

非互易相互作用胶体粒子的定向输运*

马欣然¹⁾ 谢雨甜¹⁾ 朱宸翰¹⁾ 朱志伟¹⁾ 王卓¹⁾

范黎明¹⁾ 高天附^{1)†} 郑志刚^{2)3)‡}

1) (沈阳师范大学物理科学与技术学院, 沈阳 110034)

2) (华侨大学系统科学研究所, 厦门 361021)

3) (华侨大学信息科学与工程学院, 厦门 361021)

摘要

本文基于多种类胶体粒子非互易相互作用模型, 研究了热噪声强度、外势高度、非对称系数以及非互易相互作用系数对胶体粒子系统定向输运的影响. 研究发现, 热噪声强度、外势高度和非对称系数在一定条件下都能促进胶体系统的定向运动, 且均存在最优的参数能使胶体系统的平均速度达到峰值. 特别地, 研究发现非互易相互作用是驱动胶体系统定向输运的决定性因素. 同时, 不同粒子间还存在一对最优的非互易相互作用匹配系数能使胶体粒子的定向输运达到最强. 此外, 通过功率谱密度分析进一步揭示了非互易相互作用导致多组分胶体系统定向输运增强的物理机制. 研究结果可为未来智能胶体自组装、靶向药物输送及动态响应超材料等领域的实验设计与应用提供理论参考.

关键词: 非互易相互作用、胶体粒子、系综平均速度、功率谱密度

PACS: 82.70.Dd, 02.50.-r, 05.40.Jc, 05.60.-k

*国家自然科学基金(批准号: 12375031, 11875135)、2026年辽宁省高校基本科研项目和沈阳师范大学研究生教育教学改革研究一般项目(批准号: YJSJG320240062)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: tianfugao@synu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: zgzheng@hqu.edu.cn

1 引言

近年来, 在生物种群、生物大分子系统及复杂等离子体等众多复杂系统中均发现了违反牛顿第三定律的非互易相互作用. 例如, 在生物种群的演化过程中, 当捕食者(狼)受到猎物种群(羊群)吸引时, 捕食者表现为向猎物群的中心定向攻击, 猎物对捕食者来说会产生逃离行为, 由此二者(捕食者-猎物)会形成复杂的“吸引-逃离”非互易相互作用^[1]. 同时, Calovi D. S. 研究发现鱼群个体间的非互易相互作用表现在作用力方向(角度)的非互易上, 这种非互易相互作用能够驱动鱼群行为的相变^[2]. 此外, 对于生物大分子系统也存在非互易的相互作用. 如在激酶与磷酸酶构成的生物大分子系统中激酶对磷酸酶的作用力是排斥的, 而磷酸酶对激酶的作用力是吸引的. 对于此系统 Mandal N. S. 研究小组发现激酶-磷酸酶对的非互易相互作用是由底物与产物的浓度梯度和激酶-磷酸酶对的动力学不对称性产生的^[3]. 同样在各项异性等离子体实验中, Lisin E. A. 研究发现在特定的缓冲气体压强和放电功率条件下, 射频等离子体鞘中微粒间的有效相互作用力具有明显的非对称性. 这种非互易的相互作用具体表现在: 一种粒子(A)水平位移偏离其平衡位置时, 会受到来自另一种粒子(B)的吸引作用; 反之, 当粒子(B)发生非零的相对位移时, 会受到粒子(A)的排斥作用^[4]. 上述研究表明这些发生在复杂系统中相互作用的新奇行为均与牛顿第三定律相悖.

特别地, 对于复杂的胶体悬浮液来说, 由于胶体粒子通常会与周围多种粒子发生相互作用, 大量实验研究已表明这种多粒子间的相互作用力通常不满足互易性. 例如, Meredith C. H. 团队制备了一种由不同化学性质的油滴(如 1-溴辛烷 BOct 和乙基九氟丁基醚 EFB)和表面活性剂(如 Triton X-100)组成的胶体溶液^[5]. 由胶束介导的油滴分子(BOct)通过交换行为产生的化学浓度梯度能够导致捕食者油滴和猎物油滴间的非互易相互作用. 通常情况下, 胶体粒子系统中非互易相互作用的产生源于外部场介导的粒子间的耦合, 正是这种非互易相互作用打破了作用力与反作用力的对称性. 例如, Hara S. 等人通过实验与理论分析发现, 交流电场作用下多胶体粒子间的非互易相互作用是通过电水动力(电场诱导的流体运动)(EHD)产生的. 这种特殊的相互作用会使粒子间的力学关系不再满足牛顿第三定律要求^[6]. 特别地, 非互易相互作用还能进一步诱导多组分胶体粒子系统定向输运现象的产生. 例如 Al Harraq A. 首次在实验上精确测量并

量化了多组分活性与惰性胶体粒子间的非互易相互作用^[7]. 研究发现, 在交流电场中由金属贴片诱导的流体动力会驱动活性粒子的运动, 进而活性粒子在与惰性粒子接近时粒子间形成了非互易的相互作用. 正是在这种特殊的非互易相互作用下, 活性粒子能有效传递并驱动所有惰性粒子团簇产生集体的定向螺旋运动. 特别地, Bishop K. J. M. 研究组还发现在外部旋转磁场的驱动下, 非互易的流体动力能使多种超顺磁胶体颗粒产生定向运动. 当磁场方向倾斜时, 多种胶体颗粒会产生集体滚动并能自组装成“胶体地毯”, 此时非互易的流体动力还能进一步驱动“胶体地毯”定向运动的产生^[8]. 由此可见, 多组分胶体粒子系统中非互易相互作用的存在不仅能够打破粒子间相互作用的对称性, 而且还能进一步诱导胶体粒子系统定向运动的产生.

同时, 对于传统的互易相互作用胶体粒子系统定向输运的研究已取得了丰富的研究成果. 如实验上, Pellicciotta N. 研究了由大肠杆菌构成的、受光强调控的活性胶体粒子系统的输运机制. 该实验验证了在光强较弱的低活动性区域细菌间互易的空间排斥力是导致细菌显著积累的关键因素. 细菌的这种积累行为能够产生压力梯度并能进一步驱动细菌从低活动性区域向高活动性区域做定向运动^[9]. Mirzaee-Kakhki M. 等人通过精密的实验揭示了一种基于拓扑保护的磁场控制机制. 该研究表明, 胶体粒子间互易的偶极相互作用与磁场的耦合能够影响该胶体粒子间的磁相互作用势能, 从而导致由大量胶体粒子构成的胶体棒产生高度可控、并行且鲁棒的定向输运行为. 同时, 这种输运机制还能使不同长度的胶体棒同时沿预设的路径运动^[10]. 理论上, Sui J. 结合泊松-玻尔兹曼胞腔模型构建了一个新的对流-扩散模型, 研究发现带电胶体粒子间互易的静电相互作用能导致粒子在高盐浓度下做有序的定向运动^[11]. 尽管上述不同研究均发现了胶体粒子的多种定向运动机制, 但这些工作主要聚焦于粒子间互易的相互作用情况. 事实上在众多复杂的溶液环境中, 非互易相互作用才是引起复杂系统、特别是多种类胶体粒子系统产生新奇现象的关键因素^[12-17]. 因此, 本文将进一步探索非互易相互作用影响下胶体粒子的定向输运行为.

本文针对复杂多组分胶体溶液环境构建了非互易相互作用胶体粒子模型, 讨论了热噪声强度、非对称系数、外势高度、非互易相互作用系数等参量对胶体系统定向输运的影响. 研究发现, 通过对热噪声强度、非对称系数以及外势高度的调节均可有效调控并优化胶体粒子的定向运动. 特别地, 通过改变非互易相互作用系数可以显著提高胶体粒子系统定向运动的速度. 同时, 不同粒子间还存

在一对最优的非互易相互作用匹配系数, 能使胶体系统的定向输运达到最强. 基于本文研究结果, 不仅深化了对非互易相互作用诱导胶体系统定向输运的理解, 还可为未来实验中复杂胶体系统的行为调控、微观结构设计及功能化应用拓展提供理论参考.

