyalikh D V, Chulkov E V, Manchon A 2022 *Nat. Rev. Phys.* **4** 642
- [29] Feng X, Cao J, Zhang Z, Ang L K, Lai S, Jiang H, Xiao C, Yang S A 2025 *Phys. Rev. Lett.* **135** 106301
- [30] Xiao C, Niu Q 2020 *Phys. Rev. B* **101** 235430
- [31] Liu H, Cullen J H, Arovas D P, Culcer D 2025 *Phys. Rev. Lett.* **134** 036304
- [32] Železný J, Gao H, Výborný K, Zemen J, Mašek J, Manchon A, Wunderlich J, Sinova J, Jungwirth T 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 157201
- [33] Manchon A, Železný J, Miron I M, Jungwirth T, Sinova J, Thiaville A, Garello K, Gambardella P 2019 *Rev. Mod. Phys.* **91** 035004
- [34] Wadley P, Howells B, Železný J, Andrews C, Hills V, Champion R P, Novák V, Olejník K, Maccherozzi F, Dhesi S S, Martin S Y, Wagner T, Wunderlich J, Freimuth F, Mokrousov Y, Kuneš J, Chauhan J S, Grzybowski M J, Rushforth A W, Edmonds K W, Gallagher B L, Jungwirth T 2016 *Science* **351** 587
- [35] Bodnar S Y, Šmejkal L, Turek I, Jungwirth T, Gomonay O, Sinova J, Sapozhnik A A, Elmers H-J, Kläui M, Jourdan M 2018 *Nat. Commun.* **9** 348
- [36] Grzybowski M J, Wadley P, Edmonds K W, Beardsley R, Hills V, Champion R P, Gallagher B L, Chauhan J S, Novák V, Jungwirth T, Maccherozzi F, Dhesi S S 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 057701
- [37] Watanabe H, Yanase Y 2018 *Phys. Rev. B* **98** 220412(R)

Spin magnetization from the perspective of Zeeman quantum geometry*

XIANG Longjun¹ XU Fuming^{1,2†} WANG Jian^{1,2,3†}

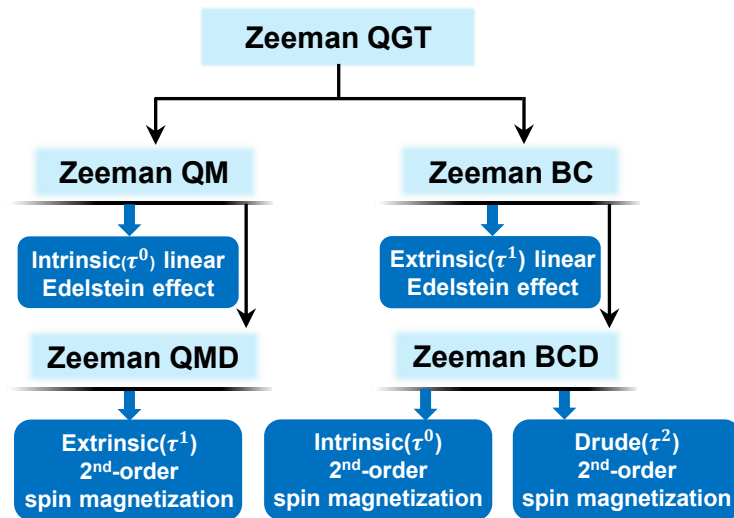
¹(College of Physics and Optoelectronic Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China)

²(Quantum Science Center of Guangdong-Hongkong-Macao Greater Bay Area (Guangdong), Shenzhen 518045, China)

³(Department of Physics, The University of Hong Kong, Hong Kong, China)

Abstract

Spin magnetization is an important research topic in spintronics. In inversion-symmetry-broken materials, an applied electric field can not only induce a nonequilibrium spin polarization, namely the extrinsic Edelstein effect, but also generate an equilibrium magnetoelectric coupling through the renormalization of the electronic structure, namely the intrinsic Edelstein magnetoelectric effect. In centrosymmetric systems, recent studies have further proposed the emergence of second-order nonlinear Edelstein effects. By incorporating the spin degree of freedom into the quantum distance and introducing a novel Zeeman quantum geometric tensor, a unified theoretical description of spin-magnetization effects driven by dc electric fields is introduced in this perspective. In the linear-response regime, the extrinsic spin magnetization is governed by the Zeeman Berry curvature, whereas the intrinsic spin magnetization is determined by the Zeeman quantum metric. In the second-order nonlinear regime, the nonlinear Drude term and the second-order intrinsic contribution are closely related to Zeeman Berry-curvature dipole, while the second-order extrinsic magnetization is determined by the Zeeman quantum-metric dipole. Finally, we present symmetry-selection rules and candidate materials for various magnetization responses, discuss the Zeeman-quantum-geometric interpretation of dynamical spin magnetization induced by an ac electric field, and highlight the potential applications of electric-field-induced spin magnetization in Néel torque generation and electrical control of magnetic order.



Keywords: Spin magnetization; Edelstein effect; Zeeman quantum metric; Zeeman Berry curvature

PACS: 85.75.-d, 03.65.Vf, 75.47.-m, 75.78.-n **DOI:**

CSTR:

*Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12574054 and 12404059).

†Corresponding authors. E-mail: xufuming@szu.edu.cn; jianwang@hku.hk