2 非互易相互作用胶体粒子模型

目前已经发现, 在众多复杂的多组分胶体溶液中均存在非互易的相互作用. 鉴于此, 本文针对多组分胶体溶液环境特性^[18]探究非互易胶体粒子的定向运动行为. 本文胶体溶液系统主要包含两种粒子: 一种是单粒子 A , 另一种是粒子数为 N 的 B 粒子. 系统的动力学行为可由如下的一维朗之万方程描述:

$$\gamma \frac{dx'}{ds} = -\frac{\partial W_p(x'(s))}{\partial x'} - \sum_{i=1}^N \frac{\partial W_1(x' - y'_i)}{\partial x'} + \theta_A(s) \quad (1)$$

$$\gamma \frac{dy'_i}{ds} = -\frac{\partial W_p(y'_i(s))}{\partial y'_i} - \frac{\partial W_2(y'_i - x')}{\partial y'_i} + \theta_{B_i}(s), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中 x' , y'_i 分别为 A 、 B 两种胶体粒子的位置坐标, s 为时间, γ 为介质阻尼系数, N 为 B 类粒子的粒子数. W_p 为两种胶体粒子受到的非对称周期外势, W_1 、 W_2 为两种胶体粒子间的相互作用势.

(1)和(2)式中 $\theta_A(s)$ 和 $\theta_{B_i}(s)$ 分别表示 A 、 B 两种胶体粒子受到的均值为零的高斯白噪声, 其统计行为描述如下:

$$\langle \theta_A(s) \rangle = 0 \quad (3)$$

$$\langle \theta_{B_i}(s) \rangle = 0 \quad (4)$$

$$\langle \theta_A(s) \theta_A(s') \rangle = 2D_1 \delta(s - s') \quad (5)$$

$$\langle \theta_{B_i}(s) \theta_{B_j}(s') \rangle = 2D_2 \delta_{ij} \delta(s - s'), \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

其中, D_1 、 D_2 分别为两种胶体粒子的热噪声强度, 满足 $D_1 = \gamma k_B T_0$ 、 $D_2 = \gamma k_B T'_0$ 的关系, k_B 为玻尔兹曼常数, T_0 与 T'_0 分别为两种胶体粒子的环境温度.

为使方程(1)和(2)中的物理量无量纲化, 本文选取外势的周期长度 L 作为无量纲化所需的特征长度, 且特征时间 $\tau_0 = \frac{\gamma L^2}{\Delta U}$, ΔU 为特征能量标度. 通过定义新的

无量纲位置坐标 $x = x'/L$, $y_i = y'_i/L$, 无量纲时间 $t = s/\tau_0$ [19], 可得新的无量纲化的非对称周期外势:

$$\begin{aligned} U_p(x, y_i) &= \frac{W_p(x', y'_i)}{\Delta U} \\ &= -U_0 \left[\sin\left(\frac{2\pi(x, y_i)}{L}\right) + \frac{\Delta}{4} \sin\left(\frac{4\pi(x, y_i)}{L}\right) \right], \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (7)$$

其中 U_0 为非对称周期外势的高度. 特别说明, 为了独立研究外势高度 U_0 对定向运输的影响, 本文做了一般性的无量纲化处理且保留外势高度. Δ 为外势的非对称系数, 当 $\Delta = 0$ 时, 外势是完全对称的.

Morozov A. 等人的细菌与示踪粒子相互作用实验研究表明, 在低密度下细菌悬浮液的宏观输运行为主要由异种粒子 (细菌与示踪粒子) 间的非互易相互作用主导, 而同种细菌间的相互作用力可忽略 [20]. 因此, 为了研究非互易相互作用对胶体粒子系统定向运输的影响, 本文仅考虑不同种 (A 、 B) 粒子间的相互作用情况, 而忽略同种粒子 (N 个 B 粒子) 间的相互作用. 同时, A 粒子受到 B 粒子的无量纲化的相互作用为:

$$U_1(x - y_i) = \frac{W_1(x' - y'_i)}{\Delta U} = a_1 \cos k(x - y_i), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

相应的, B 粒子受到 A 粒子的无量纲化的相互作用为:

$$U_2(y_i - x) = \frac{W_2(y'_i - x')}{\Delta U} = a_2 \cos k(y_i - x), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

其中, k 为空间调制波数, a_i ($i = 1, 2$) 为两种胶体粒子间的非互易相互作用系数.

无量纲化后的高斯白噪声为:

$$\xi_A(t) = \frac{L}{\Delta U} \theta_A(s) \quad (10)$$

$$\xi_{B_i}(t) = \frac{L}{\Delta U} \theta_{B_i}(s) \quad (11)$$

将上述参量分别代入方程(1)和(2)可得 A 、 B 类粒子的无量纲化的朗之万方程:

$$\dot{x}(t) = -\frac{\partial U_p(x)}{\partial x} - \sum_{i=1}^N \frac{\partial U_1(x - y_i)}{\partial x} + \xi_A(t) \quad (12)$$

$$\dot{y}_i(t) = -\frac{\partial U_p(y_i)}{\partial y_i} - \frac{\partial U_2(y_i - x)}{\partial y_i} + \xi_{B_i}(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (13)$$

方程(12)和(13)中的高斯白噪声 $\xi_A(t)$ 与 $\xi_{B_i}(t)$ 满足如下统计特征:

$$\langle \xi_A(t) \rangle = 0 \quad (14)$$

$$\langle \xi_{B_i}(t) \rangle = 0 \quad (15)$$

$$\langle \xi_A(t) \xi_A(t') \rangle = 2D_1 \delta(t-t') \quad (16)$$

$$\langle \xi_{B_i}(t) \xi_{B_j}(t') \rangle = 2D_2 \delta_{ij} \delta(t-t'), \quad (i, j = 1, 2, \dots, N) \quad (17)$$

其中 $D_1 = \frac{k_B T_0}{\Delta U}$, $D_2 = \frac{k_B T'_0}{\Delta U}$ 为无量纲噪声强度.

根据公式(12)和(13)可知, N 个 B 粒子对 A 粒子都有相互作用, 因此系统中

A 粒子受到 N 个 B 粒子的相互作用力 $\sum_{i=1}^N F_{B_i \rightarrow A}$ 如下:

$$\sum_{i=1}^N F_{B_i \rightarrow A} = - \sum_{i=1}^N \frac{\partial U_1(x-y_i)}{\partial x} = \sum_{i=1}^N a_1 k \sin k(x-y_i) \quad (18)$$

同理, 每个 B 粒子受到 A 粒子的相互作用力 $F_{A \rightarrow B_i}$ 为:

$$F_{A \rightarrow B_i} = - \frac{\partial U_2(y_i-x)}{\partial y_i} = -a_2 k \sin k(x-y_i), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (19)$$

A 、 B 两种胶体粒子间的非互易相互作用示意图如图 1 所示:

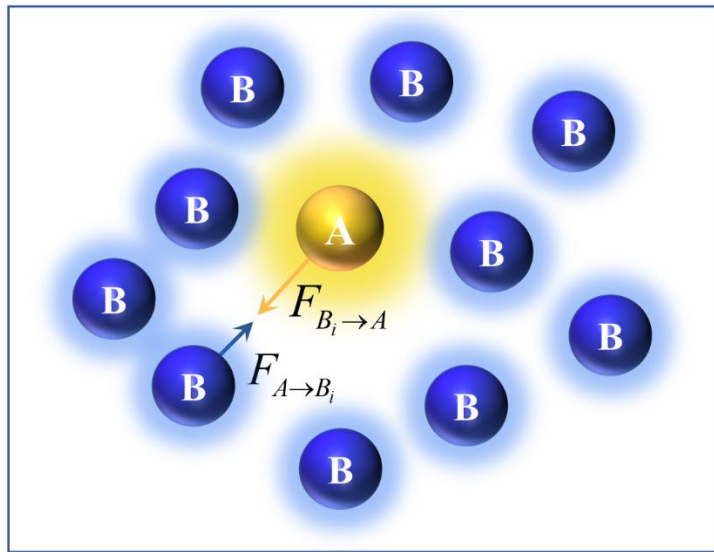


图 1 A 、 B 两种胶体粒子间的非互易相互作用示意图

Figure 1 Schematic diagram of the interaction between A and B colloid particles

根据牛顿第三定律可知, 当胶体系统的相互作用力不满足互易时, 两种粒子间

的相互作用力表现为:

$$\sum_{i=1}^N F_{A \rightarrow B_i} + \sum_{i=1}^N F_{B_i \rightarrow A} \neq 0 \quad (20)$$

结合式(18)、(19)和(20)可以发现, 只要 $a_1 \neq a_2$, A 、 B 两种胶体粒子间的相互作用力非互易. 由于本文主要研究非互易相互作用的影响, 所以文中通常情况下两种胶体粒子间产生的相互作用力不会抵消, 即 $a_1 \neq a_2$, 这种非互易的相互作用进一步打破了胶体系统的平衡, 因此在非互易相互作用的驱动下胶体粒子系统会产生集体的定向运动. 特别地, 由于胶体粒子的位置 $x(t)$ 和 $y_i(t)$ 会随时间变化, 因此式(18)和(19)中胶体粒子间的相互作用力还是一对随机的非互易相互作用.

本文主要采用胶体粒子的系综平均速度来描述胶体系统的定向输运行为. 在长时间的统计平均下, 胶体粒子的系综平均速度可由下式进行计算:

$$\langle V \rangle = \frac{1}{1+N} \left(\langle v_A \rangle + \sum_{i=1}^N \langle v_{B_i} \rangle \right), \quad i=1, 2, \dots, N \quad (21)$$

$$\text{其中,} \quad \langle v_A \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \dot{x}_A(t) dt \quad (22)$$

$$\langle v_{B_i} \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \dot{x}_{B_i}(t) dt \quad (23)$$

其中, $\langle \dots \rangle$ 表示系综平均, T 为胶体粒子系统的演化时间.

本文采用二阶龙格-库塔算法对胶体粒子的运动速度进行数值计算. 为了得到稳定的系综平均值, 步长取 $h=1 \times 10^{-3}$, 并模拟了 3×10^3 个轨道, 粒子数 $N=10$. 本文所有的物理量均已采用无量纲化处理.

3 结果与讨论

在不同的外势高度 U_0 下, 胶体粒子的平均速度 $\langle V \rangle$ 随热噪声强度 D_1 变化的曲线如图 2 所示. 从图中可以发现, 在粒子 A 的热噪声强度 D_1 趋于零的情况下, 胶体粒子系统的平均速度 $\langle V \rangle \neq 0$. 这是由于此时 B 粒子所受到的热噪声强度 $D_2 \neq 0$, 即 B 粒子仍在噪声强度和非互易相互作用的共同协作下做定向运动. 虽然 A 粒子的热噪声强度趋于零, 但此时 A 粒子会受到 B 粒子的非互易相互作用, 进而导致 A 粒子继续做定向运动, 由此胶体系统能够产生定向流.

当 $D_1 \neq 0$ 时, 在较小的外势高度 U_0 (如 0.3、0.4) 情况下, 可以发现胶体

粒子的平均速度 $\langle V \rangle$ 随热噪声强度 D_1 的增大而单调减小. 这是由于在小噪声强度下, 当外势高度 U_0 较小时胶体粒子很容易跨越外势形成较大的定向流. 随着热噪声强度 D_1 的增加, 即外界环境的涨落增大, 此时热噪声将占主导作用, 胶体粒子更容易做无规则的热运动, 进而导致系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 减小. 随着外势高度 U_0 的增加 (如 0.8、0.9、1.1), 可以清楚地发现当 D_1 趋于零时相比于小势垒高度时的平均速度减小了, 这是由于外势高度的增加限制了系统的整流作用. 在弱噪声条件下, 随着噪声强度的增加胶体粒子更容易跨越势垒, 由此平均速度 $\langle V \rangle$ 会增加, 且在一定的外势高度和合适的噪声强度 D_1 的协作下胶体系统的平均速度能够达到峰值. 随着热噪声强度 D_1 的继续增大, 此时系统的运动行为与 U_0 (0.3、0.4) 情况类似 (噪声占主导), 胶体粒子系统的热运动非常剧烈, 因此胶体粒子的平均速度 $\langle V \rangle$ 会逐渐减小并趋于零. 此外研究还发现, 随着非对称周期势的外势高度 U_0 的增加一定噪声条件下平均速度 $\langle V \rangle$ 呈现非单调变化, 关于外势高度 U_0 对粒子定向运动的影响将在下文进行详细讨论.

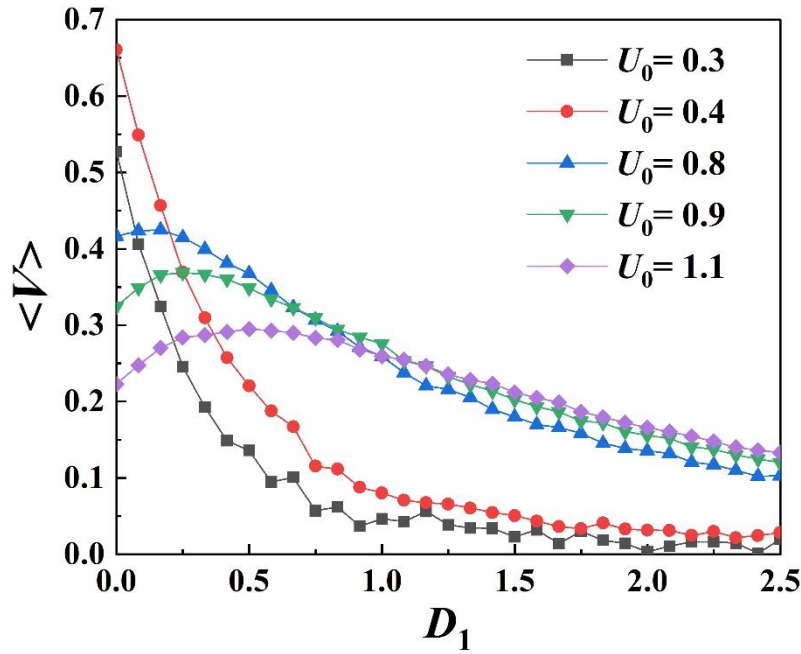


图 2 不同外势高度 U_0 下, 胶体粒子的平均速度 $\langle V \rangle$ 随热噪声强度 D_1 变化的曲线, 其中 $D_2 = 0.25$, $a_1 = -0.5$, $a_2 = 2.0$, $\Delta = 2.0$.

Figure 2 The curves of the average velocity $\langle V \rangle$ of colloidal particles versus the thermal noise intensity D_1 under different external potential heights U_0 , where $D_2 = 0.25$, $a_1 = -0.5$, $a_2 = 2.0$, $\Delta = 2.0$.

图 3 给出了在不同的非互易相互作用系数 a_2 下, 胶体粒子的平均速度 $\langle V \rangle$ 随非对称周期外势高度 U_0 变化的曲线. 从图中可以发现平均速度曲线呈现先增加后减小的非单调变化行为, 这意味着胶体系统的定向运动速度 $\langle V \rangle$ 能够产生峰值. 当外势高度 U_0 很小时, 可以发现平均速度 $\langle V \rangle$ 趋于零. 这是因为此时胶体粒子向外势两侧运动的概率几乎相等, 胶体粒子近似做自由扩散运动, 所以胶体系统的平均速度会趋于零. 随着外势高度 U_0 的逐渐增加, 外势高度能够整流 A 、 B 两种胶体粒子的定向运动, 因此胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 随外势高度 U_0 的增加会逐渐增大. 特别地, 当 U_0 达到合适的高度时外势的整流作用最强, 由此胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 能够达到峰值. 然而, 随着外势高度 U_0 的继续增大, 胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 会逐渐减小并趋于零. 这是由于外势的继续增高, 胶体粒子很难再跨越较高的外势并会被困在势阱中, A 、 B 两种胶体粒子的定向运动被强烈地抑制, 因此胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 会随外势高度 U_0 的增加而减小. 从图 3 还可以发现, 胶体系统平均速度 $\langle V \rangle$ 的峰值对应的外势高度 U_0 随非互易相互作用系数 a_2 的增大而向右移动. 关于非互易相互作用系数 a_2 对胶体粒子平均速度 $\langle V \rangle$ 的影响将在下面进行详细讨论.

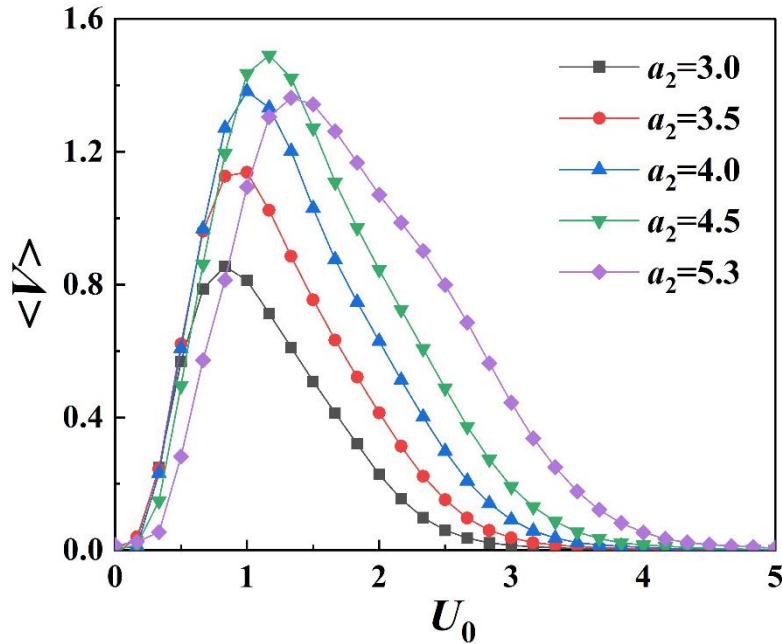


图 3 不同非互易相互作用系数 a_2 下, 胶体粒子的平均速度 $\langle V \rangle$ 随外势高度 U_0 变化的曲线, 其中 $D_1 = 0.5$, $D_2 = 0.25$, $a_1 = -0.5$, $\Delta = 2.0$.

Figure 3 The curves of the average velocity $\langle V \rangle$ of colloidal particles varying with the external potential height U_0 under different non-reciprocal interaction coefficients a_2 , where $D_1 = 0.5$, $D_2 = 0.25$, $a_1 = -0.5$, $\Delta = 2.0$.

图 4 给出了在不同非对称系数 Δ 下胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 随非互易相互作用系数 a_2 的变化曲线. 由图 4 可以清楚地发现, 在 B 粒子的非互易相互作用系数 a_2 趋于零时, 胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 也趋于零. 这是因为当 a_2 很小时, 由公式 (19) $F_{A \rightarrow B_i} = -a_2 k \sin k(x - y_i)$ 可知每个 B 粒子受到 A 粒子的非互易相互作用力 $F_{A \rightarrow B_i}$ 非常小, 此时热噪声将占据主导作用, 进而导致 B 粒子做近似无规则的热运动, B 粒子的随机运动又会导致每个 B 粒子施于 A 粒子的作用力近似随机. 所以平均而言, 当非互易相互作用系数 a_2 很小时, A 、 B 两种粒子均近似做无规的随机运动, 进而胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 会趋于零.

然而, 随着 B 粒子的非互易相互作用系数 a_2 逐渐增大时, 胶体系统的平均速度也逐渐增加且能达到极大值. 这是由于当 a_2 逐渐增加时, 由上述类似的分析可知 B 粒子受到的非互易相互作用力 $F_{A \rightarrow B_i}$ 也会增大, 这种非互易力 $F_{A \rightarrow B_i}$ 驱动 B 粒子在外势中的运动加剧进而使 B 粒子更容易跨越外势, 从而导致 B 粒子的平均速度增加. 由于系统存在非互易相互作用, B 粒子平均速度的增加会导致系统整体速度的增加, 由此当非互易相互作用系数 a_2 达到合适值时胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 能够达到峰值. 然而, 随着非互易相互作用系数 a_2 的继续增大, 胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 会逐渐减小并趋于零. 这是由于当 a_2 很大时, 非互易相互作用势 $U_2(y_i - x) = a_2 \cos k(y_i - x)$ 就像一个很高的“势阱”, B 粒子会被限制在该“势阱”底部, 即位于 U_2 的极小值附近. 同时, 该位置出现在余弦函数 $\cos k(y_i - x) = -1$ 处, 即相位 $k(y_i - x) = (2n+1)\pi$ 的位置. 在此相位处 $\sin((2n+1)\pi) = 0$, 由非互易相互作用力公式 $F_{B_i \rightarrow A} = a_1 k \sin k(x - y_i)$ 、

$F_{A \rightarrow B_i} = -a_2 k \sin k(x - y_i)$ 容易得到此时 A 、 B 两种胶体粒子间的非互易相互作用力 $F_{B_i \rightarrow A}$ 与 $F_{A \rightarrow B_i}$ 均趋于零. 因此, 较大的非互易相互作用系数 a_2 将会导致胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 逐渐减小并趋于零. 从图 4 还可以发现, 胶体系统平均速度峰值对应的 a_2 随着非对称系数 Δ 的增大而向右移动, 说明非互易胶体粒子的定向运动行为不仅依赖于非互易相互作用系数 a_2 , 还与系统的非对称系数 Δ 密切相关, 其具体机制将在下面做进一步讨论.

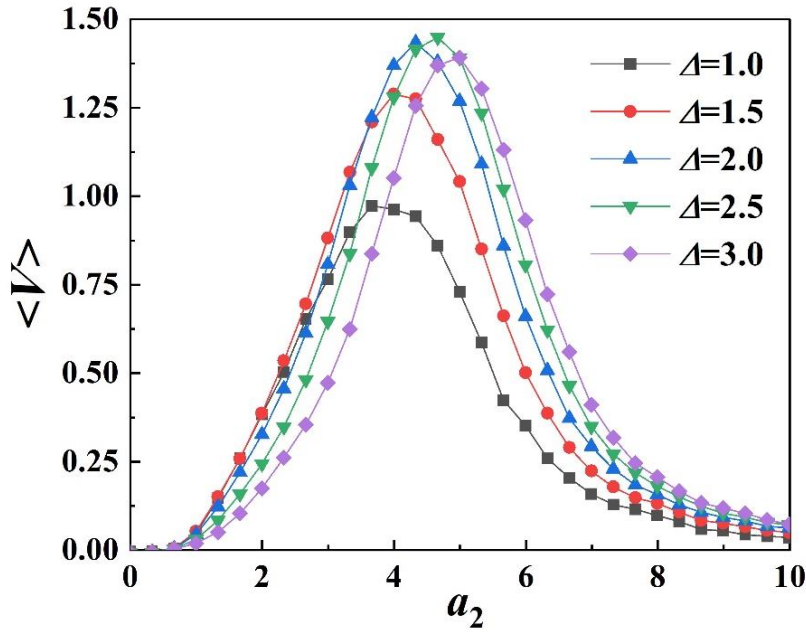


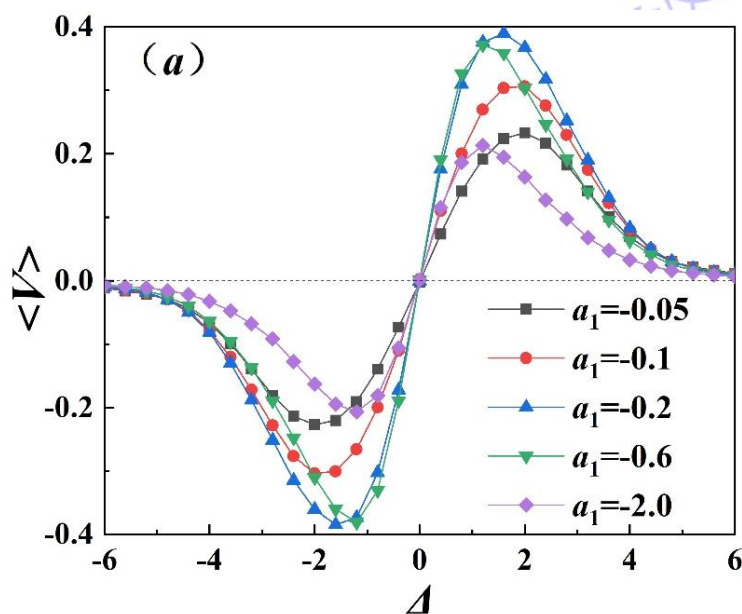
图 4 在不同非对称系数 Δ 下, 胶体粒子的平均速度 $\langle V \rangle$ 随非互易相互作用系数 a_2 变化的曲线, 其中 $D_1 = 0.5$, $D_2 = 0.25$, $a_1 = -0.5$, $U_0 = 1.0$.

Figure 4 The curves of the average velocity $\langle V \rangle$ of colloidal particles varying with the non-reciprocal interaction coefficient a_2 under different asymmetry coefficients Δ , where $D_1 = 0.5$, $D_2 = 0.25$, $a_1 = -0.5$, $U_0 = 1.0$.

图 5(a)给出了在不同的非互易相互作用系数 a_1 下胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 和非对称系数 Δ 之间的变化关系. 研究发现, 当 $\Delta > 0$ 时, $\langle V \rangle > 0$; 当 $\Delta = 0$ 时, $\langle V \rangle = 0$; 当 $\Delta < 0$ 时, $\langle V \rangle < 0$. 关于外势结构对胶体粒子定向运动的影响, 艾保全等的研究表明当周期外势处于非对称时一定条件下粒子向缓坡运动的概率会大于向陡坡运动的概率^[21]. 这里, 本文绘制了当 $\Delta \geq 0$ 时非对称外势的结构示意

图, 如图 5(b)所示. 从图中可以发现, 当 $\Delta > 0$ 时, 如 $\Delta = 2$, 势阱左侧呈现出更陡峭的特性. 因此, 此时胶体粒子更容易向坐标轴的正向 (缓坡) 运动, 从而胶体粒子系统能够产生正向的定向流, 即 $\langle V \rangle > 0$. 同理, 当 $\Delta < 0$ 时, 粒子更倾向于向相反的方向运动, 即 $\langle V \rangle < 0$.

由于平均速度和非对称系数 Δ 之间的反对称关系, 这里仅讨论 $\Delta \geq 0$ 时的情况. 当非对称系数 $\Delta = 0$ 时, 如图 5(b)所示周期外势完全对称, 此时胶体粒子向势两侧运动的概率几乎相等, 这会导致 A 、 B 两种粒子的定向运动消失, 因此长时间统计平均下胶体系统的平均速度会趋于零. 然而, 随着非对称系数 Δ 的逐渐增大, 胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 也随之增大并能达到极大值. 这是由于 Δ 的增加会导致周期外势的空间不对称性增大, 外势结构的整流作用能够有效促进胶体粒子定向运动速度的增加, 并且在非对称系数 Δ 增加到某一合适值时胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 能够达到峰值. 然而, 随着非对称系数 Δ 的继续增大, 胶体粒子的平均速度 $\langle V \rangle$ 逐渐减小并会趋于零. 从图 5(b)中可以发现, 对于较大的非对称系数 Δ , 如 $\Delta = 6$, 其外势的陡峭程度和外势高度均很大. 此时胶体粒子更容易被困在势底部从而很难跨越相邻外势, 即较大的 Δ 抑制了胶体粒子定向运动的产生. 因此胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 会随 Δ 的继续增大而逐渐减小并最终趋于零. 由图 5(a)还可以发现, 随着非互易相互作用系数 $|a_1|$ 的逐渐增大, 胶体粒子平均速度的峰值(大小)先增加后减小. 关于非互易相互作用系数 a_1 的影响将在下文进行详细讨论.



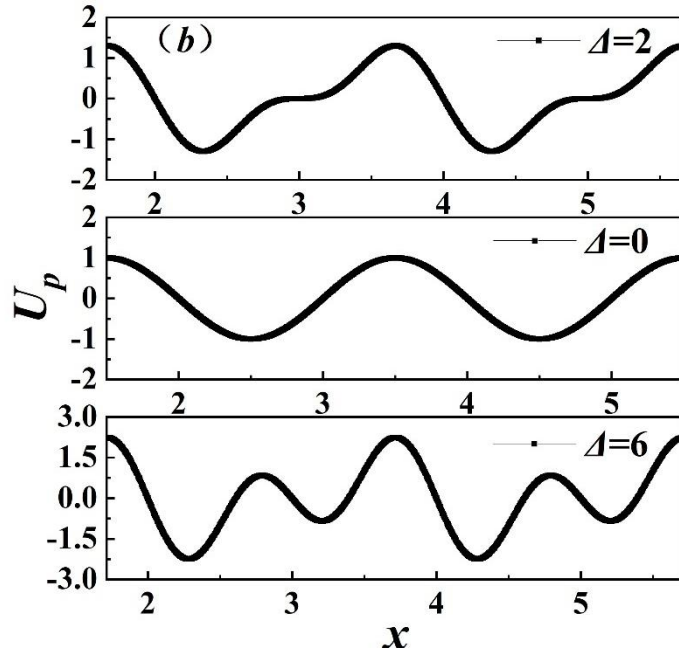


图 5(a) 不同的非互易相互作用系数 a_1 下, 胶体粒子的平均速度 $\langle V \rangle$ 随非对称系数 Δ 变化的曲线, 其中 $D_1 = 0.5$, $D_2 = 0.25$, $a_2 = 2.0$, $U_0 = 1.0$. (b) 不同非对称系数 Δ 下的外势.

Figure 5(a) Under different non-reciprocal interaction coefficients a_1 , the curves of the average velocity $\langle V \rangle$ of colloidal particles varying with the asymmetry coefficient Δ , where $D_1 = 0.5$, $D_2 = 0.25$, $a_2 = 2.0$, $U_0 = 1.0$. (b) The external potential under different asymmetric coefficients Δ .

在不同的热噪声强度 D_1 下, 胶体粒子的平均速度 $\langle V \rangle$ 随非互易相互作用系数 a_1 的变化曲线如图 6 所示. 从图中可以发现当 A 粒子的非互易相互作用系数 $a_1 > 0$ 时, 即 a_1 与 a_2 ($a_2 = 2.0$) 同号, 如图 6 和插图所示, 胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle \rightarrow 0$, 表明这种条件下非互易相互作用很难促进胶体系统形成有效的定向运动; 然而, 当 $a_1 < 0$ 时, 即 a_1 与 a_2 异号, 如图 6 所示胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle \neq 0$, 表明此时非互易相互作用能够促进胶体系统定向运动的产生. 上述现象源于胶体系统非互易相互作用的物理机制: 由公式(18)和(19)可知, 当 $a_1 < 0$ 时, 在相同的正弦函数变化规律下 B 粒子对 A 粒子的作用力 $F_{B_i \rightarrow A} < 0$ (规定 x 轴的正半轴为正方向). 而 $a_2 = 2.0$ (正值), 则 A 粒子对 B 粒子的作用力 $F_{A \rightarrow B_i} < 0$.

由此，当 a_1 与 a_2 异号时，非互易的相互作用力的方向相同，胶体粒子间的非互易相互作用净力较大，由此系统能产生定向运动. 同理根据上述类似的分析可知，当 a_1 和 a_2 同号时，粒子间非互易相互作用力的方向相反. 在 a_1 逐渐增加到 2 的过程中 a_1 与 a_2 逐渐相等，胶体系统的非互易相互作用净力会逐渐相互抵消，由此系统的平均速度会逐渐趋于零. 特别地，当 $a_1 = a_2 = 2.0$ 时，此时胶体系统的相互作用处于完全互易状态，系统无法形成有效的定向运动，因此胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle = 0$. 综上分析，即使在噪声强度 $D_{1,2} \neq 0$ 和非对称系数 $\Delta \neq 0$ 的条件下，在 a_1 与 a_2 相等时系统仍不能产生定向运动，这个结果进一步表明非互易相互作用才是本模型产生定向运动的决定性条件.

特别地，在 $a_1 = 0$ 附近处从图 6 可以清楚地发现胶体系统的速度曲线发生了跃变. 这是由于 a_1 的符号由负变为正，粒子间两种相互作用力的方向由同向变为反向，所以胶体系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 在 $a_1 = 0$ 处会从一个非常大的值迅速减小. 此外，从图 6 还可以发现当非互易相互作用系数 $a_1 < 0$ 时，随着 $|a_1|$ 的减小，系统的平均速度 $\langle V \rangle$ 近似单调增大. 为进一步分析 $a_1 < 0$ 时非互易相互作用的影响，下文将通过功率谱密度进行详细讨论.

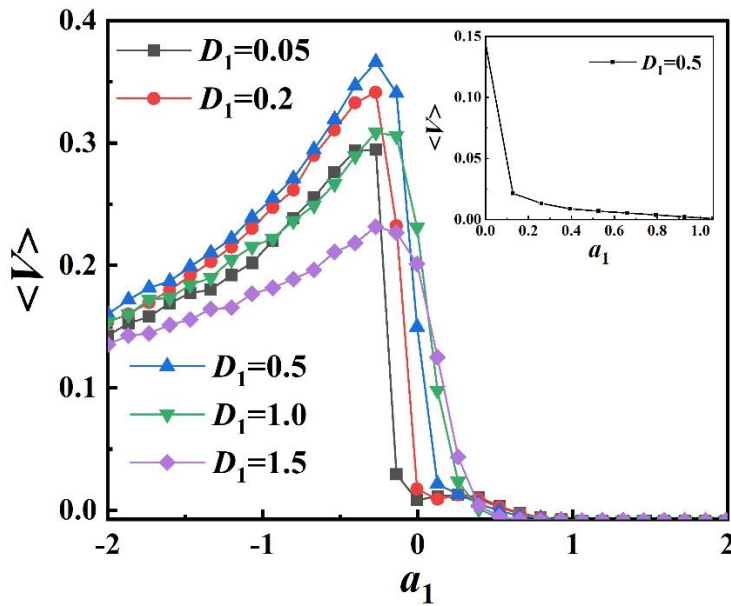


图 6 不同热噪声强度 D_1 下胶体粒子的平均速度 $\langle V \rangle$ 随非互易相互作用系数 a_1 变化的曲线,

其中 $U_0 = 1.0$, $D_2 = 0.25$, $a_2 = 2.0$, $\Delta = 2.0$.

Figure 6 The curves of the average velocity $\langle V \rangle$ of colloidal particles varying with the non-reciprocal interaction coefficient a_1 under different thermal noise intensities D_1 , where $U_0 = 1.0$, $D_2 = 0.25$, $a_2 = 2.0$, $\Delta = 2.0$.

图 7 给出了不同非互易相互作用系数 a_1 下系统的功率谱密度曲线. 图 7(a)~(d) 4 个图中红色的线均代表 $a_1 = a_2 = 2.0$ (互易相互作用) 时的功率谱密度, 此时系统中 A 、 B 两种粒子间的相互作用力完全相互抵消, 两种粒子仅在噪声作用下做无规则的热运动, 因此红线代表的是噪声的功率谱密度. 可以清楚地发现, 噪声的功率谱密度在整个频率范围内均为零. 由于此时胶体系统的相互作用满足牛顿第三定律, 相互作用力完全被抵消, 因此胶体粒子很难产生定向运动. 这一现象正是图 6 所示的 $a_1 = a_2 = 2.0$ 时胶体系统的定向流为零的情形. 然而, 当 $a_1 \neq a_2$ 时, 图 7(a)~(d) 4 个图中的黑线表示非互易相互作用净力 $F_{net} = \sum_{i=1}^N F_{B_i \rightarrow A} + \sum_{i=1}^N F_{A \rightarrow B_i}$ 的功率谱密度. 如图 7(a) 所示, 当 $a_1 = 1.0$, $a_2 = 2.0$ 时, 即非互易相互作用系数同号, F_{net} 的功率谱密度曲线 (黑线) 较平坦且非常接近噪声的水平 (红线), 此时功率谱密度较小表明粒子间相互作用力的持续时间和幅度都很小, 即非互易相互作用很弱, 这意味着一定条件下非互易相互作用系数同号时会导致系统的定向运动不显著. 这正与图 6 中 $a_1 > 0$ 时系统几乎无法产生定向运动的结论一致.

特别地, 当 $a_1 < 0$ 时, 从图 7 的 (b) ~ (d) 图可以清楚地发现胶体系统在低频区域的功率谱密度 (黑线) 都远大于互易时的功率谱密度 (红线). 低频区较大的功率谱密度表明非互易相互作用力在低频区能持续较长时间, 粒子间受到的非互易相互作用力很强. 事实上, 由公式(18)和(19)可以发现, 非互易相互作用力的强度由非互易相互作用系数 a_1 、 a_2 决定. 由于 a_1 与 a_2 符号相异, 根据图 6 的分析, 这种条件下每个 B 粒子对 A 粒子的相互作用力 $F_{B_i \rightarrow A}$ 与 A 粒子对该 B 粒子的相互作用力 $F_{A \rightarrow B_i}$ 方向一致, 且非互易相互作用净力 F_{net} 较大, 这正与图 7(b)(c)(d) 中低频区功率谱密度值很大相对应. 此外, 当 $a_1 < 0$ 时, 从图 7(b)(c)(d)

还可以清楚地发现随着非互易相互作用系数 a_1 的增加 F_{net} 的功率谱密度值也随之增大. 这表明胶体系统的非互易相互作用强度也被增强了, 功率谱密度的增大将会导致系统的非平衡驱动更加显著. 这也更进一步解释了图 6 中 $a_1 < 0$ 时胶体系统的定向输运会随 a_1 的增加而逐渐增强的结论.

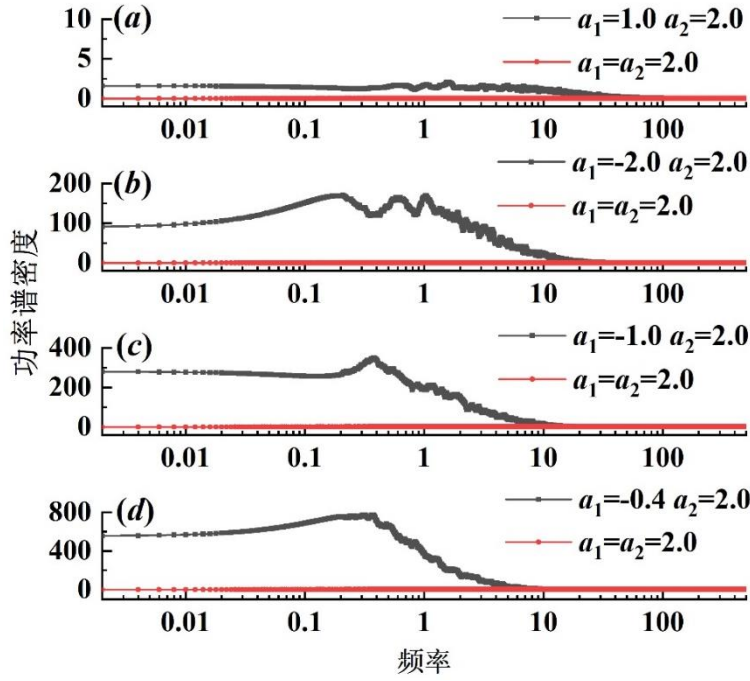


图 7 不同非互易相互作用系数条件下, 系统非互易净力 F_{net} 的功率谱密度 (黑线) 与高斯白噪声功率谱密度 (红线), (a) $a_1 = 1.0$, $a_2 = 2.0$; (b) $a_1 = -2.0$, $a_2 = 2.0$; (c) $a_1 = -1.0$, $a_2 = 2.0$; (d) $a_1 = -0.4$, $a_2 = 2.0$, 其它参数为 $D_1 = 0.5$, $D_2 = 0.25$, $a_2 = 2.0$, $\Delta = 2.0$, $U_0 = 1.0$.

Figure 7 The power spectral density of the system's non-reciprocal net force F_{net} (black line) and the power spectral density of Gaussian white noise (red line) under different non-reciprocal interaction coefficients, (a) $a_1 = 1.0$, $a_2 = 2.0$; (b) $a_1 = -2.0$, $a_2 = 2.0$; (c) $a_1 = -1.0$, $a_2 = 2.0$; (d) $a_1 = -0.4$, $a_2 = 2.0$, other parameters are $D_1 = 0.5$, $D_2 = 0.25$, $a_2 = 2.0$, $\Delta = 2.0$, $U_0 = 1.0$.

本文前面讨论的结果是在固定 $N=10$ 个 B 粒子的前提条件下得到的, 为了进一步分析粒子数对胶体系统定向输运的影响, 本文绘制了胶体系统的平均速度

$\langle V \rangle$ 随 B 粒子的粒子数 N 变化的曲线, 如图 8 所示. 研究发现, 随着 N 的逐渐增加, 胶体系统的平均速度先迅速增大且在 $N = 6$ 附近达到峰值, 随后 $\langle V \rangle$ 随 N 的增加缓慢下降并逐渐趋于零. 为了分析胶体系统定向输运的非单调行为, 本文又绘制了不同 B 粒子数条件下胶体系统的非互易相互作用净力 F_{net} 随时间的演化图像, 如图 9 所示. 根据图 9(a), 在粒子数较小时, 如 $N = 2$ 时, 少数 B 粒子与 A 粒子间的非互易相互作用净力随时间演化的振幅相对较小, 这说明粒子间的非互易相互作用力相对较弱, 这一微弱的净力不足以驱动粒子跨越非对称周期外势, 因此在少粒子数 N 的条件下胶体系统的定向运动速度相对较小. 然而, 当 B 粒子数过大时, 如图 9(d) $N = 40$ 所示, B 粒子数的增多会导致系统中非互易相互作用净力随时间涨落的幅度显著增大. 这一结果意味着胶体系统的非互易相互作用净力变得更大, 过强的涨落驱动 (非互易净力) 导致外势的整流作用被削弱, 因此平均而言胶体系统的平均速度会逐渐减小. 综上分析, 胶体系统能够存在一个最优的 B 粒子数, 使得非互易相互作用净力与外势结构之间达到最佳的匹配关系, 从而使胶体系统的定向输运达到最大化. 本文前面研究中采用的粒子数 $N = 10$ 虽略大于粒子数的最优值, 但仍处于定向输运较为显著的区域. 特别地, 本研究通过调节粒子的数目可以进一步增强非互易相互作用胶体系统的定向输运.

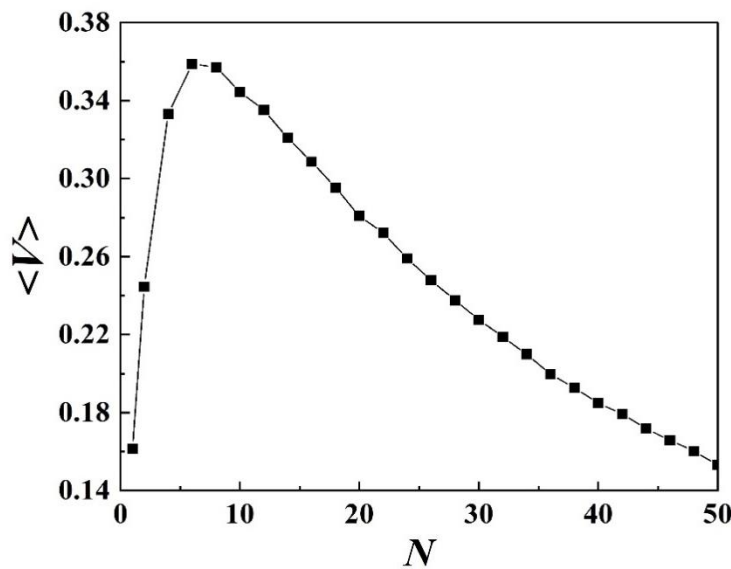


图 8 胶体粒子的平均速度 $\langle V \rangle$ 随 B 粒子的粒子数 N 变化的曲线, 其中 $D_1 = 0.5$, $D_2 = 0.25$, $a_1 = -0.5$, $a_2 = 2.0$, $\Delta = 2.0$, $U_0 = 1.0$.

Figure 8 The curve of the average velocity $\langle V \rangle$ of colloidal particles with the change of the

number of B particles N , where $D_1 = 0.5$, $D_2 = 0.25$, $a_1 = -0.5$, $a_2 = 2.0$, $\Delta = 2.0$, $U_0 = 1.0$.

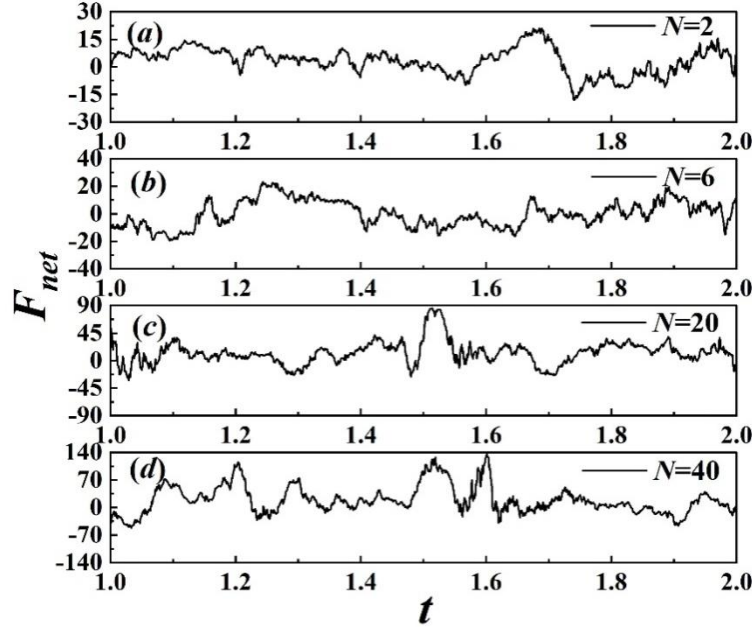


图 9 不同的 B 粒子数 N 条件下, 系统非互易相互作用净力 F_{net} 随时间的演化图像. (a) $N = 2$; (b) $N = 6$; (c) $N = 20$; (d) $N = 40$.

Figure 9 The temporal evolution of the net non-reciprocal interaction force F_{net} in the system under different B particle number N . (a) $N = 2$; (b) $N = 6$; (c) $N = 20$; (d) $N = 40$.

4 结论

本文研究了在复杂多组分胶体溶液环境中非互易相互作用胶体粒子的定向输运行为. 系统探讨了热噪声强度、非对称系数 Δ 、外势高度 U_0 以及非互易相互作用系数对胶体系统定向输运的影响. 研究发现合适的热噪声强度、外势高度及非对称系数都能促进胶体粒子的定向运动. 特别地, 对于本胶体粒子模型来说非互易相互作用是驱动系统定向运动的决定性因素. 当非互易相互作用系数 a_1 与 a_2 同号时, 系统的平均速度会趋于零; 而当非互易相互作用系数 a_1 与 a_2 异号时, 系统的定向输运被显著增强. 因此通过调节非互易相互作用系数可以提高胶体粒子定向运动的速度, 且不同粒子间存在最优的非互易匹配系数能使胶体系统的定向输运达到最强. 此外, a_1 与 a_2 异号下功率谱密度的较大值表示了非互易相互作用能够提供持续的非平衡驱动, 进一步揭示了合适的非互易相互作用匹配系

数能够增强定向输运的物理机制。

由于本文所构建的非互易相互作用模型是在文献[4]、[5]的实验基础上进行的理论拓展。因此, 本文的模型可为文献[4]射频等离子体系中测量违反了牛顿第三定律的非互易相互作用力提供理论基础; 同时, 本模型所得到的理论结果, 如胶体系统定向输运的最大化可应用在文献[5]由胶束介导的油滴胶体溶液中, 通过调节油滴和表面活性剂的化学浓度梯度可进行实验观测或验证。未来工作中, 可进一步探索非互易相互作用对多组分、多维度胶体系统集体动力学行为的影响, 尤其是在非均匀介质、时变外场或化学浓度梯度环境中系统的输运特性。

参考文献

- [1] Lee S H, Pak H K, Chon T S 2006 *J. Theor. Biol.* **240** 250
- [2] Calovi D S, Lopez U, Ngo S, Sire C, Chaté H, Theraulaz G 2014 *New J. Phys.* **16** 015026
- [3] Mandal N S, Sen A, Astumian R D 2024 *Chem.* **10** 1147
- [4] Lisin E A, Petrov O F, Sametov E A, Vaulina O S, Statsenko K B, Vasiliev M M, Carmona-Reyes J, Hyde T W 2020 *Sci. Rep.* **10** 13653
- [5] Meredith C H, Moerman P G, Groenewold J, Chiu Y J, Kegel W K, van Blaaderen A, Zarzar L D 2020 *Nat. Chem.* **12** 1136
- [6] Hara S, Okada M, Kittaka K, Tanami S, Iwasaki Y, Ishikawa H, Yoshii K, Sumino Y 2025 arXiv:2509.23164
- [7] Al Harraq A, Patel R, Lee J G, Owoyele O, Chun J, Bharti B 2025 *Adv. Sci.* **12** 2409489
- [8] Bishop K J, Biswal S L, Bharti B 2023 *Annu. Rev. Chem. Biomol. Eng.* **14** 1
- [9] Pellicciotta N, Paoluzzi M, Buonomo D, Frangipane G, Angelani L, Di Leonardo R 2023 *Nat. Commun.* **14** 4191
- [10] Mirzaee-Kakhki M, Ernst A, de Las Heras D, Urbaniak M, Stobiecki F, Gördes J, Reginka M, Ehresmann A, Fischer T M 2020 *Nat. Commun.* **11** 4670
- [11] Sui J 2019 *Phys. Rev. E* **99** 062606
- [12] Ai B Q 2023 *Phys. Rev. E* **108** 064409
- [13] Guo R X, Li J J, Ai B Q 2025 *Phys. Rev. E* **111** 45423
- [14] Wang Y, Li J J, Ai B Q 2026 *Acta Phys. Sin.* **75** 010901 (in Chinese) [王燕, 李

佳健, 艾保全 2026 物理学报 **75** 010901]

[15] Tu Z C 2026 *Commun. Theor. Phys.* **78** 25601

[16] Cocconi L, Alston H, Bertrand T 2023 *Phys. Rev. Res.* **5** 43032

[17] Fu T Q, Shen B Y, Ma X R, Huang R Z, Fan L M, Ai B Q, Gao T F, Zheng Z G
2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 170501 (in Chinese) [付天琦, 申伯洋, 马欣然, 黄
仁忠, 范黎明, 艾保全, 高天附, 郑志刚 2025 物理学报 **74** 170501]

[18] Zhang Z, Garcia-Millan R 2023 *Phys. Rev. Res.* **5** L22033

[19] Machura L, Kostur M, Łuczka J 2008 *Biosystems* **94** 253

[20] Morozov A, Marenduzzo D 2014 *Soft Matter*. **10** 2748

[21] Li C P, Chen H B, Zheng Z G 2017 *Front. Phys.* **12** 120507

录用稿件, 非最终出版稿

Directed transport of colloidal particles with non-reciprocal interactions*

MA Xinran ¹⁾ XIE Yutian ¹⁾ ZHU Chenghan ¹⁾ ZHU Zhiwei ¹⁾ WANG Zhuo ¹⁾

FAN Liming ¹⁾ GAO Tianfu ^{1)†} ZHENG Zhigang ^{2)3)‡}

1) (College of Physical Science and Technology, Shenyang Normal University, Shenyang 110034, China)

2) (Institute of Systems Science, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

3) (College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

Abstract

For complex colloidal suspensions, colloidal particles typically interact with other types of particles in their surrounding environment. Extensive experimental studies have demonstrated that the interactions between various types of particles are usually nonreciprocal. So far, although various directed motion mechanisms for multi-species colloidal particles have been discovered, these works mainly focus on the reciprocal interactions between particles. However, in numerous complex solution environments, nonreciprocal interactions are the key factors that cause directed motion in complex systems, especially in systems with multiple types of colloidal particles. Therefore, this article further explores the directed transport behavior of colloidal particles under the influence of nonreciprocal interactions.

This work is based on a nonreciprocal interaction model of multiple types of colloidal particles. And the effects of thermal noise intensity, external potential barrier height, asymmetry coefficient, and asymmetric interaction coefficient on the directional transport of colloidal particle systems have been studied. It is found that thermal noise intensity, external potential height, and asymmetry coefficient can all promote the directional motion of colloidal systems under certain conditions. Moreover, there exists an optimal parameter at which the average velocity of the colloidal system possess its largest value. In addition, non reciprocal interactions are the determining factor driving

*Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12375031, 11875135), 2026 Basic Scientific Research Project of Colleges in Liaoning Province, China and the Postgraduate Education Reform Project of Shenyang Normal University, China (Grant No. YJSJG320240062).

† Corresponding author. E-mail: tianfugao@synu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: zgzheng@hqu.edu.cn

the directional transport of colloidal systems. There exists an optimal pair of non reciprocal interaction matching coefficients between different particles, which can maximize the directional transport of colloidal particles. Through the analysis of power spectral density, the physical mechanism by which non-reciprocal interactions enhance the directional transport in multi-component colloidal systems has been further elucidated. The research results of this article can provide theoretical references for experimental design and applications in future fields such as intelligent colloidal self-assembly, targeted drug delivery, and dynamically responsive metamaterials.

Keywords: non-reciprocal interaction, colloidal particles, ensemble average velocity, power spectral density

录用稿件，非最终出版稿